

Zbigniew Gałuszkiewicz¹, Krzysztof Krykowski²
 Antoni Skoć³, Janusz Hetmańczyk²

¹ Megatech Kalety

² Politechnika Śląska, Katedra Energoelektroniki, Napędu Elektrycznego i Robotyki

³ Politechnika Śląska, Instytut Mechanizacji Górnictwa

REZONANS MECHANICZNY W WYSOKOOBROTOWYM SILNIKU PM BLDC

MECHANICAL RESONANCE IN HIGH-SPEED PM BLDC MOTOR

Abstract: Mechanical resonance problem which occur in high-speed permanent magnet brushless DC motor is presented in the paper. The authors describe a vibration which appears in motor drive and show calculation procedure of transverse vibration as a significant part of proper vibration. Laboratory test with prototype high-speed brushless DC motor is presented in the last part of the paper. Waveforms of stator vibration and lines currents are shown as results of conducted experiment with prototype high-speed brushless DC motor. Laboratory test confirms theoretical analyses.

1. Wprowadzenie

W wielu procesach technologicznych występuje konieczność zastosowania napędów wysokoobrotowych, czyli wirujących z dużą prędkością obrotową [1]. Idealny silnik wysokoobrotowy powinien posiadać dużą sprawność, małe gabaryty, stabilną pracę w zakresie drgań mechanicznych oraz wytwarzać niski poziom hałasu w czasie pracy [2, 3]. Wały silników elektrycznych, szczególnie wysokoobrotowych, należą do najbardziej podatnych na odkształcenia dynamiczne. Szczególnie niebezpieczną jest praca wałów w zakresach rezonansowych, w których amplituda drgań na ogół osiąga niedopuszczalne wartości prowadząc do uszkodzenia wału, łożysk lub sprzęgieł [4].

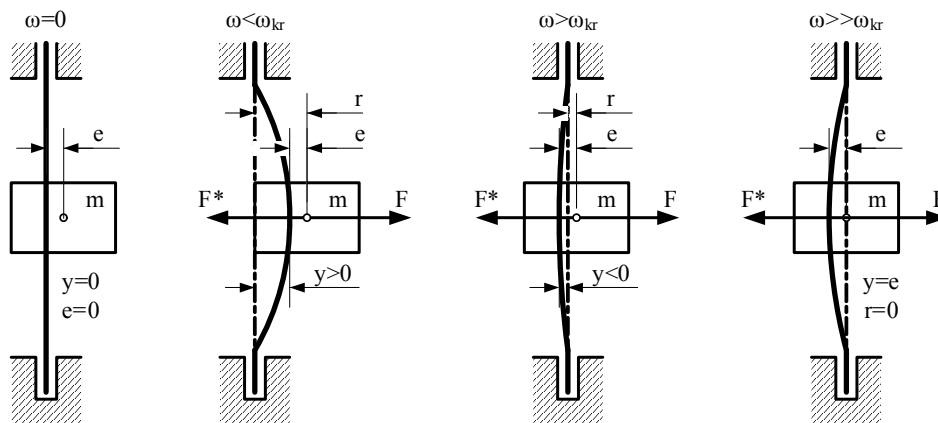
Rezonans występuje wtedy, gdy częstość drgań wymuszonych jest równa lub stanowi wielokrotność częstości drgań własnych wału. Częstość drgań własnych wału zależy od wielkości i rozmieszczenia na nim mas, sposobu podparcia wału oraz jego własności sprężystych. Natomiast częstość drgań wymuszonych - od częstości wymuszeń. Drgania wymuszone mogą być wywołane przez:

- okresowo zmienne siły styczne lub momenty skręcające wywołujące drgania skrętne,
- okresowo zmienne siły poprzeczne, np. wskutek nie wyważenia wirującej masy - wywołujące drgania giętne,

- okresowo zmienne siły wzdłużne - wywołujące drgania wzdłużne.

Częstość wzdłużnych drgań własnych wałów jest zazwyczaj bardzo duża i niebezpieczeństwo rezonansu takich drgań praktycznie w nich nie występuje. Rezonans drgań skrętnych może wystąpić w niektórych maszynach o wyraźnie zmiennej charakterystyce momentowej, np. w maszynach tłokowych oraz silnikach elektrycznych. Natomiast drgania giętne i związane z nimi niebezpieczeństwo rezonansu może wystąpić niemal w każdej maszynie. Jest to związane zarówno z dążeniem do zmniejszania wymiarów elementów maszyn, jak i coraz większymi prędkościami obrotowymi, jakimi cechują się współczesne maszyny. W ten sposób zmniejsza się częstość drgań własnych wałów, zwiększa się natomiast częstość drgań wymuszonych. Obie te wielkości mają, zatem tendencje do zbliżania swych wartości, a to stanowi o niebezpieczeństwie rezonansu drgań giętnych w silnikach elektrycznych.

Przewidywanie (prognozowanie) jego dynamiki a zwłaszcza drgań wału, jest ważnym zadaniem projektanta i konstruktora. W dalszej części artykułu zostanie przedstawiona metoda wyznaczenia drgań giętnych na przykładzie wysokoobrotowego bezszczotkowego silnika prądu stałego.



Rys. 1. Dynamiczne ugięcie wału: a) wał w spoczynku, b) obroty wału mniejsze od krytycznych, c) obroty wału przekroczyły wartość krytyczną; $\omega > \omega_{kr}$, d) wał w stanie stabilnej pracy $\omega \gg \omega_{kr}$

2. Drgania giętne wirnika

Wirujący wirnik silnika elektrycznego narażony jest na działanie odśrodkowych sił bezwładności mających swe źródło – chociażby w bardzo nieznacznym - mimośrodowym położeniu środków ciężkości masy wirującej, względem osi obrotu. W pewnych zakresach prędkości obrotowej obserwuje się zjawisko przypominające efekt rezonansowy, tzn. nagłe zwiększanie się odkształceń, które zwykle przyczynia się do niewłaściwej pracy silnika [4].

W celu wyeliminowania wpływu siły ciężkości przyjęto, że oś wału będzie usytuowana pionowo (rys. 1). Środek ciężkości „0” osadzonego na wale wirnika elementu o masie m jest przesunięty względem osi geometrycznej wału o mimośród e (rys. 1a). W czasie wirowania wału z prędkością kątową ω , siła odśrodkowa F , wywoła w punkcie jej przyłożenia ugięcie dynamiczne osi wału o wartości y . Zatem maksymalny promień obrotu środka ciężkości masy osadzonego na wale elementu (rys. 1b) wyniesie:

$$r = y + e \quad (1)$$

Wobec powyższego, siłę odśrodkową opisuje zależność:

$$F = m \cdot \omega^2 r = m \cdot \omega^2 (y + e) \quad (2)$$

Siłę tą równoważy siła sprężystości proporcjonalna do ugięcia dynamicznego wału. Jeżeli założymy, że odkształcenie (ugięcie) wału ma charakter liniowy, co w przypadku wałów

maszynowych jest dopuszczalne, to wynikającą stąd siłę sprężystości można wyrazić wzorem:

$$F^* = y \cdot c_g \quad (3)$$

gdzie:

c_g - sztywność giętna wału (siła wywołująca jednostkowe ugięcie).

Siły F i F^* równoważą się wzajemnie, stąd można zapisać, że:

$$m \cdot \omega^2 (y + e) - c_g y = 0 \quad (4)$$

Po przekształceniu powyższego równania, otrzymujemy wzór na ugięcie dynamiczne wału w płaszczyźnie działania siły odśrodkowej:

$$y = \frac{e}{\frac{c_g}{m\omega^2} - 1} = \frac{e}{\left(\frac{\omega_o}{\omega}\right)^2 - 1} \quad (5)$$

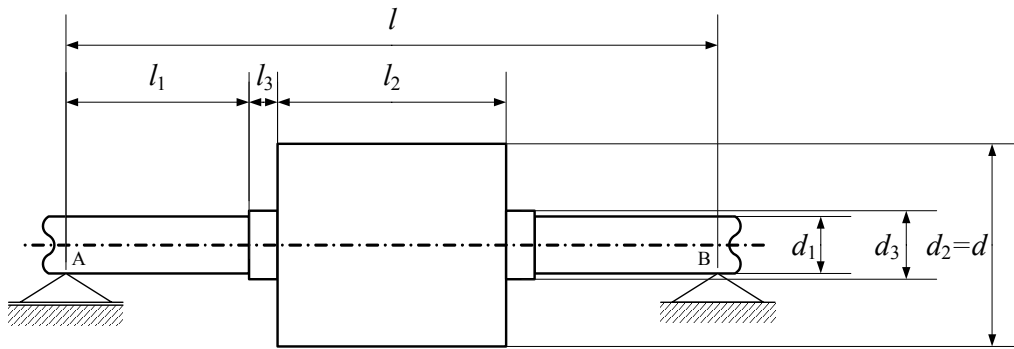
Łatwo zauważyć, że ugięcie dynamiczne wału dąży do nieskończoności, gdy $\omega^2 = c_g/m$.

Prędkość kątową wału, przy której ugięcie rośnie nieskończenie, nazywa się *częstotliwością krytyczną*:

$$\omega_{kr} = \sqrt{\frac{c_g}{m}} \quad (6)$$

zaś krytyczna prędkość obrotowa wyrażona w obr/min wynosi:

$$n_{kr} = \frac{30}{\pi} \omega_{kr} \quad (7)$$



Rys. 2. Wymiary wału (wirnika) między podporami A i B

Z teorii drgań wiadomo, że częstość poprzecznych drgań własnych układu przedstawionego na rysunku 1 jest równa:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{c_g}{m}} \quad (8)$$

Jak widać prędkość kątowna wału, przy której następuje nieograniczony wzrost ugięcia (prędkość krytyczna), jest równa częstości drgań własnych. A więc krytyczna prędkość kątowna wału odpowiada częstości poprzecznych drgań własnych, co ma ścisły związek z osobliwym zjawiskiem rezonansu.

Chcąc określić krytyczną prędkość obrotową wału, należy uprzednio wyznaczyć strzałkę ugięcia wału $y_{(F)}$ w punkcie przyłożenia statycznej siły poprzecznej F , a następnie obliczyć sztywność wału:

$$c_g = \frac{F}{y_{(F)}} \quad (9)$$

i po podstawieniu zależności (9) do (6) otrzymamy:

$$\omega_{kr} = \sqrt{\frac{F}{y_{(F)}m}} \quad (10)$$

Na rysunku 2 przedstawiono wymiary wału (wirnika) silnika wysokoobrotowego wykorzystanego w badaniach. Zastępcza długość wału, potrzebna do wyznaczenia jego sztywności, wynosi [4]:

$$l_z = l_1 \left(\frac{d_z}{d_1}\right)^4 + l_2 \left(\frac{d_z}{d_2}\right)^4 + l_3 \left(\frac{d_z}{d_3}\right)^4 \quad (11)$$

W przypadku rozważanego silnika szczelina między stojanem a wirnikiem wynosi $e=0,5\text{mm}$. Przyjmując, że między strzałką ugięcia wału,

a szczeliną musi zachodzić relacja $e > f = 0,1\text{ mm}$, a wał silnika jest obciążony siłą poprzeczną F (rys. 3), będącą wynikiem działania siły odśrodkowej, to strzałkę ugięcia wału wyraża zależność:

$$y = f = \frac{F \cdot l \cdot d^2}{6 \cdot E \cdot I} \quad (12)$$

gdzie:

I - moment bezwładności,

E - moduł sprężystości podłużnej, dla stali

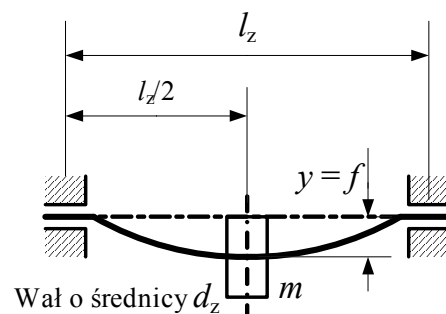
$$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa.}$$

Moment bezwładności wału silnika jest równy:

$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \quad (13)$$

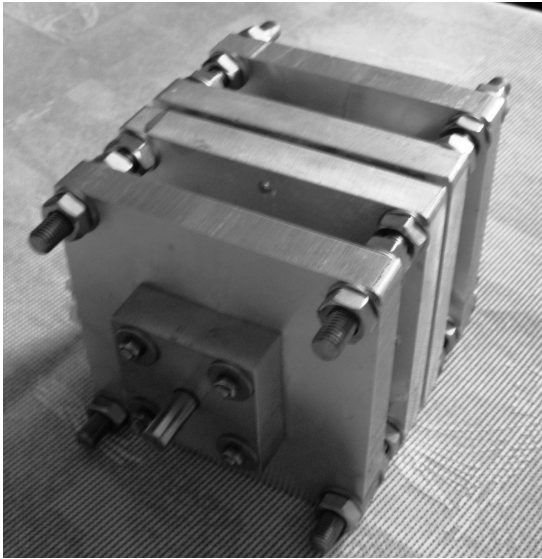
W przypadku wałów maszynowych z [1] wynika, że ze względu na prędkość krytyczną należy unikać ustalonej pracy wału (wirnika) w zakresie prędkości obrotowych:

$$0,85 \cdot n_{gkr} \geq n \geq 1,15 \cdot n_{gkr} \quad (14)$$

Rys. 3. Schemat wału zastępczego i jego ugięcie pod wpływem działania siły odśrodkowej pojawiającej się w wyniku wirowania masy m

3. Badania laboratoryjne

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń i symulacji komputerowej wykonano prototypowy bezszczotkowy silnik prądu stałego o parametrach: $U_{DC} = 24 \text{ V}$, $n = 70\,000 \text{ obr/min}$, $M = 100 \text{ mNm}$ [1]. Wygląd zewnętrzny silnika przedstawiono na rysunku 4, zaś przebiegi zarejestrowanych wielkości przedstawiono na rys. 5 - 8.



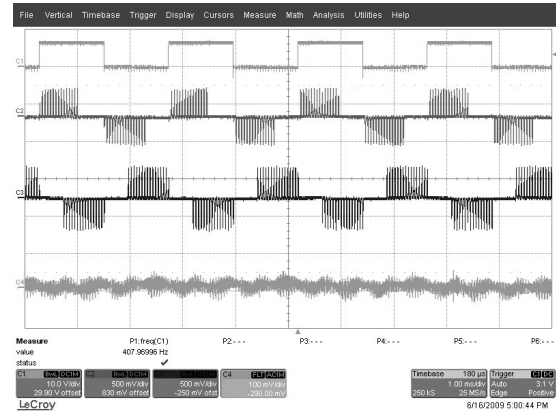
Rys. 4. Prototyp wysokoobrotowego silnika bezszczotkowego prądu stałego PM BLDC

Na podstawie danych konstrukcyjnych wirnika silnika wysokoobrotowego obliczono graniczną prędkość krytyczną (Tabela 1), a rezonans – zgodnie z zależnością (14) - może wystąpić w zakresie prędkości między 61 000, a 83 000 obr/min.

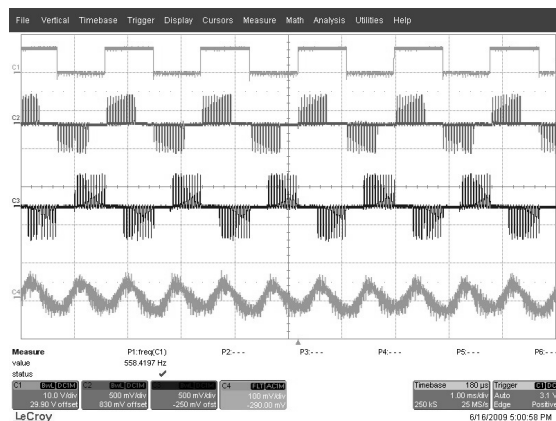
Tabela 1. Wyniki obliczeń dla PM BLDC

Zastępcza długość wirnika	$l_{zg} = 67,6 \text{ mm}$
Moment bezwładności	$I = 1\,018 \text{ mm}^4$
Szywność wału	$c_g = 1\,6543 \text{ N/mm}$
Krytyczna prędkość kątowna	$\omega_{gkr} = 7\,553 \text{ 1/s}$
Krytyczna prędkość obrotowa	$n_{gkr} = 72\,124 \text{ obr/min}$

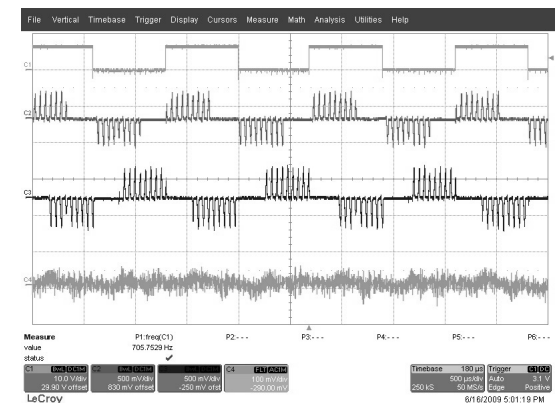
W czasie badań eksperymentalnych wysokoobrotowego silnika PM BLDC na stojanie osadzono piezoelektryczny przetwornik przyspieszeń. Przetwornik ten posłużył do rejestracji przebiegu drgań stojana.



Rys. 5. Przebieg z czujnika Halla, prądów fazowych oraz z przetwornika drgań nieobciążonego silnika wirującego z prędkością 24 420 obr/min (407 Hz)

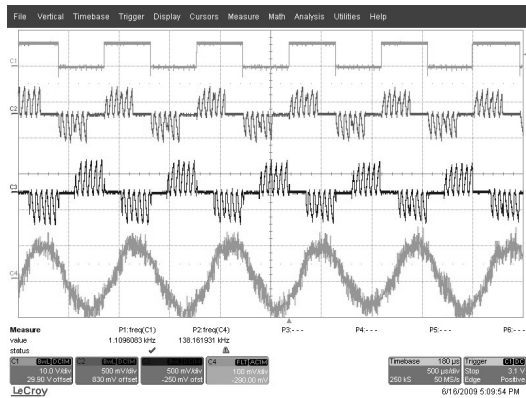


Rys. 6. Przebieg z czujnika Halla, prądów fazowych oraz z przetwornika drgań nieobciążonego silnika wirującego z prędkością 33 480 obr/min (558 Hz)



Rys. 7. Przebieg z czujnika Halla, prądów fazowych oraz z przetwornika drgań nieobciążonego silnika wirującego z prędkością 42 300 obr/min (705 Hz)

Z przebiegów przedstawionych na rysunkach 5 i 6 wynika, że jeden z rezonansów wystąpił przy prędkości ok. 33 500 obr/min, potwierdzając występowanie rezonansów, będących wielokrotnością prędkości krytycznej. Rysunki 7, 8 pokazują narastające wartości amplitudy drgań rezonansu, osiągając wartość krytyczną przy prędkości ok. 66 540 obr/min.



Rys. 8. Przebieg z czujnika Halla, prądów fazowych oraz z czujnika drgań nieobciążonego silnika wirującego z prędkością 66 540 obr/min (1109 Hz)

4. Podsumowanie

Przeprowadzone rozważania i badania laboratoryjne i symulacyjne wykazały, że:

1. Na podstawie obliczeń teoretycznych istnieje możliwość określenia zakresu rezonansowych prędkości obrotowych.
2. W przypadku wystąpienia rezonansu w zakresie roboczym silnika, jednym z wyjść jest zmiana częstości drgań własnych, a w przypadku konieczności przejścia przez zakres rezonansowy, należy określić czas tego przejścia.

Praca została wykonana w ramach projektu MNiSW - Fundusze Strukturalne nr POIG.01.03.01-00-058/08

5. Literatura

- [1]. Gałuszkiewicz Z, Krykowski K, Miksiewicz R., Hetmańczyk J.: *Koncepcja budowy i realizacja wysokoobrotowego silnika wzbudzanego magnesami trwałymi*. Postępy w elektrotechnice stosowanej - PES-7, Kościelisko 2009
- [2]. Glinka T.: *Maszyny elektryczne wzbudzone magnesami trwałymi*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej. Gliwice 2002.
- [3]. Krishnan R.: *Electric Motor Drives, Modelling, Analysis and Control*. Prentice Hall, New Jersey 2001.
- [4]. Skoć A., Spalek J., Markusik S.: *Podstawy konstrukcji maszyn, Tom 2*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne. Warszawa 2008.
- [5]. Zwysig C., Duerr M., Hassler D., Kolar J.W.: *An Ultra-High-Speed, 500000 rpm, 1 kW Electrical Drive System*. Power Conversion Conference - PCC'07, Nagoya 2007, 1577 – 1583

Autorzy

mgr inż. Zbigniew Gałuszkiewicz,
Megatech, ul. ks. P. Drozdka 25, 42-660 Kalety,
e-mail: megatech@megatech.org.pl

dr hab. inż. Krzysztof Krykowski, prof. Pol. Śl.,
Politechnika Śląska, Katedra Energoelektroniki,
Napędu Elektrycznego i Robotyki, ul. Bolesława Krzywoustego 2, 44-100 Gliwice,
e-mail: Krzysztof.Krykowski@polsl.pl

prof. dr hab. inż. Antoni Skoć
Politechnika Śląska, Instytut Mechanizacji
Górnictwa, ul. Akademicka 2, 44-100 Gliwice,
e-mail: Antoni.Skoc@polsl.pl

dr inż. Janusz Hetmańczyk,
Politechnika Śląska, Katedra Energoelektroniki,
Napędu Elektrycznego i Robotyki, ul. Bolesława Krzywoustego 2, 44-100 Gliwice,
e-mail: Janusz.Hetmanczyk@polsl.pl