

Tomasz Błażejczyk, Zdzisław Życki
Instytut Elektrotechniki, Warszawa

WYZNACZANIE SKŁADOWEJ OBWODOWEJ POLA MAGNETYCZNEGO W MASZYNIE MAGNETOELEKTRYCZNEJ PRZY ZASTOSOWANIU METODY MAGNETOPTYCZNEJ

DETERMINATION OF THE CIRCUMFERENTIAL COMPONENT OF THE MAGNETIC FIELD IN A MAGNETOELECTRIC MACHINE USING THE MAGNETOOPTIC METHOD

Abstract: The paper presents results of investigation into the magnetic field in a DC motor with permanent magnets. Many measuring results of changes in polarization angles of a light-wave in a fiber optic under the influence of the magnetic field produced by an impulse of a current magnetizing additionally the permanent magnet of a machine. On the basis of the measurement results the circumferential component of the magnetic field was determined which occurs in the air gap. The measuring results were compared with the numerical calculations of the machine field.

1. Wstęp

Dynamiczny rozwój techniki światłowodowej, datowany na początek lat siedemdziesiątych ubiegłego stulecia, stworzył nadzieję na powszechne zastosowanie światłowodów w technice pomiarowej. Przynajmniej w zakresie badań naukowych światłowody są stosowane w pomiarach pola magnetycznego (w wąskim zakresie), pola elektrycznego, natężenia prądu, napięcia, temperatury, ciśnienia, drgań i innych wielkości. W tym celu wykorzystuje się różne efekty optyczne w ośrodkach materialnych, w których propaguje się fala świetlna. Jednym z nich jest magnetoptyczny efekt Faradaya, który wykorzystano w badaniach zaprezentowanych w artykule.

W długim solenoidzie pole magnetyczne w środkowej części cewki można uznać za jednorodne i błąd pomiaru przy użyciu światłowodu umieszczonego równolegle do osi podłużnej cewki jest niewielki (teoretycznie kąt α zawarty między kierunkami propagacji fali świetlnej i linii sił pola magnetycznego może być bliski zeru). W tym wariancie pomiarowym czujnik światłowodowy umożliwia pomiar składowej indukcji równoległej do osi podłużnej solenoidu [1]. Pomiar można potraktować wówczas jako pomiar wartości średniej modułu indukcji magnetycznej. W innym wariancie pomiarowym, gdy kierunek pola magnetycznego przebiega pod pewnym kątem w stosunku do kierunku propagacji fali świetlnej mogą występować

znaczne różnice między wartościami indukcji – pomierzonymi i obliczonymi. Ten drugi wariant uznano za bliższy realnym warunkom występującym w maszynach elektrycznych małej i średniej mocy. W celu zbadania w jakim stopniu mogą się różnić wartości obliczone i pomierzone składowych obwodowych pola w szczelinie powietrznej maszyny magnetoelektrycznej dokonano niżej opisanego eksperymentu. Czujnik światłowodowy umieszczono w szczelinie powietrznej maszyny elektrycznej z cylindrycznym wirnikiem. Jako obiekt badań wybrano silnik elektryczny prądu stałego o magnesach trwałych, w którym dla umożliwienia zainstalowania światłowodu zastąpiono cylindryczny uzębiony wirnik litym rdzeniem ferromagnetycznym w postaci grubościennej tulei z wyżłobionym na jej obwodzie wąskim kanałem. Wzięto pod uwagę przypadek, gdy przez uzwojenie przeznaczone do magnesowania magnesów trwałych przepływał stały prąd elektryczny. W celu wyznaczenia indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej maszyny, dokonano obliczeń numerycznych przy użyciu oprogramowania opartego na metodzie elementów skończonych. Obliczenia weryfikowano obliczeniami analitycznymi.

2. Magnetoptyczny efekt Faradaya

Zjawiska magnetoptyczne są wynikiem oddziaływania zewnętrznego pola magnetycznego na propagujący się w określonym ośrodku

strumień świetlny. Istotne znaczenie w zastosowaniach czujnikowych mają efekty magneto-optyczne pierwszego rzędu, tzn. proporcjonalne do pierwszej potęgi natężenia zewnętrznego pola magnetycznego. Przykładem efektu pierwszego rodzaju, a zarazem najpopularniejszym przykładem efektu magneto-optycznego jest zjawisko Faradaya. Polega ono na skręceniu płaszczyzny polaryzacji światła (spolaryzowanego liniowo) propagującego się w ośrodku poddanego działaniu pola magnetycznego (tzw. wymuszona dwójłomność ośrodka) [2, 3, 4]. Fala światła spolaryzowana liniowo może być przedstawiona matematycznie w postaci dwóch składowych fal spolaryzowanych kołowo o przeciwnych skrętnościach – w prawo (przesunięcie w fazie równe $\pi/2$) i w lewo (przesunięcie w fazie równe $-\pi/2$). Ponieważ składowe kołowe biegną w ośrodku materialnym z różnymi prędkościami, na wyjściu z ośrodka pojawia się różnica faz, której wartość zależy od długości drogi L , którą światło przebiega w ośrodku [2]

$$\delta = \frac{2\pi L}{\lambda} (n_l - n_p) \quad (1)$$

gdzie: δ – różnica faz, L – długości drogi, którą światło przebiega w ośrodku, n_l – współczynnik załamania fali spolaryzowanej kołowo w lewo, n_p – współczynnik załamania fali spolaryzowanej kołowo w prawo.

Na podstawie równania (1) można wyznaczyć kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji fali spolaryzowanej liniowo θ (skręcenie płaszczyzny drgań względem płaszczyzny fali padającej):

$$\theta = 0,5\delta = \frac{L\pi}{\lambda} (n_l - n_p) \quad (2)$$

Kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji θ może być opisany równaniem (3):

$$\theta = \frac{L\varepsilon_t \pi}{n\lambda} \cos \alpha \quad (3)$$

gdzie: ε_t – składowa tensora przenikalności elektrycznej w zewnętrznym polu magnetycznym ($\varepsilon = n^2$, $\varepsilon_t \ll \varepsilon$), n – bezwzględny współczynnik załamania światła, α – kąt zawarty między kierunkiem propagacji fali świetlnej a kierunkiem linii sił pola magnetycznego.

Składowa tensora przenikalności elektrycznej ε_t zależy liniowo od natężenia zewnętrznego pola magnetycznego ($\varepsilon_t = k_{\text{mat}} H$, gdzie k_{mat} jest stałą

materiałową ośrodka). Wówczas równanie (3) można zapisać w postaci:

$$\theta = \frac{k_{\text{mat}} \pi}{n\lambda} LH \cos \alpha = k_v LH \cos \alpha \quad (4)$$

gdzie: k_v – stała Verdet, charakteryzująca zdolność danej substancji do skręcania płaszczyzny polaryzacji w polu magnetycznym,

$$k_v = \frac{k_{\text{mat}} \pi}{n\lambda} \quad [\text{A/m}], \quad H - \text{natężenie pola magne-}$$

tycznego.

Równanie (4) można zapisać również w następującej postaci [3]:

$$\theta = k_v LB \cos \alpha \quad (5)$$

Stała Verdet jest wówczas wyrażona w [rad/Tm].

Z równań (4) i (5) wynika, że efekt Faradaya jest najbardziej odczuwalny dla $\alpha = 0$, tzn. w przypadku, gdy kierunki propagacji fali świetlnej i linii sił pola magnetycznego są do siebie równoległe. Kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji θ jest zależny od długości drogi L , którą światło przebiega w ośrodku znajdującym się w polu magnetycznym oraz od wartości natężenia pola magnetycznego H .

Dla $\alpha = 0$ kąt skręcenia płaszczyzny polaryzacji opisuje równanie:

$$\theta = k_v LB \quad (6)$$

3. Wyniki obliczeń

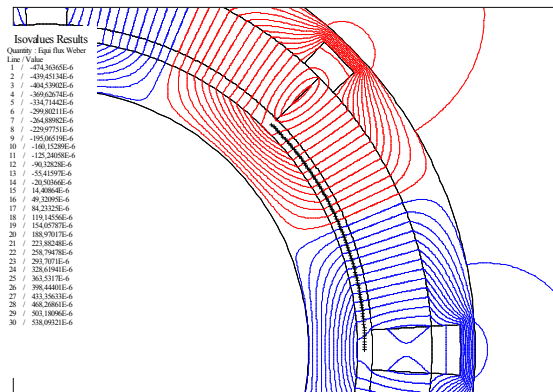
3.1. Wyniki obliczeń numerycznych

Obliczenia rozkładu indukcji wykonano dla dwóch modeli silników dla różnych stanów ich pracy. Modele silników traktowano jednakże jako stacjonarne układy magnetyczne zawierające magnesy trwałe. Pod określeniem stan pracy należy rozumieć stan pracy układu w ustalonym położeniu wirnika względem stojana (ściślej biegunów magnetycznych) przy braku jego zasilania. Są to stany:

- przy aktywnych magnesach trwałych;
- przy aktywnym uzwojeniu magnesującym (traktowanym jako uzwojenie wzbudzające) i aktywnych magnesach trwałych.

W jednym z modeli użyty wirnik zastąpiono grubościennym litym rdzeniem ferromagnetycznym w postaci tulei z wyżłobionym kanałem do umieszczenia czujnika światłowodowego. Na rysunku 1 przedstawiono rozkład strumienia magnetycznego pochodzącego od magnesów trwałych z zaznaczonym fragmentem obwodu (równym jednej podziałce bieguno-

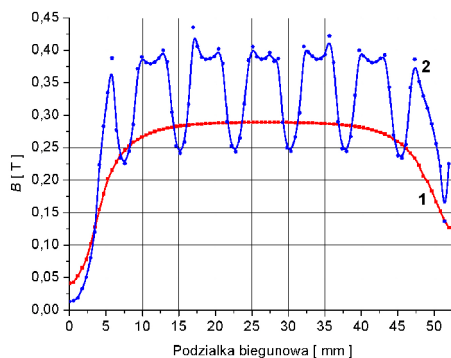
wej), dla którego wyznaczano indukcję magnetyczną (połowa grubości szczeliny, rys. 2 i 3).



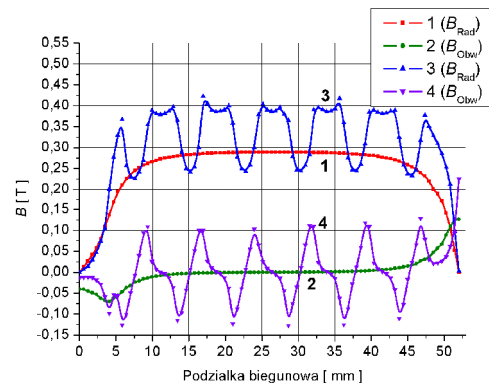
Rys. 1. Rozkład strumienia magnetycznego dla modelu z litym rdzeniem ferromagnetycznym w postaci tulei z zaznaczonym fragmentem obwodu dla którego wyznaczano indukcję magnetyczną (rys. 2 i 3)

W obliczeniach numerycznych i analitycznych dla modelu silnika z zastępczym rdzeniem przyjęto jako grubość szczeliny powietrznej średnią wartość grubości kanału i pozostałej przestrzeni nad kanałem (średnia wartość grubości szczeliny była równa 3.1 mm). Dla modelu silnika z wirnikiem uzębionym wyznaczano indukcję magnetyczną dla punktów znajdujących się w połowie grubości szczeliny powietrznej (zgodnie z danymi konstrukcyjnymi silnika grubość szczeliny była równa 1.1 mm).

Na rysunkach 2 i 3 przedstawiono moduły indukcji magnetycznej oraz składowych radialnych i obwodowych wyznaczonych dla punktów umiejscowionych w połowie grubości

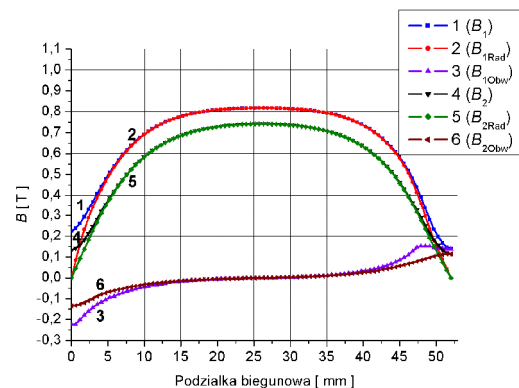


Rys. 2. Rozkład modułu indukcji magnetycznej obliczonej dla punktów znajdujących się w połowie grubości szczeliny dla modelu z rdzeniem ferromagnetycznym (krzywa 1 - $B_{sr} = 0.251$ T) oraz dla modelu z wirnikiem uzębionym (krzywa 2 - $B_{sr} = 0.310$ T) przy działaniu pola magnetycznego pochodzącego od magnesów trwałych



Rys. 3. Składowe indukcje magnetycznej obliczonej dla punktów znajdujących się w połowie grubości szczeliny dla modelu z rdzeniem ferromagnetycznym (krzywa 1- $B_{srRad} = 0.245$ T; krzywa 2 - $B_{srObw} = 0.018$ T), oraz dla modelu z cylindrycznym wirnikiem uzębionym (krzywa 3 - $B_{srRad} = 0.302$ T; krzywa 4 - $B_{srObw} = 0.$) przy działaniu pola magnetycznego pochodzącego od magnesów trwałych

szczeliny powietrznej dla modelu z rdzeniem zastępczym w postaci tulei oraz dla modelu z uzębionym wirnikiem. Obliczenia wykonano przy założeniu działania pola magnetycznego pochodzącego od magnesów trwałych.



Rys. 4. Moduł indukcji magnetycznej obliczonej przy działaniu pola magnetycznego pochodzącego od przepływu prądu przez uzwojenie magnesujące dla modelu z rdzeniem ferromagnetycznym (dla punktów znajdujących się w połowie grubości szczeliny, krzywa 1 - $B_{sr} = 0.659$ T) oraz składowe indukcje (krzywa 2 - $B_{srRad} = 0.646$ T; krzywa 3 - $B_{srObw} = 0.052$ T); moduł indukcji magnetycznej obliczonej dla punktów znajdujących się na wysokości 1 mm nad dolną powierzchnią kanału (na obwodzie rdzenia ferromagnetycznego, krzywa 4 - $B_{sr} = 0.565$ T) oraz składowe indukcje (krzywa 5 - $B_{srRad} = 0.557$ T; krzywa 6 - $B_{srObw} = 0.036$ T)

Na rysunku 4 przedstawiono wyniki obliczeń pola magnetycznego pochodzącego od prądu przepływającego przez uzwojenie magnesujące magnesy trwałe. Obliczenia wykonano dla punktów umiejscowionych w połowie grubości szczeliny powietrznej dla modelu jak na rysunku 1 oraz na wysokości 1 mm nad krawędzią rdzenia ferromagnetycznego zastępującego wirnik. Grubość szczeliny powietrznej traktowano jako równą sumie głębokości kanału i szczeliny powietrznej dla modelu silnika z wirnikiem uzębionym (przyjęta grubość szczeliny była równa 5.1 mm).

3.2. Wyniki obliczeń analitycznych

Obliczenia numeryczne indukcji magnetycznej zweryfikowano analitycznie. Katalogową charakterystykę odmagnesowania magnesów trwałych (feryt strontowy) zainstalowanych w silniku elektrycznym zastąpiono krzywą aproksymującą opisaną równaniem:

$$B = \frac{B_r(H_c - H)}{H_c - a_0 H} \quad (7)$$

gdzie: B_r – pozostałość magnetyczna, H_c – natężenie powściągające dla indukcji, a_0 – współczynnik charakteryzujący wypukłość krzywej odmagnesowania.

Punkt pracy magnesu umożliwiający wyznaczenie indukcji magnetycznej użytecznej zewnętrznego obwodu magnetycznego wyznaczono na podstawie wartości minimalnej przewodności magnetycznej zewnętrznego obwodu magnesu trwałego. Przewodność magnetyczną szczeliny powietrznej G_p wyznaczono na podstawie równania [7]:

$$G_p = \mu_0 \frac{S_i}{2(k_C g + \sigma_m g_{mj})k_n} \quad (8)$$

gdzie: S_i – pole przekroju szczeliny, przez które przenika strumień magnetyczny do twornika (idealny przekrój strumienia), k_C – współczynnik Cartera, g – grubość szczeliny powietrznej, σ_m – współczynnik rozproszenia magnesu trwałego, g_{mj} – grubość szczeliny powietrznej między magnesami trwałymi i jazdem stojana, k_n – współczynnik nasycenia elementów układu magnetycznego (magnetycznie miękkich).

Przewodność dróg strumieni rozproszonych magnesu trwałego G_δ wyznaczono na podstawie równania:

$$G_\delta = k_m (G_b + G_{cz}) \quad (9)$$

gdzie: $k_m = 0.5$ (zainstalowane w silniku magnesy trwałe stanowią dwa bieguny w jednej objętości), G_b – przewodność dróg bocznych strumieni rozproszonych magnesu, G_{cz} – przewodność czołowych dróg strumieni rozproszonych magnesu.

Przewodności G_b i G_{cz} zostały wyznaczone odpowiednio na podstawie równań:

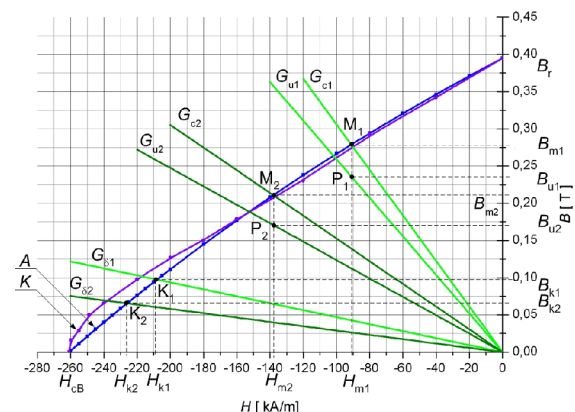
$$G_b = \mu_0 \frac{h_m l_m}{l_{\text{srb}}} \quad (10)$$

$$G_{cz} = \mu_0 \frac{0,5\beta(D_{\text{dm}} + h_m)h_m}{l_{\text{src}}} \quad (11)$$

gdzie: h_m – wysokość magnesu, l_m – długość magnesu, l_{srb} , l_{src} – średnia długość drogi strumieni rozproszonych bocznych i czołowych magnesu ($l_{\text{srb}} = l_{\text{src}} = 0,25\pi h_m$), D_{dm} – średnica otworu zakreślonego przez dolne krawędzie magnesów.

Obliczenia analityczne wykonano przy założeniach upraszczających:

1. długość magnesu jest równa długości rdzenia twornika ($l_m = l_t$),
2. przyjęto szczelinę powietrzną między magnesami trwałymi a jazdem stojana ($g_{mj} = 0.01$ mm),
3. przyjęto współczynnik rozproszenia strumieni wytworzonych przez magnes trwałe, równy $\sigma_m = 1.2$.



Rys. 5. Punkty pracy układu magnetycznego silnika dla układu: a) z uzębionym wirnikiem cylindrycznym (M_1), b) z rdzeniem w postaci tulei (M_2); K – katalogowa charakterystyka odmagnesowania, A – aproksymująca charakterystyka odmagnesowania

Na rysunku 5 przedstawiono w postaci graficznej wyniki obliczeń analitycznych układów magnetycznych z uzębionym wirnikiem cylindrycznym (kolumna 2 w tabeli 1) oraz z rdze-

niem ferromagnetycznym zastępującym wirnik (kolumna 3 w tabeli 1).

Tabela 1. Wyznaczone wartości indukcji

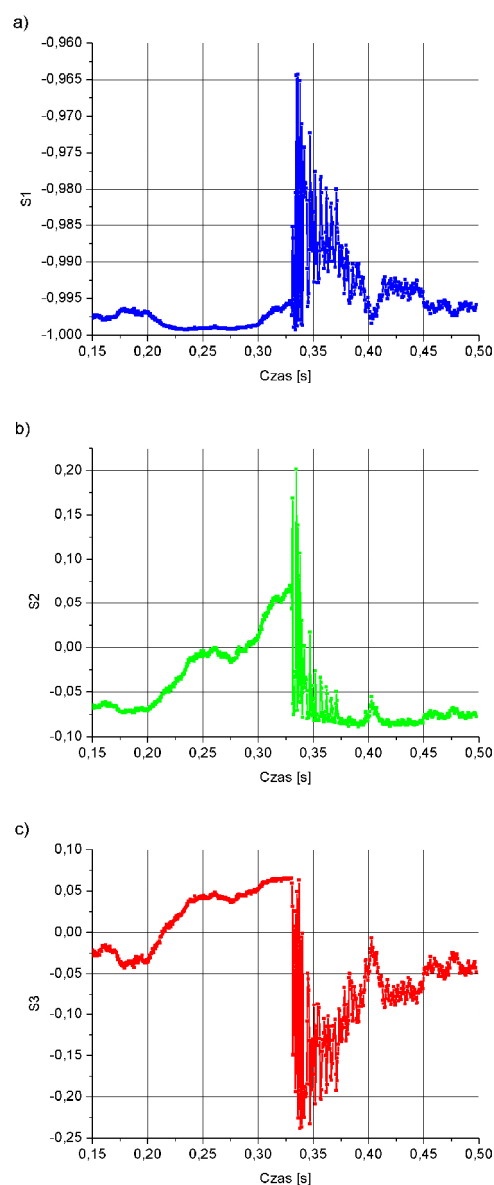
Wielkość	Układ 1	Układ 2
Indukcja B_m	0.211 T	0.273 T
Natężenie H_m	138.1 kA/m	91.1 kA/m
Indukcja B_u	0.171 T	0.236 T
Indukcja B_δ	0.040 T	0.043 T
Indukcja B_k	0.066 T	0.098 T
Natężenie H_k	225.9 kA/m	208.1 kA/m

4. Wyniki pomiarów

Pomiar pola magnetycznego pochodzącego od prądu w uzwojeniu magnesującym wykonano przy użyciu czujnika światłowodowego. Czujnik zainstalowany był w kanale rdzenia zastępującego uzębiony wirnik. Rozpiętość czujnika odpowiadała rozpiętości magnesu (rys. 1). Na rysunku 6 przedstawiono wyniki pomiarów stanu polaryzacji światła (o długości fali równej 1500 nm) poddanego wpływom pola magnetycznego pochodzącego od prądu w uzwojeniu magnesującym [1].

Wartość natężenia prądu wynosiła 2.6 kA. Stan polaryzacji światła w światłowodzie został przedstawiony w postaci trzech składowych wektora Stokesa. Wektor ten może być traktowany jako przykład matematycznego opisu wielkości określających stan polaryzacji światła (np. kąt skręcenia θ). Składowe wektora Stokesa $I(I_1, I_2, I_3)$ dla polaryzacji liniowej są związane z azymutem zależnościami: $I_1 = \cos(2\theta)$, $I_2 = \sin(2\theta)$, $I_3 = 0$. Przedstawione na rysunku 6 przebiegi umożliwiają wyznaczenie kąta θ . Na podstawie wartości kąta θ może być wyznaczona wartość wielkości charakteryzującej pole magnetyczne (indukcja magnetyczna, natężenie pola magnetycznego).

Wyznaczona na podstawie pomiarów przy użyciu czujnika światłowodowego, średnia wartość indukcji magnetycznej w powietrzu nad powierzchnią kanału jest równa 0.025 T.



Rys. 6. Przebiegi składowych wektora Stokesa (S_1 , S_2 , S_3) wyrażających strumień świetlny w światłowodzie zainstalowanym w kanale na obwodzie rdzenia zastępującego wirnik w silniku. Przebiegi odpowiadają stanowi współdziałania strumieni magnetycznych (domagnesowanie prądem $I_m = 2.6$ kA): a) składowa S_1 , b) składowa S_2 , c) składowa S_3

5. Podsumowanie i wnioski

Usytuowanie światłowodu jak to przedstawiono na rysunku 1 umożliwia pomiar składowej obwodowej pola magnetycznego w szczelinie powietrznej (względna przenikalność magnetyczna światłowodu jest w przybliżeniu równa względnej przenikalności powietrza). W tabeli 2 przedstawiono zestawienie wartości średnich indukcji magnetycznej i jej składowych uzyskanych w drodze obliczeń numerycznych, analitycznych oraz z pomiaru.

Tabela 2. Zestawienie wyników

Układ magnetyczny	B [T]	B_{srRad} [T]	B_{srObw} [T]
Uzębiony wirnik cylindryczny (magnesy trwałe), obliczenia numeryczne	0.310	0.302	0.049
Rdzeń ferromagnetyczny, (3.1 mm), (magnesy trwałe), obliczenia numeryczne	0.251	0.245	0.018
Rdzeń ferromagnetyczny, (3.1 mm), ($I_m=2.6$ kA), obliczenia numeryczne	0.659	0.646	0.052
Rdzeń ferromagnetyczny, (5.1 mm), ($I_m=2.6$ kA), obliczenia numeryczne	0.565	0.557	0.036
Uzębiony wirnik cylindryczny, (magnesy trwałe), obliczenia analityczne	0.236	—	—
Rdzeń ferromagnetyczny, (3.1 mm), (magnesy trwałe), obliczenia analityczne	0.171	—	—
Rdzeń ferromagnetyczny, (5.1 mm), ($I_m=2.6$ kA), pomiar	—	—	0.025

Z informacji zawartych w tabeli 2 wynikają następujące konkluzje:

- Użycie rdzenia zastępczego w silniku powoduje przesunięcie punktu pracy magnesu z punktu M_1 do punktu M_2 na krzywej odmagnesowania, czego obrazem są wartości indukcji magnetycznej: 0.236 T i 0.171 T (obliczenia analityczne), 0.310 T i 0.251 T (obliczenia numeryczne).
- Wartości indukcji magnetycznej wyznaczonej w drodze obliczeń numerycznych są większe od wartości uzyskanych w drodze obliczeń analitycznych odpowiednio o 31% i 46% dla układów magnetycznych. Przewidywaną

przyczyną błędów może być zaniedbanie w obliczeniach numerycznych nasycenia elementów obwodu magnetycznego wykonanych z materiałów magnetycznie miękkich (przewodność użyteczna jest mniejsza od przewodności szczeliny w obwodach nasyconych).

- Wartość obliczonej numerycznie składowej obwodowej pola magnetycznego w układzie ze zwiększoną szczeliną powietrzną w stosunku do składowej obwodowej pomierzonej przy użyciu światłowodu jest większa o 44%. Należy uznać, że pomierzona przy użyciu światłowodu składowa obwodowa indukcji magnetycznej jest bliższa wartościom wyznaczonym w drodze analitycznych obliczeń, a zatem bliższa rzeczywistej wartości.
- Można oczekiwać, że proponowana metoda wyznaczania składowej obwodowej pola magnetycznego przy zastosowaniu metody magnetoptycznej może znaleźć zastosowanie w badaniach maszyn elektrycznych o cylindrycznych wirnikach.

7. Literatura

- Życki Z., Błażejczyk T.: *Wykorzystanie efektów magnetoptycznych w pomiarach pola magnetycznego w układach magnetycznych*, Przegląd Elektrotechniczny, Nr 12, 2008, ss. 126-129
- Mustiel E., Parygin W.: *Metody modulacji światła*, 1974, Wydawnictwa Naukowe PWN
- Ripka P.: *Magnetic Sensors and Magnetometers*, Artech House Inc., 2001, London
- Pustelny T., Tyszkiewicz C., Barczak K.: *Optical Fiber Sensors of Magnetic Field Applying Faraday's Effect*, Optica Applicata, Vol. 33, No 2-3, 2003, pp. 469-475
- Lee B.: *Review of The Present Status of Optical Fiber Sensors*, Optical Fiber Technology, vol. 9, 2003, pp. 57-79
- Tan C. Z., Arndt J.: *Faraday Effect In Silica Glasses*, Physica B, Vol. 233, 1997, pp. 1-7
- Gieras J. R., Wing M.: *Permanent Magnet Motor Technology. Design and Applications*, Marcel Dektor, Inc., New York, 1997

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2007–2009 jako projekt badawczy N N510 0878 33.

Autorzy

Mg inż. Tomasz Błażejczyk,
e-mail: t.blazejczyk@iel.waw.pl
Dr hab. inż. Zdzisław Życki,
e-mail: z.zycki@iel.waw.pl
Instytut Elektrotechniki,
Samodzielna Pracownia Układów Magnetycznych,
ul. Pożaryskiego 28, 04-703 Warszawa