

Marian Noga, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków
Lesław Gołębiowski, Marek Gołębiowski, Damian Mazur
Politechnika Rzeszowska, Rzeszów

AUTOTRANSFORMATOR TRÓJKOLUMNOWY WIELOUZOJENIOWY DLA UKŁADÓW PROSTOWNICZYCH CLEAN POWER

THREE COLUMNS MULTI WINDINGS AUTOTRANSFORMER FOR CLEAN POWER RECTIFIER CIRCUITS

Abstract: Commutation processes in power electronic converters are significantly dependent on the leakage inductances of the transformer. The calculations of the leakage inductance matrix were performed with use of the finite element method (3D). The eddy current losses were taken into consideration. The mono harmonic calculations for different frequencies were performed. The dependence of magnetical inductance main, component zero and leakage were showed from frequency. This caused rotational currents in the core of the autotransformer and in the conductors of windings is. The way of the fusion of these inductances was introduced ladder arrangements. Adaptation of these inductances to the calculations of courses transitory converters district methods was the aim.

1. Wstęp

Dla obliczania stanów przejściowych układów energoelektronicznych np. uproszczonymi metodami obwodowymi konieczna jest znajomość macierzy indukcyjności rozproszenia transformatorów je zasilających. Możliwe są jednak obliczenia metodą FEM 3D, w których pole elektromagnetyczne jest liczone dokładnie w sprzężeniu z obwodami uzwojeń przy zasilaniu napięciowym z uwzględnieniem elementów nieliniowych diod oraz tranzystorów [3], [5], [2], [1]. Wówczas rozproszenie uwzględniane jest automatycznie i proces komutacji jest rozpatrywany prawidłowo. Obliczenia wymagają jednak silnego sprzętu komputerowego i trwają długo. Dla prowadzenia szybkich obliczeń przydatne są modele obwodowe, które zarówno części magnetyczne jak i elektryczne opisują zwyczajnymi równaniami różniczkowymi. Wykorzystywana jest wówczas postać macierzowa indukcyjności rozproszenia dla prawidłowego oddania procesu komutacji. Dla obliczeń stanów przejściowych wykorzystywana jest stała wartość tej macierzy. Zachodzi pytanie, czy dla różnych składowych harmonicznych czasowych procesu jest to prawidłowe i jak ewentualnie można te indukcyjności udokładnić. Zmierzenie tej macierzy praktycznie nie jest możliwe, ponieważ przeszkadzają w tym pojemności sprzężeń między uzwojeniami, szczególnie dla dużych pulsacji. Wykazano zależność indukcyjności magnetycznej głównej, składowej zerowej

i rozproszeniowej od pulsacji oraz przeprowadzono syntezę tych parametrów układami drabinkowymi. Pozwala to stworzyć schemat zastępczy obwodowy prostowników zasilanych autotransformatorem. W tym artykule wykorzystywane są rozważania teoretyczne oraz wzory z ich numeracją z poprzedniego artykułu tego XVIII Seminarium Technicznego [12]. Oba artykuły są częścią przygotowywanego opracowania.

2. Tworzenie schematu obwodowego zastępczego autotransformatora

Dysponując macierzą impedancji $[Z]$ ze wzoru (23) z [12] można stosować ją zamiast autotransformatora w schemacie zastępczym obwodowym układu, którego częścią składową jest ten autotransformator. Jednak w ten sposób nie uwzględni się zależności strat od pulsacji, czy też zjawiska nasycenia magnetycznego. Dlatego wyodrębnia się z macierzy $[Z]$ część odpowiadającą obwodowi magnetycznemu głównemu, w której można i trzeba modelować straty i nasycenie. Podobnie można postąpić ze składową zerową modelując ją jako czwartą kolumnę schematu zastępczego. Przy wyodrębnianiu tych składowych pomocne są wektory własne (24) z [12], które je identyfikują. W ten sposób należy utworzyć schemat zastępczy autotransformatora przedstawiony na rysunku 1 oraz policzyć zastępcze długości kolumn a , b (a to ko-

lumna środkowa, b to zewnętrzne). Jest to przeprowadzone w [13]. Straty wiroprądowe w rdzeniu magnetycznym, które są wyrażone w wartościach własnych macierzy $[Z]$ modelują admittance G_a, G_b z rys. 1. Korzystano z wzorów na indukcyjności kolumn $L_{a,b}$ oraz na indukcyjności kolumn wraz z admittancjami $G_{a,b}$, czyli $r_{a,b}$

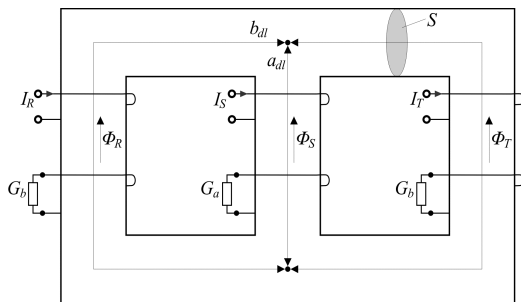
$$L_a = \frac{\mu_z \cdot S}{a_{dl}} \Rightarrow r_a = \frac{1}{\frac{1}{L_a} + s \cdot G_a} = \frac{1}{\gamma_a} \quad (1)$$

$$L_b = \frac{\mu_z \cdot S}{b_{dl}} \Rightarrow r_b = \frac{1}{\frac{1}{L_b} + s \cdot G_b} = \frac{1}{\gamma_b}$$

Admittancje G_a, G_b (jak też ich odwrotności, czyli impedancje $Z_{a,b}$) z rys. 1 modelowane są układem drabinkowym z rys. 2. Najpierw jednak są przybliżane funkcją wymierną zmiennej $s = j\omega$ o stopniu 4 w liczniku i 3 w mianowniku:

$$Z_{a,b} = \frac{1}{G_{a,b}} = \frac{as^4 + bs^3 + cs^2 + ds + e}{s^3 + fs^2 + gs + h} \quad (2)$$

W ten sposób dla kolumny środkowej obliczono postać funkcji wymiernej ze wzoru (2) dla impedancji Z_a bocznikującej zewzówj na tej kolumnie, przedstawiony na rysunku 1.



Rys. 1. Trójkolumnowy schemat zastępczy obwodu magnetycznego głównego odzwierciedlający straty wiroprądowe w rdzeniu przy pomocy admittancji G_a, G_b (a to kolumna środkowa)

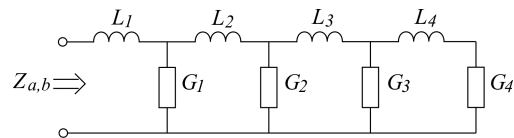
Podobnie obliczono impedancję Z_b dla kolumn zewnętrznych. Współczynniki tych funkcji wymiernych (2) podane są w tabeli 1.

Przy obliczaniu współczynników z tabeli 1 kierowano się żądaniem, aby zarówno licznik jak i mianownik funkcji wymiernej (2) były stabilne.

Tabela 1. Współczynniki syntezy funkcją wymierną (2) impedancji Z_a, Z_b bocznikujących zewzówj na schemacie zastępczym z rysunku 1

	Z_a	Z_b
a	2,8533e-06	1,7732e-06
b	3,4089	2,0964
c	7,1507e+05	3,7321e+05
d	4,5032e+10	2,4848e+10
e	1,2090e+10	9,9199e+09
f	2,5198e+05	2,2294e+05
g	2,0363e+10	1,7295e+10
h	2,1342e+13	2,8775e+13

Impedancje $Z_{a,b} = 1/G_{a,b}$ o współczynnikach z tabeli 1 były syntetyzowane metodą Cauera o schemacie drabinkowym przedstawionym na rysunku 2.



Rys. 2. Układ drabinkowy czterocłonowy Cauera syntetyzujący impedancje $Z_{a,b}$ ze schematu zastępczego na rysunku 1, które odzwierciedlają wpływ prądów wirowych w blachach autotransformatora

W tabeli 2 zestawione są obliczone parametry układów drabinkowych z rysunku 2 dla impedancji $Z_{a,b}$.

Tabela 2. Parametry schematów drabinkowych Cauera z rysunku 2 dla impedancji $Z_{a,b}$ o współczynnikach z tabeli 1

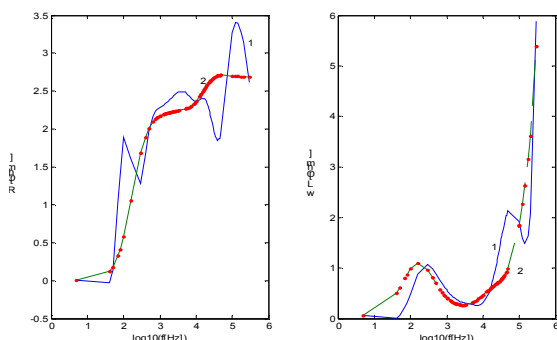
	Z_a	Z_b
L_1	2,8533e-6	1,7732e-6
G_1	0,37176	0,58786
L_2	0,00034735	7,885e-5
G_2	-0,012712	0,16829
L_3	-0,00014777	-0,00011949
G_3	0,10126	-0,041317
L_4	0,0019081	0,00090259
G_4	1764,8	2900

W następnej tabeli przedstawione są pierwiastki licznika (zera) i pierwiastki mianownika (bieguny) impedancji $Z_{a,b}$ oraz pierwiastki dla układów tych impedancji z odpowiadającą im kolumną autotransformatora, czyli $s \cdot r_a, s \cdot r_b$ ze wzoru (1).

Tabela 3. Zera i bieguny impedancji $Z_a=1/G_a$ i $Z_b=1/G_b$ oraz układów tych impedancji z odpowiadającą im kolumną, czyli $s \cdot r_a$, $s \cdot r_b$ ze wzoru (1)

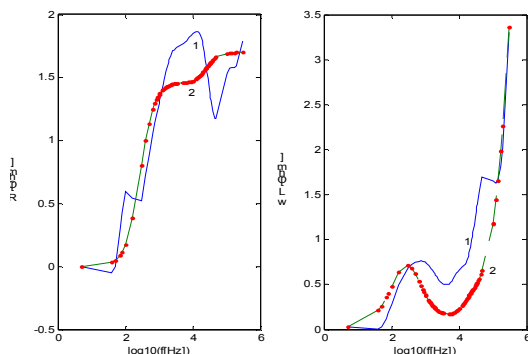
Z_a		Z_b	
zera	bieguny	zera	bieguny
$-1,2341e5$ $+ 37679j$	-1062	$-99845 +$ $65515j$	-1700,7
$-1,2341e5$ $- 37679j$	$-1,2546e5$ $+ 66011j$	$-99845 -$ $65515j$	$-1,1062e5$ $+ 68427j$
-0,26848	$-1,2546e5$ $- 66011j$	-0,39923	$-1,1062e5$ $- 68427j$
$-9,4788e5$	0	$-9,8256e5$	0
$s \cdot r_a$		$s \cdot r_b$	
zera	bieguny	zera	bieguny
0	-0,26581	0	-0,39537
$-1,2341e5$ $+ 37679j$	-69442	$-99845 +$ $65515j$	-1,8987e5
$-1,2341e5$ $- 37679j$	$-1,4721e5$ $+ 74658j$	$-99845 -$ $65515j$	$-99756 +$ $54575j$
-0,26848	$-1,4721e5$ $- 74658j$	-0,39923	$-99756 -$ $54575j$
$-9,4788e5$	0	$-9,8256e5$	0

Na rysunkach 3 i 4 przedstawiono przebiegi rezystancji i reaktancji impedancji Z_a i Z_b otrzymanych opisaną metodą z wartości własnych impedancji autotransformatora $[Z]_3$ (otrzymanych metodą FEM 3D) oraz syntetyzowanych układem drabinkowym Cauera z rysunku 2 o parametrach z tabeli 2.



Rys. 3. Przebieg rezystancji R i reaktancji ωL impedancji $Z_a=1/G_a$ bocznikującej zewzów na kolumnie środkowej w funkcji pulsacji, 1 – przebieg obliczony z wartości własnych (FEM 3D), 2 – przebieg (kropki) układu syntetyzującego metodą Cauera

Dla otrzymania pełnej postaci impedancji schematu zastępczego z rysunku 1 $[Z_{est}]$, ale z pięcioma uzwojeniami na każdej kolumnie, należy przeprowadzić odwrotne postępowanie niż prowadzone do tej pory w celu syntezy układów drabinkowych Z_a, Z_b .



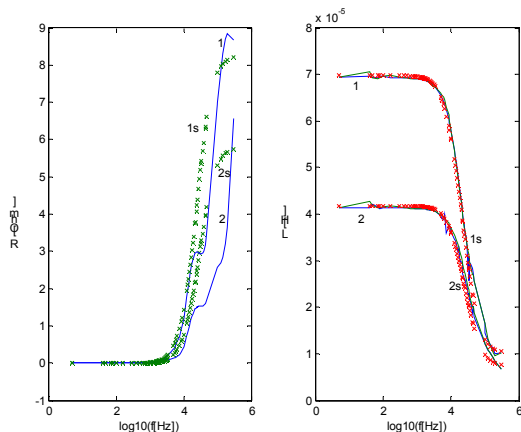
Rys. 4. Przebieg rezystancji R i reaktancji ωL impedancji $Z_b=1/G_b$ bocznikującej zewzów na kolumnie środkowej w funkcji pulsacji, 1 – przebieg obliczony z wartości własnych (FEM 3D), 2 – przebieg (kropki) układu syntetyzującego metodą Cauera

Na rysunku 5 przedstawiono otrzymane jako wynik modelowania strat wiroprowadzących w rdzeniu magnetycznym, porównanie wartości własnych obwodu magnetycznego głównego dla macierzy autotransformatora $[Z]$ oraz syntetyzowanego układem zastępczym z rys. 1 wraz z admitancjami $[Z_{est}]$. Z rysunku 5 można wywnioskować, że uzyskano dobrą reprezentację przez schemat zastępczy z rysunku 1 zjawiska wypierania strumienia magnetycznego w blachach autotransformatora przez indukowane w nich prądy wirowe.

Podczas tych czynności myślą przewodnią jest, aby cała impedancja autotransformatora w tworzonym schemacie zastępczym była równa obliczonej w rozdziale 5 [12] impedancji $[Z]$. Dlatego różnicę $[E]$ (3) między całkowitą impedancją $[Z]$ oraz impedancją zamodelowaną w postaci obwodu magnetycznego głównego w schemacie zastępczym z rysunku 1 traktuje się jako impedancję rozproszenia i włącza do gałęzi uzwojeń autotransformatora (w postaci macierzowej lub zastępczego układu drabinkowego z rys. 2).

$$\begin{cases} [E] = [Z] - [Z_{est}] \\ [F] = [V_e]' \cdot \{[Z] - [Z_{est}]\} \cdot [V_e] = [V_e]' \cdot [E] \cdot [V_e] \end{cases} \quad (3)$$

Jeśli różnicę $[E]$ pomnoży się obustronnie przez wektory własne macierzy $[Z]$, czyli $[V_e]$, to otrzyma się macierz $[F]$. Macierz ta ma elementy niezerowe na diagonalu oraz w 2 pierwszych wierszach i kolumnach. Elementy na diagonalu, począwszy od (3,3) reprezentują rozproszenie, pozostałe to efekt niedoskonałości schematu zastępczego z rys. 1.



Rys. 5. Wartości własne (1, 2) obwodu magnetycznego głównego (w połączeniu szeregowym rezystancji R i indukcyjności L) obliczone z macierzy $[Z]$ oraz z układu syntetyzowanego $[Z_{es}]$ – oznaczone 1s i 2s (przebieg kropkowany)

Należy zauważyć, że przyjęty do syntezy układ drabinkowy RL jest wygodny przy obliczaniu przebiegów prądów układów prostowniczych z autotransformatorem. Nie zwiększa on stopnia macierzy układów równań, które muszą być wówczas (np. przy metodzie Rungego-Kutty) rozwiązywane. Przyjęto zasadę, że syntezę elementów macierzy $[F]$ (3) przeprowadzono metodą Cauera. Przyjmowano funkcję wymierną czwartego stopnia w liczniku, i trzeciego w mianowniku ze wzoru (2) dla elementów pozadiagonalnych macierzy $[F]$ ze wzoru (3) oraz funkcję wymierną trzeciego stopnia w liczniku i drugiego w mianowniku dla elementów na diagonalu (rozproszeniowych) macierzy $[F]$.

Przestrzegano zasady, aby syntetyzowane układy zastępcze miały stabilne zarówno liczniki (zera) jak i mianowniki (bieguny). Niewątpliwie żądanie to pogarsza jakość syntezy.

Bardzo duże znaczenie dla przebiegów komutacyjnych prądów w elementach energoelektronicznych (jak diody, tranzystory) mają impedancje rozproszeniowe, które znajdują się na diagonalu macierzy $[F]$. Wyniki ich syntezy przedstawione są na rysunku 6.

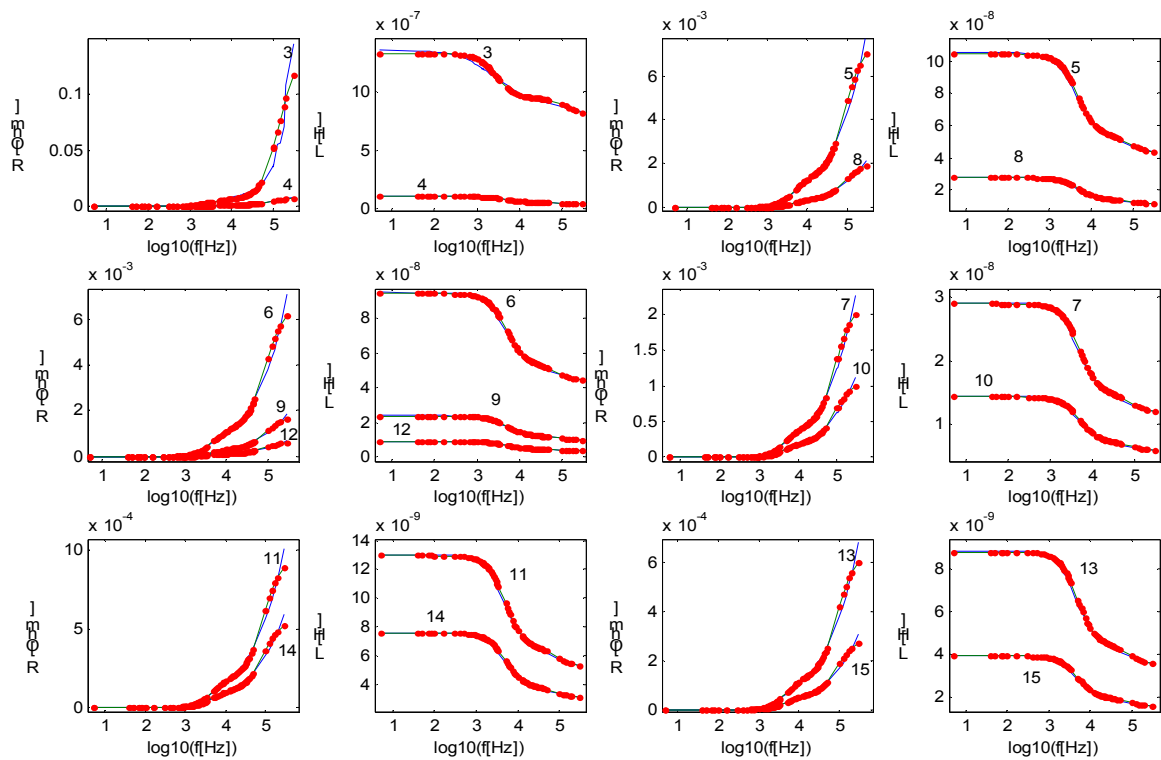
Charakter zmienności wraz z pulsacją oraz synteza elementów pozadiagonalnych macierzy $[F]$ jest przedstawiona na rysunku 7.

3. Wnioski

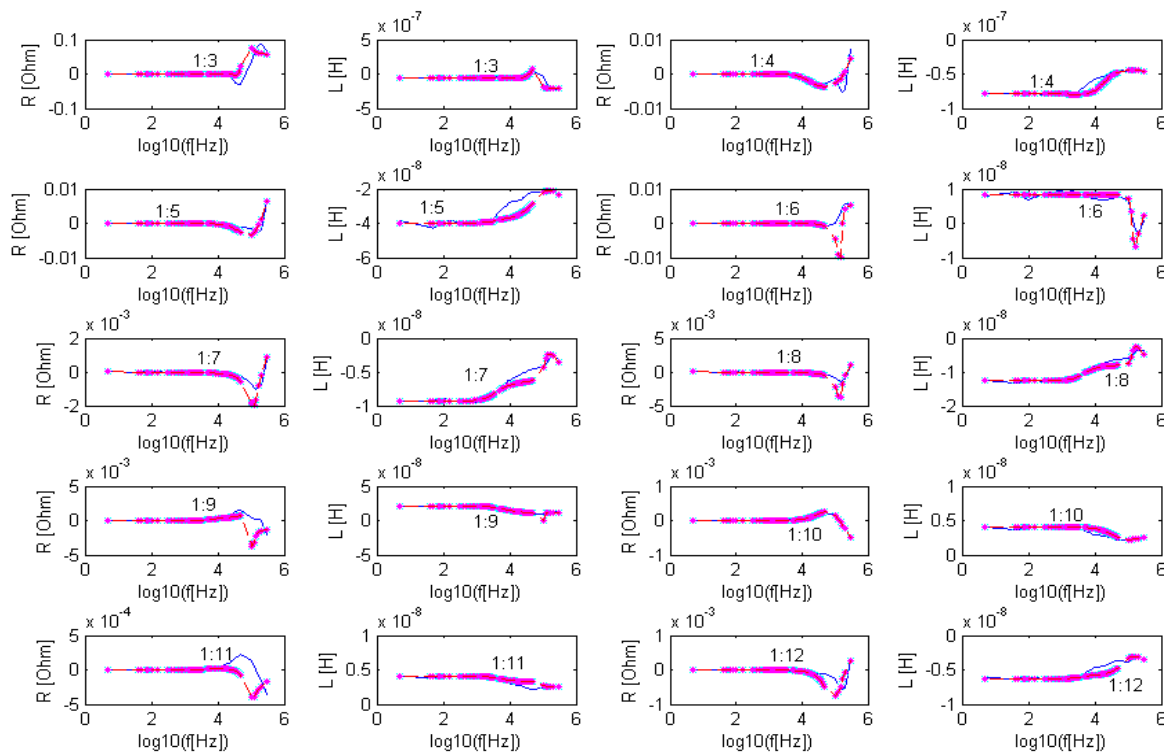
Względną przenikalność magnetyczną żelaza w kierunku walcowania przyjęto jako 500. Jest to uśrednienie przybliżenia liniowego, które uwzględnia też powierzchnie styku między pakietami blach na drodze strumienia magnetycznego. Tym niemniej wydaje się, że jest to wielkość nieco zaniżona. Obliczenia dla większej wartości przenikalności potwierdzają jednak wnioski przedstawione w artykule.

Wykazano obliczeniowo niezmienność indukcyjności rozproszenia uzwojeń do częstotliwości około 3 kHz, ma znaczenie praktyczne dla częstotliwości występujących podczas procesów komutacyjnych. Jest to zjawisko bezpośrednio trudno mierzalne ze względu na występujące pojemności między uzwojeniami. Dla zwiększenia dokładności można uwzględnić wpływ prądów wirowych na indukcyjności autotransformatora przy pomocy układów drabinkowych z rysunku 2, przedstawionym w rozdziale 2 sposobem. Z kolei podczas obliczeń szybkich przebiegów komutacyjnych należy, oprócz rozważanych i obliczonych w tym artykule indukcyjności rozproszenia wprowadzić też pojemności międzyuzwojeniowe. Okazuje się, że w zakresie częstotliwości poniżej kilkuset kHz można jednak skutecznie modelować wpływ pojemności zastępczych skupionych umownie, dołączanych do zacisków uzwojeń. Natomiast w zakresie większych częstotliwości (powyżej 1 MHz) niezbędne jest uwzględnianie szczegółowego rozkładu pojemności cząstkowych wzdłuż uzwojeń. Wpływ pojemności pasożytniczych uzwojeń jest również uzależniony od sposobu uziemień strony pierwotnej i wtórnej transformatora.

Obliczenia stanów przejściowych metodą FEM 3D opisaną w rozdziale 3 [12] oraz w [5, 2, 1] dają dokładne wyniki, lecz długo trwają. Dlatego wygodnie jest stosować metodę obwodową zarówno do obwodów magnetycznych jak i elektrycznych.



Rys. 6. Synteza wartości własnych składowej stałej (3-3) oraz rozproszeniowych (4-4 ... 15-15) – kropki to wyniki syntezy



Rys. 7. Charakter przebiegu i synteza elementów niediagonalnych macierzy $[F]$ (numery wiersza i kolumny podane na rysunkach) – kropki to wyniki syntezy

Duża zmienność indukcyjności głównej wraz z częstotliwością wymaga wówczas również uwzględnienia strat, ale w odpowiedni sposób obwodowy. Straty wirowe obwodu magnetycznego głównego zaproponowano modelować przy pomocy zwojów na kolumnach schematu zastępczego rysunku 1 zwartych odpowiednio dobranymi admitancjami $G_{a,b}$. Admitancje te z kolei modelowane są układami drabinkowymi z rysunku 2. Nasylenie obwodu magnetycznego należy modelować na schemacie na rysunku 1 standardowymi metodami [9, 10]. W przedstawionych rozważaniach przestrzegano zasadę, że całkowita indukcyjność autotransformatora jest dokładnie równa sumie indukcyjności schematu zastępczego obwodu magnetycznego głównego z rysunku 1 oraz macierzy indukcyjności rozproszenia (ze składową zerową) podanej wzorem (3).

4. Literatura

- [1]. Gołębiowski L., Gołębiowski M., Mazur D.: *Magnetic non-linearity in 3D FEM models of the electric machines*, „Electrical Engineering”, Poznań University of Technology Academic Journals, Poznań, nr 55, 2007, s. 95-112
- [2]. Gołębiowski L., Gołębiowski M., Mazur D.: *Models of Multipulse Electrical Energy Converters with Multiwinding*, 6th IEEE Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, Kraków, 2007, s. 345-355
- [3]. Gołębiowski L., Gołębiowski M., Mazur D.: *Nieliniowość magnetyczna w modelach FEM 3D maszyn elektrycznych*, XLIII Międzynarodowe Sympozjum Maszyn Elektrycznych, Poznań, 2-5 lipiec 2007
- [4]. Gołębiowski L., Gołębiowski M., Mazur D.: *Obliczenia do diagnostyki uszkodzeń maszyny asynchronicznej za pomocą FEM*, „Elektro-Info”, Warszawa, nr 6, 2007, Dom Wydawniczy Medium, s. 62-65.
- [5]. Gołębiowski L., Gołębiowski M., Mazur D.: *Voltages in the Shaft of the Induction Motor*, 6th IEEE Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives, Kraków, 2007, s. 142-145
- [6]. Gyselinck J., Dular P.: *A time-domain homogenization technique for laminated iron cores in 3-D finite-elements models*, „IEEE Transactions on Magnetic”, IEEE Magnetics Society, Volume 40, Issue 2, March 2004, s. 856-859
- [7]. Gyselinck J., Vandeveld L., Melkebeek J., Dular P., Henrotte F., Legros W.: *Calculations of eddy currents and associated losses in electrical steel laminations*, „IEEE Transactions on Magnetic”, IEEE Magnetics Society, Volume 35, Issue 3, Part 1, May 1999, s. 1191-1194
- [8]. Lewicki J., Gołębiowski M.: *Metody obliczania indukcyjności rozprożeń autotransformatorów wielozwojowych*, „Przegląd Elektrotechniczny”, Warszawa, nr 2, 2007, Wydawnictwo SIGMA-NOT, s. 42-48
- [9]. Martinez J. A., Mork B. A.: *Transformer modeling for low- and mid-frequency transients – a review*, „IEEE Transactions on Power Delivery”, IEEE Power Engineering Society, Volume 20, Issue 2, Part 2, April 2005, s. 1625-1635
- [10]. Jezierski E.: *Transformatory, Podstawy teoretyczne*, WNT, Warszawa, 1965
- [11]. Zakrzewski K.: *Oszacowanie efektu mocy w blachach magnetycznych w ujęciu eliptycznej pętli histerezy*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, Seria: Studia i Materiały, Wrocław, Nr 62/28, 2008, s. 18-24
- [12]. Noga M., Gołębiowski L., Gołębiowski M., Mazur D.: *Modelowanie macierzy indukcyjności transformatorów wielozwojowych, trójkolumnowych w funkcji częstotliwości*, XVIII Seminarium Technicznego, KOMEL Katowice, 2009 r.
- [13]. Gołębiowski L., Gołębiowski M., Mazur D.: *Możliwości obliczeń metodą FEM 3D stanów przejściowych oraz monoharmonicznych transformatorów wielozwojowych trójkolumnowych*, VIII Seminarium Naukowe WZEE'2008, Białystok-Białowieża, 22-24 IX 2008

Autorzy

Prof. dr hab. inż. Marian Noga, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków, Katedra Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych, B-1, I p., pok. 120a,
e-mail: M.Noga@cyfronet.krakow.pl.
Dr hab. inż. Lesław Gołębiowski, prof. PRz, Politechnika Rzeszowska, Wydział Elektrotechniki i Informatyki, ul. W. Pola 2, B209, 35-959 Rzeszów,
e-mail: golebiye@prz.rzeszow.pl.
Mgr. inż. Marek Gołębiowski, Politechnika Rzeszowska, Wydział Elektrotechniki i Informatyki, ul. W. Pola 2, B206, 35-959 Rzeszów,
e-mail: yegolebi@prz.rzeszow.pl.
Dr inż. Damian Mazur, Politechnika Rzeszowska, Wydział Elektrotechniki i Informatyki, ul. W. Pola 2, B206, 35-959 Rzeszów, e-mail: mazur@prz.rzeszow.pl.