

Marian Noga, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków
Lesław Gołębiowski, Marek Gołębiowski, Damian Mazur
Politechnika Rzeszowska, Rzeszów

AUTOTRANSFORMATOR W ZASILANIU WIELOPULSOWYCH UKŁADÓW PROSTOWNIKOWYCH – METODY OBLICZANIA JEGO INDUKCYJNOŚCI PRZY ZASILANIU NAPIĘCIOWYM

AUTOTRANSFORMER FEEDING MULTI PULSE RECTIFIER CIRCUITS – METHODS OF ITS INDUCTANCE CALCULATION AT VOLTAGE FEED

Abstract: 3D finite element method was used in this article to calculate inductance matrix of the autotransformer, divided into eigenvectors $[W]$ and eigenvalues $[D]$. The autotransformer windings were powered by monoharmonic voltages. This method, as an equivalent of the short circuit tests, is more suitable for calculating small values of leakage inductance. The equivalent are here the methods which are using feeding the autotransformer windings by fixed currents (it is equivalent of the idle running tests). The relationship between autotransformer inductance matrix and ripple was obtained. It appeared, that eigenvectors matrix of the inductance matrix of the autotransformer is almost independent from the ripple, and its elements are real numbers. It was treated as transformation matrix: flux linkages - windings currents flows. Relation from the ripple of the eigenvalues of inductance matrix was synthesized by means of ladder circuits. As a result the exact substitute diagram of the autotransformer was obtained. This article is the third one out of four articles presented at this Seminar.

1. Wstęp

Układy prostownicze wielopulsowe są zaliczane do układów typu „clean power”, ze względu na niską zawartość wyższych harmonicznych prądów pobieranych z sieci. Zawartość harmonicznych wyrażana współczynnikiem THD może być obniżona do poziomu kilku procent. Taka niska zawartość wyższych harmonicznych może być osiągnięta przez dużą reaktancję sieci zasilającej, jednak charakterystyka obciążenia nie jest wówczas sztywna. Lepiej jest osiągnąć ten efekt przez właściwe zaprojektowanie uzwojeń autotransformatora. W ten sposób można wybrać właściwą macierz indukcyjności rozproszenia autotransformatora, która ma duży wpływ na współczynnik THD prądów sieci. Dzieje się tak, ponieważ wpływa ona bezpośrednio na proces komutacji diód. W przedstawianym artykule do obliczenia macierzy indukcyjności rozproszenia zastosowano metodę zasilania autotransformatora układem napięć monoharmonicznych. Metoda jest odpowiednikiem prób zwarciovych i dlatego lepiej nadaje się do określenia współczynników indukcyjności rozproszenia. Konkurencyjna metoda zasilania uzwojeń założonym układem prądów stałych jest odpowiednikiem prób biegu jałowego i lepiej odpowiada znalezieniu współ-

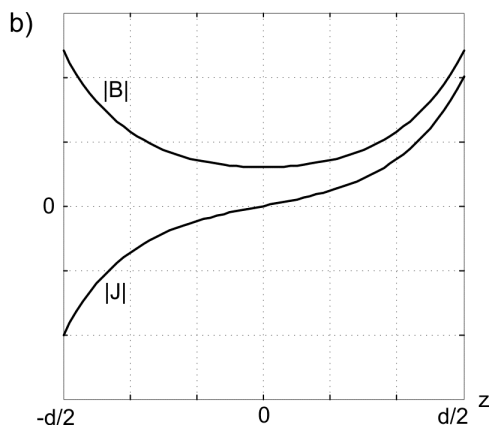
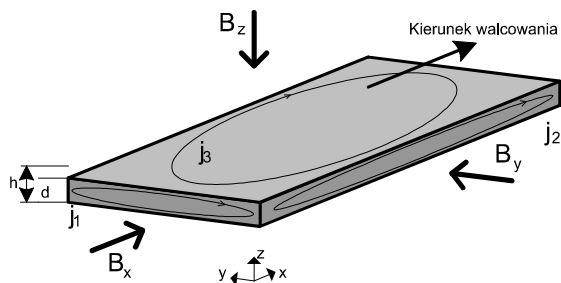
czynników indukcyjności głównych, związanych z rdzeniem magnetycznym.

2. Zasilanie monoharmoniczne napięciowe

Macierz indukcyjności autotransformatora wyznaczono przy zasilaniu napięciowym monoharmonicznym. Do obliczenia pola magnetycznego i prądów uzwojeń stosowano metodę elementów skończonych w przestrzeni 3D. Uwzględniano straty wiroprądowe w miedzi uzwojeń i żelazie rdzenia magnetycznego. Umożliwiło to zbadanie zależności indukcyjności rozproszenia od pulsacji. Obliczenia monoharmoniczne prowadzono przy założeniu liniowości rdzenia magnetycznego dla modelu 3D autotransformatora, przy wymuszeniu napięciowym. Dla założonego wektora napięć zasilających uzwojeń obliczano odpowiadający mu wektor prądów uzwojeń, a wyniki układano w odpowiednich kolumnach macierzy $[U]$ oraz $[I]$:

$$\begin{cases} [I] = [Z]^{-1} \cdot [U] \\ [Z] = [U] \cdot [I]^{-1} - [R] \\ [Z] = [W] \cdot [D] \cdot [W]^t \end{cases} \quad (1)$$

gdzie $[Z]$ to macierz impedancji autotransformatora, a $[R]$ to rezystancje (przy prądzie stałym) jego uzwojeń. W powyższego wzoru widać, że obliczając prądy $[I]$, korzysta się z odwrotności macierzy impedancji $[Z]$. Preferuje to małe wartości indukcyjności (rozproszenia), aby były dokładnie liczone, ponieważ ich odwrotność jest liczbą dużą. Macierz impedancji $[Z]$ była rozkładana na jej wektory własne ułożone kolumnami w $[W]$ oraz wartości własne, ułożone na diagonalu macierzy $[D]$. Obliczenia prowadzono metodą elementów skończonych 3D. Rozwiązywano układ równań złożony z I prawa Maxwella oraz z bezźródłowości pola prądów wirowych, wytwarzanych w blachach rdzenia i w miedzi uzwojeń autotransformatora. Do układu równań wchodziły też równania napięciowe dla uzwojeń autotransformatora, zasilanych z założonych wektorów napięć monoharmonicznych. Do określenia pola magnetycznego i prądów wirowych stosowano potencjał wektorowy \vec{A} oraz potencjał skalarny φ . Stworzenie modelu MES, uwzględniającego w sposób bezpośredni blachowanie rdzenia jest z przyczyn praktycznych niemożliwe.



Rys. 1. a) Blacha rdzenia magnetycznego z prądami wirowymi, b) indukcja magnetyczna i prądy wirowe na grubości d blachy rdzenia magnetycznego

Zjawisko strat wiroprowodowych oraz wypierania strumienia można jednak uwzględnić w analizie monoharmonicznej, wprowadzając zespolony tensor przenikalności magnetycznej $\hat{\mu}$ oraz przewodności elektrycznej $\hat{\gamma}$. Dla blach rdzenia podstawą wyprowadzenia tych wielkości jest rysunek 1.

Tensor zespolonej przenikalności magnetycznej $\hat{\mu}$ oraz tensor przewodności elektrycznej $\hat{\gamma}$ wyrażają się wzorami:

$$\hat{\mu} = \begin{pmatrix} k_{fe} \cdot \hat{\mu}_x & 0 & 0 \\ 0 & k_{fe} \cdot \hat{\mu}_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{zz} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\hat{\gamma} = \begin{pmatrix} k_{fe} \cdot \gamma & 0 & 0 \\ 0 & k_{fe} \cdot \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

gdzie:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \gamma}}$$

$$\hat{\mu} = \mu \frac{\tanh \left[(1+j) \cdot \frac{d}{2\delta} \right]}{(1+j) \cdot \frac{d}{2\delta}} \quad (3)$$

$$k_{fe} = \frac{d}{h}$$

Wykorzystano tu wzór na głębokość wnikania pola do obszaru przewodzącego δ . Rozważając strukturę blach rdzenia, za wypieranie prądu w kierunkach x, y z rysunku 1a odpowiedzialna była zespolona przenikalność magnetyczna $\hat{\mu}$ z wzoru (3). W kierunku z , prostopadłym do blach, wypieranie prądu zachodziło na skutek przewodności elektrycznej w kierunkach x, y w tensorze przewodności elektrycznej $\hat{\gamma}$ z wzoru (2). Rozważając strukturę obszaru uzwojeń, brano pod uwagę tylko tensor przenikalności magnetycznej $\hat{\mu}$, ponieważ nie występowały tu duże powierzchnie typu (x,y) , jak w blachach transformatorowych na rysunku 1a.

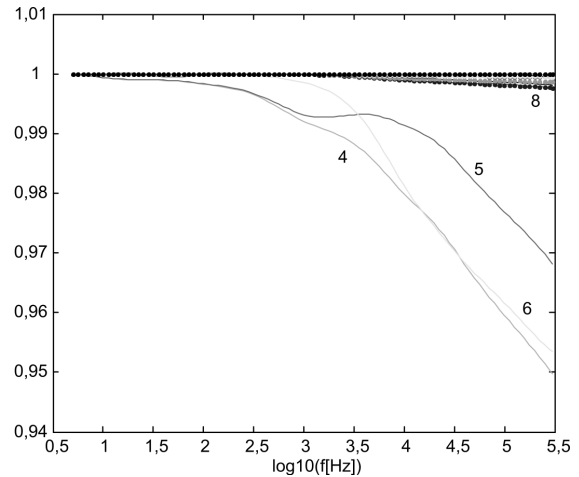
Metodą elementów skończonych 3D były rozwiązywane równania:

$$\begin{cases}
 \text{rot}((\bar{\mu})^{-1} \text{rot} \bar{A}) = \bar{\gamma} \left(-\frac{d\bar{A}}{dt} + \text{grad} \left(\frac{d}{dt}(\varphi) \right) \right) + \bar{J} = \dots \\
 = \bar{\gamma} \left(-\frac{d\bar{A}}{dt} + \text{grad} \left(\frac{d}{dt}(\varphi) \right) \right) + \sum_{i=1}^{il} \frac{f_{az}}{i} \left(q_i^\circ \cdot \text{rot} \bar{T}_{oi} \right) \\
 \text{div} \left(\bar{\gamma} \left(-\frac{d\bar{A}}{dt} + \text{grad} \left(\frac{d}{dt}(\varphi) \right) \right) \right) = 0 \\
 \frac{d}{dt} \psi_j + R_j \cdot q_j^\circ + L_j \frac{di}{dt} = U_j, \quad (j=1, 2, \dots, n) \\
 \psi_j = \int_V (\text{rot}(\bar{T}_{oj}) \cdot \bar{A}) dV = \int_V (\bar{T}_{oj} \cdot \text{rot} \bar{A}) dV = \int_V (\bar{T}_{oj} \cdot \bar{B}) dV
 \end{cases} \quad (4)$$

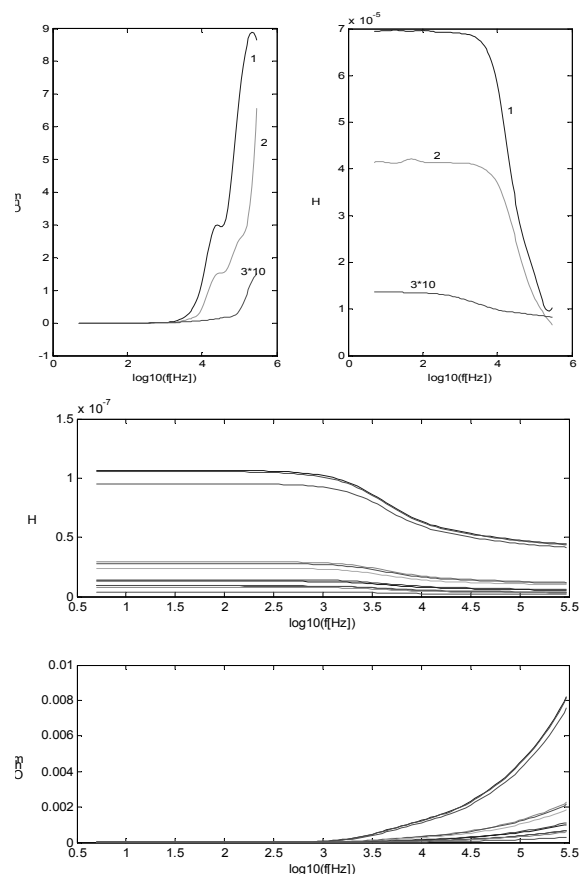
Przedostatni wiersz przedstawia równania napięciowe uzwojeń, gdzie strumień ψ_j był liczony w sposób podany ostatnim równaniem. Wektor \bar{J} to gęstość prądów uzwojeń przewodzących prądy q_i° . Dla określenia położenia uzwojenia i -tego wprowadzono wektor \bar{T}_{oi} , gdzie gęstość jego zwojów określa wzór $\text{rot}(\bar{T}_{oi})$. W przedstawiony sposób, jak widać, był dobrze uwzględniony efekt zbliżenia przewodów (*proximity effect*). Jest to wypieranie strumienia magnetycznego wytworzonego przez inne uzwojenia w rozpatrywanym przewodzie. Natomiast efekt wypierania strumienia magnetycznego, wytworzonego przez prąd danego przewodu w tym przewodzie (*skin effect*) winien być uwzględniony dodatkowo (na diagonalu macierzy $[Z]$ z wzoru (1)). Przedstawiona metoda dobrze oddaje efekt zbliżenia, zarówno dla zastosowanych tu przewodów pełnych z miedzi, jak i dla przewodów licowych (*litz wire*). Natomiast wypieranie typu *skin effect* dla przewodów licowych jest dużo mniejsze niż dla przewodów pełnych.

3. Wartości i wektory własne macierzy indukcyjności $[Z]$ (wzór (1)) autotransformatora

Wektory własne macierzy indukcyjności autotransformatora, zawarte w kolumnach macierzy wektorów własnych $[W]$ z wzoru (1), wykazują małą zmienność wraz z pulsacją. Można to stwierdzić na podstawie rysunku 2. Przedstawiono na nim iloczyny skalarne wektorów własnych dla różnych pulsacji z tymi samymi wektorami, ale dla małych pulsacji. Wyniki oscylują wokół wartości 1. Dodatkowo elementy tych wektorów własnych są liczbami rzeczywistymi.



Rys. 2. Iloczyny skalarne wektorów własnych z wektorami przy małej pulsacji przy grubości przewodów 0,0025 m. (na rysunku podane są numery wartości własnych) – mały zakres zmienności wokół 1

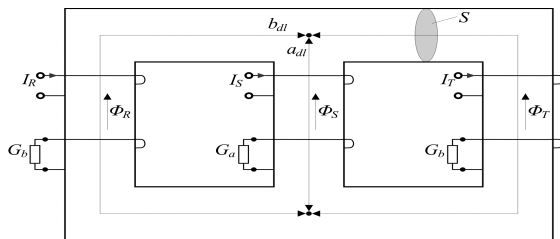


Rys. 3. Indukcyjność i rezystancja wartości własnej autotransformatora w funkcji pulsacji dla: a), b) 1, 2 – obwodu magnetycznego głównego i 3 – dla składowej zerowej (powiększonej 10 razy); c), d) podobnie dla pozostałych wartości własnych rozproszeniowych o numerach 4-15

Z powyższych powodów wektory własne można traktować jako macierze przekształceń współrzędnych w przestrzeni: przepływy uzwojeń autotransformatora – strumienie sprzężone jego uzwojeń. Wartości własne λ_i , umieszczone na diagonalu macierzy $[D]$ z wzoru (1) można zapisać jako: $\lambda_i = R_i + j\omega L_i$, gdzie i to numer wartości własnej, ω to założona pulsacja napięcia zasilających, a R_i i L_i to odpowiednio rezystancja efektów zbliżenia i indukcyjność uzwojeń dla i -tej wartości własnej. Przyjęto numerację, że 1 i 2 to numery wartości własnych indukcyjności obwodu magnetycznego głównego, 3 to numer składowej zerowej, a numery 4-15 to numeracja indukcyjności rozproszenia autotransformatora.

4. Tworzenie schematu zastępczego autotransformatora

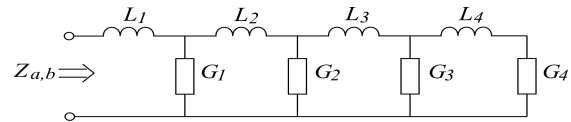
Dla odzwierciedlenia obwodu magnetycznego głównego zastosowano schemat trójkolumnowego rdzenia.



Rys. 4. Trójkolumnowy schemat zastępczy obwodu magnetycznego głównego odzwierciedlający straty wiropądowe w blachach rdzenia przy pomocy admitancji G_a oraz G_b

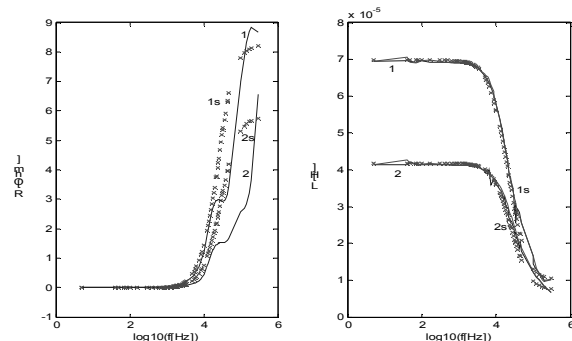
Straty histerezy oraz histereza magnetyczna żelaza rdzenia magnetycznego była uwzględniana w sposób bezpośredni w schemacie zastępczym autotransformatora z rysunku 4. Straty wiropądowe w rdzeniu były modelowane przy pomocy zwojów umieszczonych na każdej kolumnie, a zwartych admitancjami $G_{a,b}$. Admitancje te oraz długości i przekroje rdzenia zastępczego z rysunku 4 były tak dobierane,

aby przebiegi składowych wartości własnych rdzenia zastępczego miały kształt taki, jak oryginalny autotransformator przedstawiony na rysunku 3a, b. Do syntezy admitancji $G_{a,b}$ użyto układów drabinkowych Cauera z rysunku 5.



Rys. 5. Układ drabinkowy czterocząłowy Cauera syntetyzujący impedancje $Z_{a,b}$ ze schematu zastępczego na rysunku 4, które odzwierciedlają wpływ prądów wirowych w blachach autotransformatora

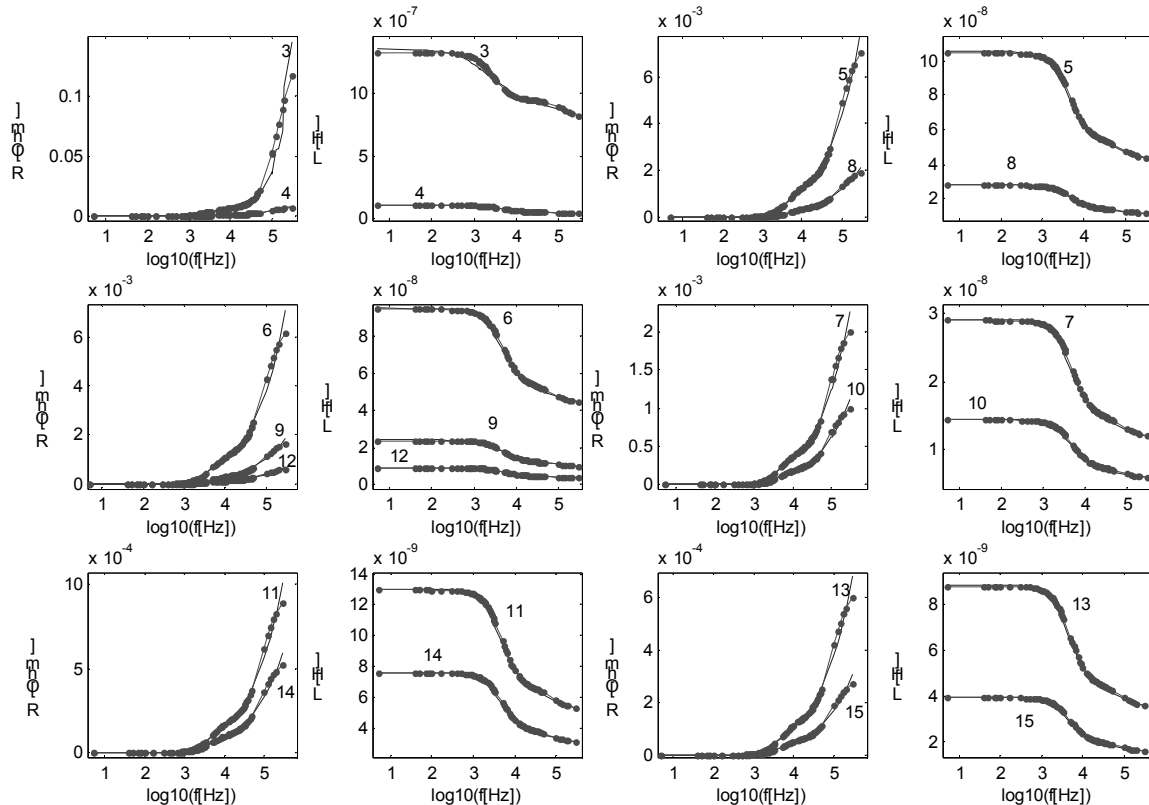
Stosując metody optymalizacyjne udało się obliczyć długości kolumn zastępczego rdzenia magnetycznego z rysunku 4 oraz parametry układów drabinkowych z rysunku 5, które oddają straty wiropądowe w rdzeniu. Na rysunku 6 jest przedstawione porównanie wartości własnych magnesowania obwodu magnetycznego głównego z wzoru (1) i rysunku 3a, b z tymi samymi wartościami dla schematu zastępczego z rysunku 4.



Rys. 6. Wartości własne (1, 2, linia ciągła) obwodu magnetycznego głównego (w połączeniu szeregowym rezystancji R i indukcyjności L), obliczone z macierzy $[Z]$ ze wzoru (1) oraz z układu syntetyzowanego, zastępczego z rysunku 4 – oznaczone 1s i 2s (przebieg kropkowany)

Z przedstawionych przebiegów można zauważyć, że wyraźny efekt wypierania strumieni w przypadku blach autotransformatora występuje dla częstotliwości powyżej 40 kHz. Natomiast dla składowych strumienia składowej zerowej

rozproszeniowa autotransformatora były realizowane w postaci macierzowej. Do obliczenia indukcyjności rozproszenia autotransformatora szczególnie nadawała się metoda oparta na MES 3D przy zasilaniu autotransformatora za-



Rys. 7. Synteza wartości własnych składowej zerowej (3) oraz rozproszeniowych (4 ... 15) – kropki to wyniki syntezy (trójczłonowe układy drabinkowe RL).

oraz dla składowych rozproszeniowych efekt ten występuje dla częstotliwości powyżej 4kHz. Efekt ten można również modelować dla dowolnych przebiegów przy pomocy układów drabinkowych. Po wykorzystaniu macierzy przekształcenia współrzędnych, którą jest macierz wektorów własnych $[W]$ z wzoru (1), wystarczy syntetyzować przebiegi wartości własnych z rysunku 3. Przebiegi tych wielkości są łatwe do zsyntetyzowania układami drabinkowymi, nawet o stopniach niższych niż użyte na rysunku 6.

5. Wnioski

Dla celów szybkich symulacji przebiegów w prostownikach wielopulsowych zasilanych z autotransformatora w artykule opracowano schemat zastępczy autotransformatora. Zawierał on zarówno schemat zastępczy obwodu magnetycznego głównego, przedstawiony na rysunku 4, jak i też część rozproszeniową indukcyjności. Indukcyjność składowej zerowej oraz

łożonym wektorem napięć monoharmonicznych. Otrzymane zależności indukcyjności od pulsacji były syntetyzowane układami drabinkowymi. W ten sposób można było dokładnie uwzględnić efekt zbliżenia (*proximity effect*) na indukcyjności rozproszenia autotransformatora. Synteza indukcyjności rozproszenia przez układy drabinkowe nie sprawiała kłopotów numerycznych.

6. Literatura

- [1]. Paice D. A.: *Power Electronic Converter Harmonics-Multipulse Methods for Clean Power*, IEEE PRESS, New York 1996
- [2]. Plewako J.: *Analiza wielopulsowych przekształtników diodowych zasilanych z autotransformatorów*, rozprawa doktorska, Kielce 2001
- [3]. Posiewała W.: *Układy prostowników wielopulsowych o niskiej zawartości wyższych harmonicznych zasilane z autotransformatorów*, Rozprawa doktorska, Warszawa 2000

[4]. Alex Van den Bossche, Vencislav Cekov Valchev: *Inductors and Transformers for Power Electronics*, CRC Press, Belgia 2005

[5]. Peng Li, Guoqiang Huang, Liqiang Xie, Xiaojing Hu: *Research on Calculating Leakage Inductance of Power Transformer and its Application to Winding Deformation Analysis*, CIGRE 2008

Autorzy

Prof. dr hab. inż. Marian Noga, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków, Katedra Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych, B-1, I p., pok. 120a,

e-mail: M.Noga@cyfronet.krakow.pl.

Dr hab. inż. Lesław Gołębiowski, prof. PRZ, Politechnika Rzeszowska, Wydział Elektrotechniki i Informatyki, ul. W. Pola 2, B209, 35-959 Rzeszów,

e-mail: golebiye@prz.rzeszow.pl.

Dr inż. Marek Gołębiowski, Politechnika Rzeszowska, Wydział Elektrotechniki i Informatyki, ul. W. Pola 2, B206, 35-959 Rzeszów,

e-mail: yegolebi@prz.rzeszow.pl.

Dr inż. Damian Mazur, Politechnika Rzeszowska, Wydział Elektrotechniki i Informatyki, ul. W. Pola 2, B206, 35-959 Rzeszów,

e-mail: mazur@prz.rzeszow.pl.