

Michał Majchrowicz, Wiesław Jażdżyński  
Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

## WYBRANE ASPEKTY OPTYMALIZACJI SILNIKA RELUKTANCYJNEGO PRZEŁĄCZALNEGO (SRM) PRZEZNACZONEGO DO NAPĘDU SAMOCHODU ELEKTRYCZNEGO

### SELECTED PROBLEMS OF AN OPTIMIZATION OF A SWITCHED RELUCTANCE MOTOR (SRM) DESIGNED FOR AN ELECTRIC VEHICLE DRIVE

**Abstract:** In the paper an optimization procedure concerning a construction of a 6/4 type SRM has been described. A magnetically linear analytical model derived with the help of a reluctance network method has been employed in this task. The model allows determining all quantities required in a design synthesis program. A sensitivity analysis has been performed for two criterial functions related to an average value of the electromagnetic torque and the rated efficiency, with respect to one of the optimization variables, as well as an assumed value of the rated velocity. An example of optimization concerns a minimization of the amplitude of the pulsating component of the electromagnetic torque. Optimization results are presented and validated by means of a magnetically non-linear FEM model. After some modifications the presented approach can be applied when searching for a best construction of any type SRM, in particular for a drive motor in an electrical vehicle.

#### 1. Wstęp

Artykuł dotyczy problemu poprawy własności konstrukcji SRM typu 6/4 istotnych z punktu widzenia napędu samochodu elektrycznego. Celem było obniżenie wahań momentu i poziomu strat przy możliwie dużej wartości momentu średniego, z wykorzystaniem optymalizacji. Konstrukcję wyjściową stanowił silnik SRM typu 6/4, zaprojektowany do napędu samochodu elektrycznego i opisany szczegółowo w [1].

W obliczeniach wykorzystano analityczny model silnika SRM. Własności modelu pozwalają na zastosowanie gradientowych metod optymalizacji, co ma znacząco korzystny wpływ na szybkość i dokładność uzyskanych rozwiązań projektowych. Weryfikacja rozwiązania przeprowadzona jest w oparciu o obliczenia metodą elementów skończonych z uwzględnieniem nieliniowości rdzenia.

W pierwszej części artykułu omówiony jest sposób modelowania silnika. W kolejnej części zawarte są uwagi na temat analizy wrażliwości rozumianej tu jako ocena wpływu wartości jednego z parametrów silnika oraz prędkości obrotowej na ekstremum wybranych wielkości kryterialnych silnika. W części końcowej artykułu przedstawiony będzie wynik poszukiwania konstrukcji silnika, która charakteryzuje się minimalną amplitudą składowej pulsacyjnej

momentu elektromagnetycznego przy pozostałych własnościach nie gorszych niż w silniku wyjściowym.

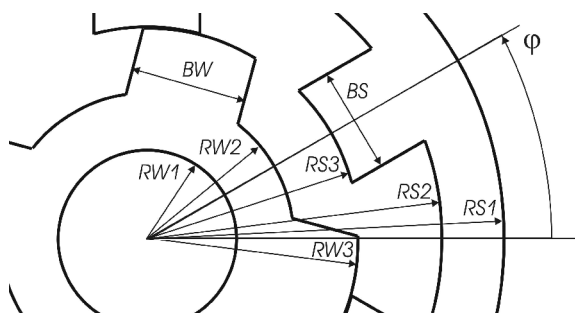
#### 2. Model analityczny silnika SRM

##### 2.1. Zarys modelu

Opracowany model silnika SRM pozwala wyznaczyć przebieg czasowy prądu fazowego, momentu elektromagnetycznego oraz istotny w optymalizacji fragment przebiegów czasowych indukcji magnetycznej wraz z jej wartościami maksymalnymi w poszczególnych partiach rdzenia magnetycznego, jako funkcję parametrów charakteryzujących konstrukcję i stan pracy maszyny. Istotnym założeniem jest brak nasycenia rdzenia magnetycznego. Wielkościami wejściowymi są wymiary geometryczne konstrukcji (rys. 1) wraz z długością rdzenia stojana i wirnika (przyjęte jako jednakowe), dane uzwojenia, napięcie zasilania  $E$  (napięcie wyjściowe źródła napięcia stałego), prędkość obrotowa  $n$  oraz zadana moc wejściowa  $P_{ref}$  (ewentualnie kąt wyłączenia napięcia  $\varphi_{off}$ ) [2].

Dla zadanych parametrów najpierw wyznaczany jest przebieg kątowy indukcyjności uzwojenia fazy przy stałej, niewielkiej - takiej aby nie dochodziło do nasycenia rdzenia - wartości prądu  $i$  w uzwojeniu i przedziale położeń wirnika od położenia niewspółosiowego biegunów

stojana i wirnika do najbliższego położenia współosiowego.



Rys. 1. Parametry geometryczne konstrukcji

Funkcja indukcyjności wyznaczana jest w modelu w oparciu o metodę sieci reluktancyjnych [3]-[6]. Przekrój poprzeczny silnika podzielono na obszary (tzw. rurki), charakteryzujące się stałą wartością strumienia magnetycznego. Każda rurka stanowi oczko obwodu magnetycznego, w którym na podstawie rozwiązania równania spadków napięcia magnetycznego, można obliczyć indukcję magnetyczną w biegunie stojana oraz strumień. W konsekwencji obliczeń przeprowadzonych dla wszystkich rurek otrzymuje się indukcyjność  $L$  całego uzwojenia. Na tym etapie obliczeń model posiada możliwość uwzględnienia nieliniowości magnetycznej rdzenia.

Po wyznaczeniu funkcji indukcyjności uzwojenia  $L(\varphi)$  jest ona wykorzystana do wyznaczenia przebiegu czasowego prądu fazowego  $i(t)$  przy stałej prędkości kątowej  $\omega = n \cdot \pi / 30$ . Równanie różniczkowe liniowe (1) opisujące obwód fazy:

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + i\omega \frac{\partial L}{\partial \varphi} \quad (1)$$

gdzie:

- $u$  – napięcie zasilania uzwojenia fazowego,
- $i$  – prąd fazy,
- $t$  – czas,
- $\omega$  – prędkość kątowa ( $\omega = \text{const}$ ),
- $\varphi$  – kąt mechaniczny położenia wirnika,
- $L$  – indukcyjność uzwojenia fazy,
- $R$  – rezystancja zastępcza obwodu fazy

jest rozwiązywane analitycznie.

Równanie rozwiązywane jest w przedziale położenia wirnika od położenia  $\varphi = 0^\circ$  (niewspółosiowe położenie biegunów stojana i wirnika) do położenia  $\varphi = 90^\circ$  (niewspółosiowe położenie biegunów stojana i wirnika dla następnego biegunu), przy warunkach [2]:

$$u(0) = E; \quad i(0) = 0$$

$$u = \begin{cases} E & \varphi \leq \varphi_{\text{off}} \\ -E & \varphi > \varphi_{\text{off}}, \quad i > 0 \\ 0 & 90 \geq \varphi > \varphi_{\text{off}}, \quad i = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Rezystancja  $R$  w obwodzie fazy jest sumą rezystancji uzwojenia biegunu, obliczanej na podstawie parametrów uzwojenia i wymiarów geometrycznych biegunu oraz rezystancji dodatkowej, uwzględniającej spadki napięcia na przewodach zasilających i elementach półprzewodnikowych.

W procedurze optymalizacyjnej, w każdej iteracji, wartość  $\varphi_{\text{off}}$  zadawana jest tak, aby całkowita moc wejściowa silnika była równa mocy zadanej  $P_{\text{ref}}$ , wybranej w taki sposób, aby nie dochodziło do nasycenia rdzenia.

Dalsze postępowanie, którego zarys jest podany poniżej, jest opisane w [2]. Po wyznaczeniu przebiegu czasowego prądu następuje wyznaczenie przebiegu czasowego momentu elektromagnetycznego  $T_e$  (oraz kryteriów z nim związanych, np. wartości średniej  $T_{av}$ ) i strumienia magnetycznego  $\phi(\varphi)$  w biegunie stojana. Ze znajomości strumienia w poszczególnych częściach rdzenia wyliczana jest wartość indukcji. Na podstawie wyznaczonych przebiegów odpowiednich wielkości wyznaczane są straty energii oraz sprawność silnika  $\eta$ .

## 2.2. Obliczenia weryfikacyjne

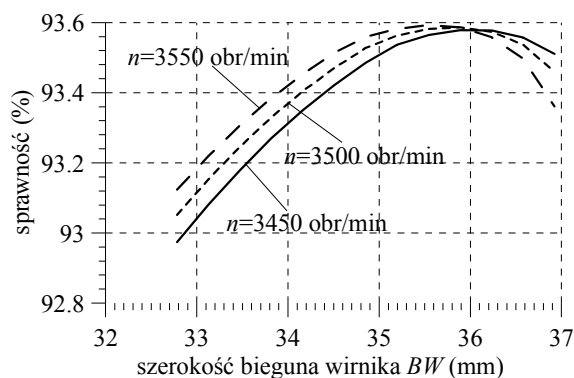
Powodzenie i wiarygodność obliczeń optymalizacyjnych są ściśle zależne od dokładności modelu w programie syntezy. W przypadku modeli analitycznych odniesieniem mogą być wyniki obliczeń polowych. Tak rozumiana weryfikacja poprawności modelu analitycznego została przeprowadzona w [2]. Symulowano stan pracy maszyny ze stałą prędkością obrotową 3500 obr/min (w [2] było to 10000 obr/min), przy założeniu  $E = 80$  V, z kątem  $\varphi_{\text{off}}$  takim, aby  $P_{\text{ref}} = 5$  kW. Napięcie  $E$  i moc wejściowa  $P_{\text{ref}}$  zostały ograniczone w celu zminimalizowania wpływu nasycenia obwodu magnetycznego. Porównanie wyniku symulacji dla momentu elektromagnetycznego można ocenić na rysunku 4 („model an. wyj.” oraz „model FEM wyj.”). Różnice są spowodowane wpływem nieliniowości (model polowy był magnetycznie nieliniowy).

Pomimo, że odpowiednie obliczenia wykazały przydatność opracowanego modelu analitycznego do celów optymalizacji konstrukcji silnika, celowym jest zwiększenie dokładności tego

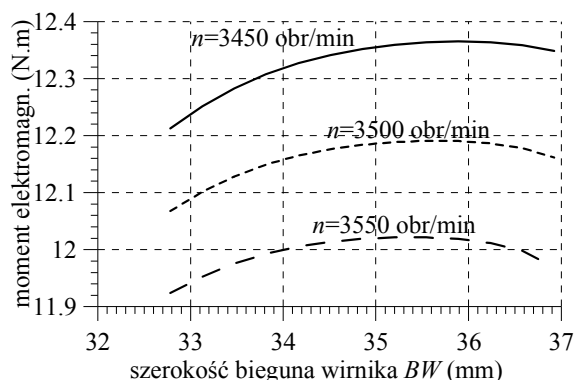
modelu. Uwzględnienie magnetycznie nieliniowego charakteru zjawisk w rdzeniach silnika pozwoli m. in. na przyjęcie w obliczeniach znamionowego zasilania i obciążenia silnika, zamiast przyjętych w artykule ok. 10% tych wartości.

### 3. Analiza wpływu prędkość obrotowej

Jednym z założeń będących źródłem niepewności wyniku końcowego jest tzw. znamionowa prędkość obrotowa  $n_0$ . W niniejszym artykule przyjęto  $n_0 = 3500$  obr./min. Na rysunkach 2 i 3 pokazany jest przykład wpływu tej wielkości na zależność dwóch funkcji kryterialnych od jednego z parametrów zmiennych optymalizacji (od szerokości bieguna wirnika  $BW$ ).



Rys. 2. Wpływ wartości prędkości obrotowej na położenie maksimum sprawności  $\eta$  [%] w zależności od szerokości bieguna wirnika  $BW$  (stała moc wyjściowa)



Rys. 3. Wpływ wartości prędkości obrotowej na położenie maksimum momentu średniego  $T_{av}$  w zależności od szerokości bieguna wirnika  $BW$  (stała moc wyjściowa)

Można zauważyć, że zmienia się nie tylko wartość, ale również położenie odpowiednich ekstremów. Wskazuje to na konieczność starannego wyboru tej wielkości w zależności od przewidywanego zastosowania i zakresu pracy.

### 4. Optymalizacja

Zmiennymi optymalizacji były parametry geometryczne konstrukcji jak na rysunku 1, a dodatkowo długość rdzeni silnika oraz dane uzwojenia. Obszar dopuszczalny  $X_0$  był zdefiniowany przez zbiór ograniczeń nierównościowych, w tym 29 liniowych oraz 11 nieliniowych. Zadaniem ograniczeń było zabezpieczenie konstrukcji przed rozwiązaniem niemożliwym do wykonania, tak ze względów geometrycznych jak fizykalnych czy technologicznych. Dodatkowo narzucono warunek, aby własności ruchowe silnika po optymalizacji nie były gorsze od konstrukcji wyjściowej. Rozwiązywany był problem:

$$\max T_{av2max} | \mathbf{x} \in X_0, T_{av} \geq T_{av0}, m \leq m_0 \quad (3)$$

Wielkość  $T_{av2max}$  była miarą pulsacji momentu elektromagnetycznego  $T_e$  (im mniejsza, tym lepiej),  $T_{av}$  – średniej wartości  $T_e$ , oraz  $m$  – masą silnika. Indeks „0” oznacza konstrukcję wyjściową.

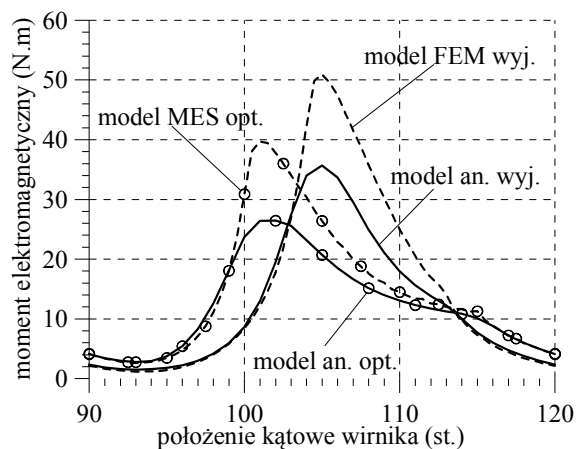
Tabela 1 zawiera niektóre wyniki optymalizacji. Można zauważyć, że cel optymalizacji został osiągnięty. Amplituda momentu pulsacyjnego reprezentowana przez wielkość  $T_{av2max}$  uległa znacznemu zmniejszeniu przy stosunkowo niewielkim pogorszeniu sprawności i średniego momentu elektromagnetycznego.

Tabela 1. Wynik rozwiązania problemu (3) dla niektórych wielkości kryterialnych, model analityczny i polowy (w nawiasach). „Zmiana” =  $(f_j/f_{j0}-1)*100\%$ .

funkcje	wartości		
	wyjściowa $f_{j0}$	optymalna $f_j$	zmiana [%]
$\eta$ [%]	93.47 (93.64)	92.908 (93.194)	-0.60 (-0.48)
$T_{av}$ [Nm]	12.176 (12.507)	12.176 (12.34)	0 (-1.33)
$T_{av2max}$ [-]	0.33966 (0.2845)	0.46364 (35.10)	36.5 (23.37)
$m$ [kg]	46.761	46.760	-0.0016

Rysunek 4 przedstawia porównanie funkcji momentu elektromagnetycznego w czasie jednego okresu, odpowiadającego obrotowi wirnika o kąt mechaniczny  $30^\circ$ , dla konstrukcji wyjściowej oraz optymalnej, wyznaczonych przy pomocy modelu analitycznego i polowego. Rysunek potwierdza wyniki tabeli 1, że wspomniana poprawa występuje dla obu modeli,

analitycznego i polowego, a to można uznać za potwierdzenie prawidłowości postępowania optymalizacyjnego opisanego w artykule.



Rys. 4. Funkcje momentu elektromagnetycznego w czasie jednego okresu dla modeli analitycznego i polowego, wyjściowego i optymalnego

## 5. Podsumowanie

Opracowany model SRM pozwala wyznaczyć wszystkie istotne wielkości silnika potrzebne w programie syntezy, tzn. funkcje kryterialne oraz ograniczające optymalizację. Zastosowanie metod analitycznych pozwoliło znacznie skrócić czas optymalizacji, a tym samym umożliwiło przeprowadzenie odpowiedniego programu badawczego w zakresie praktycznie nieosiągalnym dla modeli polowych. Ze względu na uproszczenie modelu, polegające głównie na założeniu jego magnetycznej liniowości, wyniki optymalizacji powinny być weryfikowane metodą polową. Model jest rozwijany w celu wykorzystania do zaprojektowania optymalnej konstrukcji SRM przeznaczonej do napędu samochodu.

## 6. Literatura

- [1] Bausch H., Greif A., Lange B., Bautz R.: *A 50kW/15000rpm Switched Reluctance Drive for an Electric Vehicle: Current Control and Performance Characteristics*. Proc. of XIV Intern. Conf. on Electrical Machines ICEM'2000, pp. 603-607, 28-30 August 2000, Espoo, Finland
- [2] Jażdżyński W., Majchrowicz M.: *An Approach to Find an optimum Designed SRM*. Proc. of the XVIII Intern. Conf. on Electrical Machines ICEM'08, Paper ID 1391, 6-9 September 2008, Vilamoura, Portugal
- [3] Krishnan R.: *Switched Reluctance Motor Drives: Modeling, Simulation, Analysis, Design, and Applications*. CRC Press LLC, Boca Raton, 2001
- [4] Vijayraghavan P.: *Design of Switched Reluctance Motors and Development of a Universal Controller for Switched Reluctance and Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives*. Ph.D. thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University. of Techn., Blacksburg, 2001
- [5] Majchrowicz M.: *Model analityczny silnika przelączalnego reluktancyjnego (SRM) na potrzeby optymalizacji jego konstrukcji*. Elektrotechnika i Elektronika, tom 26, Zeszyt 1-2, ss.46-53, 2007
- [6] Majchrowicz M., Jażdżyński W.: *Wybrane aspekty modelowania silnika przelączalnego reluktancyjnego metodą sieci reluktancyjnych*. XII Sympozjum Ergoelektroniki, Elektromechaniki i Mechatroniki, ss. 123-128, Wisła, 2007

## Autorzy

Dr hab. inż. Wiesław Jażdżyński, prof. nz. AGH,  
 e-mail: [wjaz@agh.edu.pl](mailto:wjaz@agh.edu.pl)  
 Akademia Górniczo-Hutnicza,  
 Katedra Maszyn Elektrycznych,  
 Al. A.Mickiewicza 30, 30-059 Kraków  
 Mgr inż. Michał Majchrowicz,  
 e-mail: [m.majchrowicz@yahoo.pl](mailto:m.majchrowicz@yahoo.pl)  
 Studium Doktoranckie przy Wydziale EAIiE,  
 Akademia Górniczo-Hutnicza,  
 Al. A.Mickiewicza 30, 30-059 Kraków