

**Marcin Kamiński, Teresa Orłowska-Kowalska, Czesław T. Kowalski**  
**Politechnika Wroclawska, Wrocław**

## **ZASTOSOWANIE RADIALNYCH SIECI NEURONOWYCH W DETEKCJI USZKODZEŃ WIRNIKA SILNIKA INDUKCYJNEGO**

### **APPLICATION OF RADIAL BASIS NEURAL NETWORK FOR FAULT DETECTION OF THE INDUCTION MOTOR**

**Abstract:** Diagnostics of electrical machines is complicated process based on such elements as: measurements of chosen signals and parameters of the motor, transformation of the obtained results in order to separate fault symptoms and the fault detector and classifier design. In this paper fault detectors and classifiers based on neural networks with radial activation function are implemented for diagnostics of rotor damages in induction motors. The main stages of the design methodology of the radial basis neural detectors are described. Furthermore, influence of neural networks complexity and parameters of neuronal activation function on quality of data classification is shown. Presented neural detectors are tested with measurement data obtained in laboratory setup contained of converter-fed induction motor and changeable rotors with different degree of damages.

#### **1. Wstęp**

Diagnostyka silników elektrycznych stała się w ostatnich latach integralnym i bardzo istotnym zagadnieniem dotyczącym napędów przemysłowych. Taka sytuacja związana jest również z rosnącą liczbą silników indukcyjnych stosowanych w napędzie, ze względu na ich niższy koszt oraz bezobsługowość. Jednak wzrost wymagań dotyczących procesów technologicznych, takich jak zwiększanie dynamiki oraz ograniczanie gabarytów urządzeń, powoduje większą podatność na uszkodzenia wykorzystywanych w nich maszyn elektrycznych. Efektywna diagnostyka i monitorowanie jest znaczącym czynnikiem wpływającym na koszty eksploatacji całego napędu elektrycznego. Wykrywanie uszkodzeń we wstępnej fazie ich rozwoju umożliwia podjęcie odpowiednich działań eliminujących, dzięki czemu zapobiega się ich rozszerzaniu na inne elementy silnika. Ponadto sprawna diagnostyka może mieć znaczenie w złożonych napędach przemysłowych, gdzie awarie silników mogą powodować przestoje w pracy całego systemu.

Diagnostyka maszyn elektrycznych stanowi złożony proces, w którym najistotniejszymi elementami są: wykonanie pomiarów wybranych zmiennych lub parametrów obiektu, przetworzenie uzyskanych wyników w celu wyodrębnienia symptomów uszkodzeń oraz analiza otrzymanych rezultatów. Klasyfikacja symptomów uszkodzeń jest często związana z koniecznością posiadania baz danych z pomiarami wzorcowymi lub tworzenia modeli silników

w celu porównania uzyskiwanych przesłanek i dokonania jednoznacznej oceny stanu technicznego maszyny [1].

W niniejszej pracy przedstawiono możliwości zastosowania radialnych sieci neuronowych jako klasyfikatorów uszkodzeń wirników silników indukcyjnych. Znaczącymi zaletami tego typu sieci neuronowych są: krótki czas treningu oraz uproszczony dobór topologii detektorów, stanowiący ważny element w etapie projektowania modeli neuronowych. Uzyskano bardzo wysoką dokładność wykrywania liczby uszkodzonych prętów przy zmianach częstotliwości zasilania oraz obciążenia układu napędowego. Zaprezentowane układy przetestowano za pomocą danych pomiarowych uzyskanych na stanowisku laboratoryjnym z silnikiem indukcyjnym, w którym wymieniane były wirniki o różnym stopniu uszkodzenia.

#### **2. Symptomy diagnostyczne**

Jedną z najczęściej spotykanych metod bezinwazyjnego wykrywania asymetrii wirnika spowodowanej uszkodzeniami prętów wykorzystuje analizę prądu stojana. Obserwacjom poddawane są amplitudy składowych harmonicznych o częstotliwościach:

$$f_p = (1 \pm 2ks)f_s \quad (1)$$

gdzie:  $f_s$  – częstotliwość znamionowa stojana,  
 $s$  – poślizg,  $k = 1, 2, 3, \dots$

Wartość poślizgu jest wyznaczana z zależności:

$$s = \frac{n_s - n_r}{n_s}, \quad (2)$$

w której:  $n_s$  – prędkość wirowania pola,  $n_r$  – prędkość wirnika.

Wzrost amplitud składowych o tych częstotliwościach jest symptomem wystąpienia uszkodzenia wirnika, natomiast ocena ich poziomu może stanowić podstawę do wykrycia stopnia defektu. Należy zauważyć również, że zmiany obciążenia będą wpływały na wartość poślizgu. W efekcie zmiany obciążenia mogą zakłócać analizę amplitud odpowiednich harmonicznycych prądu stojana, co utrudnia diagnostykę silnika. W przypadku badań prowadzonych przy zbyt małym obciążeniu może występować pokrywanie się harmonicznycych poślizgowych z harmonicznymi podstawowymi. W wyniku tego mogą powstawać błędne diagnozy uszkodzeń. Rozwiązaniem problemu jest wykorzystanie wektora przestrzennego prądu stojana jako dodatkowego symptomu uszkodzeń wirnika [1], [2]. Wielkość ta jest obliczana na podstawie prądów fazowych stojana:

$$\mathbf{i}_s = \sqrt{\frac{2}{3}} (\mathbf{1}i_{sA} + \mathbf{a}i_{sB} + \mathbf{a}^2i_{sC}) \quad (3)$$

gdzie:

$$\mathbf{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}, \quad \mathbf{a}^2 = e^{-j\frac{2\pi}{3}} \quad (4)$$

$i_{sA}, i_{sB}, i_{sC}$  - wartości chwilowe prądu stojana w poszczególnych fazach uzwojenia stojana.

Poszczególne składowe wektora przestrzennego prądu stojana dla silnika z nieuszkodzonym wirnikiem można przekształcić do układu współrzędnych  $(\alpha-\beta)$ , nieruchomego względem stojana:

$$i_{s\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( i_{sA} - \frac{1}{2}(i_{sB} + i_{sC}) \right) \quad (5)$$

$$i_{s\beta} = \frac{1}{\sqrt{2}} (i_{sB} - i_{sC}) \quad (6)$$

W rezultacie otrzymuje się:

$$i_{s\alpha} = \frac{\sqrt{6}}{2} I_m^s \cos \omega_s t, \quad (7)$$

$$i_{s\beta} = \frac{\sqrt{6}}{2} I_m^s \sin \omega_s t \quad (8)$$

gdzie:  $I_m^s$  - amplituda wektora przestrzennego prądu stojana.

Moduł wektora przestrzennego jest opisany następującym równaniem:

$$|\mathbf{i}_s| = \sqrt{i_{s\alpha}^2 + i_{s\beta}^2}. \quad (9)$$

W przypadku wystąpienia asymetrii, w składowych  $i_{s\alpha}$  oraz  $i_{s\beta}$  pojawiają się charakterystyczne częstotliwości, zgodnie z poniższymi zależnościami (10), (11):

$$i_{s\alpha} = \sqrt{\frac{3}{2}} \{ I_m^s \cos(\omega_s t - \alpha) + I_{p1}^s \cos[(1-2s)\omega_s t - \beta_1] + I_{p2}^s \cos[(1+2s)\omega_s t - \beta_2] \} \quad (10)$$

$$i_{s\beta} = \sqrt{\frac{3}{2}} \{ I_m^s \sin(\omega_s t - \alpha) + I_{p1}^s \sin[(1-2s)\omega_s t - \beta_1] + I_{p2}^s \sin[(1+2s)\omega_s t - \beta_2] \} \quad (11)$$

gdzie:  $I_{p1}^s, I_{p2}^s$  - amplitudy składowych o częstotliwościach odpowiednio:

$$f_{p1} = (1-2s)f_s \quad (12)$$

oraz

$$f_{p2} = (1+2s)f_s. \quad (13)$$

W wyniku uszkodzeń wirnika w widmie modułu wektora przestrzennego prądu obserwowane są składniki o częstotliwościach  $2sf_s$  i  $4sf_s$  będące symptomami defektu. Obserwowane składowe uszkodzeniowe wektora przestrzennego prądu są znacząco oddalone od harmonicznycych podstawowej w porównaniu do składowych o częstotliwościach poślizgowych (1) oraz mają wyraźnie większe amplitudy, zatem są łatwiejsze w rozpoznawaniu jako symptomy ewentualnych uszkodzeń maszyny.

Tak więc w procedurze diagnozowania uszkodzeń wirnika można wyróżnić kolejno trzy etapy:

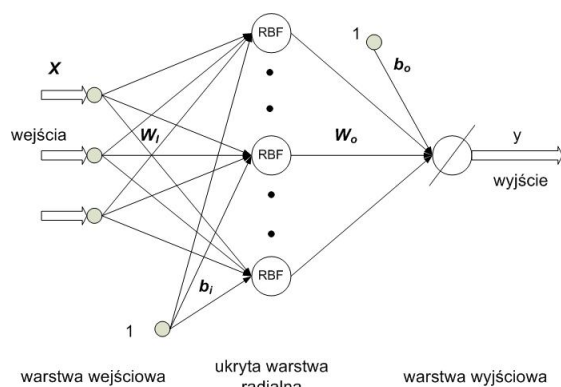
- etap diagnostyczny, mający na celu uzyskanie danych stanowiących symptomy uszkodzeń wirnika,
- etap klasyfikacji uzyskanych wyników,
- etap związany z podjęciem diagnozy o wystąpieniu i stopniu uszkodzenia.

Przeprowadzenie obliczeń zgodnie z powyższymi zależnościami prowadzi do uzyskania danych umożliwiających formowanie wektorów wejściowych detektorów neuronowych.

### 3. Sieci neuronowe radialne

Idea przetwarzania danych w sieciach radialnych jest odmienna w stosunku do klasycznych, perceptronowych struktur sieci MLP (*Multi Layer Perceptron*). Wielowarstwowe sieci neuronowe (SN), określane w literaturze również jako perceptrony wielowarstwowe realizują funkcję

aproxymacji globalnej. O odwzorowaniu każdego elementu wektora wejściowego decyduje w tym przypadku jednocześnie wiele neuronów. Natomiast w przypadku zastosowania sieci radialnych RBF (*Radial Basis Function*) za realizację odwzorowania każdego klastra przestrzeni odpowiada poszczególny neuron warstwy ukrytej sieci. Należy zaznaczyć, że pojedynczy neuron odpowiada hipersferze obejmującej przestrzeń danych wokół punktu centralnego. Powyższe podejście odpowiada aproxymacji lokalnej. Odwzorowanie całego zbioru danych uzyskuje się poprzez operację superpozycji dla sygnałów wyjściowych poszczególnych neuronów ukrytych. Jest ona realizowana za pomocą liniowego neuronu wyjściowego. Analizowana SN składa się z trzech warstw, jak na rysunku 1. Pierwszą z nich jest warstwa wejściowa, w której formowany jest wektor wejściowy neuronów kolejnej warstwy. Następną, ukrytą warstwę tworzą neurony o radialnej funkcji aktywacji. Warstwa wyjściowa składa się z neuronów liniowych, których liczba jest uzależniona od liczby parametrów wyjściowych sieci.



Rys. 1. Struktura sieci radialnej

Pierwszym etapem obliczeń wewnątrz sieci jest wyznaczenie odległości pomiędzy wektorem wejściowym oraz centrum neuronu. Najczęściej odległość ta jest wyrażona za pomocą normy euklidesowej, określonej następująco:

$$v_{jk}(\mathbf{X}) = \|\mathbf{X} - \mathbf{C}_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_k - c_k)^2}, \quad (14)$$

gdzie:  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]^T$  – wektor wejściowy,  $\mathbf{C}_j$  – wektor odpowiadający centrum danego neuronu,  $k = 1, 2, 3, \dots$

W dalszych obliczeniach następuje skalowanie poprzez wymnożenie uzyskiwanych wartości przez wartość odniesienia (*bias*), która jest stała dla wszystkich neuronów radialnych:

$$b = \left( \frac{\sqrt{-\log(0,5)}}{\sigma} \right). \quad (15)$$

Wyznaczone w ten sposób wartości stanowią sygnał wejściowy dla radialnej funkcji aktywacji opisanej równaniem:

$$h_{j1} = h(\zeta_{jk}) = \exp\left(-\left(v_{jk} b_{j1}\right)^2\right). \quad (16)$$

Wartości wyjściowe sieci obliczane są jako suma sygnałów wyjściowych kolejnych neuronów radialnych przemnożonych przez odpowiednie współczynniki wagowe:

$$y_k = \sum_{j=1}^n w_{jk} h_j + b_k \quad (17)$$

gdzie:  $y_k$  – wyjście  $k$ -tego neuronu wyjściowego,  $w_{jk}$  – współczynnik wagowy pomiędzy wyjściem  $j$ -tego neuronu warstwy ukrytej a  $k$ -tym neuronem wyjściowym,  $b_k$  – bias  $k$ -tego neuronu wyjściowego.

Proces uczenia sieci neuronowych RBF jest bardziej złożony niż sieci MLP, co jest związane z odmienną budową obu typów sieci neuronowych. Ogólna procedura trenowania sieci RBF składa się z kilku etapów obejmujących wyznaczenie: centrów neuronów radialnych oraz obliczenie wartości biasu, parametrów odpowiadających szerokości funkcji radialnych poszczególnych neuronów ukrytych, współczynników wagowych pomiędzy warstwą ukrytą a wyjściową. Wyznaczenie współczynników wagowych w warstwie wyjściowej można wyznaczyć za pomocą zależności [3]:

$$\mathbf{W} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \quad (18)$$

gdzie:

$$H_{ij} = h_{j1}(\zeta_{jk}) \quad (19)$$

W niniejszej pracy rozmieszczenie centrów neuronów radialnych wyznaczone było dwiema metodami: poprzez bezpośrednie przypisanie poszczególnych elementów ze zbioru treningowego jako centrum poszczególnych klastrów lub za pomocą algorytmu K-średnich.

Zastosowanie pierwszej z wymienionych metod znacznie upraszcza proces doboru parametrów sieci. Jednak w tym przypadku przestrzeń danych zostaje podzielona na bardzo dużą liczbę klastrów, obejmujących kolejne elementy danych, co prowadzi do powstawania bardzo rozbudowanej sieci z wieloma neuronami. Duża złożoność sieci oznacza znaczące wymiary przetwarzanych przez sieć macierzy danych,

a ponadto nie gwarantuje zadowalających zdolności generalizacji danych.

Metoda K-średnich jest algorytmem klasteryzacji danych. Obliczenia za pomocą tej metody przeprowadzane są iteracyjnie. Dane są dzielone na założoną na początku algorytmu liczbę  $K$  klastrów, na podstawie odległości od centrów charakteryzujących poszczególne obszary. Kryterium to stanowi najczęściej odległość definiowaną miarą euklidesową. W każdym cyklu programu wyznaczane są nowe centroidy spośród zgrupowanych elementów. Algorytm kończy działanie w przypadku, gdy nie występują już zmiany w poszczególnych klastrach pomiędzy kolejnymi iteracjami. Ważną cechą opisywanego algorytmu jest fakt gwarantowanej zbieżności programu [4].

#### 4. Wyniki badań

Przeprowadzony proces diagnostyczny składał się z następujących etapów: dla silnika zdrowego oraz z uszkodzonymi wirnikami wykonano pomiary wielkości fizycznych za pomocą czujników pomiarowych. Następnie uzyskane dane pomiarowe poddano przetworzeniu w celu wyodrębnienia cech uszkodzenia. W ostatnim etapie dokonano klasyfikacji uszkodzeń za pomocą zaprojektowanych neurodetektorów wykorzystujących sieci RBF.

Badano silnik o mocy znamionowej 3 kW i prędkości znamionowej  $n_N = 1400$  obr/min. Badany silnik zasilany był z przemiennika częstotliwości. Jako maszynę obciążającą zastosowano prądnicę prądu stałego, za pomocą której zmieniano wartość momentu obciążenia w przedziale zakresu 0-125% wartości znamionowej.

Do przetwarzania danych pomiarowych prądu stojana wykorzystano szybką transformatę Fouriera FFT. Aby możliwe było skuteczne wyodrębnienie charakterystycznych składowych widma prądu stojana, konieczne jest zapewnienie odpowiedniej rozdzielczości w dziedzinie częstotliwości. Wykonane pomiary zostały zrealizowane z następującą rozdzielczością:  $df = 0,048$  ( $2^{19}$  próbek w ciągu 20,97 s) przy zakresie 25 kHz. Na podstawie pomiarów oraz przeprowadzonych przekształceń przygotowano zestaw wejściowy zawierający następujące sygnały:

$$\mathbf{W}_{in} = \{I_{max}, s_{1l}, s_{p1}, s_{lp1}, p_1, p_2\} \quad (20)$$

gdzie:  $I_{max}$  – amplituda składowej zerowej modułu wektora przestrzennego prądu stojana,

$s_{1l}, s_{p1}$  – odpowiednio lewa i prawa składowa poślizgowa wokół 1-ej harmonicznej prądu stojana, wyrażona w procentach 1-ej harmonicznej prądu stojana,  $s_{lp1}$  – suma składowych  $s_{1l}$  i  $s_{p1}$ ,  $p_1, p_2$  – składowe uszkodzeniowe wyznaczone na podstawie modułu wektora przestrzennego prądu, wyrażone w procentach składowej  $I_{max}$ .

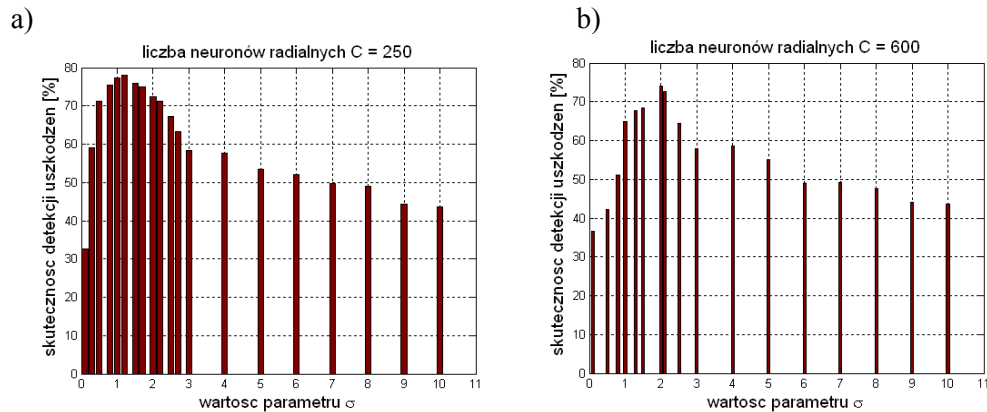
Zestaw wejściowych wzorców diagnostycznych stanowiła obszerna baza danych, zawierająca 900 rekordów. Zestawy uczące dla poszczególnych wariantów zawierały 600 wektorów wejściowych, natomiast zestawy testujące posiadały 300 wektorów. W badaniach wykonane zostały testy dla sieci RBF, w których dobór centrów funkcji radialnych został przeprowadzony za pomocą opisanych wcześniej obu metod podziału danych uczących.

Należy zauważyć, że bezpośrednie przepisanie danych z treningu jako centrów poszczególnych neuronów radialnych eliminuje konieczność doboru neuronów ukrytych. Metoda ta jest prosta i nie wymaga dużych nakładów obliczeniowych, jednak sieć jest bardzo złożona. Duża liczba neuronów w warstwie radialnej powoduje zwiększenie rozmiaru macierzy przetwarzanych w sieci neuronowej danych, co jest znaczącym utrudnieniem przy próbach implementacji sprzętowej sieci neuronowej. Zastosowanie algorytmu K-średnich wymaga założenia *a priori* liczby neuronów ukrytych, jednak pozwala na uzyskanie bardzo korzystnych rezultatów przy jednoczesnym ograniczeniu złożoności sieci. Na rysunku 2 przedstawiono wyniki uzyskane przy zastosowaniu obu metod.

Uzyskano bardzo dużą dokładność detekcji uszkodzeń dla pomiarów wykonanych przy zmianach momentu obciążenia oraz przy zasilaniu silnika z przemiennika częstotliwości.

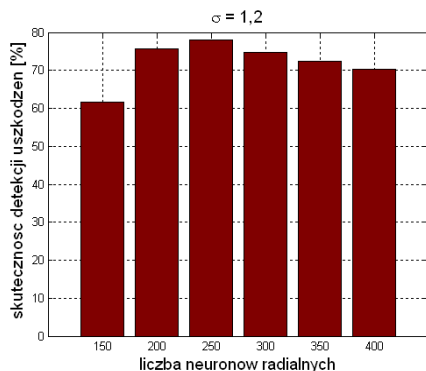
Istotne wpływ na dokładność detekcji uszkodzeń przez sieć radialną ma również współczynnik  $\sigma$ . Wartość tego parametru wpływa na wartość biasu, a zatem na skalowanie danych wejściowych kolejnych neuronów. Przy pracy w zakresie największej zmienności funkcji radialnej uzyskiwana jest największa efektywność działania detektorów.

W przypadku detektora, w którym dobierano rozmieszczenie neuronów za pomocą metody K-średnich zbadano wpływ liczby neuronów ukrytych na dokładność wykrywania uszkodzeń wirnika (rys. 3). Badania wykonane zostały przy stałej wartości współczynnika  $\sigma = 1,2$ .



Rys. 2. Zależność skuteczności detekcji uszkodzeń od wartości parametru  $\sigma$  dla sieci RBF: (a) metoda K-średnich, (b) bezpośrednie dopasowanie do zbioru danych wejściowych

Liczba neuronów ukrytych ma istotny wpływ na dokładność detekcji uszkodzeń. Dla badanego silnika najlepsze rezultaty uzyskano w przypadku sieci z 250 neuronami ukrytymi (rys. 3). Dla mniejszej liczby neuronów ukrytych sieć nie jest w stanie poprawnie dopasować się do danych uczących, natomiast przy nadmiarowej liczbie neuronów radialnych maleją zdolności generalizacyjne sieci.



Rys. 3. Wpływ liczby neuronów ukrytych sieci RBF (metoda K-średnich) na skuteczność detekcji uszkodzeń wirnika

Sposób przetwarzania danych w sieciach RBF umożliwia odtwarzanie dowolnej nieliniowej funkcji za pomocą jednej warstwy ukrytej, jednak jest to związane z koniecznością zastosowania większej liczby neuronów niż w przypadku sieci MLP. Na rysunku 4 przedstawiono wykresy przedstawiające działanie detektorów RBF dla poszczególnych serii danych pomiarowych wykorzystanych w procesie testowania, dla obu testowanych metod rozmieszczania centrów neuronów radialnych.

Detektory zaprojektowane z wykorzystaniem metody K-średnich pozwoliły na uzyskanie większej dokładności detekcji (78%) w porównaniu z sieciami RBF opartymi o uproszczoną

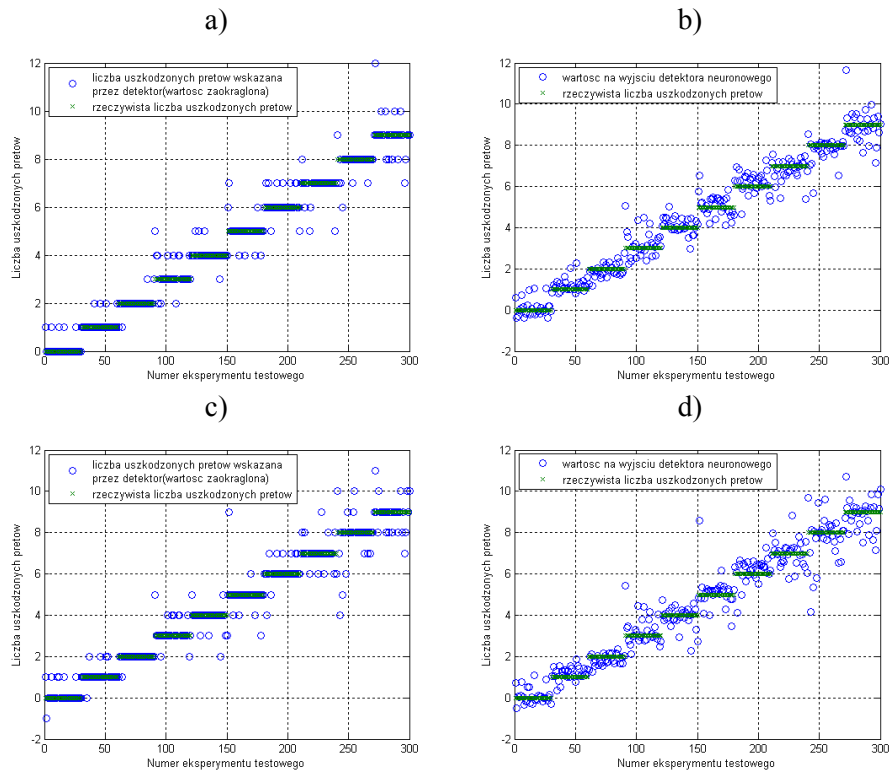
metodę doboru centrów funkcji radialnych (74%). Analizując wyniki działania neurodetektorów RBF z punktu widzenia diagnostyki silników elektrycznych należy stwierdzić, że uzyskana dokładność detekcji jest bardzo dobra. W przypadku najlepszych opracowanych detektorów (rys. 4a,b) nie występują błędne diagnozy polegające na wskazaniu, że wirnik jest sprawny w przypadku, gdy w rzeczywistości występuje uszkodzenie prętów klatki. Występują nieznaczne i nieliczne błędy w określaniu konkretnej liczby uszkodzonych prętów klatki silnika. Należy również podkreślić, że powyższe wyniki uzyskano dla rozbudowanej bazy danych pomiarowych obejmującej zmiany momentu obciążenia oraz częstotliwości zasilania silnika.

## 5. Podsumowanie

W niniejszej pracy przedstawiono neuronowe detektory uszkodzeń wirnika silnika indukcyjnego. Istotną zaletą stosowania detektorów neuronowych jest brak konieczności posiadania modeli silników lub baz danych stanowiących element odniesienia dla uzyskiwanych w procesie diagnostycznym symptomów uszkodzeń. Sieci RBF stanowią alternatywę dla klasycznych sieci MLP. Zastosowanie radialnych sieci neuronowych znacznie upraszcza dobór struktury detektorów. Należy zwrócić uwagę na znacznie prostszy, niż w sieciach MLP, proces treningu sieci, który wymaga mniej mocy obliczeniowej oraz trwa znacznie krócej. Uzyskane wyniki badań prezentują duże możliwości zastosowania sieci radialnych w klasyfikacji danych. Zaletą zastosowania tego typu sieci neuronowych jest uproszczony proces projektowania detektora, istnieje konieczność podjęcia decyzji tylko o wartości parametru  $\sigma$  funkcji ak-

tywacji. Uzyskano bardzo dobre wyniki klasyfikacji uszkodzeń w przypadku zmian momentu

obciążenia oraz częstotliwości zasilania silnika.



Rys. 4. Wpływ metody rozmieszczania centrów neuronów radialnych na dokładność detekcji uszkodzeń wirnika silnika indukcyjnego: (a, b) – metoda K-średnich, (c, d) – metoda bezpośredniego dopasowania do zbioru danych wejściowych (a, c – wyniki dokładne, b, d – wyniki zaokrąglone)

Praca finansowana ze środków na naukę w latach 2007-2010 jako projekt badawczy rozwojowy Nr R01 014 03.

## 6. Literatura

- [1] Kowalski Cz. T.: *Monitorowanie i diagnostyka uszkodzeń silników indukcyjnych z wykorzystaniem sieci neuronowych*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych PWr, nr 57, seria: Monografie nr 18, Wrocław 2005
- [2] Kowalski Cz. T., Pawlak M.: *Zastosowanie metody analizy wektora przestrzennego prądu stojana do wykrywania uszkodzeń w silnikach indukcyjnych*, Przegląd Elektrotechniczny, nr 7-8, 2004, ss. 771-777
- [3] Orr M.J.L.: *Recent advances in radial basis function networks*, Technical Report, Institute for Adaptive and Neural Computation at the University of Edinburgh, 1999

- [4] Kanungo T., Mount D.M., Netanyahu N., Piatko C., Silverman R., Wu A. Y.: *An efficient k-means clustering algorithm: analysis and implementation*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 24, no. 7, July 2002, pp. 881-892

## Autorzy

Mgr inż. Marcin Kamiński,  
 e-mail: [marcin.kaminski@pwr.wroc.pl](mailto:marcin.kaminski@pwr.wroc.pl)  
 Prof. dr hab. inż. Teresa Orłowska – Kowalska,  
 e-mail: [teresa.orlowska-kowalska@pwr.wroc.pl](mailto:teresa.orlowska-kowalska@pwr.wroc.pl)  
 Dr hab. inż. Czesław T. Kowalski, prof. PWr,  
 e-mail: [czeslaw.t.kowalski@pwr.wroc.pl](mailto:czeslaw.t.kowalski@pwr.wroc.pl)  
 Politechnika Wroclawska,  
 Instytut Maszyn, Napędów i Pomiarów  
 Elektrycznych  
 ul. Smoluchowskiego 19, 50-370 Wrocław