

Marian Noga, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków  
 Lesław Gołębiowski, Marek Gołębiowski, Damian Mazur  
 Politechnika Rzeszowska, Rzeszów

## AUTOTRANSFORMATOR W ZASILANIU WIELOPULSOWYCH UKŁADÓW PROSTOWNIKOWYCH – METODY OBLICZANIA JEGO INDUKCYJNOŚCI PRZY ZASILANIU PRĄDOWYM

### AUTOTRANSFORMER FEEDING MULTI PULSE RECTIFIER CIRCUITS – METHODS OF ITS INDUCTANCE CALCULATION AT CURRENT FEED

**Abstract:** Autotransformers used for feeding rectifier circuits are multi-windings and with three columns. Rectifier simulations require leakage inductance matrix of the autotransformer. The methods of leakage inductance calculation of the autotransformers at constant current feed was presented in this article. Method of one 2D window cross section, two 2D windows cross section, and 3D method were discussed. These methods require various software and they have various hardware requirements, but their results are different from each other. This article shows that the reason for the differences among individual elements of leakage inductance matrix, obtained using different calculation methods, are various influences from the main magnetic circuit and differences in zero component. Influences from the main magnetic circuit in the leakage are not dangerous for simulation, because their high values already exist in main magnetic circuit. However it is important to improve eigenvalues of the zero components. The article shows how to improve these eigenvalues. This article is the second one out of four articles presented at this Seminar.

#### 1. Wstęp

Wielopulsowe układy prostownicze niesterowane są zasilane z autotransformatorów wielouziwojennych trójkolumnowych. Stopień wykorzystania mocy autotransformatora jest w tych układach bardzo korzystny [1, 2, 3]. Również współczynnik wyższych harmonicznych prądów pobieranych z sieci przez te układy, THD jest niski, rzędu kilku procent. Pozwala to na zakwalifikowanie tych układów do typu „clean power”. Obniżeniu tego współczynnika służą indukcyjności sieci. Efekt ten można też osiągnąć poprzez właściwe zaprojektowanie autotransformatora. Wówczas indukcyjności rozproszenia autotransformatora w sposób istotny mogą obniżyć współczynnik wyższych harmonicznych THD prądów sieciowych pobieranych z sieci. Jednocześnie charakterystyka obciążeniowa układu pozostaje bardziej sztywna. Dlatego ważna jest umiejętność dokładnego obliczenia indukcyjności rozproszenia autotransformatora.

#### 2. Obliczenie macierzy indukcyjności rozproszenia autotransformatora przy zasilaniu stałoprądowym

Macierz indukcyjności rozproszenia autotransformatora, przy zasilaniu stałoprądowym jego uzwojeń, może być wyznaczona metodą ener-

getyczną lub Demerdash’a. W metodzie energetycznej wykorzystuje się wzór na energię magnetyczną zgromadzoną w polu magnetycznym rozważanego autotransformatora.

$$E = \frac{1}{2} \int_V \vec{B} \cdot d\vec{H} dV \quad (1)$$

Z drugiej strony wzór ten można wyrazić za pomocą macierzy indukcyjności autotransformatora  $[L]$ :

$$E = \frac{1}{2} [I]^t \cdot [L] \cdot [I] \quad (2)$$

gdzie:  $[I]$  to wektor prądów uzwojeń o wymiarze  $n$ . Macierz indukcyjności  $[L]$  jest macierzą symetryczną, a więc ma  $k = n(n+1)/2$  niezależnych niewiadomych współczynników. Przeprowadzając obliczenia energii magnetycznej  $k$ -razy, przy dowolnie wybranych wektorach prądów można stworzyć układ równań do wyznaczenia współczynników macierzy  $[L]$ . Natomiast metoda Demerdash’a wykorzystuje założoną liniowość pola magnetycznego względem zasilających prądów. Wartość indukcji magnetycznej  $\vec{B}$  oraz natężenia pola magnetycznego  $\vec{H}$  jest liniową zależnością:

$$\begin{cases} \vec{B} = I_1 \cdot \vec{B}_1 + I_2 \cdot \vec{B}_2 + \dots + I_n \cdot \vec{B}_n \\ \vec{H} = I_1 \cdot \vec{H}_1 + I_2 \cdot \vec{H}_2 + \dots + I_n \cdot \vec{H}_n \end{cases} \quad (3)$$

gdzie:  $\vec{H}_i$  oraz  $\vec{B}_i$  to odpowiednio natężenie i indukcja dla wektora jednostkowego próbnego prądu  $\vec{I}_i$ , którego  $i$ -ta składowa wynosi 1, a pozostałe są zerowe. Wektor prądu, któremu odpowiadają  $\vec{B}$  i  $\vec{H}$  ma składowe  $(I_1, I_2, \dots, I_n)$ . Energia pola magnetycznego wynosi:

$$E = \frac{1}{2} \int_V \vec{B} \cdot \vec{H} dV = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n I_i \cdot I_j \cdot L_{ij} \quad (4)$$

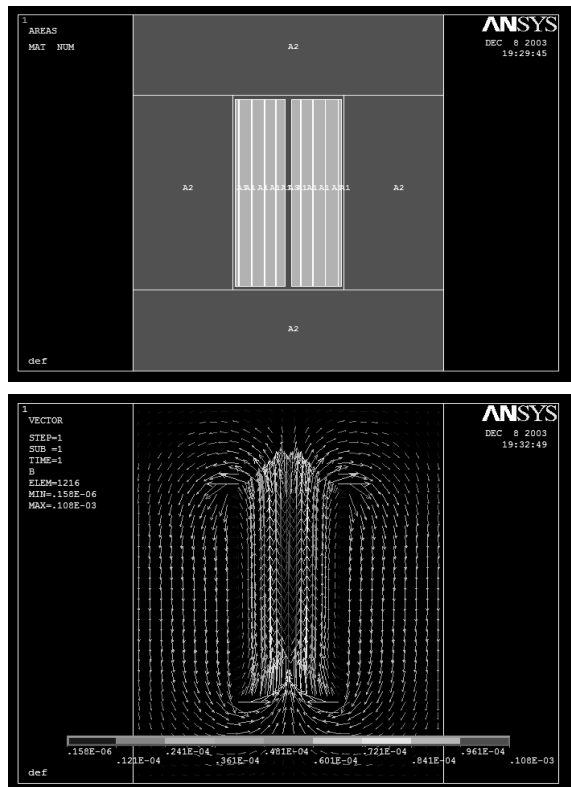
a stąd  $(i, j)$  składowa macierzy indukcyjności  $[L]$ :

$$L_{ij} = \int_V \vec{B}_i \cdot \vec{H}_j dV \quad (5)$$

Pełną macierz indukcyjności rozproszenia wyznaczano metodą elementów skończonych z energii magnetycznej zgromadzonej w powietrzu. Do obliczeń wykorzystywano własne programy w Matlabie oraz system Ansys. Wykorzystano różne modele autotransformatora.

### 2.1 Model przekroju jednego okna autotransformatora (2D)

Były realizowane obliczenia dla przekroju jednego okna autotransformatora z rysunku 1.



Rys. 1. a) Geometria modelu jednego okna przekroju autotransformatora (2D), b) rozkład pola magnetycznego wyznaczony w Ansysie

Otrzymywano macierz indukcyjności  $L(10 \times 10)$ , ponieważ w oknie było 5 uzwojeń należących do lewej i 5 należących do prawej kolumny ( $n = 5$ ).

Przejście na rzeczywistą geometrię 3D autotransformatora realizował wzór:

$$M = Z * \begin{bmatrix} *1 & *0,25 & *0 \\ *0,25 & *1 & *0,25 \\ *0 & *0,25 & *1 \end{bmatrix} * Z * l_{sr} \quad (6)$$

gdzie  $Z$  to macierz diagonalna z ilościami zwojów uzwojeń na diagonalu, a  $l_{sr}$  to średnia długość zwojów uzwojeń. Wzór demonstruje w podmacierzach  $(5 \times 5)$ , jak macierz  $L(10 \times 10)$  wstawiona jest do macierzy  $M(15 \times 15)$  i jakie mnożniki stosuje się (w sposób heurystyczny), aby przejść na strukturę trójwymiarową.

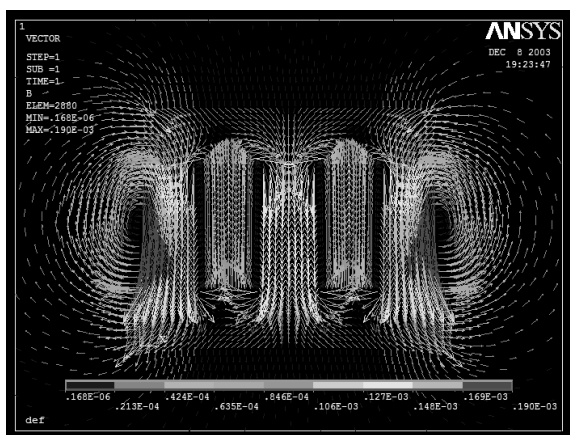
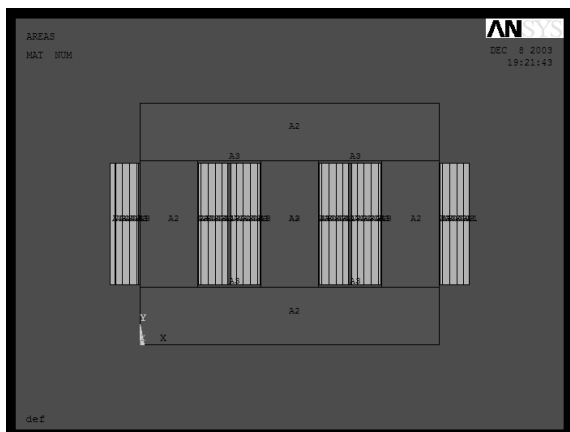
### 2.2 Model 2D dwóch okien autotransformatora

Model przekroju 2D autotransformatora zawiera rysunek 2.

Model z rysunku 2 stanowi przekrój całego autotransformatora otoczonego warstwą powietrza, na brzegu którego założono zerowy warunek Dirichleta. W wyniku obliczeń otrzymano macierz indukcyjności  $L(15 \times 15)$ , przy czym  $n = 5$  to ilość uzwojeń na kolumnie. Macierz  $L$  dzielono na podmacierze (bloki) o wymiarze  $(n \times n)$ , i zamieniano na macierz indukcyjności  $M$  dla rzeczywistej geometrii 3D autotransformatora:

$$M = Z * \begin{bmatrix} *0,5 & *0,25 & *0,25 \\ *0,25 & *0,5 & *0,25 \\ *0,25 & *0,25 & *0,5 \end{bmatrix} * Z * l_{sr} \quad (7)$$

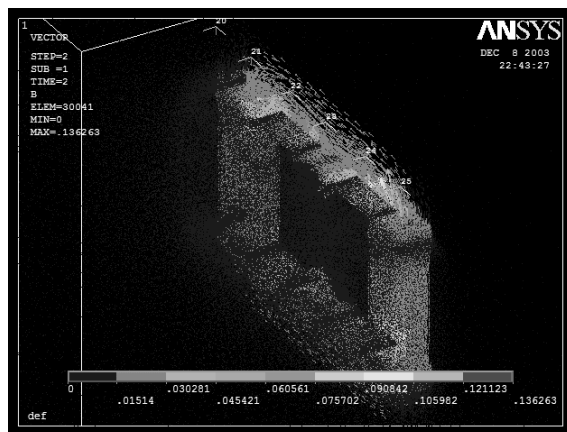
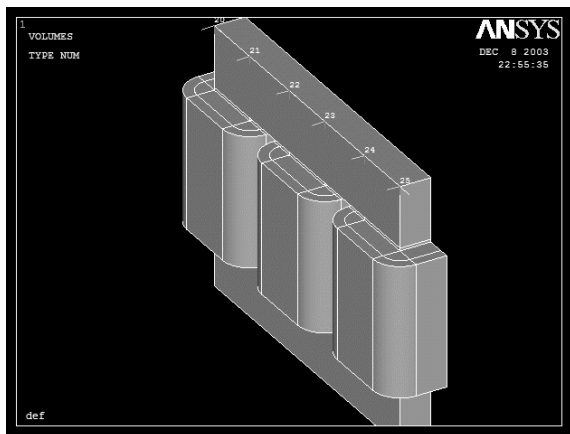
gdzie  $Z$  to macierz diagonalna z ilościami zwojów uzwojeń na diagonalu, a  $l_{sr}$  to średnia długość zwoju uzwojenia. Do przejścia na strukturę 3D stosowano heurystyczne mnożniki 0,5 oraz 0,25.



Rys. 2. a) Geometria modelu przekroju 2D dwóch okien autotransformatora, b) rozkład pola magnetycznego wyznaczony w Ansysie

### 2.3 Model 3D autotransformatora przy zasilaniu prądowym

Aby uniknąć konieczności dostosowania wyników analizy dwuwymiarowej 2D do rzeczywistości trójwymiarowej autotransformatora, najlepiej jest od razu obliczenia prowadzić dla modelu trójwymiarowego. Jest on przedstawiony na rysunku 3.



Rys. 3. a) Trójwymiarowy model autotransformatora (w symetrii 1/2), b) przykładowy rozkład pola magnetycznego wyznaczony w programie Ansys

### 2.4 Porównanie macierzy indukcyjności rozproszenia otrzymanych z różnych modeli autotransformatora przy zasilaniu prądowym

Macierz indukcyjności rozproszenia w sposób naturalny posiada wektory własne  $\vec{w}_1$ ,  $\vec{w}_2$ , odpowiedzialne za magnesowanie żelaza oraz  $\vec{w}_3$  odpowiedzialne za składową zerową strumieni magnetycznych. Są one przedstawione wzorem (8) (tu  $n = 5$ )

$$\begin{aligned}\vec{w}_1 &= [1, 1, \dots, 1 | -2, -2, \dots, -2 | 1, 1, \dots, 1]^t / \sqrt{6n} \\ \vec{w}_2 &= [1, 1, \dots, 1 | 0, 0, \dots, 0 | -1, -1, \dots, -1]^t / \sqrt{2n} \quad (8) \\ \vec{w}_3 &= [1, 1, \dots, 1 | 1, 1, \dots, 1 | 1, 1, \dots, 1]^t / \sqrt{3n}\end{aligned}$$

Składowe te pojawiają się też w otrzymanych wynikach. Jeśli rozpatrujemy tylko składowe indukcyjności rozproszeniowe, to składowe związane z wektorami  $\vec{w}_1$ ,  $\vec{w}_2$  należy rozumieć jako pozostałości strumieni magnetycznych głównych. Pomimo tego, że przy obliczeniu indukcyjności rozproszenia uwzględniamy pole magnetyczne tylko w powietrzu, to jednak pozostają w nim składowe magnesujące. Są one małe w porównaniu do indukcyjności głównych żelaza, jednak w porównaniu z małymi indukcyjnościami rozproszenia zaznaczają swoją obecność. Okazuje się, że w obliczeniach symulacyjnych te pozostałości obwodu magnetycznego głównego w rozproszeniu nie mają znaczenia – zjawiska związane z wektorami  $\vec{w}_1$ ,  $\vec{w}_2$  są zapewnione przez obwód magnetyczny główny. Poziome wartości tych pozostałości zawiera tabela 1.

Tabela 1. Porównanie wartości własnych związanych z wektorami  $\vec{w}_1$ ,  $\vec{w}_2$  oraz  $\vec{w}_3$  macierzy indukcyjności głównej, z macierzami indukcyjności rozproszenia

Macierz	Wartość własna związana z wektorem:		
	$\vec{w}_1$	$\vec{w}_2$	$\vec{w}_3$
Ind. gł. 3D	0,539e-3	0,782e-3	$\approx 0$
Model 3D	0,805e-6	0,638e-6	1,713e-6
2 okna 2D	0,466e-6	0,438e-6	0,825e-6
1 okno 2D	0,379e-6	0,361e-6	0,399e-6

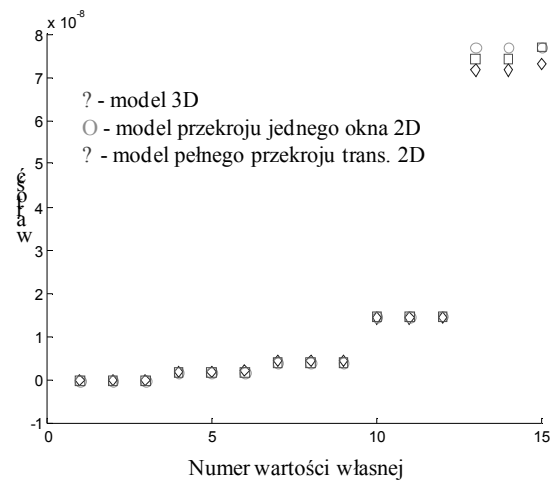
W pierwszym wierszu podane są wartości własne przy obliczaniu strumieni magnetycznych głównych (z żelazem rdzenia) w modelu 3D. Następne trzy wiersze to pozostałości tych wartości własnych w rozpatrywanych modelach, przy uwzględnieniu pola magnetycznego tylko w powietrzu. Jeśli pozostałości wartości magnetycznych głównych w macierzy indukcyjności rozproszenia są do pominięcia, to wartość własna składowej zerowej, związana z wektorem  $\vec{w}_3$ , stanowi jeden z zasadniczych czynników pracy autotransformatora w układzie prostowniczym. Ta składowa winna być przeciw tłumiona przez uzwojenie połączone w trójkąt. Widać z trzech ostatnich wierszy, że jest ona różna w obliczeniach otrzymanych z poszczególnych modeli. Ta różnica jest też źródłem dużych różnic przy bezpośrednim porównaniu elementów macierzy indukcyjności rozproszenia otrzymanej z różnych metod. Jest to efektem sztucznego przekształcenia wyników modeli dwuwymiarowych 2D do modelu 3D. Przyjmując wyniki tej składowej dla modelu 3D za prawidłowe, można uzupełnić macierze indukcyjności  $L$  uzyskane z innych modeli o macierz  $\Delta L$ :

$$\Delta L = \vec{w}_3 \cdot \vec{w}_3^t \cdot \Delta \lambda \quad (9)$$

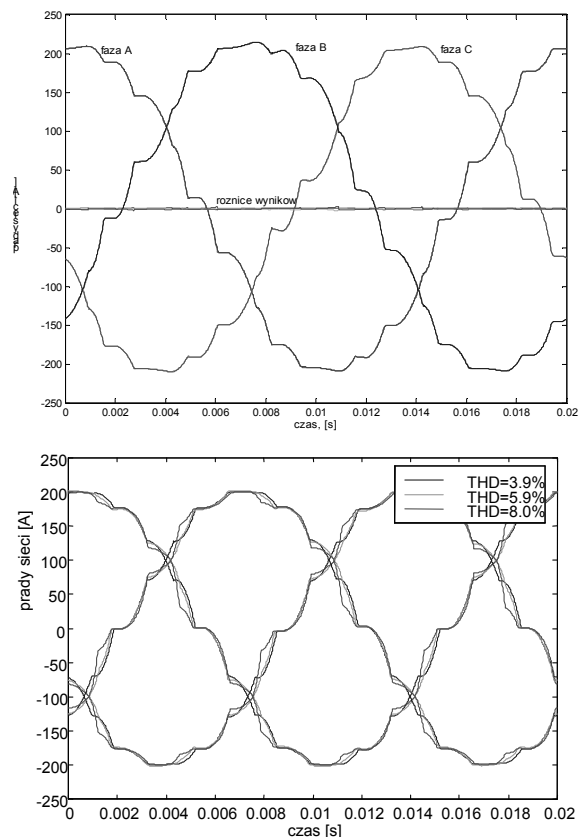
gdzie  $\Delta \lambda$  to brakująca część wartości własnej składowej zerowej. Natomiast pozostałe wartości własne rozproszeniowe uzyskane z tych różnych modeli są bardzo do siebie zbliżone, na co wskazuje rysunek 4.

Pomimo znacznych różnic pomiędzy elementami macierzy indukcyjności rozproszeń uzyskanych trzema metodami, macierze te po wprowadzeniu poprawki do wartości własnej składowej zerowej zastosowane do symulacji

układu przekształtnika dają niemal identyczne przebiegi prądów sieciowych. Jest to widoczne na rysunku 5a.



Rys. 4. Porównanie wartości własnych czysto rozproszeniowych części macierzy indukcyjności rozproszenia wyznaczonych trzema metodami



Rys. 5. Zestawienie przebiegów prądów sieciowych przekształtnika uzyskanych z zastosowaniem a) macierzy indukcyjności rozproszeń wyznaczonych trzema opisanymi metodami z uzupełnieniem (9), b) dla różnych kolejności rozmieszczenia uzwojeń na rdzeniu autotransformatora

Z rysunku 5b można wyciągnąć wniosek, że prawidłowa kolejność umieszczania uzwojeń na rdzeniu autotransformatora może zmniejszyć współczynnik wyższych harmonicznych THD prądów pobieranych przez układ z sieci.

### 3. Wnioski

Dla badania pracy prostowników wielopulso- wych zasilanych z autotransformatora ważna jest znajomość macierzy indukcyjności rozpro- szenia autotransformatora. Przedstawiono różne metody typu 2D oraz 3D, w których pole ma- gnetyczne było liczone metodą MES. Zakła- dano zasilanie uzwojeń założonym wektorem prądów uzwojeń. Bezpośrednio do obliczeń elementów macierzy indukcyjności stosowano metodę energetyczną oraz Demerdash'a. Przy metodach typu 2D należało przetworzyć wyniki na rzeczywistość, trójwymiarową geometrię au- totansformatora. Niewątpliwie problemem jest wielouzwojeniowość autotransformatora.

Współczynniki indukcyjności rozproszenia au- totansformatora obliczano biorąc pod uwagę pole magnetyczne w powietrzu. Okazało się, że rozważane metody dawały podobne wartości indukcyjności rozproszenia, co przedstawia ry- sunek 4. Jednak występowały różnice dla skła- dowej zerowej indukcyjności rozproszenia. Należało tą składową uzupełnić w wynikach modeli mniej dokładnych 2D przy pomocy wzoru (9). Okazało się też, że w macierzy in- dukcyjności rozproszenia występowały nale- ciałości z obwodu magnesującego głównego. Przedstawia je tabela 1. W porównaniu z induk- cyjnościami magnesującymi głównymi były one jednak małe.

### 4. Literatura

- [1]. Paice D. A.: *Power Electronic Converter Har- monics-Multipulse Methods for Clean Power*, IEEE PRESS, New York 1996
- [2]. Plewako J.: *Analiza wielopulso- wych przekształt- ników diodowych zasilanych z autotransformatorów*, rozprawa doktorska, Kielce 2001
- [3]. Posiewała W.: *Układy prostowników wielopul- sowych o niskiej zawartości wyższych harmonic- nych zasilane z autotransformatorów*, Rozprawa doktorska, Warszawa 2000
- [4]. Alex Van den Bossche, Vencislav Cekov Val- chev: *Inductors and Transformers for Power Elec- tronics*, CRC Press, Belgia 2005
- [5]. Peng Li, Guoqiang Huang, Liqiang Xie, Xiao- jing Hu: *Research on Calculating Leakage Induc- tance of Power Transformer and its Application to Winding Deformation Analysis*, CICED 2008

### Autorzy

Prof. dr hab. inż. Marian Noga, Akademia Gór- niczo-Hutnicza, Kraków, Katedra Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych, B-1, I p., pok. 120a,

e-mail: M.Noga@cyfronet.krakow.pl.

Dr hab. inż. Lesław Gołębiowski, prof. PRZ, Politechnika Rzeszowska, Wydział Elektro- techniki i Informatyki, ul. W. Pola 2, B209, 35-959 Rzeszów,

e-mail: golebiye@prz.rzeszow.pl.

Dr inż. Marek Gołębiowski, Politechnika Rze- szowska, Wydział Elektrotechniki i Informa- tyki, ul. W. Pola 2, B206, 35-959 Rzeszów,

e-mail: yegolebi@prz.rzeszow.pl.

Dr inż. Damian Mazur, Politechnika Rzeszow- ska, Wydział Elektrotechniki i Informatyki, ul. W. Pola 2, B206, 35-959 Rzeszów,

e-mail: mazur@prz.rzeszow.pl.