

Tadeusz J. Sobczyk, Michał Radzik
Politechnika Krakowska, Kraków

ALGORYTM BEZPOŚREDNIEGO OKREŚLANIA STANÓW USTALONYCH W MASZYNACH SYNCHRONICZNYCH Z UWZGLĘDNIENIEM RÓWNANIA RUCHU METODĄ BILANSU HARMONICZNYCH

ALGORITHM OF STEADY-STATE DIRECT DETERMINATION FOR SYNCHRONOUS MACHINES ACCOUNTING FOR MOTION EQUATION BY HARMONIC BALANCE METHOD

Abstract: The paper presents an iterative algorithm for direct determination of steady-state solutions in AC machines for performances when the equation of mechanical motion can of be neglected. In such cases electromagnetic and mechanic phenomena are strongly related what reflects as perturbances of angular velocity of a rotor. It happened when mechanical or electromagnetic torques have an alternating component. Nonlinear character of equations describing such performances leads to essential difficulties of finding the steady-state solutions. The algorithm is presented by a case study of a synchronous motor loaded by a torque with an alternating component. It is assumed that in steady-state a motor run synchronously but in the angular velocity appears periodic perturbations. In that case the steady-state can be found by the harmonic balance method. The paper shows how to do it.

1. Wstęp

Wyznaczanie stanów ustalonych jest tradycyjnie podstawowym i najważniejszym etapem oceny właściwości maszyn elektrycznych. Przeważnie przez stany ustalone rozumiane są zjawiska zachodzące w uzwojeniach maszyny po zaniknięciu procesu przejściowego i ustaleniu się prędkości obrotowej wirnika, a poszukiwane są jakościowe oraz ilościowe cechy prądów uzwojeń maszyny oraz momentu elektromagnetycznego. Wówczas analiza stanów ustalonych sprowadza się do, mniej lub bardziej elementarnych, zadań teorii obwodów elektrycznych prądu przemiennego lub stałego. Założenie stałej prędkości obrotowej odgrywa przy takich analizach stanów ustalonych bardzo istotną rolę, gdyż umożliwia rozdzielenie zjawisk mechanicznych i elektromagnetycznych w maszynie. Nie zawsze jednak to założenie jest spełnione. W pracy [5] przedstawiono ogólną dyskusję możliwości bezpośredniego obliczania stanów ustalonych w maszynach prądu przemiennego gdy zachodzi konieczność uwzględniania równania ruchu mechanicznego. Następuje wówczas istotne oddziaływanie zjawisk elektromagnetycznych i mechanicznych, objawiające się wahaniem prędkości kątowej wirnika. Zjawiska takie mają zawsze miejsce, gdy moment obciążenia lub moment elektromagnetyczny maszyny zawierają składową

przebiegiem o niskiej częstotliwości. Wówczas w stanie ustalonym pojawiają się wahania prędkości obrotowej i równania obwodów elektrycznych maszyny muszą być rozwiązywane łącznie z równaniem mechanicznym.

Nieliniowy charakter równań różniczkowych opisujących taki stan pracy powoduje, że istnieją zasadnicze trudności określenia rozwiązania ustalonego. Trudność tę pokonuje się całkując te równania numerycznie. W bardzo wielu przypadkach wahania prędkości mają charakter okresowy, co powoduje że prądy są także okresowe lub prawie-okresowe. Rozwiązywanie numeryczne jest co prawda zawsze skuteczne lecz w fazie badawczej czy poznawczej wymaga wieloparametrowych badań, które stają się bardzo uciążliwe i zawsze pozostawiają pewien niedosyt informacyjny. W pracy [5] opisano algorytm numeryczny, który umożliwia bezpośrednio określenie rozwiązań ustalonych w takich przypadkach. Bazuje on na metodzie bilansowania harmonicznego nieliniowego układu równań różniczkowych, przy podstawowym założeniu, że istnieje jego rozwiązanie okresowe. Wskazano tam na dwa możliwe przypadki takich algorytmów. Pierwszy z nich zakłada, że znany jest okres tego rozwiązania. W drugim przypadku zakłada się, że rozwiązanie jest okresowe, lecz jego okres jest nieznan.

W niniejszej pracy przedstawiono metodykę określania stanu ustalonego dla przypadku gdy poszukiwane jest rozwiązanie o znanym okresie. Do analizy wybrano klasyczny problem poszukiwania stanu ustalonego silnika synchronicznego obciążonego momentem mechanicznym o okresowej składowej pulsacyjnej. Analizę przeprowadzono przy założeniu, że silnik synchroniczny jest zbudowany symetrycznie, uzwojenia stojana są zasilane symetrycznym układem napięć, a uzwojenie wzbudzenia jest zasilane ze źródła napięcia stałego. Założono, że składowa przemienna momentu mechanicznego nie powoduje wypadnięcia silnika z synchronizmu, wywołując jedynie kołysania wirnika wokół prędkości synchronicznej. W tym przypadku można założyć okresowość wahań prędkości w stanie ustalonym, co pozwala wykorzystać algorytm opisany w pracach [2] i [5].

2. Opis silnika synchronicznego dostosowany do metody bilansu harmonicznych

W metodzie bilansu harmonicznych korzystnie jest posługiwać się zespolonymi szeregami Fouriera. W związku z tym do opisu silnika synchronicznego wybrano układ współrzędnych określonych w ciele liczb zespolonych. Napięcia i prądy faz stojana silnika transformowano do współrzędnych wirujących (0,+,-) przez macierz

$$\begin{bmatrix} 1 & & \\ & e^{-j\Omega_s t} & \\ & & e^{j\Omega_s t} \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$

W tych współrzędnych równania silnika synchronicznego mają postać

$$\begin{bmatrix} u^+ \\ u^- \\ u'_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s \cdot i^+ \\ R_s \cdot i^- \\ R'_f \cdot i'_f \\ R'_D \cdot i'_D \\ R'_Q \cdot i'_Q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi^+ \\ \psi^- \\ \psi'_f \\ \psi'_D \\ \psi'_Q \end{bmatrix} + j \cdot \Omega_s \begin{bmatrix} \psi^+ \\ -\psi^- \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1a)$$

$$J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + D \frac{d\varphi}{dt} = j \cdot p \cdot (i^- \cdot \psi^+ - i^+ \cdot \psi^-) + T_m(t) \quad (1b)$$

Pominięto w nich równanie dla składowej zerowej o trywialnym zerowym rozwiązaniu. Symetryczny układ napięć zasilających jest reprezentowany przez napięcia

$$u^+ = u^- = \sqrt{\frac{3}{2}} U.$$

Oznaczenia strumieni skojarzonych oraz parametrów w tych równaniach nie są objaśniane

gdyż wynikają jednoznacznie z wybranego układu współrzędnych. Poszukiwanymi rozwiązaniami układu (1a, 1b) są prądy $i^+(t)$, $i^-(t)$, $i'_f(t)$, $i'_D(t)$, $i'_Q(t)$ oraz kąt obrotu $\varphi(t)$.

Wiadomo, że w stanie pracy ustalonej przy sinusoidalnych symetrycznych napięciach faz stojana, stałym napięciu na uzwojeniu wzbudzenia oraz stałym momencie obciążenia silnik synchroniczny będzie pracował ze stałą synchroniczną prędkością obrotową, która wynosi Ω_s / p , prądy i^+ , i^- , i'_f przyjmą wartości stałe w czasie, a prądy i'_D oraz i'_Q będą miały wartość zero, gdyż napięcia u^+ , u^- , u'_f są stałe. Natomiast kąt obrotu $\varphi(t)$ będzie narastał liniowo zgodnie z zależnością

$$\varphi = (\Omega_s / p) \cdot t + \varphi_0.$$

Jeżeli moment mechaniczny silnika nie będzie stały w czasie i będzie miał okresową składową przemienną nie powodującą wypadnięcia z synchronizmu, to w stanie ustalonym prędkość silnika zacznie wahać się okresowo zgodnie z częstotliwością składowej przemiennej momentu mechanicznego

$$\omega(t) = (\Omega_s / p) + \Delta\omega(t),$$

natomiast kąt obrotu będzie narastał zgodnie z zależnością

$$\varphi(t) = (\Omega_s / p) \cdot t + \Delta\varphi(t).$$

Ponieważ zaburzenia prędkości obrotowej $\Delta\omega(t)$ oraz kąta obrotu $\Delta\varphi(t)$ powiązane są relacją

$$\frac{d\Delta\varphi(t)}{dt} = \Delta\omega(t) \quad (2)$$

to zaburzenie narastania kąta obrotu będzie także okresowo zmienne. Jest to bardzo ważny fakt umożliwiający zastosowanie metody bilansu harmonicznych do poszukiwania rozwiązania ustalonego równań (1a, 1b). Należy jednak zastąpić w tych równaniach kąt obrotu $\varphi(t)$ (który nie jest funkcją okresową) przez okresową funkcję zaburzenia kąta obrotu $\Delta\varphi(t)$. W efekcie równanie (1b) przyjmie teraz postać

$$J \frac{d^2 \Delta\varphi}{dt^2} + D \frac{d\Delta\varphi}{dt} = T_{em} + T_m(t) - D \frac{\Omega_s}{p} \quad (3)$$

Równania (1a) wraz ze zmodyfikowanym równaniem (3) są podstawą do poszukiwania rozwiązania w stanie ustalonym gdyż wszystkie poszukiwane funkcje mogą być przewidziane w postaci szeregów Fouriera.

3. Równania bilansu harmoniczych z uwzględnieniem równania ruchu

W celu utworzenia równań bilansu harmoniczych dla równań (1a) oraz (3) zapisano je w postaci wektorowej

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{F}_2(\mathbf{x}) + \frac{d}{dt} \mathbf{F}_1(\mathbf{x}) + \mathbf{F}_0(\mathbf{x}, t) = \mathbf{0} \quad (4)$$

gdzie $\mathbf{F}_2(\mathbf{x})$, $\mathbf{F}_1(\mathbf{x})$ oraz $\mathbf{F}_0(\mathbf{x}, t)$ są sześciowymiarowymi wektorami funkcji zależnych od poszukiwanych rozwiązań tworzących wektor

$$\mathbf{x} = [i^+ \quad i^- \quad i'_f \quad i'_D \quad i'_Q \quad \Delta\varphi]^T.$$

Szczegółowe postaci funkcji w tych wektorach wynikają z równań (1a) oraz (3), przy czym niektóre z nich (zawierające strumienie sprzężone oraz moment elektromagnetyczny) są nieliniowe.

W tej pracy założono, że moment obciążenia silnika zawiera oprócz składowej stałej T_0 składową zmienną o amplitudzie T_z oraz znanej częstotliwości f_m

$$T_m(t) = T_0 + T_z \cdot \sin(\Omega_m t + \alpha) \quad (5)$$

gdzie $\Omega_m = 2\pi \cdot f_m$. Ze względu na okresowy charakter wymuszeń zawartych w wektorze \mathbf{F}_0 rozwiązanie ustalone układu (4) będzie także okresowe, co można potwierdzić teoretycznie. Zatem wektor jego rozwiązań można przewidzieć w postaci szeregu Fouriera

$$\mathbf{x} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{X}_k \cdot e^{jk\Omega_m t} \quad (6)$$

Metoda bilansu harmoniczych polega na podstawieniu rozwiązań w postaci szeregów Fouriera (6) do równania (4) i zbilansowaniu harmoniczych, wykorzystując własność jednoznaczności rozkładu Fouriera. Ponieważ w równaniu (4) występują nieliniowe funkcje rozwiązań, takie bilansowanie jest bardzo trudne, gdyż prowadzi do związków nieliniowych. Jeżeli zapisać każdy z wektorów $\mathbf{F}_2(\mathbf{x})$, $\mathbf{F}_1(\mathbf{x})$ oraz $\mathbf{F}_0(\mathbf{x}, t)$ w postaci szeregu Fouriera (analogicznie jak dla wektora \mathbf{x})

$$\mathbf{F}_n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{F}_k^n \cdot e^{jk\Omega_m t} \quad \text{dla } n \in \{0, 1, 2\} \quad (7)$$

to algebraiczne zależności między współczynnikami tych szeregów można zapisać w postaci nieskończonego układu równań

$$\begin{aligned} & - \text{diag} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Omega^2 \\ \mathbf{0} \\ \Omega^2 \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{F}_{2,1} \\ \mathbf{F}_{2,0} \\ \mathbf{F}_{2,-1} \\ \vdots \end{bmatrix} + \text{diag} \begin{bmatrix} \vdots \\ j\Omega \\ \mathbf{0} \\ -j\Omega \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{F}_{1,1} \\ \mathbf{F}_{1,0} \\ \mathbf{F}_{1,-1} \\ \vdots \end{bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{F}_{0,1} \\ \mathbf{F}_{0,0} \\ \mathbf{F}_{0,-1} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (8) \end{aligned}$$

gdzie $\Omega = \Omega_m \cdot \mathbf{E}$ (\mathbf{E} - macierz jednostkowa). Ponieważ niektóre wektorowe współczynniki Fouriera \mathbf{F}_k^n są obliczane dla nieliniowych funkcji będą one nieliniowo zależą od poszukiwanych współczynników szeregu (6), co można symbolicznie zapisać w postaci $\mathbf{F}_k^n(\dots, \mathbf{X}_{-1}, \mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \dots)$. W celu skrócenia zapisu równania (8) można wykorzystać notację tzw. wektorowych reprezentacji szeregów Fouriera [4] wektorów $\mathbf{F}_2(\mathbf{x})$, $\mathbf{F}_1(\mathbf{x})$, $\mathbf{F}_0(\mathbf{x}, t)$ oraz poszukiwanego szeregu Fouriera wektora rozwiązań \mathbf{x}

$$-(\Omega)^2 \cdot \mathbf{F}_2(\mathbf{X}) + j \cdot \Omega \cdot \mathbf{F}_1(\mathbf{X}) + \mathbf{F}_0(\mathbf{X}) = \mathbf{0} \quad (8a)$$

4. Algorytmy iteracyjnego wyznaczania rozwiązań ustalonych

Równanie (8a) stanowi w istocie układ nieskończenie wielu nieliniowych równań algebraicznych. Można go rozwiązać iteracyjnie stosując algorytm Newtona-Raphsona

$$\mathbf{X}^{i+1} = \mathbf{X}^i - \mathbf{J}(\mathbf{X}^i)^{-1} \cdot \mathbf{F}(\mathbf{X}^i) \quad (9)$$

gdzie

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) = -(\Omega)^2 \cdot \mathbf{F}_2(\mathbf{X}) + j \cdot \Omega \cdot \mathbf{F}_1(\mathbf{X}) + \mathbf{F}_0(\mathbf{X})$$

Macierz Jacobiego w (9) jest określona następująco

$$\mathbf{J}(\mathbf{X}) = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \quad (10)$$

W pracy [3] pokazano, że w celu jej określenia należy obliczyć macierze

$$\mathbf{F}_{d,n} = \frac{\partial \mathbf{F}_n}{\partial \mathbf{x}} \quad (\text{dla } n \in \{2, 1, 0\}) \quad (11)$$

oraz współczynniki ich szeregów Fouriera

$$\mathbf{F}_{d,n} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{F}_k^{d,n} \cdot e^{jk\Omega_m t},$$

a następnie utworzyć macierzowe reprezentacje tych szeregów o postaciach

$$\mathbf{F}_{d,n} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \mathbf{F}_0^{d,n} & \mathbf{F}_1^{d,n} & \mathbf{F}_2^{d,n} & \dots \\ \dots & \mathbf{F}_{-1}^{d,n} & \mathbf{F}_0^{d,n} & \mathbf{F}_1^{d,n} & \dots \\ \dots & \mathbf{F}_{-2}^{d,n} & \mathbf{F}_{-1}^{d,n} & \mathbf{F}_0^{d,n} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (12)$$

Macierz Jacobiego ostatecznie przyjmuje postać

$$\mathbf{J}(\mathbf{X}) = -(\boldsymbol{\Omega})^2 \cdot \mathbf{F}_{d,2}(\mathbf{X}) + j \cdot \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{F}_{d,1}(\mathbf{X}) + \mathbf{F}_{d,0}(\mathbf{X}) \quad (13)$$

Procedura iteracyjnego obliczania widma Fouriera wektora rozwiązań w przypadku nieliniowego charakteru równań została przedstawiona w [3]. W każdej iteracji wymaga ona:

- obliczania przebiegów czasowych poszukiwanych funkcji na podstawie współczynników ich szeregów Fouriera wyliczonych w poprzedniej iteracji,
- obliczania przebiegów czasowych nieliniowych funkcji występujących w macierzach \mathbf{F}_n oraz $\mathbf{F}_{d,n}$,
- obliczenia współczynników szeregów Fouriera tych funkcji i utworzenie na ich podstawie wektora $\mathbf{F}(\mathbf{X}^i)$ oraz macierzy Jacobiego $\mathbf{J}(\mathbf{X}^i)$,
- obliczenia nowych wartości współczynników Fouriera wektora rozwiązań z zależności (9).

5. Wyniki testów numerycznych

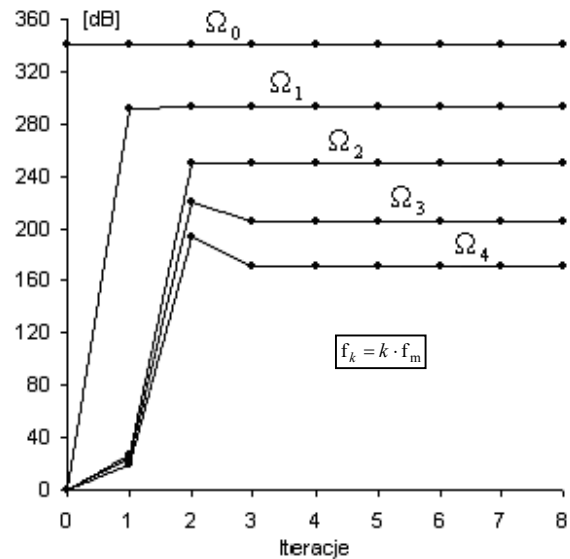
W oparciu o zależności przedstawione powyżej przygotowano przy użyciu pakietu MatLab program realizujący algorytm Newtona-Raphsona opisany relacją (9). Do obliczeń numerycznych wykorzystano parametry silnika synchronicznego o danych znamionowych: $P_N = 1250$ kW, $U_N = 6000$ V, $\cos\varphi = 0,9$, $n_N = 750$ obr/min. Obliczenia testowe przeprowadzono przy założeniu, że składowa stała momentu obciążenia (5) jest równa momentowi znamionowemu, a amplituda składowej przemiennej stanowi 10% tej wartości i ma częstotliwość 4,7 Hz, przy której wahania prędkości są największe. Założono, że bezwładność w równaniu (3) jest równa bezwładności wirnika. Wartości startowe dla algorytmu Newtona-

Raphsona (9) wyznaczono z równań stanu ustalonego dla znamionowych wartości napięć oraz momentu obciążenia o stałej wartości. Celem obliczeń testowych było wykazanie zbieżności algorytmu. Wyniki tych obliczeń przedstawiono na kolejnych rysunkach.

W stanie ustalonym prędkość kątową została przewidziana w postaci szeregu Fouriera

$$\omega(t) = \Omega_0 + \sum_{k=1}^N \Omega_k \cos(k \cdot \Omega_m t + \alpha_k) \quad (14)$$

Na rysunku 1 zestawiono wartości amplitud czterech pierwszych harmonicznych prędkości obrotowej silnika otrzymywane w kolejnych iteracjach (poziom odniesienia $\Omega_0 \cdot 10^{-17}$).



Rys. 1. Zmienność amplitud harmonicznych prędkości kątowej w kolejnych iteracjach

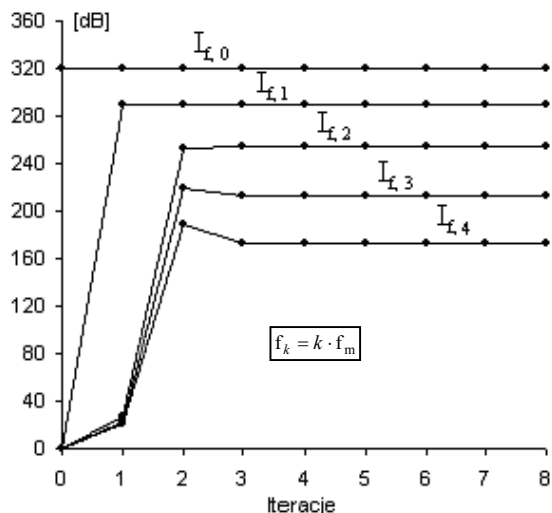
Analogicznie, prąd wzbudzenia w stanie ustalonym jako okresowo zmienny został przewidziany w postaci szeregu Fouriera

$$i_f(t) = I_{f,0} + \sum_{k=1}^N I_{f,k} \cos(k \cdot \Omega_m t + \alpha_k) \quad (15)$$

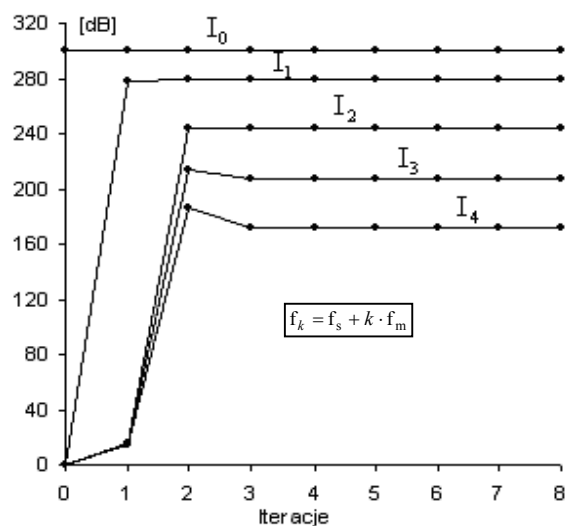
Na rysunku 2 przedstawiono zmiany wartości amplitud czterech pierwszych harmonicznych prądu wzbudzenia w kolejnych iteracjach (poziom odniesienia $I_{f,0} \cdot 10^{-16}$).

Algorytm iteracyjny oblicza prądy i^+ oraz i^- (które są wzajemnie sprzężone) przewidywane w postaci szeregów Fouriera

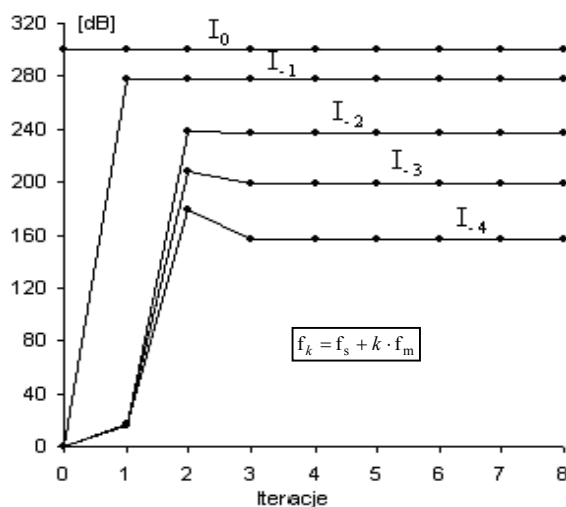
$$i^+(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} I_k^+ \cdot e^{jk\Omega_m t}; \quad i^-(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} I_k^- \cdot e^{jk\Omega_m t}$$



Rys. 2. Zmienność amplitud harmonicznych prądu wzbudzenia w kolejnych iteracjach



Rys. 3a. Zmienność amplitud składowych prądu stojana w kolejnych iteracjach



Rys. 3b. Zmienność amplitud składowych prądu stojana w kolejnych iteracjach

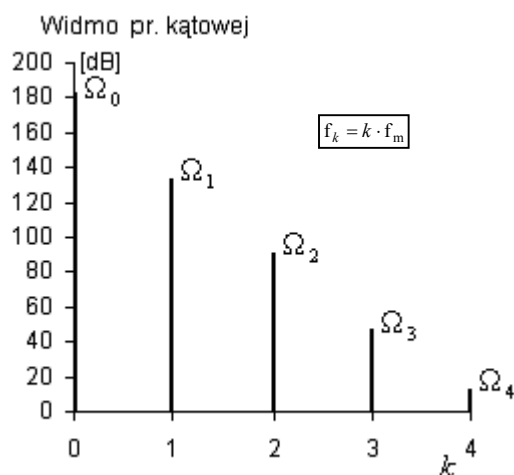
Po przeliczeniu, prąd fazy 'a' ma postać

$$i_a(t) = \sum_{k=-N}^N I_k \cdot \cos((\Omega_s + k \cdot \Omega_m) \cdot t + \alpha_k)$$

a dodatkowe składowe mają częstotliwości $\Omega_k = \Omega_s + k \cdot \Omega_m$. Na rysunku 3a i 3b przedstawiono zmiany wartości czterech pierwszych składowych prądu stojana w kolejnych iteracjach. Wartości podano w dB (poziom odniesienia $I_{f,0} \cdot 10^{-15}$).

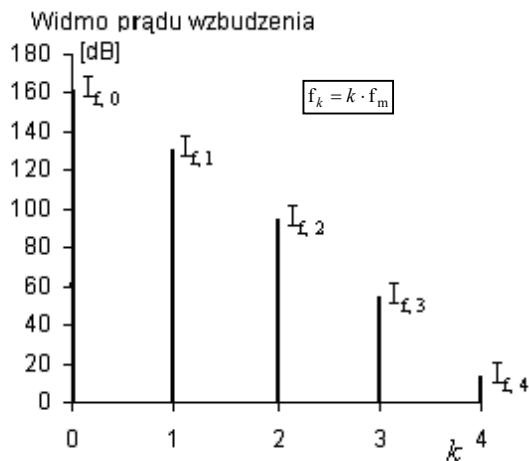
Wyniki testów świadczą o bardzo dobrej zbieżności algorytmu. Wartości amplitud najważniejszych harmonicznych ustalają się już po pierwszej iteracji, natomiast wartości harmonicznych wyższych, nawet tych różniących się o wiele rzędów, ustalają się po trzech iteracjach.

Na kolejnych rysunkach przedstawiono obliczone widma prędkości kątowej, prądu wzbudzenia oraz prądów stojana.



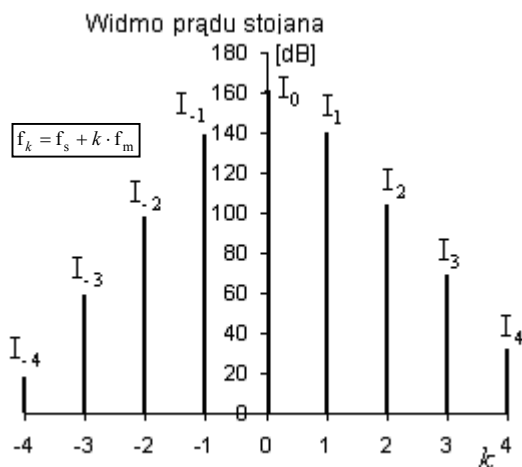
Rys. 4. Widmo prędkości kątowej

W widmie prędkości kątowej występują harmoniczne o częstotliwościach będących wielokrotnościami częstotliwości składowej prędkości kątowej. Pojawienie się harmonicznych wyższych, o numerach 2, 3, ... jest wynikiem nieliniowego charakteru równań opisujących stan maszyny. Amplitudy tych wyższych harmonicznych zmniejszają się bardzo szybko i widmo prędkości kątowej można ograniczyć do składowej stałej i pierwszej harmonicznej, tak jakby układ równań był liniowy. Druga harmoniczna jest już o cztery rzędy mniejsza niż składowa zerowa.



Rys. 5. Widmo prądu wzbudzenia

Widmo prądu wzbudzenia ma takie same cechy jak widmo prędkości kątowej lecz amplitudy wyższych harmonicznych w relacji do składowej stałej są zdecydowanie wyższe niż dla prędkości kątowej. Jednak druga harmoniczna jest i tak o trzy rzędy mniejsza niż składowa zerowa.



Rys. 6. Widmo prądu stojana

Widmo prądów stojana najszybciej reaguje na składową przemienną w momencie mechanicznym. Pojawiają się w nim składowe o częstotliwościach $f_k = f_s + k \cdot f_m$. Pierwsza z nich jest tylko o jeden rząd mniejsza niż podstawowa składowa o częstotliwości sieciowej.

6. Wnioski

W pracy przedstawiono algorytm bezpośredniego obliczania widm Fouriera w maszynach synchronicznych w przypadku występowania składowej przemiennnej w momencie mechanicznym. Jest to algorytm Newtona-Raphsona charakteryzujący się bardzo dobrą zbieżnością, co wykazały testy numeryczne. Algorytm jest efektywnym narzędziem dla jakościowego i ilościowego określania widm Fouriera maszyn synchronicznych w przypadkach, gdy należy uwzględnić równanie mechaniczne, które nadaje równaniom maszyny nieliniowy charakter.

7. Literatura

- [1] Sobczyk T.: *Infinitely-dimensional linear and quadratic forms of electric machines*, Rozprawy Elektrotechniczne, Vol. 29, Bull. 3, PWN, Warszawa, 1983, pp. 697-707
- [2] Sobczyk T.: *A reinterpretation of the Floquet solution of the ordinary differential equation system with periodic coefficients as a problem of infinite matrix*, Compel, Vol. 5, No. 1, Dublin, Boole Press Ltd, 1986, pp. 1-22
- [3] Sobczyk T.: *Direct determination of two-periodic solution for nonlinear dynamic systems*, Compel, James & James Science Pub. Ltd., 1994, Vol. 13, No. 3, pp. 509-529
- [4] Sobczyk T.: *Metodyczne aspekty modelowania matematycznego maszyn indukcyjnych*, WNT, Warszawa, 2004
- [5] Sobczyk T.: *Algorytm bezpośredniego określania stanów ustalonych w maszynach prądu przemiennego z uwzględnieniem równania ruchu*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, Nr 62, Seria Studia i Materiały Nr 28, 2008, ss. 66-74

Autorzy

Prof. dr hab. inż. Tadeusz J. Sobczyk,

e-mail: pesobczy@cyfronet.pl

Mgr inż. Michał Radzik,
Politechnika Krakowska,

Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej,
Instytut Elektromechanicznych Przemian Energii,
Katedra Maszyn Elektrycznych,
ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków,
Tel/fax: +48 12 628 2044