

**Tomasz Barszcz, Jacek Urbanek, Akademia Górniczo – Hutnicza, Kraków**  
**Bernard Schmidt, EC Systems Sp. z o.o., Kraków**

## **POMIAR MOCY MECHANICZNEJ MASZYN ELEKTRYCZNYCH POPRAZ POMIAR KĄTA SKRĘCENIA WAŁU**

### **MEASUREMENT OF ELECTRICAL MACHINERY MECHANICAL POWER BY MEASUREMENT OF ANGULAR TWIST OF SHAFT**

**Abstract:** Mechanical power carries important information about the technical state of rotating machinery. Dynamic measurement of the mechanical power is especially important for electrical machines. The paper presents the idea of mechanical power measurement by measurement of the angular twist of the shaft. The measurement is based on analysis of pulses from two disks, installed at two ends of the machine. It gives accurate information about changes of the rotational speed as well as the twist angle of the shaft. Next, the paper presents developed data processing algorithms. It is impossible in practice to machine ideal impulse disks and thus it is necessary to apply the compensation of results based on measured inaccuracies. The proposed method is discussed and shown applicable for measurement of the angular twist of the power generation turboset. The method was validated on a test rig. The design of the rig and test measurements are presented. Measured mechanical power was compared with the electric power measured by traditional methods. High correlation of these values was achieved.

#### **1. Wstęp**

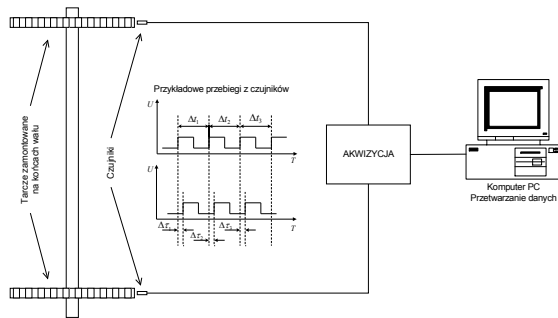
Moc mechaniczna jest wielkością niosącą bardzo wiele informacji na temat stanu technicznego maszyn wirnikowych. Szczególnie użyteczny dla maszyn elektrycznych jest dynamiczny pomiar mocy mechanicznej. Może on pozwolić na wykrywanie poważnych uszkodzeń, takich jak: pęknięcia łopatek, pęknięcia wału, uszkodzenia uzwojeń [1, 2]. Podstawowymi metodami uzyskania informacji o przenoszonej mocy mechanicznej jest metoda pośrednia poprzez pomiar mocy elektrycznej, oraz metoda bezpośrednia pomiaru przenoszonego momentu mechanicznego. Najbardziej rozpowszechniony pomiar bezpośredni za pomocą naklejanych czujników tensometrycznych wiąże się z problemem transmisji sygnału, gdyż układ pomiarowy wiruje wraz z wałem [3]. Zaprezentowane rozwiązanie nie posiada niedogodności powyższej metody. Jednocześnie charakteryzuje się wysoką dokładnością, przy niskim stopniu złożoności. W literaturze dostępne są istotne prace nad koncepcją pomiaru bazującego na pomiarach impulsowych. Groover i in. [4] przedstawili propozycje algorytmów przetwarzania sygnałów pochodzących z tarcz impulsowych. W przypadku wykrywania uszkodzeń bazujących na częstotliwościach strukturalnych, dużym problemem są harmoniczne częstotliwości obrotowej wału, które są o wiele silniejsze niż poszukiwane częstotliwości.

Groover zaproponował skuteczną metodę usuwania komponentów harmoniczných. Podczas pomiarów impulsowych zasadniczym warunkiem poprawności pomiaru jest dokładność wykonania tarczy impulsowej. Drugim istotnym czynnikiem błędów są drgania mierzonego wału. Resor i in. [5] przedstawili dyskusję błędów pojawiających się przy pomiarach drgań skrętnych oraz zaproponowali metodę kompensacji tych błędów. Kombinację podobnych metod przedstawili Trethewey i Lebold w [6]. Przedstawiono wyniki otrzymane na stanowisku pomiarowym oraz przykładowe pomiary na maszynie rzeczywistej. Prace opisane w niniejszym artykule opierają się na podobnych pomiarach i rozwijają niektóre z przedstawionych metod przetwarzania danych. Celem naszej pracy był przede wszystkim dynamiczny pomiar mocy mechanicznej, co nie było przedmiotem wspomnianych prac.

#### **2. Przyjęta koncepcja pomiaru**

Wartość mocy mechanicznej przenoszonej przez maszyny obrotowe jest nierozłącznie związana z ich prędkością obrotową oraz momentem mechanicznym przenoszonym przez wał roboczy. Jedną z metod pomiaru momentu mechanicznego na wale, jest metoda pomiaru kąta skręcenia wału i wyliczenie momentu na jej podstawie. Kąt skręcenia można wyznaczyć poprzez umieszczenie dwóch tarcz impu-

wych na końcach odcinka wału i pomiar zmian przesunięcia fazowego generowanych impulsów. Uproszczoną koncepcję przykładowego układu pomiarowego przedstawia rys. 1.



Rys. 1. Koncepcja układu pomiarowego

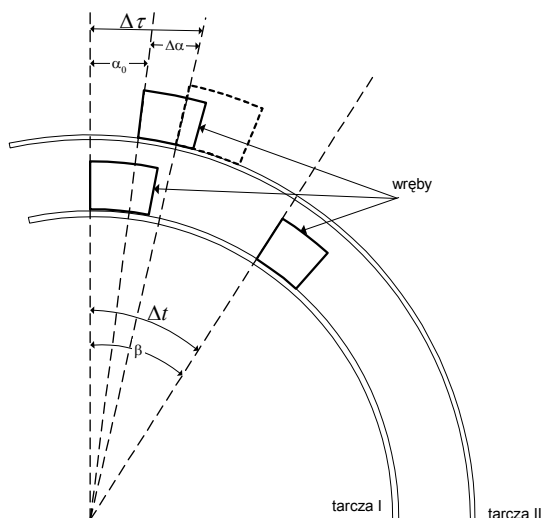
Głównymi czynnikami wpływającymi na jakość wyników są:

- dokładność pomiaru czasu,
- częstość wykonywania pomiarów.

Aby wyznaczyć moment na wale, należy dokonać pomiaru kąta jego skręcenia na znanym odcinku. Zależność między tymi wielkościami jest w dobrym przybliżeniu liniowa [3], a współczynnik proporcjonalności zależy jedynie od parametrów geometrycznych i materiałowych wału.

### 3. Algorytmy przetwarzania danych

Dane odczytane podczas sesji pomiarowej mają postać dwóch ciągów liczb, których wartości odpowiadają czasom pomiędzy kolejnymi zboczami na jednej tarczy, oraz czasom pomiędzy odpowiednimi zboczami obydwu tarcz. Rys. 2. prezentuje omawianą koncepcję.



Rys. 2. Wielkości mierzone w omawianej metodzie

Gdzie:  $\beta$  - kąt pomiędzy wrębami na tej samej tarczy

$\alpha_0$  - względny kąt między tarczami po obu stronach wału

$\Delta\alpha$  - zmiana kąta między tarczami po obu stronach wału

$\Delta\tau$  - czas pomiędzy wrębami po obu stronach wału

$\Delta t$  - czas pomiędzy kolejnymi wrębami na tej samej tarczy

Podczas pomiaru pozyskiwane zostają wartości  $\Delta t$  oraz  $\Delta\tau$ . Na ich podstawie należy wyznaczyć wartość kąta skręcenia wału  $\Delta\alpha$  na odcinku pomiędzy tarczami.

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta\tau}{\Delta t} \beta - \alpha_0 \quad (1)$$

Przy założeniu iż tarcza posiada  $N=60$  wrębów, przesunięcie między wrębami na jednej tarczy będzie wynosiło:

$$\beta = \frac{360}{60} = 6^\circ \quad (2)$$

Dodatkową informacją otrzymaną z dokonanych pomiarów jest wartość prędkości obrotowej wyznaczana z częstotliwością generowania impulsów enkodera.

$$n = \frac{1}{N \cdot \Delta t} \quad (3)$$

#### 3.1. Wyznaczanie mocy mechanicznej

Na podstawie prostych zależności wyznaczyć można rzeczywistą moc przenoszoną przez wał dla poszczególnych punktów pracy.

$$P = \frac{M \cdot n}{9549,3} \quad (4)$$

Gdzie:  $P$  – moc [kW],

$M$  – moment mechaniczny przenoszony na wale [Nm],

$n$  – prędkość obrotowa wału [obr/min].

Moment skręcający na wale ma postać:

$$M = \frac{G \cdot J \cdot \varphi}{l} \quad (5)$$

Gdzie:  $G$  – moduł Kirchhoffa [GPa],

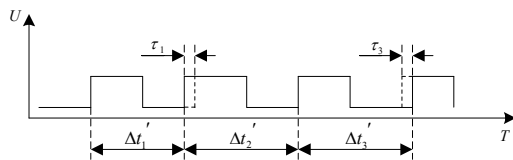
$J$  – osiowy moment bezwładności przekroju wału [mm<sup>4</sup>],

$\varphi$  – kąt skręcenia wału na długości  $l$  [rad],  
 $l$  – długość rozpatrywanego odcinka wału [m].

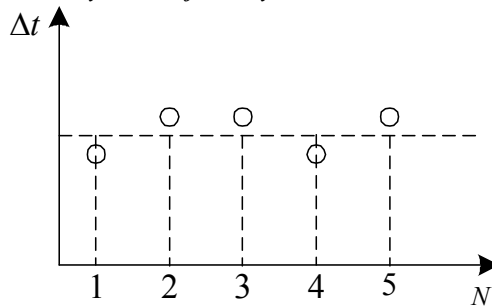
Należy zauważyć, że  $\varphi$  odpowiada wyznaczonej wartości  $\Delta\alpha$  wyrażonej w radianach.

### 3.2 Kalibracja

Ze względów technicznych jak i ekonomicznych nie jest możliwe idealne wykonanie tarcz, w związku z tym otrzymane przebiegi są zniekształcone (Rys. 3.; 4). Powoduje to pojawienie się, w wynikach pomiarów, fluktuacji prędkości, które tak na prawdę nie mają miejsca.



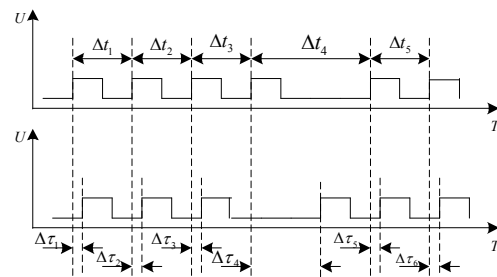
Rys. 3. Przebieg impulsów odczytany z niedokładnie wykonanej tarczy enkodera



Rys. 4. Czasy pomiędzy zboczami sygnału generowanego przez enkoder z niedokładnie wykonaną tarczą

Aby wyeliminować to zjawisko, należy dla każdej z tarcz wyznaczyć wektor współczynników kalibracyjnych i uwzględnić go podczas późniejszych pomiarów. W celu zsynchronizowania współczynników kalibracji, należy tak zmodyfikować tarczę, aby jeden z odczytów znacząco różnił się od pozostałych. Taki odczyt może być wtedy traktowany jako punkt odniesienia przy wyznaczaniu współczynników kalibracji, a następnie ich stosowaniu. Procedura kalibracji musi zostać przeprowadzona dla obydwu ciągów danych tj.: czasów pomiędzy zboczami tej samej tarczy, oraz czasów pomiędzy zboczami dwóch tarcz.

Sygnały generowane z czujników powinny mieć charakter jak przedstawiono na rys. 5.



Rys. 5. Przebieg sygnałów generowanych przez dwa enkodery na końcach wałów

Gdzie odpowiednio  $\Delta t_4$  i  $\Delta \tau_4$  stanowią punkt odniesienia przy kalibracji. Podstawowym warunkiem przy wyznaczaniu wektora kalibracyjnego, jest praca w ustalonych warunkach.

Należy zebrać dane z co najmniej z kilku obrotów ( $N_r$  – ilość pełnych obrotów w analizowanej serii danych). Uśredniając te dane, można zniwelować wpływ innych czynników, takich jak na przykład drgania czujników. Przyjmując takie założenia, średni czas trwania  $i$ 'tego impulsu wynosi:

$$T_i = \frac{1}{N_r} \sum_{m=1}^{N_r} \Delta t_{i+m \cdot N} \quad (6)$$

Współczynnik kalibracyjny dla  $i$ 'tego impulsu wynosi:

$$\phi_i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{T_n}{T_i} \quad (7)$$

Po wyznaczeniu ciągu z współczynnikami  $\phi_i$  należy jego wyrazy przeindeksować tak, aby pierwszy współczynnik odpowiadał najdłuższemu czasowi  $T_i$ . Odpowiada to impulsowi referencyjnemu. Aby skalibrować sygnał należy odczytane wartości przemnożyć przez odpowiednie współczynniki kalibracyjne. Istotne jest, że każdy z odczytanych czasów musi być przemnożony przez współczynnik odpowiadający właśnie jemu.

### 4. Możliwości metody

Rząd wielkości kątów skręcenia wałów wysokobarytowych maszyn elektrycznych nominalnie wynosi ok.  $10^{-3} \text{ rad}$  [3]. Przy prędkości 3000RPM, co odpowiada częstotliwości 50Hz, wał obróci się o powyższy kąt w czasie:

$$\frac{10^{-3}}{2\pi} \cdot \frac{1}{50\text{Hz}} \approx 3.2\text{ms} \quad (8)$$

Aby wykryć mniejsze zmiany kąta skręcenia, oraz poprawnie oddać ich charakter należy dysponować około 100 razy większą rozdzielczością, czyli ok.  $40\mu s$ . W związku z tym, aby uzyskać zamierzoną dokładność, częstotliwość pracy zegara użytego do odmierzenia czasu pomiędzy impulsami powinna wynosić minimum  $25MHz$ . Czujniki wybrane do zastosowania w omawianej metodzie to czujniki Halla o częstotliwości przełączania  $320kHz$ . Wartość ta jest wystarczająca, gdyż częstotliwość generowanego sygnału przy maksymalnej prędkości obrotowej  $50Hz$  i 60 impulsach na obrót mieści się w granicach  $3kHz$ . Do akwizycji została wybrana karta pomiarowa posiadająca dwa niezależne liczniki taktowane zegarem  $f_{CLK}=80MHz$ . Najważniejszą funkcją wybranego urządzenia jest sprzętowy pomiar okresu – czasu pomiędzy kolejnymi zboczami narastającymi lub opadającymi oraz możliwość pomiaru czasu pomiędzy zboczami dwóch różnych sygnałów. Pierwszy zegar jest wykorzystany do pomiaru okresu impulsów z jednej tarczy, co umożliwia dokładne określenie prędkości obrotowej wału. Drugi zegar zlicza czas pomiędzy impulsami generowanymi z dwóch tarcz na końcach wału. Rozdzielczość czasowa pomiaru odległości pomiędzy zboczami sygnału wynosi:

$$\Delta T_{CLK} = \frac{1}{f_{CLK}} = 12.5ns \quad (9)$$

Aby wyliczyć dokładność metody założono, że wał badanej maszyny obraca się z maksymalną prędkością  $3000RPM$ , czyli  $f_{OBR} = 50Hz$ .

Przy ilości impulsów na obrót na poziomie  $N = 60$ , dokładność wyznaczania okresu pomiędzy impulsami wynosi:

$$\Delta T_{CLK} \cdot f_{OBR} \cdot N = 37.5 \cdot 10^{-6} \approx 4 \cdot 10^{-3}\% \quad (10)$$

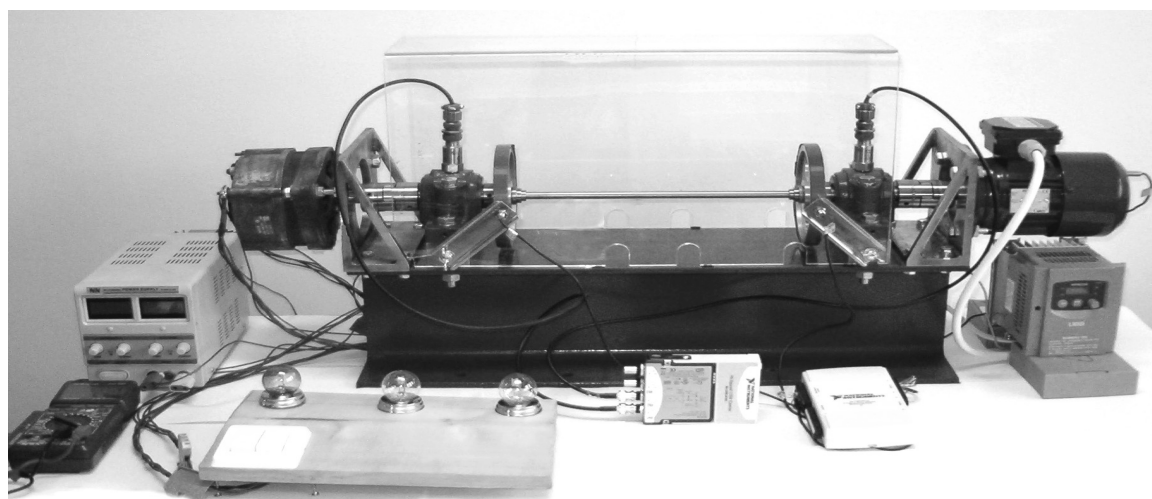
Z taką dokładnością wyznaczana jest również prędkość obrotowa. Rozdzielczość kątowna jaką można uzyskać omawianą metodą wynosi:

$$\frac{f_{OBR}}{f_{CLK}} \cdot 360^\circ = 0.000225^\circ \approx 4 \cdot 10^{-6} rad \quad (11)$$

Jest to wartość wystarczająca przy pomiarach zmian kąta rzędu  $10^{-3}rad$ . Przy mniejszej prędkości obrotowej uzyskuje się odpowiednio większą dokładność pomiaru.

## 5. Weryfikacja doświadczalna

W celu weryfikacji doświadczalnej omawianej metody skonstruowano stanowisko pomiarowe widoczne na rys. 6. Stanowisko umożliwia skokowe zadawanie obciążenia na kilku poziomach poprzez układ odbiorczy, składający się z alternatora wraz z zestawem załączanych żarówek różnej mocy. W celu sprawdzenia poprawności przyjętej koncepcji dokonano eksperymentalnego porównania mocy mechanicznej z mocą elektryczną. Mierzono kąt skręcenia wału na odcinku między tarczami dla kilku kolejnych wartości obciążenia w stanie ustalonym.

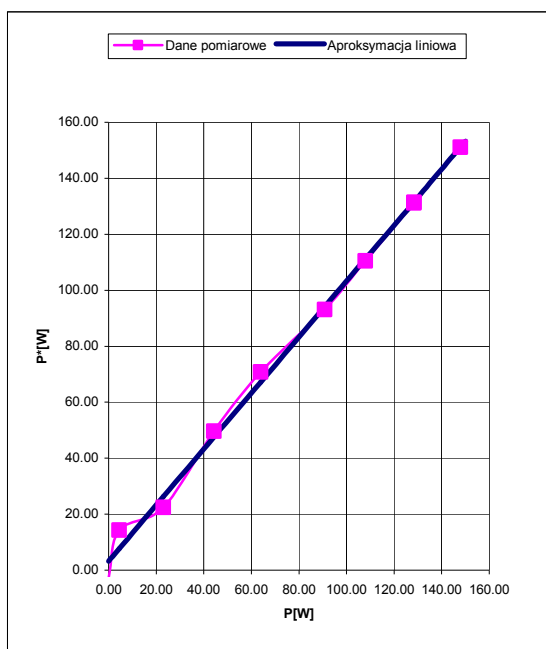


Rys. 6. Stanowisko doświadczalne

Dodatkowym parametrem mierzonym była faktyczna prędkość obrotowa wału. Na tej podstawie wyznaczano rzeczywistą moc przenoszoną przez wał dla poszczególnych punktów pracy. Równocześnie, dla każdego stopnia obciążenia, mierzona była moc elektryczna generowana przez alternator. Wyniki eksperymentu przedstawia rys. 7. Przedstawia on porównanie mocy wyznaczonej za pomocą dwóch opisanych metod. Grubą linią ciągłą została wykreślona linia trendu zarejestrowanych wartości. Jest to funkcja liniowa która wyraża się wzorem:

$$y = x + 3.25 \quad (12)$$

Wynika z tego, że analizowane wartości są od siebie liniowo zależne. Wartość wyrazu wolnego (3.25) odzwierciedla straty mocy wynikające ze sprawności generatora.



Rys. 7. Graficzne przedstawienie wyników pomiaru mocy metodą kąta skrzywienia wału i metodą parametrów elektrycznych

Współczynnik korelacji obu przebiegów mocy wynosi 0.9957, co świadczy o wysokiej zgodności pomiędzy obiema metodami i wskazuje na dobrą dokładność badanej metody.

## 6. Podsumowanie

Moc mechaniczna jest wielkością niosącą bardzo wiele informacji na temat stanu technicznego maszyn wirnikowych. Szczególnie uży-

teczny dla maszyn elektrycznych jest dynamiczny pomiar mocy mechanicznej.

W artykule przedstawiono koncepcję pomiaru mocy mechanicznej za pomocą pomiaru kąta skrzywienia wału. Pomiar zrealizowano poprzez analizę impulsów z dwóch tarcz zamontowanych na obu końcach maszyny. Dzięki temu możliwy jest dokładny pomiar zarówno zmian prędkości obrotowej, jak i pomiar kąta skrzywienia wału, a co za tym idzie – mocy mechanicznej. Przedstawiono dokładny sposób pomiaru mocy, ze szczególnym uwzględnieniem kompensacji niedokładności wykonania tarcz impulsowych, zmierzone podczas próbnej serii pomiarowej. Z wyników uzyskanych na stanowisku laboratoryjnym wynika, że zaproponowana koncepcja pomiaru momentu obrotowego na wale i mocy mechanicznej daje wyniki zgodne z pomiarami referencyjnymi.

## 7. Literatura

- [1]. Żółtowski B., Cempel Cz. (red.), *Inżynieria diagnostyki maszyn*, Instytut Technologii Eksploatacji PIB, Warszawa 2004
- [2]. Vance J. M.: *Rotordynamics of turbomachinery*, John Wiley & Sons, New York, 1988.
- [3]. Walker D. N.: *Torsional Vibration of Turbomachinery*, The McGraw-Hill Companies, 2004
- [4]. Groover C.L., Trethewey M.W., Maynard K.P., Leebold M.S.: *Removal of Order Domain Content in Rotating Equipment Signals by Double Resampling*, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 19, 2005/3, Elsevier, pp. 483-500.
- [5]. Resor B.R., Trethewey M.W., Maynard K.P. *Compensation for Encoder Geometry and Shaft Speed Variation in Time Interval Torsional Vibration Measurement*, Journal of Sound and Vibration, vol. 286, 2005, Elsevier, pp. 897-920.
- [6]. Trethewey M. W., Leebold M. S.: *Identification of Torsional Vibration Features in Electrical Powered Rotating Equipment*, Proc. of IMAC-XXVII, Orlando, Florida, USA, 2009

## Autorzy

dr inż. Tomasz Barszcz, Jacek Urbanek: Akademia Górniczo – Hutnicza, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, Katedra Robotyki i Mechatroniki, Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, [tbarszcz@agh.edu.pl](mailto:tbarszcz@agh.edu.pl), [jurbanek@agh.edu.pl](mailto:jurbanek@agh.edu.pl)  
 Bernard Schmidt: EC Systems Sp. z o.o., ul. Lublańska 34, 31-476 Kraków, [bschmidt@energocontrol.pl](mailto:bschmidt@energocontrol.pl)