

Tomasz Węgiel
 Politechnika Krakowska, Kraków

MODELOWANIE MASZYN SYNCHRONICZNYCH Z MAGNESAMI TRWAŁYMI Z EKSCENTRYCZNOŚCIĄ WIRNIKA

MODELING PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MACHINES WITH ROTOR ECCENTRICITY

Abstract: In the paper the modeling of synchronous machines with permanent magnets (PM) located on the surface of the rotor is presented. These analyzes are based on the co-energy function and distribution of magnetic field density in the machine air-gap for cases of rotor eccentricity. This approach allows the calculation of influences and effects of rotor eccentricity and other word effects usually neglected in commonly used analytical models. The paper contains a computation for machine with rotor eccentricity and shows the comparison results of calculation for analytical model and FEM. This computation confirms a good agreement of the FEM analysis with the simplified calculation. The presented model reduce the necessity of using the FEM analysis and described the PM machine by a very precise way. This approach is presented by an example of 3-phase PM synchronous machine. Presented methodical aspects of modeling PM machines can be useful for diagnostic purposes.

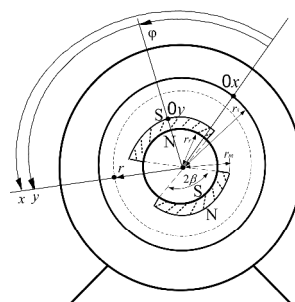
1. Wstęp

Problem modelowania maszyn synchronicznych z magnesami trwałymi jest z jednej strony zagadnieniem dość prostym, lecz gdy się pragnie uwzględnić szczegóły konstrukcyjne oraz pojawianie się pewnych niesymetrii obwodu magnetycznego okazuje się, że zagadnienie to nie należy do najłatwiejszych i często wymaga stosowania modeli polowych [4]. W pracy podjęto próbę przedstawienia metodyki budowy tzw. obwodowych modeli dla tej klasy maszyn, ze szczególnym zwróceniem uwagi na ich użyteczność w celach diagnostycznych. Jako obiekt wybrano 3-fazową maszynę z powierzchniowymi magnesami trwałymi na wirniku. W odróżnieniu od klasycznych modeli, podjęto zadanie uwzględnienia oprócz żłobkowania również możliwość analizy wpływu ekscentryczności wirnika. W tym celu użyto formalizmu Lagrange'a bazującego na charakterystykach uzwojeń oraz funkcji koenergii elementów całego systemu elektromechanicznego jakim jest omawiana maszyna.

2. Analiza rozkładu pola magnetycznego pochodzącego od magnesów trwałych

Analizie poddano przykładową maszynę z magnesami trwałymi, której przekrój przedstawiono na rysunku 1.

Dla tego modelu maszyny rozważania prowadzono przy następujących założeniach:



Rys. 1. Przekrój przykładowej maszyny z magnesami trwałymi

- nie uwzględnia się spadków napięć magnetycznych w żelazie,
- magnesy są mocowane powierzchniowo do wirnika,
- charakterystyka odmagnesowania magnesów jest liniowa ($B_m = B_r + \mu_0 \mu_r H_m$).

Zhu and Howe [2] wyprowadzili analityczny dwuwymiarowy model 2-D rozkładu pola magnetycznego $B_{PM}^{2D}(x - \varphi)$ (uwzględniający składowe radialne, jak i tangencjalne rozkładu) dla gładkiej, cylindrycznej, symetrycznej maszyny z magnesami trwałymi.

Na podstawie wcześniejszych prac [2], [3], [5] udowodniono także, że bardzo prosty analityczny model 2-D, może być użyty do wyznaczania rozkładu pola w punkcie o współrzędnych (x, r) w szczelinie powietrznej dla maszyn z magne-

sami trwałymi o dowolnych, realnych kształtach szczeliny powietrznej

$$B_{PM}(x, \varphi, r) = \frac{\lambda(x, \varphi, r)}{\Lambda} \left\{ B_{PM}^{2D}(x - \varphi, r) - \frac{\int_x^{x+2\pi} \lambda(x', \varphi, r) B_{PM}^{2D}(x' - \varphi, r) dx'}{\int_x^{x+2\pi} \lambda(x', \varphi, r) dx'} \right\} \quad (1)$$

gdzie: $B_{PM}(x, \varphi, r)$ - składowa radialna indukcji wywołana przez magnes trwały, Λ - odwrotność sumy wysokości magnesu i skorygowanej wysokości szczeliny powietrznej nad magnesem w warunkach symetrii szczeliny [5]:

$$\Lambda = \frac{1}{(r_s - r_m)\mu_r + r_m - r_r}$$

$B_{PM}^{2D}(x - \varphi, r)$ - składowa radialna rozkładu indukcji w szczelinie powietrznej dla modelu symetrycznej maszyny z gładką, cylindryczną szczeliną powietrzną (na podstawie [2], [5]). Dla modelu maszyny z gładką cylindryczną szczeliną, składowa radialna rozkładu indukcji

$$B_{PM}(x, \varphi, r) = B_{PM}^{2D}(x - \varphi, r),$$

wytwarzana przez magnesy trwałe, dla punktów leżących na powierzchni odpowiadającej współrzędnej promieniowej r dla stanu bezprądowego (przy założeniu liczby par biegunów $p > 1$) zgodnie z [2] ma postać

$$B_{PM}^{2D}(x - \varphi, r) = \sum_{\zeta \in Q} B_{\zeta}^{PM}(r) \cdot e^{j\zeta(x - \varphi)} \quad (2)$$

gdzie:

$$B_{\zeta}^{PM}(r) = \begin{cases} B_{\zeta}^{PM\delta}(r) & \text{dla } r_m < r \leq r_s - \text{szczelina powietrzna} \\ B_{\zeta}^{PMm}(r) & \text{dla } r_r < r \leq r_m - \text{obszar magnesu} \end{cases}$$

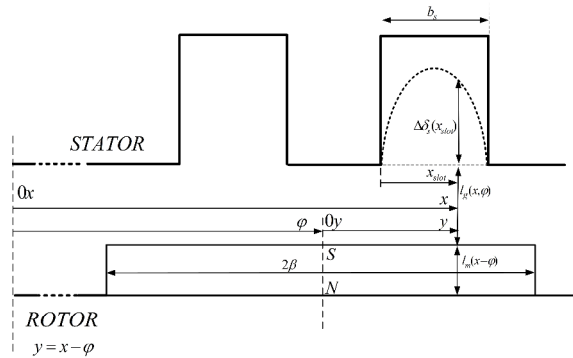
$$B_{\zeta}^{PM\delta}(r) = \frac{4}{\pi} \frac{B_r}{\mu_r} \sin(|\zeta|\beta) \frac{p}{\zeta^2 - 1} \left\{ \left(\frac{r}{r_s} \right)^{|\zeta|+1} \left(\frac{r_m}{r_s} \right)^{|\zeta|+1} + \left(\frac{r_m}{r} \right)^{|\zeta|+1} \right\} \cdot \left\{ \frac{(|\zeta|-1) + 2 \left(\frac{r_r}{r_m} \right)^{|\zeta|+1} - (|\zeta|+1) \left(\frac{r_r}{r_m} \right)^{2|\zeta|}}{\frac{\mu_r + 1}{\mu_r} \left[1 - \left(\frac{r_r}{r_s} \right)^{2|\zeta|} \right] - \frac{\mu_r - 1}{\mu_r} \left[\left(\frac{r_m}{r_s} \right)^{2|\zeta|} - \left(\frac{r_r}{r_m} \right)^{2|\zeta|} \right]} \right\}$$

$$B_{\zeta}^{PMm}(r) = \frac{4}{\pi} \frac{B_r}{\mu_r} \sin(|\zeta|\beta) \frac{p}{\zeta^2 - 1} \left\{ \left[\left(\frac{r}{r_m} \right)^{|\zeta|-1} + \left(\frac{r_r}{r_m} \right)^{|\zeta|-1} \left(\frac{r}{r} \right)^{|\zeta|+1} \right] \cdot \left[\frac{(|\zeta| - \frac{1}{\mu_r}) \left(\frac{r_m}{r_s} \right)^{2|\zeta|} + (1 + \frac{1}{\mu_r}) \left(\frac{r_r}{r_m} \right)^{|\zeta|+1} \left(\frac{r_m}{r_s} \right)^{2|\zeta|} - (|\zeta| + \frac{1}{\mu_r}) - (|\zeta| - \frac{1}{\mu_r}) \left(\frac{r_r}{r_m} \right)^{|\zeta|+1}}{\frac{\mu_r + 1}{\mu_r} \left[1 - \left(\frac{r_r}{r_s} \right)^{2|\zeta|} \right] - \frac{\mu_r - 1}{\mu_r} \left[\left(\frac{r_m}{r_s} \right)^{2|\zeta|} - \left(\frac{r_r}{r_m} \right)^{2|\zeta|} \right]} \right] + \left(\frac{r_r}{r} \right)^{|\zeta|+1} + |\zeta| \right\}$$

Funkcja permeancji jednostkowej jest zgodnie z definicją, funkcją odwrotności długości linii sił pola magnetycznego, co można zapisać następująco:

$$\delta(x, \varphi) = l_g(x, \varphi) + l_m(x - \varphi),$$

gdzie $l_g(x, \varphi)$ jest funkcją zastępczych długości linii sił pola magnetycznego dla powietrza, natomiast $l_m(x - \varphi)$ jest funkcją zastępczych długości linii sił pola magnetycznego w magnesie. Żłobki po stronie stojana dodatkowo modyfikują długości linii sił pola magnetycznego. W związku z tym, należy w odpowiednich miejscach na obwodzie szczeliny powietrznej, dodać wartości korygujące $\Delta\delta_s$.



Rys. 2. Model do wyznaczenia funkcji permeancji jednostkowej

Wielkości wspomnianych korekt można określić używając zależności analitycznych z metody odwzorowań konforemnych do modelowania pola magnetycznego nad żłobkiem, podobnie jak przy wyprowadzeniu współczynnika Cartera. Należy dodać, że wielkości tych korekt zależą od miejsc na powierzchniach odpowiadającym współrzędnej promieniowej r , dla których rozpatruje się rozkład pola magnetycznego [3]. Zastępcza długość linii sił pola magnetycznego δ_c może być zatem wyznaczona lokalnie dla dowolnego położenia wirnika φ

$$\delta_c(x, \varphi, r) = \delta(x, \varphi) + \Delta\delta_s(x, \varphi, r) \quad (3)$$

$$\Delta\delta_s(x, \varphi, r) = \begin{cases} \Delta\delta_{\max}(x, \varphi, r) \sin\left(\frac{\pi}{b_s} x_{slot}\right) & \text{dla żłobków} \\ 0 & \text{dla zębów} \end{cases} \quad (4)$$

gdzie: b_s - szerokość otwarcia żłobka, x_{slot} - lokalna zmienna nad żłobkiem, $x_{slot} \in (0, b_s)$,

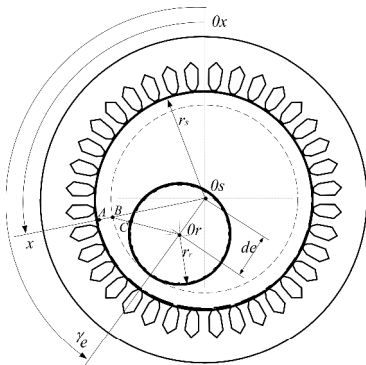
$$\Delta\delta_{\max}(x, \varphi, r) = \delta(x, \varphi) \left(\sqrt{1 + \left(\frac{b_s}{2\delta(x, \varphi)} \right)^2} \right. \quad (5)$$

$$\left. \sqrt{1 + v(r)^2} - 1 \right)$$

$v(r)$ - współczynnik wyliczany dla konkretnej wartości współrzędnej radialnej r zgodnie z [3] poprzez rozwiązanie następującego równania nieliniowego:

$$(r - r_s) \frac{\pi}{b_s} - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\sqrt{\left(1 + \left(\frac{2\delta(x, \varphi)}{b_s} \right)^2 \right)^2 + v(r)^2 + v(r)}}{\sqrt{\left(1 + \left(\frac{2\delta(x, \varphi)}{b_s} \right)^2 \right)^2 + v(r)^2 - v(r)}} \right) + \frac{2\delta(x, \varphi)}{b_s} \arctan \left(\frac{2\delta(x, \varphi)}{b_s} \frac{v(r)}{\sqrt{\left(1 + \left(\frac{2\delta(x, \varphi)}{b_s} \right)^2 \right)^2 + v(r)^2}} \right) = 0 \quad (6)$$

Zaproponowane podejście do modelowania funkcji permeancji umożliwia również uwzględnienie ekscentryczności wirnika.



Rys. 3. Uproszczony przekrój maszyny z ekscentrycznością wirnika

$$\delta(x, \varphi) = r_s - 2r_r - d_e + \sqrt{[(r_r + d_e) \cos x - d_e \cos \gamma_e]^2 + [(r_r + d_e) \sin x - d_e \sin \gamma_e]^2} \quad (7)$$

Zamodelowanie ekscentryczności jest możliwe podobnie jak dla maszyn indukcyjnych [6], [7] wg zależności (7), ponieważ względna przenikalność magnetyczna magnesów jest porównywalna z powietrzem ($\mu_r \cong 1.03 \dots 1.08$), co jest właściwym założeniem dla magnesów z ziem rzadkich

$$\lambda(x, \varphi, r) = \frac{1}{\delta_c(x, \varphi, r)} = \sum_{m \in M} \sum_{n \in N} \Lambda_{m,n}(r) e^{jmx} e^{jn\varphi} \quad (8)$$

Funkcja permeancji jednostkowej (8) zawiera harmoniczne, których rząd należy do zbiorów M, N . Zbiory te mogą w ogólnym przypadku zawierać wszystkie liczby całkowite, co jest zależne od stopnia ukształtowania i niesymetrii szczeliny powietrznej [5], [6], [7].

3. Model maszyny z magnesami trwałymi

Formalizm Lagrange'a jest jednym z wygodniejszych narzędzi do opisu przetworników elektromechanicznych. Dla maszyn z magnesami trwałymi wyznaczenie precyzyjnie funkcji koenergii nie jest zagadnieniem łatwym ze względu na obecność magnesów trwałych oraz występowanie żłobków przez co geometria obwodu magnetycznego robi się stosunkowo skomplikowana.

Ponieważ żelazne rdzenie stojana i wirnika mają bardzo duże przewodności magnetyczne, dlatego można założyć, że konserwacja energii pola magnetycznego zachodzi głównie w objętości szczeliny i magnesów trwałych, a zależność opisująca koenergię magnetyczną zawiera składowe zależne i niezależne od prądów uzwojeń i może być przedstawiona dla 3-fazowej maszyny w następującej postaci

$$E_{c0}(\varphi, i_1, i_2, i_3) = E_{c0}^s(\varphi, i_1, i_2, i_3) + E_{c0}^m(\varphi) \quad (9)$$

Składowa koenergii magnetycznej zależna od przepływu uzwojeń wygląda następująco

$$E_{c0}^s(\varphi, i_1, i_2, i_3) = \frac{1}{2} \sum_{a=1}^3 \sum_{b=1}^3 L_{ab}(\varphi) i_a i_b + \sum_{a=1}^3 \psi_{PMa}(\varphi) i_a \quad (10)$$

gdzie ψ_{PMa} jest strumieniem skojarzonym uzwojenia "a", wytwarzanym przez magnesy trwałe, $L_{ab}(\varphi)$ reprezentuje indukcyjności uzwojeń, natomiast druga składowa koenergii (niezależna od prądów uzwojeń) ma dwie składowe zależności od obszaru gromadzenia energii (szczelina powietrzna, magnes) w postaci (l_c - długość osiowa maszyny)

$$E_{c0}^m(\varphi) = \frac{l_c}{2\mu_0} \int_0^{2\pi} \int_{r_r}^{r_s} B_{PM}^2(x, \varphi, r) r dr dx = E_{c0s}^m(\varphi) + E_{com}^m(\varphi) \quad (11)$$

gdzie po rozdzieleniu stref gromadzenia się energii, funkcje koenergii niezależne od prądów przyjmują formę

$$E_{co\delta}^{>>}(\varphi) = \frac{l_c}{2\mu_0} \int_0^{2\pi} \int_{r_m}^{r_s} [B_{PM}(x, \varphi, r)]^2 r dr dx \quad (12)$$

$$E_{com}^{>>}(\varphi) = \frac{l_c}{2\mu_0\mu_r} \int_0^{2\pi} \int_{r_r}^{r_m} [B_{PM}(x, \varphi, r)]^2 r dr dx \quad (13)$$

Równania Lagrange'a maszyny z magnesami trwałymi można zatem zapisać w standartowej postaci macierzowej

$$\frac{d}{dt}[L(\varphi)][i] + \frac{d}{dt}[\Psi_{PM}(\varphi)] = [u] - [R][i] \quad (14)$$

$$T_{em} = T_e + T_m + T_{cog} =$$

$$= \frac{1}{2}[i]^T \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} [L(\varphi)] [i] + [i]^T \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} [\Psi_{PM}(\varphi)] \right) + \frac{\partial E_{co}^{>>}(\varphi)}{\partial \varphi} \right) \quad (15)$$

gdzie:

$$[L(\varphi)] = \begin{bmatrix} L_{\sigma s} & & \\ & L_{\sigma s} & \\ & & L_{\sigma s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{11}(\varphi) & L_{12}(\varphi) & L_{13}(\varphi) \\ L_{21}(\varphi) & L_{22}(\varphi) & L_{23}(\varphi) \\ L_{31}(\varphi) & L_{32}(\varphi) & L_{33}(\varphi) \end{bmatrix}$$

$$[i] = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad [u] = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

$$[\Psi_{PM}(\varphi)] = \begin{bmatrix} \Psi_{PM1}(\varphi) \\ \Psi_{PM2}(\varphi) \\ \Psi_{PM3}(\varphi) \end{bmatrix} \quad [R] = \begin{bmatrix} R_s & & \\ & R_s & \\ & & R_s \end{bmatrix}$$

Zależności opisujące indukcyjności uzwojeń „a” i „b” przy założeniu występowania jedynie składowej radialnej pola magnetycznego, zaprezentowano w pracy [1] zakładając, że spektra Fouriera zawierają harmoniczne przepływu należące do zbioru

$$P = P_1 = \{-v_{\max} \dots -5p, -3p, -p, p, 3p, 5p \dots v_{\max}\},$$

dla uzwojenia o całkowitej liczbie zębów na biegun i fazę lub

$$P = P_2 = \{-v_{\max} \dots -5p, -4p, -3p, -2p, -p, p, 2p, 3p, 4p, 5p \dots v_{\max}\}$$

gdy liczba zębów na biegun i fazę jest ułamkowa, a uzwojenia są scharakteryzowane przez swoje współczynniki uzwojeń $k_w^{|\nu|}$ oraz liczby zwojów w_s

$$L_{ab}(\varphi) = \frac{2\mu_0 r_s l_c}{\pi} \left\{ \sum_{\nu \in P} \sum_{m \in M} Q_1 W_\nu W_{\nu+m} \left[\sum_{n_1 \in N} \Lambda_{m, n_1}(r_s) e^{jn_1 \varphi} - Q_2 \frac{\sum_{n_2 \in N} \sum_{n_3 \in N} \Lambda_{-n_2, n_3}(r_s) \Lambda_{\nu+m, n_3}(r_s) e^{j(n_2+n_3)\varphi}}{\sum_{n_4 \in N} \Lambda_{0, n_4}(r_s) e^{jn_4 \varphi}} \right] e^{j\nu(x_a-x_b)} e^{jm x_a} \right\} \quad (16)$$

gdzie $W_\nu = \frac{w_s k_w^{|\nu|}}{|\nu|}$, a Q_1 i Q_2 zależą od zawartości zbiorów P, M, N i są zdefiniowane następująco

$$Q_1 = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow \forall \nu, \forall m, \nu \in P \wedge m \in M \wedge (-\nu - m) \in P \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases} \quad (17)$$

$$Q_2 = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow Q_1 = 1 \wedge \nu \in M \wedge (-\nu - m) \in M \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases} \quad (18)$$

Generalnie ujmując indukcyjność wzajemna L_{ab} ma postać potrójnego szeregu Fouriera

$$L_{ab}(\varphi) = \sum_{\nu} \sum_{m} \sum_{n} L_{\nu, m, n} e^{j\nu(x_a-x_b)} e^{jm x_a} e^{jn \varphi} \quad (19)$$

$$\text{gdzie: } x_a = (a-1)\frac{2\pi}{3p}, \quad x_b = (b-1)\frac{2\pi}{3p}, \quad a, b = 1, 2, 3$$

Indukcyjność własną uzwojeń „a” i „b” oblicza się podstawiając $x_a = x_b$.

Składową strumienia skojarzonego uzwojenia „a” wytwarzaną przez magnesy trwałe Ψ_{PMa} , można wyrazić zgodnie z [5] w następujący sposób:

$$\Psi_{PMa}(\varphi) = \frac{2r_s l_c}{\Lambda} \left\{ \sum_{\zeta \in Q} \sum_{m \in M} D_1 B_\zeta^{PM}(r_s) W_{\zeta+m} \left[\sum_{n_1 \in N} \Lambda_{m, n_1}(r_s) e^{jn_1 \varphi} - D_2 \frac{\sum_{n_2 \in N} \sum_{n_3 \in N} \Lambda_{-n_2, n_3}(r_s) \Lambda_{\zeta+m, n_3}(r_s) e^{j(n_2+n_3)\varphi}}{\sum_{n_4 \in N} \Lambda_{0, n_4}(r_s) e^{jn_4 \varphi}} \right] e^{j\zeta(x_a-\varphi)} e^{jm x_a} \right\} \quad (20)$$

gdzie parametry D_1 i D_2 w (20) zależą od zawartości zbiorów P, Q, M, N i są określone następująco, przy czym zgodnie z [5] zbiór $Q = P_1$

$$D_1 = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow \forall \zeta, \forall m, \zeta \in Q \wedge m \in M \wedge (-\zeta - m) \in P \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases} \quad (21)$$

$$D_2 = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow D_1 = 1 \wedge \zeta \in M \wedge (-\zeta - m) \in M \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases} \quad (22)$$

Ogólnie ujmując, strumień skojarzony uzwojenia „a” wytwarzany przez magnesy trwałe Ψ_{PMa} , może być przedstawiony również w postaci potrójnego szeregu Fouriera

$$\psi_{PMa}(\varphi) = \sum_{\zeta} \sum_m \sum_n \psi_{\zeta,m,n}^{PM} e^{j(\zeta+m)x_a} e^{j(-\zeta+n)\varphi} \quad (23)$$

Zależność opisująca moment elektromechaniczny (15) zawiera składową reluktancyjną momentu T_e , główny moment elektromagnetyczny T_m generowany przez interakcje pomiędzy strumieniem magnesów a strumieniem uzwojeń oraz moment w stanie bezprądowym nazywany momentem zaczepowym T_{cog} , wytwarzany przez tangencjalne siły na ściankach żłobków lub brzegach biegunów.

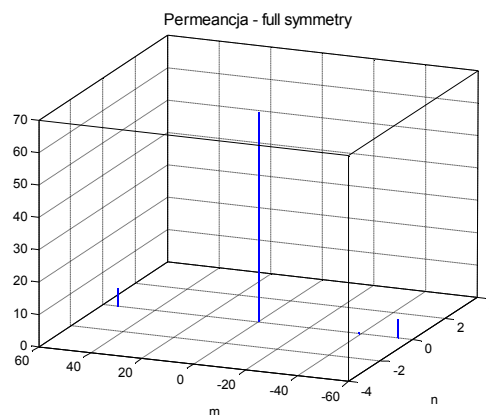
4. Porównanie obliczeń analitycznych z rezultatami obliczeń polowych

Jako ilustrację użyteczności i poprawności przedstawionych modeli wykonano testowe obliczenia rozkładu pola w szczelinie powietrznej maszyny z magnesami trwałymi przy użyciu przedstawionych zależności analitycznych oraz metody elementów skończonych. W obliczeniach skorzystano z danych konstrukcyjnych maszyny SGPM o parametrach znamionowych: $P_N = 2.5$ kW, $U_N = 230$ V, $I_N = 7.67$ A, $p = 3$. Maszyna ta posiadała następujące wymiary geometryczne oraz parametry magnesów: $r_r = 52$ mm, $r_m = 63$ mm, $r_s = 66$ mm, $\beta = 22^\circ$ (0.38 rad), $B_r = 1.06$ T, $H_c = 720$ kA/m. Analizy metodą elementów skończonych (pakiet do obliczeń polowych – MagNet) oraz obliczenia analityczne prowadzone były w stanie bezprądowym dla przypadku symetrii oraz ekscentryczności statycznej i dynamicznej. Poziom ekscentryczności wynosił 66% co oznaczało w stosunku do symetrii, gdzie szczelina powietrzna nad magnesami miała wymiar 3 mm, że minimalna szczelina powietrzna wynosiła 1 mm.

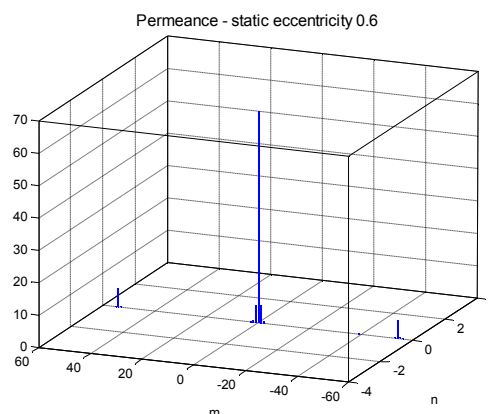
W pierwszej kolejności wyznaczono rozkłady funkcji permeancji jednostkowej dla przypadku symetrii oraz ekscentryczności statycznej i dynamicznej przy założeniu, że interesują nas miejsca rozkładu indukcji magnetycznej na powierzchni stojana.

Jak widać z rysunków 4, 5 i 6, współczynniki rozkładu funkcji jednostkowej permeancji układają się w charakterystyczny sposób dla ekscentryczności zarówno statycznej jak i dynamicznej w stosunku do przypadku symetrii [6], [7]. Rozkłady indukcji na powierzchni stojana przedstawiają rysunki 7 i 8, na których linia ciągła dotyczy rozkładu uzyskanego na drodze obliczeń polowych FEM, linia przerywana -

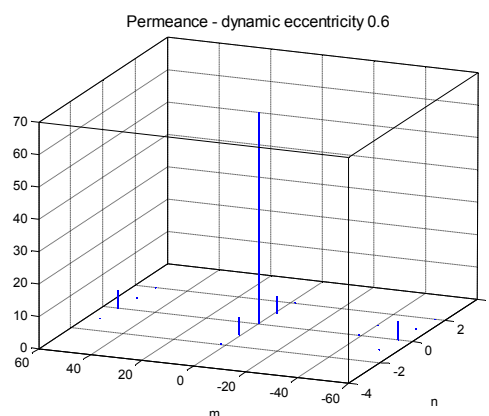
rozkładu uzyskanego na drodze obliczeń analitycznych.



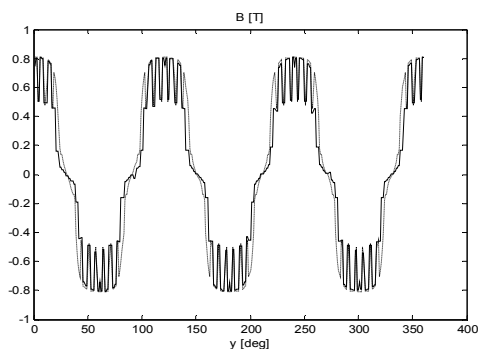
Rys. 4. Amplitudy harmonicznego rozkładu funkcji permeancji jednostkowej - symetria



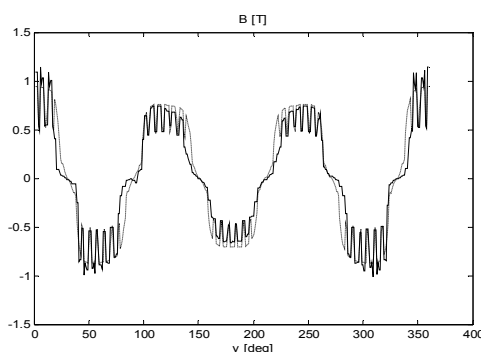
Rys. 5. Amplitudy harmonicznego rozkładu funkcji permeancji jednostkowej – ekscentryczność statyczna



Rys. 6. Amplitudy harmonicznego rozkładu funkcji permeancji jednostkowej – ekscentryczność dynamiczna



Rys. 7. Rozkład pola od magnesów na powierzchni stojana maszyny symetrycznej



Rys. 8. Rozkład pola od magnesów na powierzchni stojana w maszynie z ekscentrycznością (przypadki dualne: ekscentryczność statyczna gdy $x=0$, ekscentryczność dynamiczna gdy $\varphi=0$)

5. Podsumowanie

Praca prezentuje metodykę modelowania maszyn synchronicznych z magnesami trwałymi dla przypadków ekscentryczności wirnika. Zaprezentowane rezultaty rozkładu pola potwierdzają dobrą zgodność obliczeń analitycznych z wynikami uzyskanymi metodą elementów skończonych (FEM). Prezentowana metodyka modelowania pozwala na częściowe ograniczenie konieczności stosowania modeli polowych. Uzyskane rezultaty rozkładów indukcji pozwalają na precyzyjne zamodelowanie równań napięciowych oraz składowej głównej T_m i reluktancyjnej T_e momentu elektromechanicznego. Pozostała składowa momentu reprezentująca momenty zaczepowe T_{cog} oczywiście daje się wyliczać z prezentowanego modelu, lecz dla analizowanej maszyny była bardzo mała a jej

poziom mieścił się w granicach błędów wyników uzyskiwanych metodami polowymi w pakiecie MagNet (podobnie jak w pracy [8]).

6. Literatura

- [1] Sobczyk T.J., Drozdowski P.: *Inductances of electrical machine winding with a nonuniform air-gap*, Archiv für Elektrotechnik 76 (1993), 1-6 pp. 1158
- [2] Zhu Z.Q., Howe D., Ekkehard B., Ackermann B.: *Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet motors, part I: Open-circuit field*, IEEE Trans. Magn., vol. 29, pp. 124–134, Jan. 1993
- [3] Zhu Z.Q., Howe D.: *Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet motors, part III: Effect of Stator Slotting*, IEEE Trans. Magn., vol. 29, pp. 143–151, Jan. 1993
- [4] Gieras J.F., Wing M.: *Permanent Magnet Motor Technology*, Marcel Dekker, Inc., New York 1997
- [5] Węgiel T.: *Model matematyczny maszyny synchronicznej z magnesami trwałymi dla zastosowań diagnostycznych*, Przegląd Elektrotechniczny, ISSN 0033-2097, R. 84 nr 12/2008, ss. 107-110
- [6] Sobczyk T.J., Weinreb K., Węgiel T., Sułowicz M.: *Theoretical study of effects due to rotor eccentricities in induction motors*, IEEE International Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives (SDEMPED'99), Gijon, (Spain), 1-3. 09.1999, pp. 289-295
- [7] Węgiel T., Weinreb K., Sułowicz M.: *Wpływ harmonicznych żłbkowych przewodności na kształt widma prądu stojana w maszynie indukcyjnej z ekscentrycznym wirnikiem*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej Nr 50, Seria: Studia i Materiały Nr 22, SME 2000 „Modelowanie maszyn elektrycznych”, Wrocław 2000, ss. 236-244
- [8] Drabek T., Matras A., Skwarczyński J.: *Symulacja maszyny synchronicznej z magnesami trwałymi*, Przegląd Elektrotechniczny, ISSN 0033-2097, R.84 NR 1/2008, ss. 38-41

Autor

Dr inż. Tomasz Węgiel,
 e-mail: pewegiel@cyfronet.pl
 Politechnika Krakowska,
 Wydział Inżynierii Elektrycznej i Komputerowej,
 Instytut Elektromechanicznych Przemian Energii,
 ul. Warszawska 24, 31-155 Kraków