

Jerzy Podhajecki, Sławomir Szymaniec
Politechnika Opolska

WYZNACZANIE DRGAŃ WŁASNYCH WIRNIKA SILNIKA INDUKCYJNEGO

DETERMINATION NATURAL FREQUENCIES OF ROTOR INDUCTION MACHINE

Abstract: In this paper three different methods of determination natural frequencies of rotor of induction machine SF 80-4A is presented and compared. The first one is analytical; the second one uses Finite Element Program. The third is experimental method make use Hammer test and shaker excitation technique. Earlier dynamic of rotor was analyzed for only nominal rotor velocity. With usage converter the range of exciting force is high and resonance may occur and prediction natural frequencies may help to avoid resonance and associated phenomena such as vibrations and noise. Influence the stiffness of the bearings on natural frequencies of also was analyzed.

1. Wstęp

W artykule przedstawiono analityczne, numeryczne i eksperymentalne sposoby wyznaczenia drgań własnych wirnika silnika indukcyjnego klatkowego małej mocy, na przykładzie silnika typu SF 80-4A (0,55 kW) firmy Besel w Brzegu.

W przeszłości dynamikę wirnika rozpatrywano najczęściej tylko dla znamionowych prędkości obrotowych. Obecnie szerokie wykorzystanie przekształtników energoelektronicznych (PWM) do zasilania w napędach skutkuje między innymi prawdopodobieństwem wystąpienia rezonansu drganiowego. Nowy rodzaj zasilania powoduje również bardzo często wzrost hałasu napędu, wskutek wprowadzenia nowych harmonicznym do widma prądu i sił elektromagnetycznych. Wyznaczenie drgań własnych jest ważne, aby można było określić, czy silnik może pracować w szerokim zakresie prędkości obrotowych [1, 2, 4, 7, 8].

Maksymalna prędkość obrotowa pracy wirnika jest określona między innymi przez maksymalną prędkość łożysk w relacji: $D \cdot N$, gdzie (D : średnica łożysk, N : prędkość) oraz przez prędkość krytyczną wirnika, która zależy od parametrów materiałowych i geometrycznych wirnika [1, 2]. Maksymalna prędkość pracy łożysk może być zwiększona poprzez zastosowanie łożysk ceramicznych lub magnetycznych, natomiast problem zwiększenia prędkości krytycznej wirnika można osiągnąć przez odpowiedni wybór parametrów geometrycznych wału wirnika.

2. Wyznaczanie analityczne drgań własnych wału wirnika

Własności drganiowe wirnika są określone przez jego masę i sztywność oraz własności tłumienia, które może być: materiałowe lub strukturalne, wynikłe z tarcz łożyskowych czy samych łożysk. W najbardziej niekorzystnym przypadku, kiedy częstotliwość sił wymuszających jest równa częstotliwości drgań własnych, występuje zjawisko rezonansu, mogące spowodować wzrost drgań i hałasu, zużycie łożysk a nawet uszkodzenie maszyny.

Z zagadnieniem drgań własnych związane są prędkości krytyczne. Są to prędkości, przy których następuje pobudzenie drgań własnych wirnika przez resztkowe niezrównoważenie masowe, które występuje w wyniku niedoskonałości procesu produkcji. Wirniki, dla których użyteczne prędkości obrotowe są mniejsze od prędkości krytycznej – N_{kr} są nazywane sztywnymi. W silnikach indukcyjnych klatkowych znamionowe prędkości obrotowe są niższe od prędkości krytycznych ich wirników. Można więc wirniki tych silników uznać za sztywne. Należy zauważyć, że wymuszenie drgań wirnika w silniku elektrycznym pochodzi głównie od sił pochodzenia magnetycznego i mechanicznego, widmo tych sił jest bardzo szerokie. Oznacza to konieczność wyliczenia częstotliwości drgań własnych giętych wirnika [1].

W artykule przedstawiono wyniki obliczeń częstotliwości drgań własnych wału za pomocą wzorów analitycznych oraz programu

wykorzystującego Metodę Elementów Skończonych (MES).

Wzór analityczny na wyznaczenie częstotliwości własnych drgań giętych wału wirnika ma postać [1]:

$$f = \frac{\pi \cdot r_j^2}{2L^2} \sqrt{\frac{E \cdot J_j}{g}} \quad (1)$$

gdzie:

f - częstotliwość własna wału (Hz),

$E = 2 \cdot 10^{11} Pa$ - moduł Younga wału,

r_i - średnice odcinków tworzących wał,

$L = 115 \cdot 10^{-3} m$ - długość wału,

J_j - moment bezwładności odcinków

tworzących wał,

$g = 20.28 kg \cdot m^{-1}$ - gęstość na jednostkową powierzchnię wału [1, 3].

Tabela 1. Wyniki obliczeń analitycznych częstotliwości drgań własnych wirnika, drgań o numerze rzędu $r=1$

Częstotliwości drgań własnych wału (Hz) Metoda analityczna	
Wał maszyny	1692
Wał maszyny z uwzględnieniem pakietu blach wirnika	1243

3. Wyznaczanie numeryczne drgań własnych wału

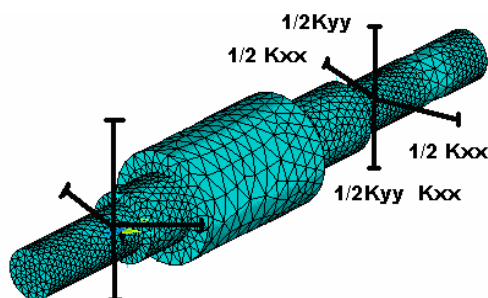
Wykonano obliczenia drgań własnych za pomocą programu ANSYS wykorzystującego Metodę Elementów Skończonych. Do analizy modalnej drgań własnych wykorzystano algorytm: Block Lanchos.

Do budowy modelu wykorzystano elementy: SOLID186, który może być wykorzystywany w analizach mechanicznych uwzględniających wpływ zjawiska żyroskopowego [2].

Łożyska zostały uwzględnione, jako elementy sprężyste typu: COMBI216. Na zewnętrznych węzłach łożysk założono warunki brzegowe zakładając, że wartości przemieszczeń są zerowe. W podanych niżej obliczeniach pominięto tarcze łożyskowe i pakiety blach wirnika.

Trudnością w analizie numerycznej drgań jest określenie rzeczywistych parametrów materiałowych, z jakich składa się wirnik. Dotyczy to materiału, z jakiego składa się wirnik, ich rzeczywistej sztywności, np. łożysk.

Dokładność otrzymanych rezultatów zależy również od uwzględnienia szczegółów konstrukcyjnych badanego obiektu. W przypadku obliczeń analitycznych uwzględnienie szczegółów konstrukcyjnych budowy jest utrudnione.



Rys.1. Schemat modelu numerycznego wału wirnika z łożyskami

4. Wpływ łożysk na drgania własne wału wirnika

Wybór rodzaju łożysk jest dokonywany ze względu na przewidywane prędkości obrotowe, masę wirnika, zapewnienie wytrzymałości, łatwość ich konserwacji i własności drganiowe [7]. Łożyska mają określoną sztywność i wpływają na drgania własne wirnika i wartości prędkości krytycznych.

W przypadku maszyn średnich i większych wielkości mamy możliwość wyboru rodzaju łożysk, która determinuje ich sztywność. Występują łożyska: antypoślizgowe lub kulkowe. W przypadku mniejszych silników wybór jest ograniczony i stosuje się zwykle łożyska kulkowe [7]. Zbadano wpływ sztywności łożysk na drgania własne wału wirnika wykonując obliczenia dla różnych współczynników sztywności o wartościach: od $k = 1e4 N/m$ do $k = 1e12 N/m$. W ten sposób określono wpływ sztywności łożysk na drgania własne wału. Obliczenia przeprowadzono również dla nominalnej wartości sztywności łożysk ceramicznych zastosowanych w silniku $k = 1e7 N/m$.

W przypadku, gdy sztywność łożysk jest znacznie mniejsza od wału, pierwszym rodzajem drgań własnych są mody o deformacji obrotowej lub cylindrycznej. Wraz ze wzrostem sztywności łożysk deformacje o postaci ruchu sztywnego zmieniają się w mody o kształcie zginającym [5, 6]. Tabela nr 2 przedstawia zależność wartości częstotliwości drgań

własnych wirnika od sztywności łożysk. Widać, że szczególnie w obszarze niskich częstotliwości wpływ na wartości jest bardzo istotny. Dla małej i średniej sprężystości łożysk wał nie zgina się dla pierwszych niskich modów drgań. Dlatego te mody są modami przesunięcia lub rotacji. Wraz ze wzrostem sztywności łożysk podatność wału na zginanie zwiększa się [5, 6]. Przeprowadzone obliczenia to w pewien sposób potwierdziły (rys. 2-5).

Tabela 2. Zależność częstotliwości drgań własnych wirnika od sztywności łożysk

Częstotliwości drgań własnych wału (Hz)					
Numer	Sztywność Łożysk				
	1e4	1e6	1e8	1e10	1e12
1	6.3	169	1455	2351	2357
2	6.9	361	2088	2678	2685
3	43	431	2614	2834	2868
4	2576	2577	3125	3797	3809
5	2577	2582	3446	4985	4987
6	4925	4927	4942	5245	5277
7	4927	4937	5906	8072	8129
8	9481	9484	9518	9567	9569
9	9483	9491	10210	10595	10610
10	10083	10085	10260	12039	12088
11	13727	13728	13831	14111	14121
12	14250	14253	14493	15110	15132
13	15181	15184	15225	15367	15347
14	15184	15188	15688	17541	17616
15	19576	19579	19594	1639	19641
16	19579	19582	-	-	-



Rys. 2. Częstotliwość nr 1, $f=525.89\text{Hz}$ (obrotowa) dla łożysk $k=1e7\text{N/m}$



Rys. 3. Częstotliwość nr 1, $f=2357\text{Hz}$ (zginanie) dla łożysk $k=1e12\text{N/m}$



Rys. 4. Częstotliwość nr 2, $f=1078\text{Hz}$ (obrotowa) dla łożysk $k=1e7\text{N/m}$



Rys. 5. Częstotliwość nr 2, $f=2685\text{Hz}$ (zginanie) dla łożysk $k=1e12\text{N/m}$

5. Wpływ prędkości wirowania wału i wstępnego naprężenia mechanicznego na drgania własne

Na wartość drgań własnych wpływa również prędkość obrotowa wirnika. Interakcja drgającego wirnika i ruchu obrotowego powoduje zmianę wartości prędkości krytycznych. Mianowicie, jeżeli ruch obrotowy wirnika jest przeciwny do ruchu drgającego powoduje zmniejszenie wartości drgań własnych i odwrotnie. Jest to tzw. efekt żyroskopowy, prędkość obrotowa wpływa na wartości i postacie drgań własnych, wynika ze wzrostu sztywności wirnika wynikłego z ruchu obrotowego wirnika [5, 6].

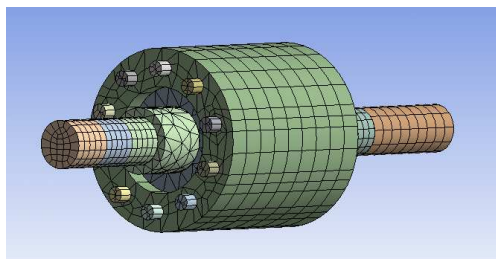
Oprócz wymienionych kształtów deformacji istnieją również drgania boczne, których wartość nie zależy od prędkości obrotowej wirnika.

Występuje również efekt wstępnego naprężenia występującego podczas pracy wskutek występowania sił magnetycznych. Mianowicie struktura poddana naprężeniu mechanicznemu ma mniejszą sztywność i drgania własne.

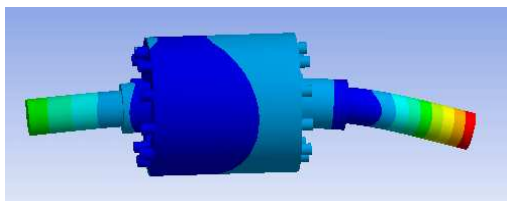
Wpływ ten jest widoczny w przypadku maszyn, w których występują duże siły magnetyczne i mechaniczne działające na wirnik maszyny[5].

6. Wpływ pakietu wirnika i uzwojeń na drgania własne

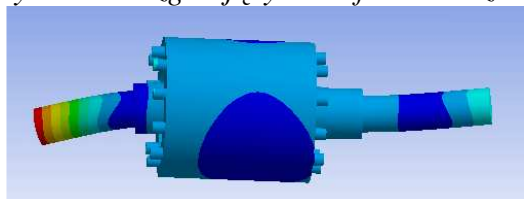
Na wartość drgań własnych ma wpływ pakiet blach wirnika i uzwojenia. Wprowadzenie pełnego modelu (rys. 6) spowodowało wprowadzenie nowych częstotliwości własnych, interpretacja wyników jest również nieco trudniejsza jak również czas obliczeń zdecydowanie zwiększył się. Częstotliwości drgań własnych zginających uległy zwiększeniu w wyniku uwzględnienia pełnego modelu wirnika (rys. 8 i 9).



Rys. 6. Numeryczny model całego wirnika



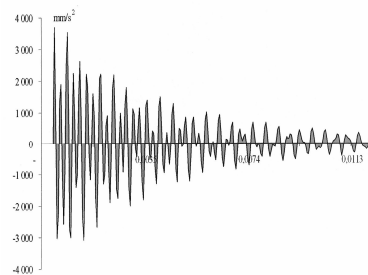
Rys. 7. Mod zginający wału $f=2460$ Hz



Rys. 8. Mod zginający wału $f=4433$ Hz

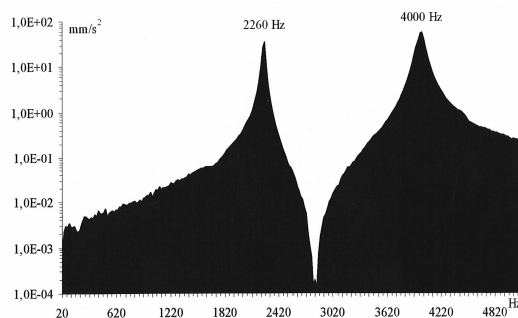
7. Eksperymentalne wyznaczenie drgań własnych wirnika

W celu weryfikacji poprawności obliczeń numerycznych wykonano pomiary częstotliwości drgań własnych wirnika przy pobudzeniu do drgań uderzeniem mechanicznym i za pomocą wzbudnika drgań. Pomiary wykonano odpowiednio dla: wirnika, wirnika z łożyskami oraz dla całego silnika. W czasie pomiarów wirnik lub silnik zawieszony był na sprężynach.

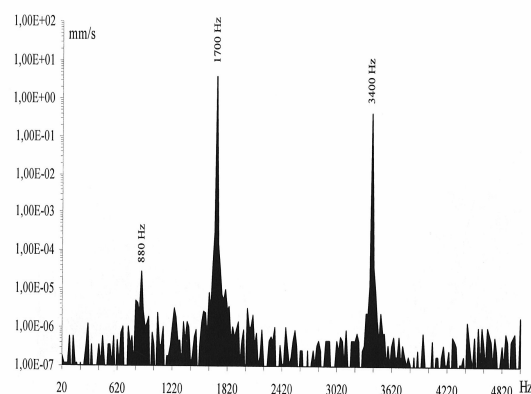


Rys. 9. Drgania własne samego wirnika, Przebieg czasowy przyspieszenia drgań wirnika, pobudzenie przez uderzenie

Na rys. 9 i 10 przedstawiono odpowiednio wyniki pomiarów dla samego wirnika. Z pomiarów wynika, że istnieją w zakresie do 5000 Hz dwie częstotliwości własne: 2260 Hz oraz 4000 Hz.



Rys. 10. Drgania własne samego wirnika – wyniki pomiarów, widmo przyspieszenia drgań, pobudzenie przez uderzenie



Rys. 11. Drgania własne wirnika – wyniki pomiarów, wymuszenie za pomocą wzbudnika drgań [9]

Wykonano również pomiary drgań własnych wirnika dla całego silnika. Pobudzenie do drgań uzyskano za pomocą wzbudnika drgań. Wpływ łożysk, tarcz łożyskowych oraz stojana

spowodował zmniejszenie się częstotliwości własnych i wprowadzenie dodatkowej równej 860 Hz. Wyniki pomiarów przedstawiono na rys. 11.

8. Wnioski

W artykule opisano sposoby wyznaczania częstotliwości drgań własnych wirnika silnika indukcyjnego klatkowego małej mocy. Porównane zostały metody analityczne i numeryczne. W celu weryfikacji obliczeń przeprowadzono badania eksperymentalne. Przeprowadzono również dyskusję na temat wpływu sztywności łożysk na drgania własne wału.

Literatura

- [1]. Szymaniec S.: *Badania wibroakustyczne silników indukcyjnych trójfazowych*. Praca doktorska, Politechnika Opolska, 1984.
- [2]. Ede J., Zhu Z.Q., Howe D.: *Rotor Resonances of High-Speed Permanent-Magnet Brushless Machines*, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 38, No.6, November/December 2002.
- [3]. Kasperski M.: *Drgania własne i wymuszone silnika reluktancyjnego przełączalnego*. Praca doktorska, Politechnika Łódzka, 1990.
- [4]. Podhajecki J., Korkosz M.: *Analiza drgań własnych stojana silnika BLDC*. Seminarium Maszyn Elektrycznych, Krasiczyn, 2009.
- [5]. Nelson C.: *Rotor Dynamic without Equations*. International Journal of COMADEM, 10(3), July 2007, PP.2-10.
- [6]. Swanson C.E., Powell C.D., Weissman S.: *A practical Review of Rotating Machinery Critical Speeds and Motors*. Sound and Vibration. May 2005.
- [7]. Finley W., Hodowaniec M.: *Sleeve versus Antifriction Bearings: Selection of the Optimal Bearing for Induction Machine*. Petroleum and Chemical Industry Conference, 2001, IEEE Industry Applications Society 48th Annual, 24-26 September.
- [8]. Neto R., Bough D.: *Some Experiences on Rigid and Flexible Rotors in Induction Motors Driving Critical Equipment in Petroleum and Chemical Plants*, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.44, No.3, May/June 2008.
- [9]. Pasiński J., Grzebiński W.: *Metodyka wyznaczania częstotliwości drgań własnych maszyn elektrycznych*, Praca magisterska, Politechnika Opolska, 2003.

Autorzy

dr hab. inż. Sławomir Szymaniec, prof. P.O.

e-mail: s.szymaniec@po.opole.pl

mgr inż. Jerzy Podhajecki

Politechnika Opolska, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki, Instytut Układów Elektromechanicznych i Elektroniki Przemysłowej, ul. Luboszycka 7, 45-036 Opole

Recenzent

Prof. dr hab. inż. Bronisław Drak