

Wiesław Łyskawiński, Piotr Sujka, Wojciech Szela, Mariusz Barański
Politechnika Poznańska

POŁOWA ANALIZA HISTEREZOWYCH STRAT MOCY W TRANSFORMATORZE IMPULSOWYM

FIELD ANALYSIS OF HYSTERESIS POWER LOSS IN PULSE TRANSFORMER

Abstract: In the paper the mathematical model of coupled electromagnetic and thermal phenomena in the pulse transformer taking into account the magnetic hysteresis is presented. The model of transients in this transformer includes: the equation of the electromagnetic field, the equations of electric circuits and heat conduction equation. For the mapping of magnetic hysteresis Jiles-Atherton model is applied. In order to solve these equations the finite element method (FEM), “step-by-step” procedure and Newton-Raphson process are used. Elaborated on this basis software is used for analysis of hysteresis power loss in the core. Selected results of investigations are shown.

1. Wstęp

Do wnikliwej analizy stanów pracy transformatora impulsowego jest potrzebny model matematyczny uwzględniający wszystkie istotne dla opisu jego zachowania zjawiska. Wiele problemów nastęca m.in. wierne odwzorowanie zjawiska histerezy magnetycznej oraz obliczanie związanych z nim strat mocy w rdzeniu. Najczęściej przy polowej analizie przetworników elektromagnetycznych pomija się zjawisko histerezy magnetycznej, a właściwości magnetyczne ferromagnetyka opisuje się za pomocą jednoznacznej krzywej magnesowania. Takiego uproszczenia nie można stosować przy wyznaczaniu na podstawie rozkładu i przebiegu pola magnetycznego strat histerezowych w rdzeniu. Z tego względu autorzy od wielu lat prowadzą intensywne prace nad modelowaniem niestalonego pola magnetycznego z uwzględnieniem wpływu histerezy magnetycznej [3, 8, 9].

W artykule do analizy transformatora impulsowego pracującego przy wysokiej częstotliwości zaproponowano model polowy uwzględniający wpływ histerezy magnetycznej oraz temperatury na przebieg niestalonych zjawisk elektromagnetycznych. Do odwzorowania histerezy zastosowano model Jilesa-Athertona. Równania polowe modelu zjawisk sprzężonych rozwiązano za pomocą metody elementów skończonych. Opracowany algorytm i program analizy zjawisk sprzężonych w transformatorze impulsowym wykorzystano do wyznaczania strat histerezowych.

2. Model histerezy Jilesa-Athertona

W modelu Jilesa-Athertona [2, 10] zakłada się, że magnetyzacja wewnątrz materiału spowodowana jest czynnikami reprezentującymi, zachodzące

podczas magnesowania rdzenia, procesy odwracalne H_{od} i nieodwracalne H_{nd}

$$H_i = H_{iod} + H_{ind} \quad (1)$$

W powyższym równaniu procesy nieodwracalne przy magnesowaniu opisane są równaniem różniczkowym

$$\frac{dH_{ind}}{dH} = \frac{H_{ibh} - H_{ind}}{k\delta - \alpha(H_{ibh} - H_{ind})} \quad (2)$$

w którym

$$\delta = \operatorname{sgn} \frac{dH}{dt} \quad (3)$$

H_{ibh} jest bezhisterezową krzywą magnesowania

$$H_{ibh} = H_{inas} \left(\coth \frac{H + \alpha H_i}{a} - \frac{a}{H + \alpha H_i} \right) \quad (4)$$

W powyższych zależnościach k , α są współczynnikami zależnymi od parametrów materiału, a jest współczynnikiem kształtu, a przez H_{inas} oznaczono magnetyzację nasycenia.

W modelu zakłada się, że procesy odwracalne wewnątrz materiału opisuje równanie

$$H_{iod} = c(H_{ibh} - H_{ind}) \quad (5)$$

w którym c jest współczynnikiem zależnym od rodzaju materiału.

Podstawiając (5) do (1) i różniczkując uzyskane wyrażenie otrzymuje się

$$\frac{dH_i}{dH} = \frac{(1-c)(H_{ibh} - H_{ind})}{k\delta - \alpha(H_{ibh} - H_{ind})} + c \frac{dH_{ibh}}{dH} \quad (6)$$

Przy modelowaniu pola magnetycznego wymuszanego napięciowo istnieje potrzeba obliczania natężenia pola na podstawie indukcji

magnetycznej. Sytuacja taka występuje w algorytmach wykorzystujących wektorowy potencjał magnetyczny. Wówczas zamiast pochodnej magnetyzacji H_i względem natężenia pola (6) wyznacza się jej pochodną względem indukcji magnetycznej [8]

$$\frac{dH_i}{dB} = \frac{(1-c) \frac{dH_{ibh}}{dB_e} + \frac{c}{\mu_0} \frac{dH_{ibh}}{dH_e}}{1 + (1-\alpha) \left(\mu_0 (1-c) \frac{dH_{ind}}{dB_e} + c \frac{dH_{ibh}}{dH_e} \right)} \quad (7)$$

przy czym μ_0 jest przenikalnością magnetyczną powietrza, indukcja efektywna $B_e = \mu_0 H_e$, a indukcja $B = B_e - \mu_0 \alpha H_i + \mu H_i$.

Do rozwiązania zależności (6) i (7), tj. do wyznaczenia magnetyzacji H_i można wykorzystać numeryczne metody rozwiązywania równań różniczkowych, np. metody różnicowe lub metodę Rungego-Kutty [8].

3. Algorytm wyznaczania histerezowych strat mocy

W opracowanym algorytmie analizy strat histerezowych oblicza się je na podstawie przestrzennego rozkładu i czasowego przebiegu pola magnetycznego wyznaczonego przy uwzględnianiu wpływu histerezy magnetycznej i temperatury na przebieg zjawisk. Do wyznaczania rozkładu i przebiegu pola wykorzystano model połowy transformatora impulsowego [5, 6]. W modelu tym równania opisujące nieustalone pole magnetyczne i temperaturowe rozwiązuje się łącznie z równaniami obwodów elektrycznych. W artykule rozpatruje się transformator o symetrii osiowej (rys. 1). Dlatego równania opisujące rozkład pola magnetycznego i temperatury dogodnie jest zapisać w układzie współrzędnych cylindrycznych r, z, α . Równanie pola magnetycznego ma w tym układzie postać

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{l} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{l} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = j - \frac{\gamma}{l} \frac{d\varphi}{dt} \quad (8)$$

Zależność (7) należy rozwiązywać łącznie z równaniami obwodów elektrycznych transformatora

$$\mathbf{u} = \mathbf{R}\mathbf{i} + \frac{d}{dt} \mathbf{\Psi} + \mathbf{L}_z \frac{d}{dt} \mathbf{i} + \mathbf{E}_z \int_0^t \mathbf{i} dt \quad (9)$$

gdzie: $l = 2\pi r$; $\varphi = lA_\alpha$; j, A_α – odpowiednio składowe obwodowe wektora gęstości prądu i wektorowego potencjału magnetycznego, v – reluktywność środowiska, γ – konduktywność,

\mathbf{u} – wektor napięć zasilających, \mathbf{i} – wektor prądów w uzwojeniach, \mathbf{R} – macierz rezystancji uzwojeń i elementów układu zasilającego, $\mathbf{L}_z, \mathbf{E}_z$ – odpowiednio macierz indukcyjności oraz macierz elastancji układu zasilającego, $\mathbf{\Psi}$ – obliczany na podstawie rozkładu pola wektor strumieni skojarzonych z uzwojeniami

Natomiast zjawiska cieplne opisane są równaniem

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_r r \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right) = c_w g \frac{\partial \vartheta}{\partial t} - p \quad (10)$$

w którym: p – gęstość strat mocy, ϑ – temperatura, k_r, k_z – przewodności cieplne, g – gęstość materiału, c_w – ciepło właściwe.

Rozwiązanie równania (9) jest jednoznaczne określone przez warunki brzegowe drugiego i trzeciego rodzaju na powierzchniach zewnętrznych uzwojeń i rdzenia [3]. Przyjęto, że strumień cieplny q przenikający przez powierzchnię zewnętrzną jest proporcjonalny do różnicy temperatur między tą powierzchnią a otoczeniem, tj. $q = k (\partial \vartheta / \partial n) = c_p (\vartheta_{ot} - \vartheta)$, gdzie c_p jest zastępczym współczynnikiem oddawania ciepła. Występującą w równaniu (9) gęstość strat mocy p wyznacza się na podstawie czasowego i przestrzennego rozkładu gęstości prądu z zależności

$$p = \gamma^{-1} j^2 \quad (11)$$

Równania (8)–(11) są sprzężone przez zależność wektora strumieni $\mathbf{\Psi}$ od wektora potencjałów φ , temperatury ϑ od gęstości strat mocy p oraz konduktywności γ i reluktywności v materiałów od temperatury. Z tego względu należy je rozwiązywać jednocześnie.

Do formowania równań pola w układzie zdyskretyzowanym wykorzystano metodę elementów skończonych oraz algorytm „kolejnych kroków czasowych” [1, 7]. W wyniku dyskretyzacji przestrzeni i czasu z zależności (8)–(11) uzyskuje się układ nieliniowych równań algebraicznych

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_n & -\mathbf{N} \\ -\mathbf{N}^T & -\Delta t \mathbf{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_n \\ \mathbf{i}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\Delta t)^{-1} \mathbf{G}(1-\mathbf{K})\varphi_{n-1} + \mathbf{\theta}_n \\ -\Delta t \mathbf{u}_n + \tilde{\vartheta}_{n-1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{G}_{\vartheta n} \vartheta_n + (\Delta t)^{-1} \mathbf{A}_w \vartheta_n = \mathbf{Y} \mathbf{p} + (\Delta t)^{-1} \mathbf{A}_w \vartheta_{n-1} \quad (13)$$

gdzie:

$$\mathbf{M}_n = \mathbf{S}_n + (\Delta t)^{-1} \mathbf{G}(1-\mathbf{K})$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{R} + \Delta t \mathbf{E}_z + (\Delta t)^{-1} \mathbf{L}_z$$

$$\tilde{\Psi}_{n-1} = -\mathbf{N}^T \boldsymbol{\varphi}_{n-1} - (\Delta t)^{-1} \mathbf{L}_z \mathbf{i}_{n-1} + \Delta t \mathbf{u}_{cn-1}$$

n – numer kroku czasowego, Δt – długość kroku czasowego, $\boldsymbol{\varphi}$ – wektor potencjałów węzłowych, \mathbf{N}^T – macierz transformująca potencjały $\boldsymbol{\varphi}$ w strumień skojarzony z uzwojeniem, \mathbf{G} – macierz o elementach zależnych od konduktancji elementarnych pierścieni uformowanych przez siatkę, \mathbf{S} – macierz sztywności, \mathbf{K} – macierz złożona z diagonalnie rozmieszczonych podmacierzy o wyrazach równych stosunkowi pola powierzchni przekroju włókna przyporządkowanego danemu węzłowi do pola powierzchni przekroju przewodu obejmującego ten węzeł, $\boldsymbol{\theta}_n$ – wektor o elementach zależnych od magnetyzacji H_i w otoczeniu węzłów, \mathbf{R} – macierz rezystancji uzwojeń i elementów układu zasilającego, \mathbf{u}_{cn-1} – wektor napięć na pojemności układu w chwili $n-1$, $\mathbf{G}_{\partial n}$ – macierz przewodności cieplnych, \mathbf{A}_w – macierz akumulacji ciepła, \mathbf{Y} – macierz elementarnych powierzchni w obszarze źródeł.

Przy formułowaniu równania (12) modelu dyskretnego zjawisk elektromagnetycznych przyjęto, że właściwości magnetyczne ferromagnetyka opisuje zależność $H = v_0 B - H_i$, przy czym magnetyzację H_i wyznacza się na podstawie indukcji magnetycznej z modelu odwrotnego Jilesa-Athertona [8].

Do rozwiązania układu nieliniowych równań sprzężonych (12) i (13) wykorzystuje się metodę relaksacji blokowej oraz metodę Newtona-Raphsona. W wyniku obliczeń uzyskuje się rozkład potencjałów φ i temperatury ϑ w węzłach siatki dyskretyzującej oraz rozkład gęstości prądu w rdzeniu i uzwojeniach.

Straty mocy histerezowe w rdzeniu dla układu zdyskretyzowanego wyznacza się z zależności

$$\Delta P_h = f \sum_{i=1}^{lr} w_{hi} V_i \quad (13)$$

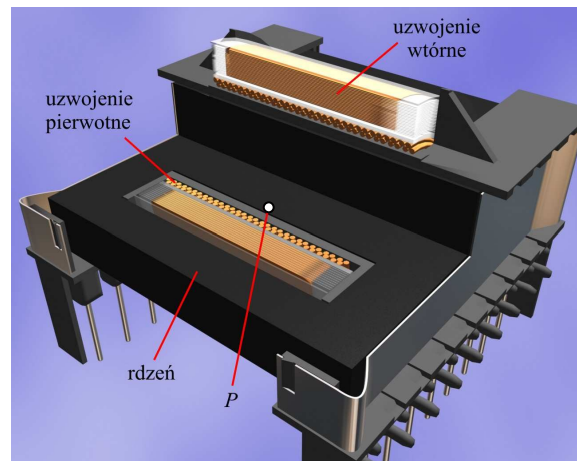
gdzie: f – częstotliwość, lr – liczba elementów dyskretyzujących rdzeń, V_i – objętość i -tego elementu, w którym gęstość objętościowa energii traconej podczas jednego cyklu przemagnesowania

$$w_{hi} = \sum_{n=1}^m \frac{H^n + H^{n-1}}{2} (B^n - B^{n-1}) \quad (14)$$

przy czym: B^n , B^{n-1} , H^n , H^{n-1} odpowiednio indukcja i natężenie pola magnetycznego w i -tym elemencie uzyskane dla n -tej i $n-1$ wszej chwili, tn – liczba chwil w jednym okresie przemagnesowania rdzenia.

4. Wyniki symulacji

Na podstawie przedstawionego algorytmu rozwiązywania równań modelu opracowano program do symulacji oraz wizualizacji nieustalonych, sprzężonych zjawisk elektromagnetycznych i cieplnych w transformatorze impulsowym z uwzględnieniem histerezy magnetycznej. Oprogramowanie to wykorzystano do analizy start histerezowych. W rozważaniach uwzględniono nieliniowe właściwości materiałów magnetycznie i elektrycznie czynnych oraz prądy wirowe w rdzeniu i uzwojeniach. Rozpatrzono transformator impulsowy z rdzeniem ETD 44 wykonanym z ferrytu N67 (rys. 1). Ze względu na symetrię transformatora oraz konieczność gęstej dyskretyzacji obszaru uzwojeń obliczenia wykonano dla $1/4$ części obwodu magnetycznego. Parametry wymagane w modelu Jilesa-Athertona określono na podstawie zmierzonej pętli histerezy [4].



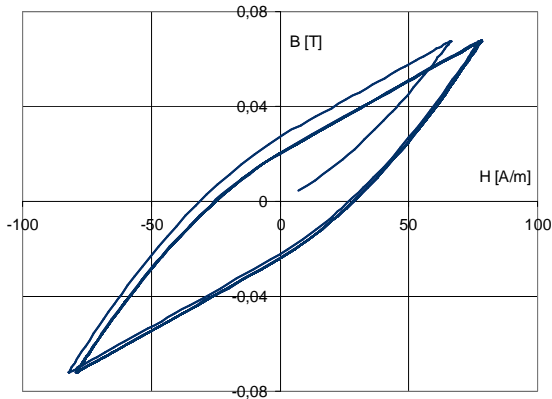
Rys. 1. Transformator impulsowy

Przeprowadzono obliczenia symulacyjne dla różnych kształtów przebiegu napięcia zasilającego przy zmieniającej się częstotliwości i stałym stosunku amplitudy napięcia do częstotliwości. Uzyskane w wyniku obliczeń przykładowe pętle histerezy zamieszczono na rys. 2. Przedstawiają one zależności $B(H)$ wyznaczone w punkcie P środkowej kolumny rdzenia przy obciążeniu znamionowym transformatora zasilanego napięciem impulsowym i sinusoidalnym o częstotliwości 100 kHz oraz impulsowym częstotliwości 200 kHz.

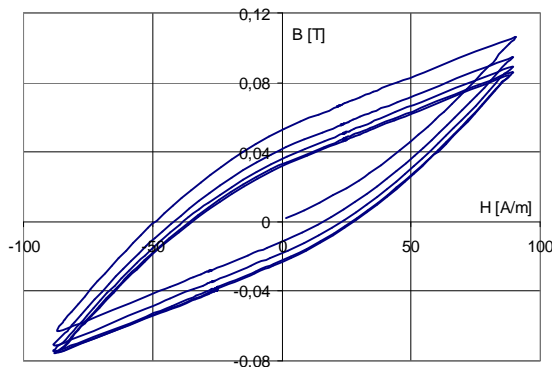
Chwilę załączenia napięcia zasilającego dobrano w taki sposób, by jak najszybciej uzyskać stan ustalony. Skrócono w ten sposób znacznie czas obliczeń. Transformator zasilano

prostokątnymi impulsami napięcia o polaryzacji dodatniej i ujemnej. Stabilizację napięcia wyprostowanego na wyjściu układu realizowano przez modulację szerokości impulsów w zakresie od 5 do 45 %.

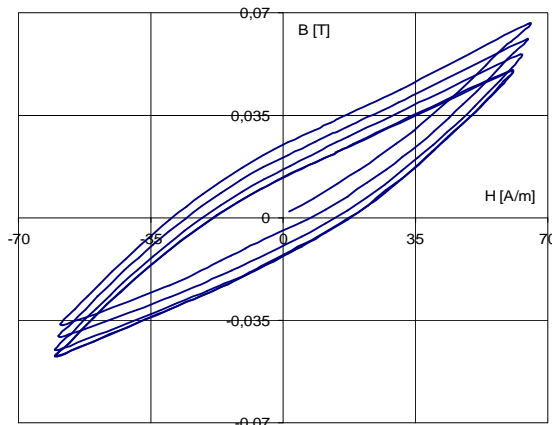
a)



b)



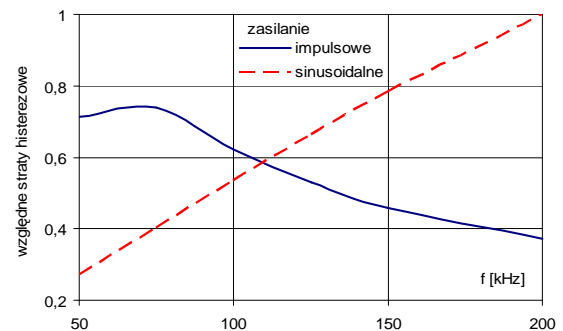
c)



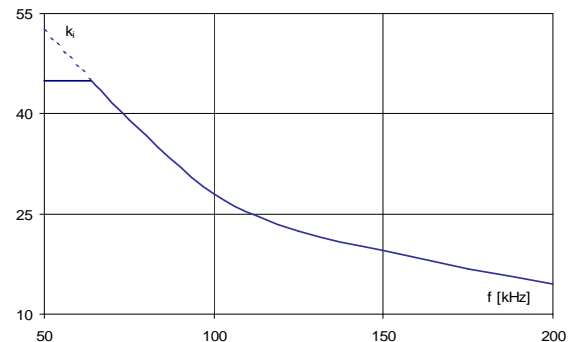
Rys. 2. Pętle histerezy wyznaczone przy zasilaniu sinusoidalnym dla $f=100$ kHz (a) oraz impulsowym dla $f=100$ kHz, (b) i $f=200$ kHz (c)

Badano wpływ częstotliwości na straty histerezy przy zasilaniu impulsowym

i sinusoidalnym. Wybrane rezultaty zamieszczono na rys. 3. Wynika z nich, że w badanym zakresie częstotliwości przy zasilaniu impulsowym (rys. 3) ze wzrostem częstotliwości straty początkowo nieznacznie rosną, a następnie szybko maleją. Dla współczynnika wypełnienia równego 45% straty histerezy mają wartość maksymalną. Z przeprowadzonej analizy wynika, że przy wzroście częstotliwości zmniejsza się współczynnik wypełnienia impulsów k_i potrzebny do uzyskania zadanej wartości napięcia na wyjściu transformatora (rys. 4). Z tego względu prąd w uzwojeniach, a więc i natężenie pola magnetycznego w rdzeniu narasta do coraz to mniejszej wartości wraz ze wzrostem częstotliwości. W efekcie przy wzroście częstotliwości i zmniejszającym się współczynniku wypełnienia impulsów maleje pętla histerezy jak również straty histerezy. Natomiast dla częstotliwości mniejszej od 65 kHz, po osiągnięciu przez współczynnik wypełnienia wartości granicznej 45% (rys. 4), straty w rdzeniu maleją z powodu zmniejszania się częstotliwości przy niewielkim wzroście pola powierzchni pętli histerezy.



Rys. 3. Zależność względnych strat histerezy w rdzeniu od częstotliwości



Rys. 4. Współczynnik wypełnienia impulsów w funkcji częstotliwości napięcia zasilającego

5. Wnioski

W artykule przedstawiono polowy model transformatora impulsowego uwzględniający wpływ histerezy magnetycznej na przebieg sprzężonych zjawisk elektromagnetycznych i cieplnych. Do odwzorowania histerezy wykorzystano model Jilesa-Athertona. Opracowany algorytm i program komputerowy do analizy sprzężonych zjawisk elektromagnetycznych i cieplnych z uwzględnieniem histerezy magnetycznej wykorzystano m.in. do badania wpływu kształtu przebiegu i częstotliwości napięcia zasilającego na straty histerezowe transformator. Zdaniem autorów zaprezentowane oprogramowanie może być przydatne przy projektowaniu transformatorów impulsowych i analizie histerezowych strat mocy.

Literatura

- [1] Demenko A., *Symulacja dynamicznych stanów pracy maszyn elektrycznych w ujęciu polowym*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1997.
- [2] Ivanyi A., *Hysteresis models in electromagnetic computation*, Akademiai Kiadó, Budapest, 1997.
- [3] Jędrzycka C., Sujka P., Szelaż W., *The influence of magnetic hysteresis on magnetorheological fluid clutch operation*, The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, COMPEL Vol. 28, No. 3, 2009, pp. 711-721.
- [4] Leite J. V., Sadowski N., Kuo-Peng P., Batistela N. J., Bastos J. P. A., *Inverse Jiles-Atherton model parameter identification*, IEEE Transactions on Magnetics, 2003, Vol. 39, n°3, pp. 1397-1400.
- [5] Łyskawiński W., *Field approach to power loss analysis of pulse transformer*, Archives of Electrical Engineering, 2007, Vol. LVI, n 2, pp. 103-114.
- [6] Łyskawiński W., *Symulacja nieustalonego pola temperaturowego w transformatorze impulsowym*, Przegląd Elektrotechniczny, Nr 12/2008, s. 71-74.
- [7] Nowak L., *Modele polowe przetworników elektromechanicznych w stanach nieustalonych*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1999.
- [8] Sujka P., *Polowo-obwodowa analiza przetworników elektromagnetycznych z uwzględnieniem zjawiska histerezy magnetycznej*, Rozprawa doktorska, Politechnika Poznańska, Poznań 2007.
- [9] Szelaż W., Sujka P., *Analiza nieustalonego pola magnetycznego w przetwornikach elektromagnetycznych z uwzględnieniem zjawiska histerezy*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka 176, 2001, s. 167-174.
- [10] Szczygłowski J., *Influence of eddy currents on magnetic hysteresis loops in soft magnetic material*, Journal of Magnetism and Magnetic Materials 223, 2001, pp. 97-102.

Autorzy

dr inż. Wiesław Łyskawiński, Politechnika Poznańska, Instytut Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej, 60-965 Poznań, ul. Piotrowo 3A, Wieslaw.Lyskawinski@put.poznan.pl.

dr inż. Piotr Sujka, Politechnika Poznańska, Instytut Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej, 60-965 Poznań, ul. Piotrowo 3A, Piotr.Sujka@put.poznan.pl

prof. dr hab. inż. Wojciech Szelaż, Politechnika Poznańska, Instytut Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej, 60-965 Poznań, ul. Piotrowo 3A, Wojciech.Szelag@put.poznan.pl

mgr inż. Mariusz Barański, Politechnika Poznańska, Instytut Elektrotechniki i Elektroniki Przemysłowej, 60-965 Poznań, ul. Piotrowo 3A, Mariusz.Baranski@put.poznan.pl

Recenzent

Prof. dr hab. inż. Marian Łukaniszyn