

Marcin WESOŁOWSKI, Daniel KUCHARSKI

## FORMOWANIE POLA TEMPERATURY W URZĄDZENIU DO BADANIA WYBRANYCH PARAMETRÓW WĘGLA

**STRESZCZENIE** *Praca dotyczy problematyki modelowania i symulacji w procesie projektowania urządzeń elektrotermicznych. Na przykładzie urządzenia do badania wybranych parametrów węgla koksujących, analizowano wpływ zwyczajowo przyjmowanych założeń upraszczających podczas tworzenia modeli numerycznych. Wyniki uzyskane w drodze symulacji porównano z przebiegami otrzymanymi na rzeczywistym urządzeniu, co stanowiło podstawę do wyznaczenia błędów modelu. Wyniki uogólniono na szeroką grupę rezystancyjnych urządzeń elektrotermicznych, z uwzględnieniem ich parametrów eksploatacyjnych. Ponadto, zaproponowano układ regulacji oraz nakreślono schemat działań, mających na celu opracowanie nowej wersji wspomnianego urządzenia do badania parametrów jakościowych węgla, pozwalającego na nagrzewanie analitycznych próbek według zaproponowanego algorytmu.*

**Słowa kluczowe:** *piec rezystancyjny, modelowanie, ciśnienie rozprężania węgla, niestacjonarne pole temperatury.*

---

**mgr inż. Marcin WESOŁOWSKI**

e-mail: Marcin.Wesolowski@ien.pw.edu.pl

**mgr inż. Daniel KUCHARSKI**

e-mail: Daniel.Kucharski@ien.pw.edu.pl

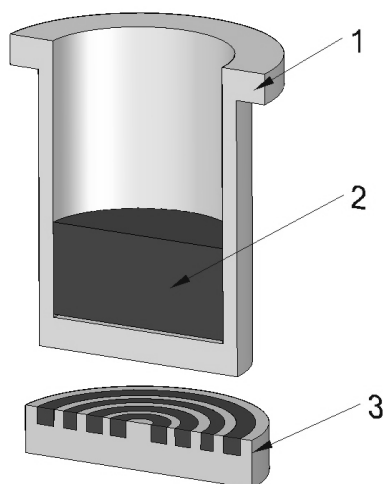
Politechnika Warszawska Instytut Elektroenergetyki Zakład Techniki Świetlnej

PRACE INSTYTUTU ELEKTROTECHNIKI, zeszyt 238, 2008

## 1. WPROWADZENIE

Projektowanie urządzeń elektrotermicznych jest często zagadnieniem skomplikowanym. Konieczność uwzględniania wielu parametrów, jak i analizy pól sprzężonych przy skomplikowanych warunkach granicznych wymusza stosowanie wyspecjalizowanych algorytmów obliczeniowych.

W ostatnim czasie, wielce pomocne stały się rozbudowane systemy liczące, pozwalające na przeprowadzanie kompleksowej analizy postawionego zadania. Powszechnie wykorzystywane numeryczne modelowanie obiektów i zjawisk fizycznych polega na przybliżonym rozwiązywaniu równań opisujących analizowane zjawiska. Podejście takie, ze względu na szeroką dostępność oprogramowania, cenę i użyteczność prowadzonych analiz, jest bardzo konkurencyjne. Jednak modelowanie i symulacja wiążą się zawsze z przyjmowaniem szeregu założeń upraszczających [4]. W niniejszej pracy oszacowano wpływ błędów wnoszonych przez przyjmowanie uproszczeń parametrów materiałowych, warunków brzegowych, czy wręcz pomijanie pewnych zjawisk, na dokładność analizy wybranych układów elektrotermicznych. Podczas obliczeń opierano się na modelu urządzenia do oznaczania ciśnienia rozprężania węgla kamiennego, którego najważniejsze elementy pokazano na rysunku 1.



**Rys. 1. Elementy modelu urządzenia do oznaczania ciśnienia rozprężania węgla**

1 - Tygiel pomiarowy, 2 - analizyczna próbka węgla;  
3 - element grzejny

Zgodnie z Polską Normą [9], analityczna próbka węgla powinna być nagrzewana w tyglu o podanej konstrukcji z szybkością 10 Kelwinów/min, w polu temperatury z pionowym gradientem.

## 2. WPŁYW UPROSZCZEŃ NA JAKOŚĆ WYNIKÓW SYMULACJI

W pracy skupiono się na analizie rezystancyjnych pieców komorowych o działaniu pośrednim. Projektowanie tego typu urządzeń bardzo często sprowadza się do obliczeń stanów stacjonarnych, bez wnikania w analizę dynamiczną, co pozwala jedynie na dobór niektórych parametrów pieców [7, 10]. Tego typu projektowanie często daje pozytywne wyniki. Na przykład dobór izolacji cieplnej dla stanu ustalonego gwarantuje spełnienie wymogów bezpieczeństwa. Jednak z drugiej strony, istnieje szeroka gama urządzeń, dla których zdecydowanie najważniejsze są parametry dynamiczne, czego przykładem jest układ pokazany na rysunku 1. Próby projektowania tego typu obiektów w oparciu o „klasyczne” algorytmy nie zawsze dają pozytywne wyniki. Zaproponowany układ służy do nagrzewania wsadu węglowego według zadanego algorytmu rozgrzewu [9]. Urządzenie jest przykładem pieca do pracy okresowej, przy czym najważniejszym kryterium jest nagrzewanie analitycznej próbki węgla. Zakres temperatur pracy zawiera się w granicach charakterystycznych dla pieców nisko- i średniotemperaturowych. Konieczność dotrzymania wymaganego reżimu temperaturowego wymaga wnikliwej analizy zjawisk związanych wymianą ciepła w podanym zakresie temperatur.

W pracy rozpatrzono zagadnienia niestacjonarnych pól temperatury, co było podstawą do analizy procesów nagrzewania wsadów w różnorodnych układach konfiguracyjnych. Za pomocą algorytmów bazujących na metodzie bilansów elementarnych i różnic skończonych [3, 12], rozwiązywano podstawowe równanie różniczkowe niestacjonarnego przewodzenia ciepła (1) z różnymi warunkami początkowymi i brzegowymi.

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c_w \cdot \rho} \nabla^2 t \quad (1)$$

W pierwszej części obliczeń wykazano wpływ radiacyjnej i konwekcyjnej wymiany ciepła oraz parametrów materiałowych na jakość wyników analizy niestacjonarnego pola temperatury w układach pieców rezystancyjnych bazujących na geometrii pokazanej na rysunku 1. W drugiej części artykułu wyniki symulacji numerycznej porównano z danymi pomiarowymi zebranymi na

rzeczywistym urządzeniu do oznaczania ciśnienia rozprężania węgla, oraz wyznaczono błędy symulacji.

## 2.1. Wpływ przewodności cieplnej właściwej na charakterystyki nagrzewania.

Niemal wszystkie zagadnienia związane z modelowaniem przewodzenia ciepła wymagają znajomości przewodności cieplnej właściwej ( $\lambda$ ). Jest to z punktu widzenia elektrotermii, jeden z najważniejszych parametrów termofizycznych ciał stałych. Jednak utworzenie jednolitej techniki obliczania współczynników przewodzenia ciepła jest zadaniem skomplikowanym ze względu na mnogość czynników kształtujących ten parametr [7, 13]. Pomiaru przewodności cieplnych są również kłopotliwe, szczególnie w przypadku metali charakteryzujących się niewielkimi gradientami temperatur [13]. Z tych powodów, w obliczeniach technicznych bardzo często wykorzystuje się uśrednione wartości przewodności cieplnych właściwych [5], dostępne w wielu publikacjach. O ile w przypadku niektórych materiałów postępowanie takie nie wnosi dużych błędów, to na przykład przy analizie przewodzenia ciepła w metalach bądź materiałach higroskopijnych, stosowanie uśrednionych współczynników przejmowania ciepła powoduje występowanie znacznych błędów symulacji.

W kolejnym przykładzie wykazano wpływ przewodności cieplnej właściwej na charakterystyki nagrzewania wsadu pokazanego na rysunku 1. Do obliczeń, tygiel pomiarowy potraktowano jako walec nagrzewany jednostronnie od temperatury pokojowej do temperatury końcowej  $t_k = 1000^\circ\text{C}$ . Ogólne równanie nieustalonego przewodzenia ciepła (1) sprowadzono do postaci jednowymiarowej. Obliczenia wykonano za pomocą algorytmu bazującego na metodzie różnic skończonych dla następujących przypadków:

1. model uwzględniający średnią wartość przewodności cieplnej właściwej dla całego zakresu temperatur:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c_w \cdot \rho} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right) \quad (2)$$

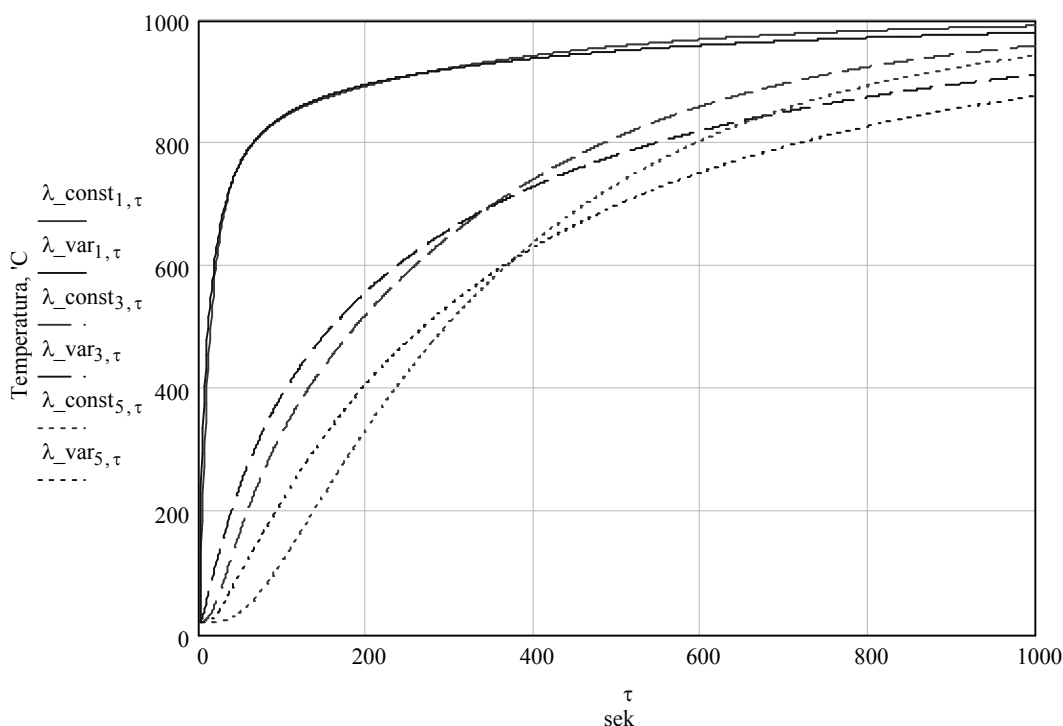
2. model dla przewodności cieplnej właściwej zależnej od aktualnej temperatury elementu:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{c_w \cdot \rho} \left( \frac{1}{t_{i,\tau} - t_{i+1,\tau}} \int_{t_{i,\tau}}^{t_{i+1,\tau}} \lambda(t) dt \right) \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right) \quad (3)$$

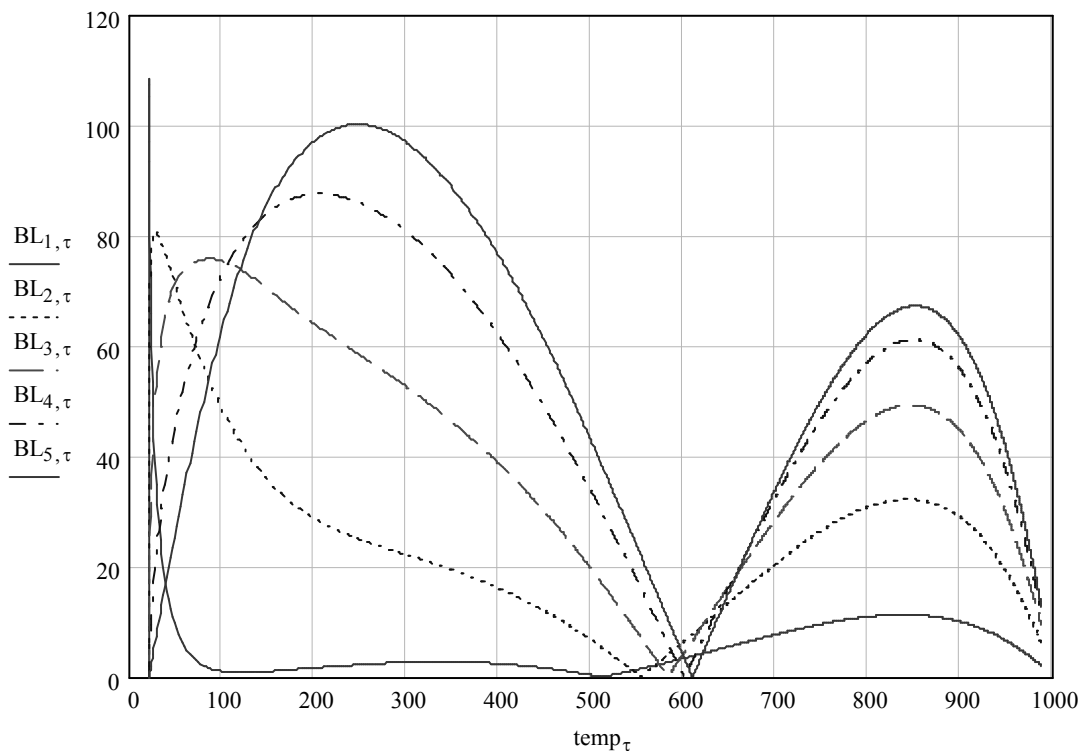
gdzie:  $\rho$  - gęstość,  $c_w$  - ciepło właściwe;  $\tau$  - czas,  $t$  - temperatura.

Przebiegi temperatur w funkcji czasu nagrzewania na powierzchni, w ćwierci oraz w połowie wysokości wsadu pokazano na rysunku 2. Na podstawie charakterystyk pokazanych na tym rysunku widać znaczne różnice pomiędzy wynikami analizy dwóch modeli. Na podstawie zależności (4) wyznaczono błąd bezwzględny dla każdego kroku czasowego [2], przyjmując jako wartość dokładną ( $t_{d,\tau}$ ), temperaturę otrzymaną na podstawie obliczeń modelu opisanego zależnością (3). Przebiegi błędów w funkcji temperatury w kolejnych warstwach nagrzewanego walca pokazano na rysunku 3.

$$\Delta_w = |t_{d,\tau} - t_{b,\tau}| \quad (4)$$



Rys. 2. Przebiegi temperatury w funkcji czasu dla modeli z uśrednioną i zależną od temperatury wartością przewodności cieplnej właściwej



Rys. 3. Przebieg błędów symulacji procesu nagrzewania stalowego walca w kolejnych warstwach nagrzewanego materiału

Zaprezentowane wykresy uwidaczniają znaczne różnice pomiędzy wynikami symulacji nagrzewania stalowego walca z uwzględnieniem i bez uwzględniania temperaturowej zmienności przewodności cieplnej właściwej. Błąd wprowadzany przez niedokładne odwzorowanie tego parametru ma charakter zarówno przestrzenny jak i czasowy. W początkowym okresie nagrzewania, gdy zastępcza wartość przewodności jest większa niż chwilowa, odchyłka między wynikami narasta. W kolejnym etapie nagrzewania stała czasowa modelu ze średnią wartością przewodności zmniejsza się, wskutek czego stan cieplnie ustalony jest w tym przypadku osiągnięty szybciej. Błędy znacznie zmniejszają się przy ustalaniu się pola temperatury. Z przedstawionych wyników widać, iż różnice dla obu modeli są znaczne, przy czym największe odchyłki występują wewnątrz masy akumulacyjnej, gdzie efekt grzejny wywołany jest jedynie przez zjawisko kondukcji. Można stwierdzić, iż tak duże rozbieżności praktycznie dyskwalifikują wyniki uzyskiwane dla średniej wartości przewodności do analizy stanów niestacjonarnych. W stanach stacjonarnych rozbieżności między wynikami są na ogół mniejsze w metalach, ze względu na niewielkie gradienty temperatury.

## 2.2. Wpływ radiacyjnego współczynnika przejmowania ciepła na charakterystyki nagrzewania

W przykładzie zaprezentowano przebiegi temperatury w funkcji czasu na powierzchni zewnętrznej tygla (rys. 1), dla trzech modeli nagrzewania pośredniego:

- z uwzględnieniem przejmowania ciepła przez konwekcję i radiację ( $TKR = f(\tau)$ );
- z uwzględnieniem jedynie radiacyjnego przejmowania ciepła ( $TR = f(\tau)$ );
- z uwzględnieniem jedynie konwekcyjnego przejmowania ciepła ( $TK = f(\tau)$ ).

Współczynnik przejmowania ciepła przez radiację określono na podstawie [5], jako:

$$\alpha_R = \sigma_0 \cdot \varphi_{1-2}^* \cdot (T_1 + T_2) \cdot (T_1^2 + T_2^2) \quad (5)$$

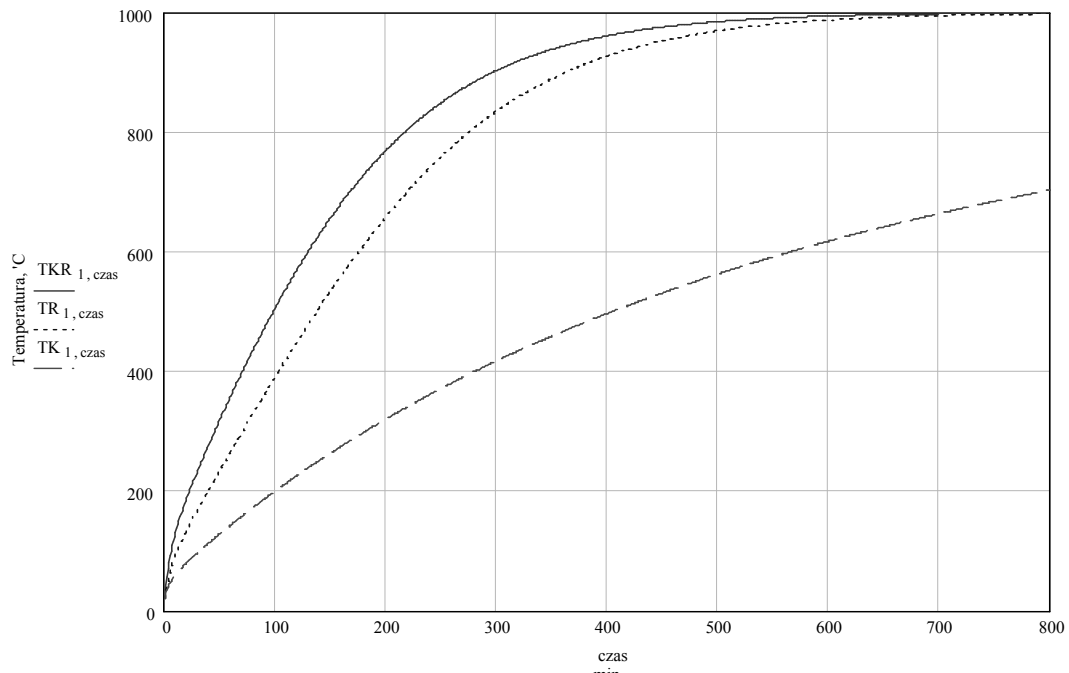
Gdzie:  $\sigma_0$  - stała Steffana – Boltzmann;  $T_1, T_2$  - temperatury w skali bezwzględnej powierzchni wymieniających ciepło na drodze radiacji.

Zastępczy współczynnik konfiguracji  $\varphi_{1-2}^*$  wyznaczono dla analizowanego układu dwóch równoległych tarcz na podstawie [5] oraz [7]:

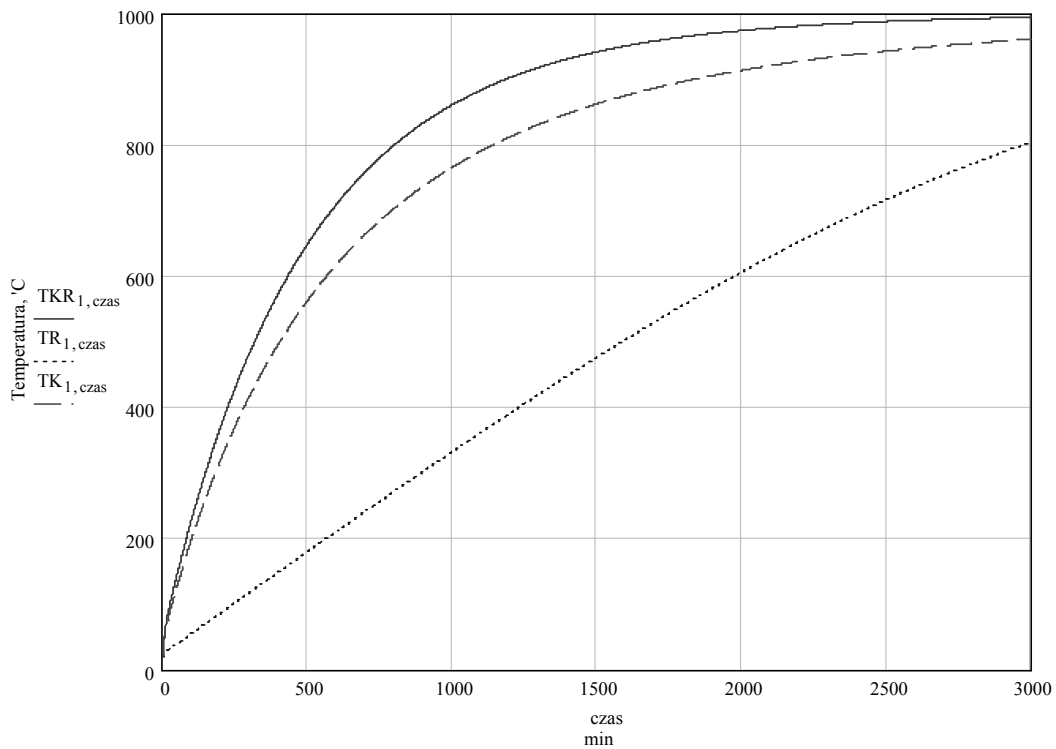
$$\varphi_{1-2} = \frac{1}{2 \cdot \left(\frac{r_1}{H}\right)^2} \left[ 1 + \left(\frac{r_1}{H}\right)^2 \cdot \left(\frac{r_2}{H}\right)^2 - \sqrt{\left(1 + \left(\frac{r_1}{H}\right)^2 + \left(\frac{r_2}{H}\right)^2\right)^2 - 4 \cdot \left(\frac{r_1}{H}\right)^2 \cdot \left(\frac{r_2}{H}\right)^2} \right] \quad (6)$$

$$\varphi_{1-2}^* = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varphi_{1-2}}{1 - (1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)(\varphi_{1-2} \varphi_{2-1})} \quad (7)$$

Charakterystyki nagrzewania podzielono w zależności od stosunku wielkości powierzchni promieniujących ( $F_R$ ) do odległości między nimi ( $H$ ). W pierwszym przypadku (rys. 4.) stosunek ten wynosił 0.38, natomiast w drugim (rys. 5.) – 0.038. Pod rysunkami umieszczono tabele z obliczeniami energii oraz mocy akumulacyjnych dla odpowiednich przypadków.



Rys. 4. Charakterystyki nagrzewania wzorcowego wsadu dla trzech modeli przejmowania ciepła dla niewielkiej odległości między powierzchniami promieniującymi ( $F_R/H = 0.38$ )



Rys. 5. Charakterystyki nagrzewania wzorcowego wsadu dla trzech modeli przejmowania ciepła dla znacznej odległości między powierzchniami promieniującymi ( $F_R/H = 0.038$ )



**TABELA 1.**

Charakterystyka energetyczna modelu jak na rysunku 4

MODEL	Czas [min]	Temperatura [°C]	Energia akumulacyjna [kJ]	Moc akumulacyjna [W]
Nagrzewanie konwekcyjne (TK)	800	700	1182	1477.8
Nagrzewanie radiacyjne (TR)	800	997	1703	2129
Nagrzewanie konwekcyjno – radiacyjne (TKR)	800	999	1705	2131.85

**TABELA 2.**

Charakterystyka energetyczna modelu jak na rysunku 5

MODEL	Czas [min]	Temperatura [°C]	Energia akumulacyjna [kJ]	Moc akumulacyjna [W]
Nagrzewanie konwekcyjne (TK)	3000	960	1182	1477.8
Nagrzewanie radiacyjne (TR)	3000	802	1703	2129
Nagrzewanie konwekcyjno – radiacyjne (TKR)	3000	994	1705	2131.85

Przejmowanie ciepła przez promieniowanie jest najbardziej intensywne w wysokich temperaturach. Istnieje powszechne przekonanie, iż w piecach średnio- i wysokotemperaturowych możliwe jest pominięcie wpływu konwekcji. Jednak, jak wynika z zaprezentowanych wyników, w miarę zmniejszania współczynników konfiguracji, strumień ciepły wymieniany na drodze konwekcji staje się coraz bardziej znaczący w całkowitym bilansie energetycznym, nawet w stosunkowo wysokich temperaturach. W niektórych urządzeniach elektrotermicznych, pominięcie zjawiska konwekcji może wprowadzać znaczne błędy w modelowaniu.

### 2.3. Wpływ konwekcyjnego współczynnika przejmowania ciepła na charakterystyki nagrzewania

Najczęściej spotykaną aplikacją elektrotermiczną jest nagrzewanie wsadów stałych, umieszczonych w środowisku gazowym, przy doprowadzaniu energii cieplnej przez konwekcję i radiację [10]. W wielu procesach grzejnych, szczególnie w niższych temperaturach, dominującym sposobem przejmowania ciepła jest zjawisko konwekcji. W klasycznych rozwiązaniach komorowych

urządzeń grzejnych, konwekcja (unoszenie) zachodzi w sposób naturalny, co związane jest z ruchem płynu wywoływany zewnętrznymi siłami masowymi (np. siły ciężkości, odśrodkowe, itp.) działającymi na fragmenty płynu o różnych gęstościach. Różnice gęstości wywoływane są różnicami temperatur płynu, związanymi ze zjawiskiem przejmowania ciepła z powierzchni ciał stałych. Tuż przy powierzchni ciał stałych tworzy się warstwa przyścienna, która determinuje warunki przejmowania ciepła [13].

Ze względu na stosowanie w piecach elektrycznych regulatorów temperatury, przy rozpatrywaniu procesów grzejnych w piecach nieprzelotowych, wprowadza się przestrzeny warunek brzegowy trzeciego rodzaju, wyrażany stałą wartością temperatury atmosfery grzejnej i stałą, średnią wartością współczynnika napływu ciepła do wsadu (8) [7, 8, 10, 13].

$$P = \alpha \cdot F_z \cdot (t_0 - t_F) \quad (8)$$

W niniejszym przykładzie rozpatrzono przypadek konwekcyjnego nagrzewania modelowego wsadu o geometrii jak na rysunku 1. Skonfrontowano klasyczną metodę symulacji procesu grzejnego, z metodami pozwalającymi na wyznaczenie współczynników przejmowania ciepła w czasie obliczeń. Zastosowano trzy procedury wyznaczania współczynników przejmowania ciepła przez konwekcję:

- model utworzony dla średniej wartości współczynnika przejmowania ciepła (t1)
- procedura uproszczona polegająca na wyznaczeniu współczynnika przejmowania ciepła z zależności (9) (t2).

$$\alpha_k = 1.28 \cdot \sqrt[3]{(T_0 - T_F)} \quad (9)$$

gdzie:  $T_0$  - temperatura płynu poza warstwą przyścienną;

$T_F$  - temperatura powierzchni wymieniającej ciepło przez konwekcję.

- procedura pełna polegająca na wyznaczeniu współczynnika przejmowania ciepła ze wzoru (10) (t3).

$$\alpha_k = \frac{Nu_F \cdot \lambda_p}{\delta} \quad (10)$$

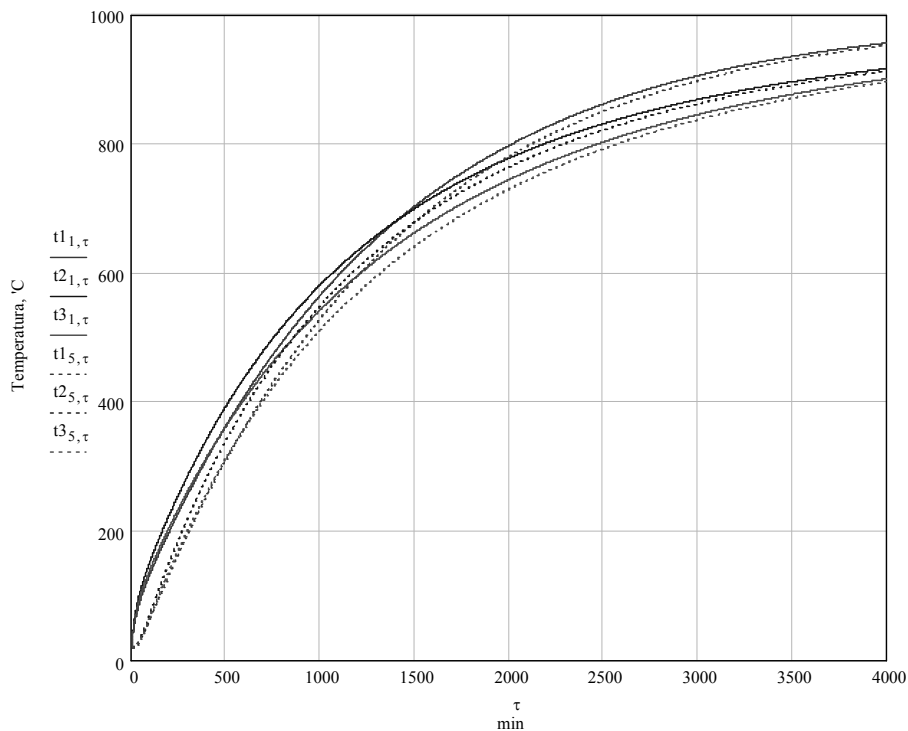
Przy czym  $\delta$  jest wymiarem charakterystycznym. Liczba kryterialna  $Nu$  wyznaczona została na podstawie [3] oraz [5], z zależności:

$$Nu_F = C \cdot (Gr_F \cdot Pr_F)^n \quad (11)$$

Stałe  $C$  i  $n$  z równania (11) zależą od wartości iloczynu  $(Gr_F \cdot Pr_F)$ . Liczbę Grashoffa wyznaczono następująco:

$$Gr_F = \frac{g \cdot \delta^3 \cdot \beta \cdot (T_F - T_o)}{\nu^2} \quad (12)$$

Pozostałe dane potrzebne do rozwiązania równań (10) ÷ (12) odczytano z tablic z zamieszczonymi danymi materiałowymi dla medium pośredniczącego w przekazywaniu energii do wsadu [5]. Przebiegi temperatur w funkcji czasu, na powierzchni oraz w połowie wysokości wsadu pokazano na rysunku 6.



**Rys. 6. Przebiegi temperatury w czasie konwekcyjnego nagrzewania wsadu:**

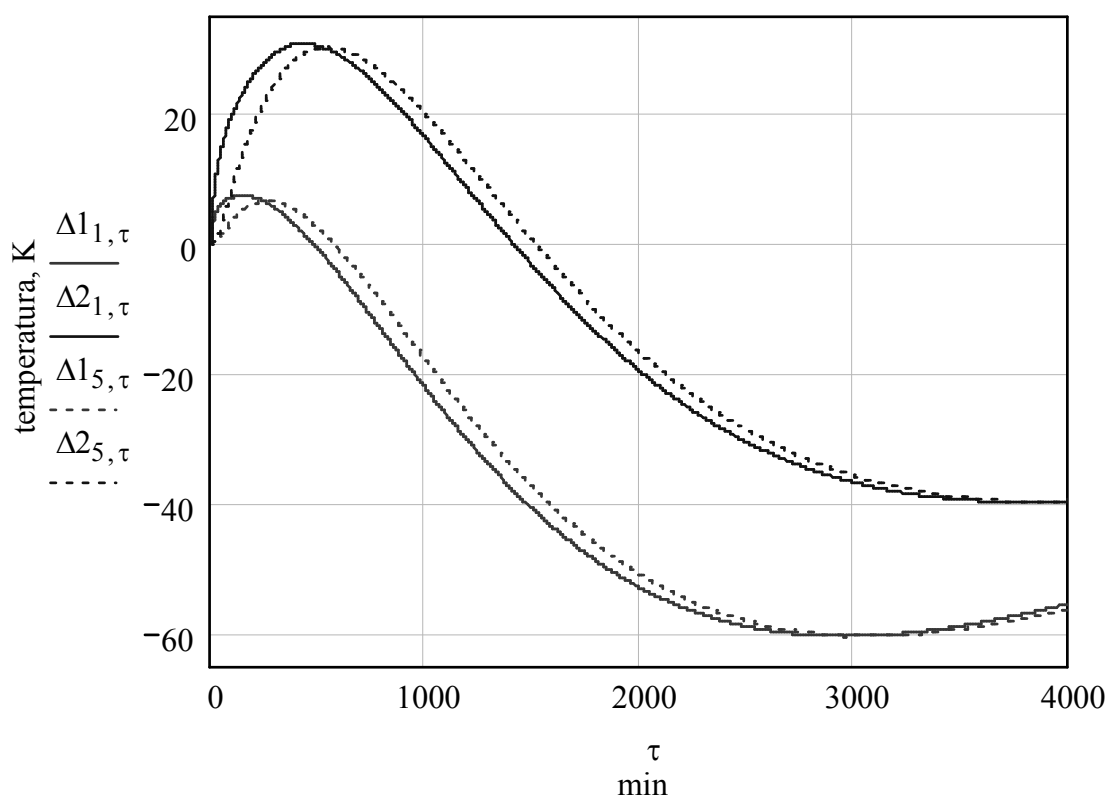
$t1_{n,\tau}$  - model obliczeniowy dla średniego współczynnika przejmowania ciepła;

$t2_{n,\tau}$  - model obliczeniowy dla współczynnika przejmowania ciepła obliczonego

ze wzoru (11);  $t3_{n,\tau}$  - model obliczeniowy dla współczynnika przejmowania

ciepła obliczonego ze wzoru (12)

Na podstawie zależności (4) wyznaczono błędy bezwzględne występujące podczas symulacji konwekcyjnego nagrzewania wsadu, przy wykorzystaniu opisanych powyżej algorytmów. Jako dokładną chwilową wartość temperatury przyjęto wyniki otrzymane przy wykorzystaniu algorytmu bazującego na pełnej procedurze wyznaczania współczynnika przejmowania ciepła w każdym kroku czasowym. Na rysunku 7 pokazano przebiegi tych błędów w czasie nagrzewania.



**Rys. 7. Przebieg błędów symulacji procesu konwekcyjnego nagrzewania stalowego walca w kolejnych warstwach nagrzewanego materiału**

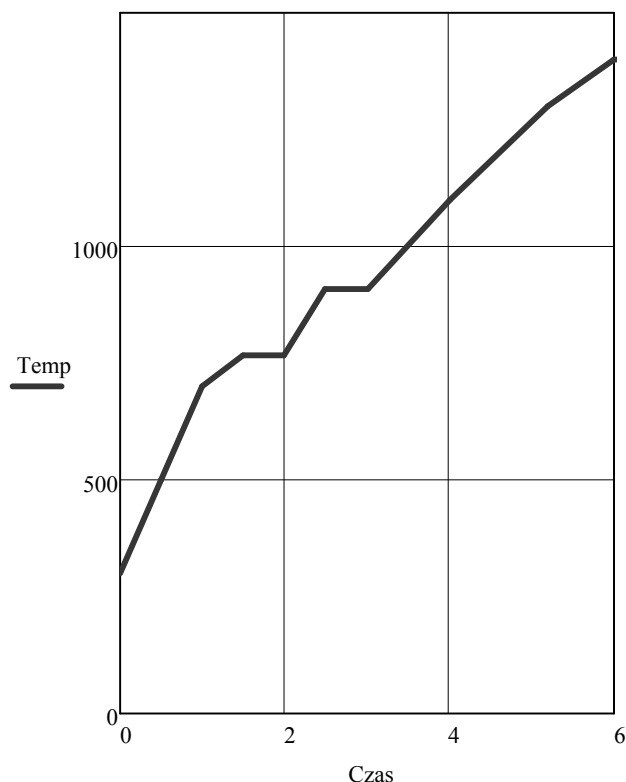
Zaprezentowane przebiegi temperatur sugerują znaczną zależność wyników symulacji od sposobu obliczania współczynnika przejmowania ciepła przez konwekcję. W przytoczonym przykładzie, maksymalne rozbieżności między wynikami sięgają 60 Kelwinów w końcowym okresie nagrzewania. Taka rozbieżność może przynosić niepożądane skutki objawiające się niedoborem mocy urządzeń projektowanych w oparciu o klasyczne algorytmy.

## 2.4. Wpływ zmiany stanu skupienia na charakterystyki nagrzewania

W wielu dziedzinach obróbki cieplnej konieczne jest nagrzewanie wsadów do temperatur przekraczających wartości charakterystyczne dla przemian fazowych. Spośród dużej ilości przykładów tego typu aplikacji, wymienić należy procesy hartowania stali czy topienia metali. W pierwszym przypadku nagrzewane są jedynie przypowierzchniowe warstwy materiału, w drugim zmiana stanu skupienia zachodzi w całej objętości wsadu.

W niniejszym punkcie wykazano wpływ uwzględniania przemiany fazowej na wyniki symulacji nagrzewania pośredniego stalowego walca o geometrii opisanej w rozdziale 2.1.

Stal i żelazo są materiałami mającymi duże znaczenie techniczne w wielu gałęziach przemysłu. Fakt ten wynika zarówno z pożądanych własności mechanicznych stali, jak i parametrów magnetycznych żelaza stosowanego w przemyśle elektrotechnicznym [9]. Na wykresie nagrzewania czystego żelaza pokazanym na rysunku 8, uwidoczniono przemiany odmian alotropowych, ujawniające się zmianami szybkości nagrzewania wywołanymi pochłanianiem pewnej ilości ciepła.



Rys. 8. Przebieg nagrzewania czystego żelaza wg Ruera i Goerensa [9]

W poniższym przykładzie oszacowano wpływ przemian fazowych pierwszego rodzaju na wyniki symulacji procesu grzejnego. Podczas obliczeń posłużono się danymi materiałowymi dla stali o zawartości 1.4% węgla [6].

Do obliczeń wykorzystano autorską procedurę obliczeniową, bazującą na metodzie bilansów elementarnych. Podczas obliczeń uwzględniono zmienność wszystkich parametrów materiałowych wpływających na proces grzejnny. Uwzględniono efekt rozszerzalności cieplnej próbki, oraz powiązaną z nim zmianę gęstości poszczególnych warstw materiału wsadowego. Obliczenia wykonano dla dwóch procesów grzejnnych charakterystycznych dla nagrzewania objętościowego, oraz powierzchniowego. W każdym procesie analizy porównaniu poddano przypadki:

- nagrzewanie analitycznej próbki stalowej dla uśrednionych parametrów materiałowych (t1),
- nagrzewanie analitycznej próbki stalowej dla zmiennych parametrów materiałowych (t2).

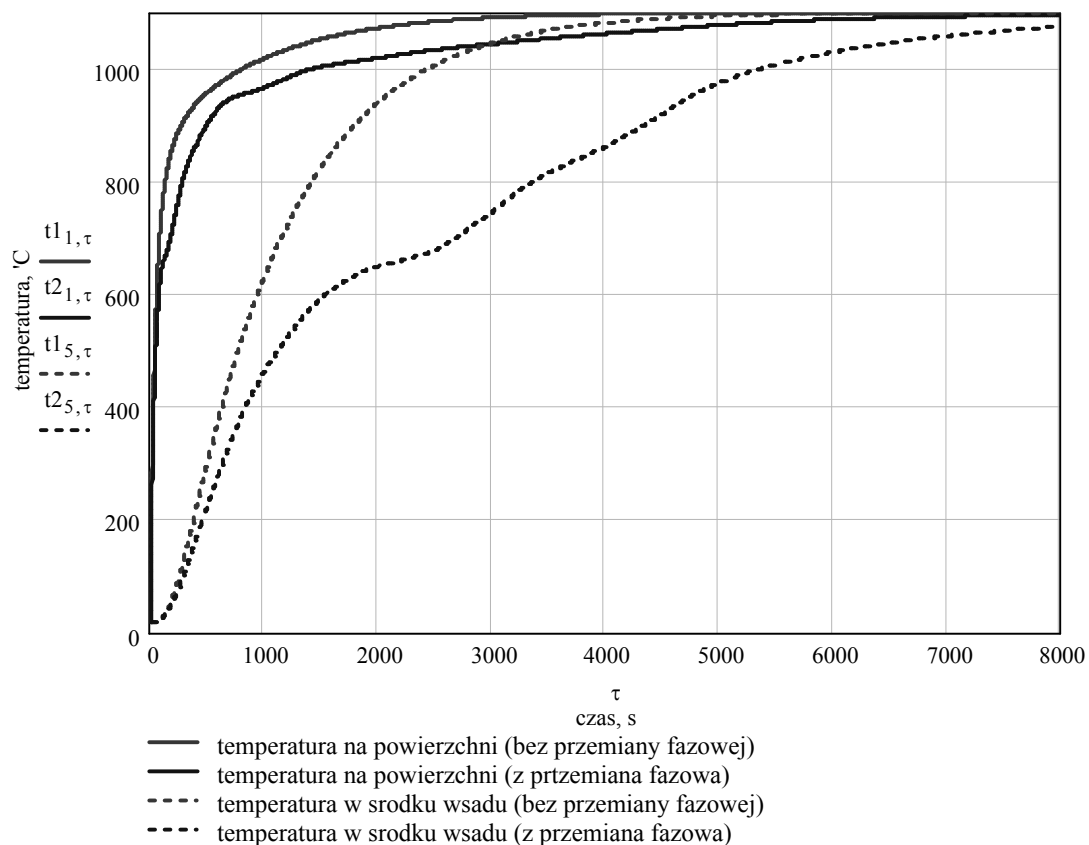
$$t_{i,\tau} = t_{i,\tau-1} + \left( \frac{\Delta\tau}{\rho_{i,\tau-1} c_{wi,\tau-1} V_{i,\tau-1}} \right) \left[ \left( \frac{t_{i-1,\tau} - t_{i,\tau-1}}{\delta_{i-1,i,\tau-1}} \right) - \left( \frac{t_{i,\tau-1} - t_{i+1,\tau-1}}{\delta_{i,i+1,\tau-1}} \right) \right] \left[ \left( \frac{1}{\lambda_{i-1,i,\tau-1} \cdot F_{i-1,i,\tau-1}} \right) - \left( \frac{1}{\lambda_{i,i+1,\tau-1} \cdot F_{i,i+1,\tau-1}} \right) \right] \quad (13)$$

Przy czym  $t_{i,\tau} \leq t_{PF}$ , gdzie  $t_{PF}$  jest temperaturą przemiany fazowej.

$$t_{i,\tau} = t_{i,\tau-1} + \left( \frac{\Delta\tau}{(\rho_{i,\tau-1} c_{wi,\tau-1} V_{i,\tau-1}) + (\Delta V_{i,\tau-1} L_{PF})} \right) \left[ \left( \frac{t_{i-1,\tau} - t_{i,\tau-1}}{\delta_{i-1,i,\tau-1}} \right) - \left( \frac{t_{i,\tau-1} - t_{i+1,\tau-1}}{\delta_{i,i+1,\tau-1}} \right) \right] \left[ \left( \frac{1}{\lambda_{i-1,i,\tau-1} \cdot F_{i-1,i,\tau-1}} \right) - \left( \frac{1}{\lambda_{i,i+1,\tau-1} \cdot F_{i,i+1,\tau-1}} \right) \right] \quad (14)$$

Na rysunku 9 pokazano przebiegi temperatur w funkcji czasu na powierzchni, oraz w środku próbki stalowej nagrzewanej objętościowo. W tabeli 3 podano energię i moc akumulacyjną dla całej próbki, w zależności od zastosowanego algorytmu obliczeniowego. Na podstawie zależności (15) [13] wyznaczono błąd względny między wynikami, przyjmując jako wartości dokładne, wyniki otrzymane dla pełnego modelu uwzględniającego występowanie przemian fazowych.

$$\delta_x = \frac{|t_{b,\tau} - t_{d,\tau}|}{|t_{d,\tau}|} \cdot 100 \quad (15)$$



Rys. 9. Charakterystyki objętościowego nagrzewania wzorcowego wsadu stalowego dla przypadku uwzględniania, oraz bez uwzględniania przemian fazowych zachodzących w materiale wsadowym

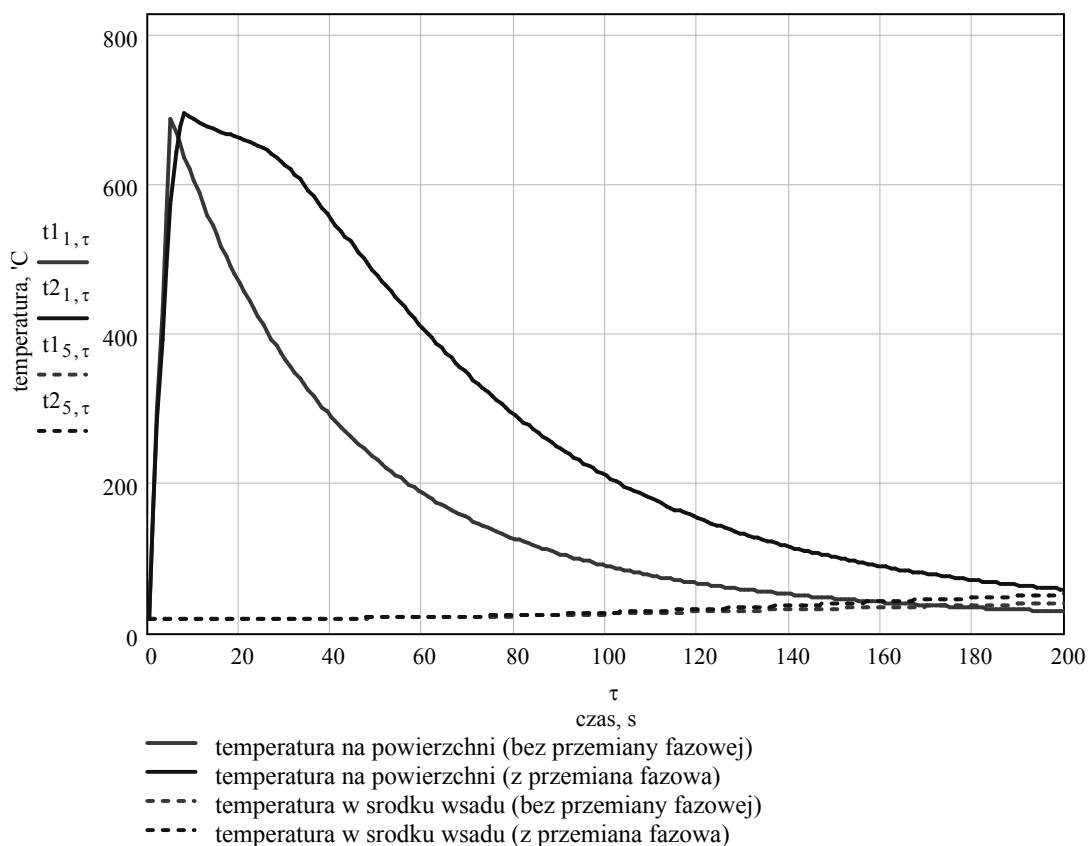
TABELA 3

Charakterystyka energetyczna wsadu stalowego nagrzewanego objętościowo.

Model	Czas nagrzewania do stanu ustalonego [s]	Energia akumulacyjna [kJ]	Moc akumulacyjna [W]	Błąd względny [%]
Bez uwzględniania przemian fazowych.	8000	1878	234.77	49.16
Z uwzględnieniem przemian fazowych.	8000	3694	461.76	

Na rysunku 10 pokazano przebiegi temperatury w funkcji czasu na powierzchni, oraz w środku próbki stalowej nagrzewanej powierzchniowo. W tabeli 4 podano charakterystykę energetyczną dla omawianego przypadku,

przy czym energie i moce akumulacyjne wyznaczono jedynie dla stanu nagrzewania.



**Rys. 10. Charakterystyki powierzchniowego nagrzewania wzorcowego wsadu stalowego dla przypadku uwzględniania, oraz bez uwzględniania przemian fazowych zachodzących w materiale wsadowym**

**TABELA 4**

Charakterystyka energetyczna wsadu stalowego nagrzewanego powierzchniowo

Model	Czas nagrzewania [s]	Energia akumulacyjna [kJ]	Moc akumulacyjna [kW]	Błąd względny [%]
Bez uwzględniania przemian fazowych.	4	239.2	47.84	2.85
Z uwzględnieniem przemian fazowych.	4.7	244.3	49.24	

Z przedstawionych wyników widać, iż błędy wynikające z uwzględniania przemian fazowych mają charakter zarówno przestrzenny, jak i czasowy. Powierzchniowy efekt pochłaniania energii podczas przemian nie jest widoczny ze względu na znikomo małą masę materiału zmieniającego fazę. Efekt ten jest



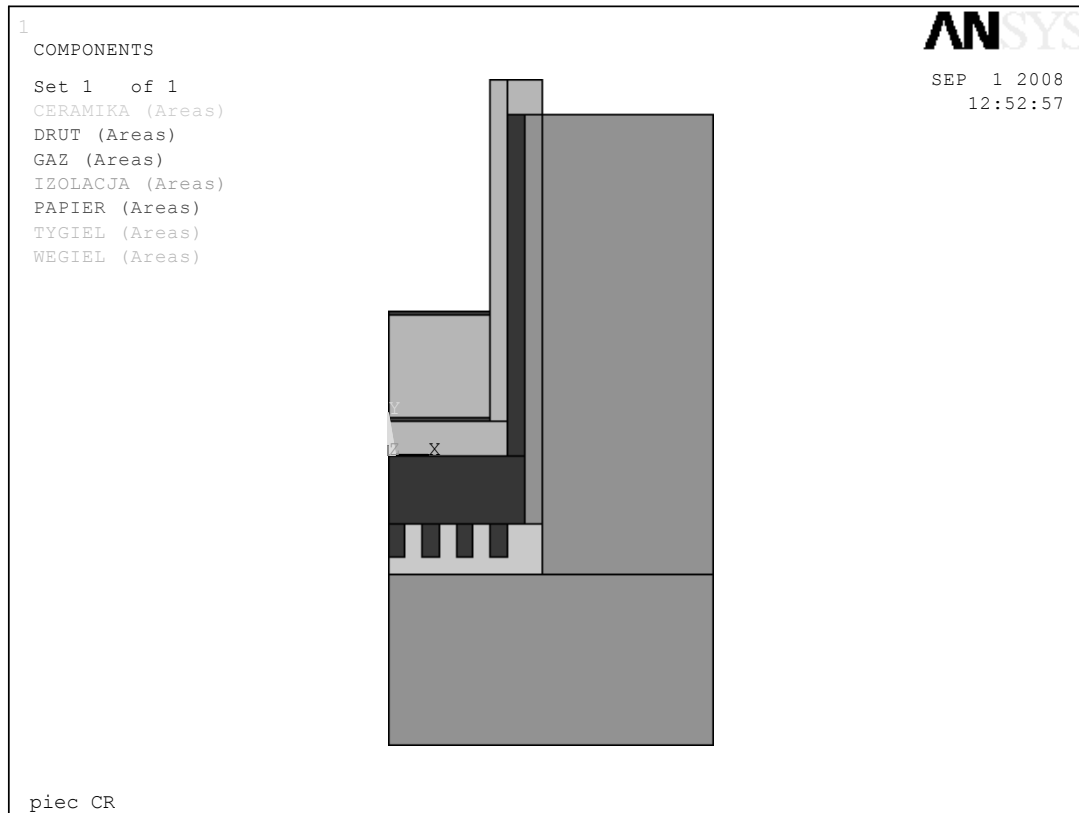
bardziej widoczny podczas nagrzewania objętościowego. Jak pokazano na rysunku 9, rozbieżności pomiędzy wynikami mogą przekraczać nawet 50 %, co jest wynikiem nie do przyjęcia ze względu chociażby na wyznaczenie zapotrzebowania energetycznego wsadu. W przypadku nagrzewania powierzchniowego, analiza przemian fazowych nie wprowadza znaczących różnic w stosunku do modeli klasycznych.

### **3. BADANIA PORÓWNAWCZE**

---

Wyniki uzyskane w rozdziale 2 niniejszej pracy były podstawą do opracowania odpowiedniego modelu numerycznego urządzenia do oznaczania ciśnienia rozprężania węgla kamiennego. Urządzenie to należy do specyficznej klasy pieców rezystancyjnych, gdzie analityczna próbka węgla, wraz z tygłem pomiarowym powinna zostać nagrzana zgodnie z programem temperaturowym zaproponowanym w normie [9]. Zakres temperatur roboczych mieści się w granicach charakterystycznych dla pieców nisko- i średniotemperaturowych. Model obliczeniowy musi więc być wykonany w sposób możliwie dokładnie odzwierciedlający zjawiska wymiany ciepła w badanych zakresach temperatur. W Instytucie Tele- i Radiotechnicznym powstał prototyp wspomnianego urządzenia, który wykorzystany został do analizy porównawczej. Zadany program grzejny realizowany jest za pomocą kontrolowanego wzrostu temperatury elementu grzejnego. W odpowiedzi, otrzymano proporcjonalny przyrost temperatury próbki węglowej. Ze względu na brak sprzężenia zwrotnego między próbką a regulatorem temperatury, w pewnych przypadkach może dochodzić do odchyłek od zadanego programu. W celu polepszenia parametrów urządzenia, aktualnie prowadzone są prace nad zastosowaniem innego – kaskadowego układu regulacyjnego.

Model numeryczny pieca do oznaczania ciśnienia rozprężania wykonano w oparciu o algorytmy opisane w rozdziale 2 niniejszej pracy. Geometria modelu wykonana została w układzie płaskim, osiowosymetrycznym. Wygląd geometrii, zgodnej z aktualną wersją pieca pokazano na rysunku 11.



Rys. 11. Geometria urządzenia do oznaczania ciśnienia rozprężania węgla kamiennego

### 3.1. Model radiacyjnej wymiany ciepła

W modelowanym urządzeniu, radiacyjna wymiana ciepła zachodzi w układzie niemal idealnie zamkniętym. Ilość energii wymieniana na drodze radiacji bezpośrednio z otoczeniem pieca jest pomijalnie mała. Ze względu na zastosowanie w komorze grzejnej elementów charakteryzujących się znaczną wartością współczynnika refleksyjności, należy rozpatrywać zjawisko radiacji z wielokrotnymi odbiciami promieniowania. Do wyznaczania współczynników konfiguracji i obliczeń energetycznych wykorzystano metodę macierzy współczynników konfiguracji. Metoda ta opiera się wykorzystaniu zależności (16) [5] do obliczania bilansu energii wymienianej na drodze radiacji pomiędzy wszystkimi elementami promieniującymi w modelu.

$$\sum_{i=1}^N \left( \frac{\delta_{k,i}}{\varepsilon_i} - \varphi_{k,i} \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \right) \frac{P_i}{F_i} = \sum_{i=1}^N (\delta_{k,i} - \varphi_{k,i}) \sigma_0 T_i^4 \quad (16)$$

przy czym:

$N$  – liczba powierzchni biorących udział w wymianie radiacyjnej,

- $k = 1, 2, \dots, N$  – kolejne numery powierzchni biorących udział w wymianie ciepła,  
 $\delta_{k,i}$  – delta Kroneckera,  
 $\varepsilon_i$  – emisyjność całkowita  $i$ -tego elementu skończonego,  
 $\varphi_{k,i}$  – elementarny współczynnik konfiguracji,  
 $P_i$  – moc jaką należy doprowadzić lub odprowadzić z elementarnej powierzchni, aby utrzymać ją w temperaturze  $T_i$ ,  
 $\sigma_0 = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$  – stała Steffana.

Równanie (16) może być rozwiązywane względem wektora mocy cieplnych  $\{P\}$ :

$$\{P\} = [C]^{-1} [D] \{T^4\} \quad (17)$$

W programie ANSYS, do rozwiązania równania (17) służy specjalny element (MATRIX50), który w sposób programowy wyznacza poszczególne elementy równania jak również zachowuje współczynniki konfiguracji.

Poszczególne współczynniki konfiguracji pomiędzy wszystkimi promieniującymi powierzchniami modelu wyznaczone zostały za pomocą procedury jawnej [1]. Procedura ta polega na wyznaczaniu elementarnych współczynników konfiguracji pomiędzy wszystkimi elementami skończonymi należącymi do powierzchni promieniujących w modelu. Dla metody elementów skończonych, poszczególne współczynniki konfiguracji wyznaczone są na podstawie zależności (18):

$$\varphi_{k,i} = \frac{1}{F_k} \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^m \left( \frac{\cos \theta_{k,p} \cos \theta_{i,q}}{\pi r^2} \right) F_{k,p} F_{i,q} \quad (18)$$

gdzie  $m, n$  – liczba elementów należących odpowiednio do powierzchni  $k$  oraz  $i$ .

### 3.2. Model konwekcyjnej wymiany ciepła

Model wymiany ciepła przez konwekcję został wyznaczony wprost z pola przepływu płynu, korzystając z modułu ANSYS FLOTTRAN [1]. Wykorzystanie tego modułu pozwoliło na bezpośrednią analizę przejmowania ciepła przez konwekcję, bez znajomości współczynników przejmowania ciepła, temperatur powierzchni stykających się z środowiskiem płynnym czy strumieni cieplnych. Wielkości te wyznaczone są automatycznie, podobnie jak pole prędkości czy aktualne pole temperatury w środowisku płynnym.

Model utworzony w środowisku FLOTRAN korzysta bezpośrednio z podstawowych praw zachowania masy, pędu i energii, sformułowanych dla metody elementów skończonych.

Na podstawie prawa zachowania masy otrzymuje się równanie ciągłości:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad ..(19)$$

W zagadnieniach konwekcyjnej wymiany ciepła w płynach stosowane jest równanie Naviera – Stokesa, będące bilansem pędu płynu dla stałego współczynnika lepkości. Dla kartezjańskiego układu współrzędnych, równanie to przyjmuje postać opisaną zależnością (20), gdzie lewa strona przedstawia zmianę pędu jednostki objętości płynu. Prawa strona równań (20) prezentuje siły wywołujące zmianę pędu, a więc siłę ciężkości, działanie gradientu ciśnienia, oraz siłę lepkości [13].

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v_x}{\partial \tau} &= \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{\partial v_y}{\partial \tau} &= \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{\partial v_z}{\partial \tau} &= \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad ..(20)$$

Ogólne zależności (20) mogą ulegać znacznym uproszczeniom. Na przykład dla płynów nieściśliwych, eliminowane są czony związane ze zmianami lepkości.

W przypadku płynów ściśliwych, równanie opisujące całkowity bilans energii układu przyjmuje następującą postać:

$$\rho \cdot c_p \frac{\partial T_T}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x c_p T_T) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v_y c_p T_T) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z c_p T_T) = \lambda \nabla^2 T_T + W^V + E^K + P_V + \Theta + \frac{\partial P}{\partial \tau} \quad (21)$$

gdzie:

$T_T$  - temperatura całkowita,

$$W^V = v_j \mu \left[ \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right] - \text{tensor opisujący działanie sił lepkości}$$

w trzech ortogonalnych kierunkach,

$$E^k = -\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{2} |v^2| \right) \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{2} |v^2| \right) \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{2} |v^2| \right) \right] -$$

energia kinetyczna,

$$\Theta = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial v_i}{\partial x_k} - \text{wydajność wewnętrznych źródeł ciepła wywołanych}$$

ściskaniem płynu.

Temperatury w poszczególnych chwilach czasowych wyznaczone są na podstawie zależności (22):

$$T = T_T - \frac{v^2}{2c_p} \quad (22)$$

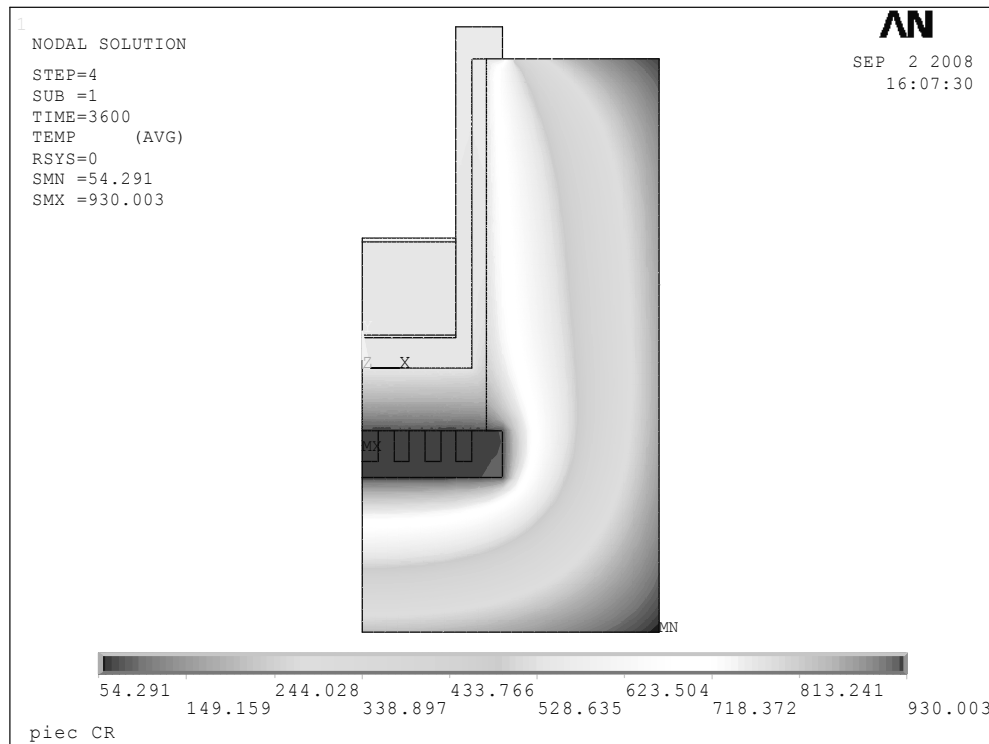
### 3.3. Wyniki

Symulację procesu nagrzewania próbki węglowej umieszczonej w tyglu pomiarowym w układzie jak na rysunku 1 wykonano w oparciu o algorytmy przedstawione w poprzednich rozdziałach pracy. Do testów porównawczych wykorzystano prototyp urządzenia wykonany w Instytucie Tele- i Radiotechnicznym. Analizowano niestacjonarny stan nagrzewania próbki węgla, zgodnie z programem temperaturowym przedstawionym w normie [9], stosując odpowiednie wymuszenie temperaturowe w elemencie grzejnym. Wyniki stanowiły podstawę do wyznaczenia błędów symulacji.

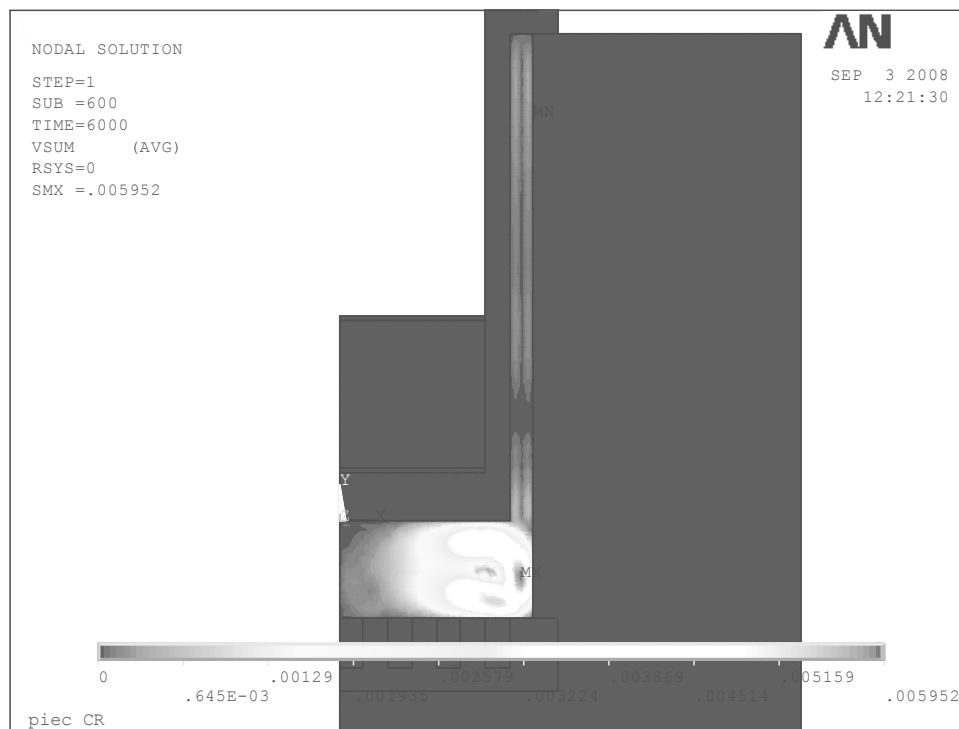
Symulacja numeryczna wykonana została dla następujących modeli wymiany ciepła:

- a) nagrzewanie konwekcyjne o zmiennych współczynnikach przejmowania ciepła,
- b) nagrzewanie radiacyjne,
- c) nagrzewanie konwekcyjno – radiacyjne w oparciu o procedury opisane w punkcie 2,
- d) nagrzewanie konwekcyjno – radiacyjne w oparciu o procedury opisane w punkcie 3.

Na rysunkach. 12 i 13 pokazano pole temperatury oraz pole prędkości przepływu gazu w modelu, w końcowej fazie nagrzewania.

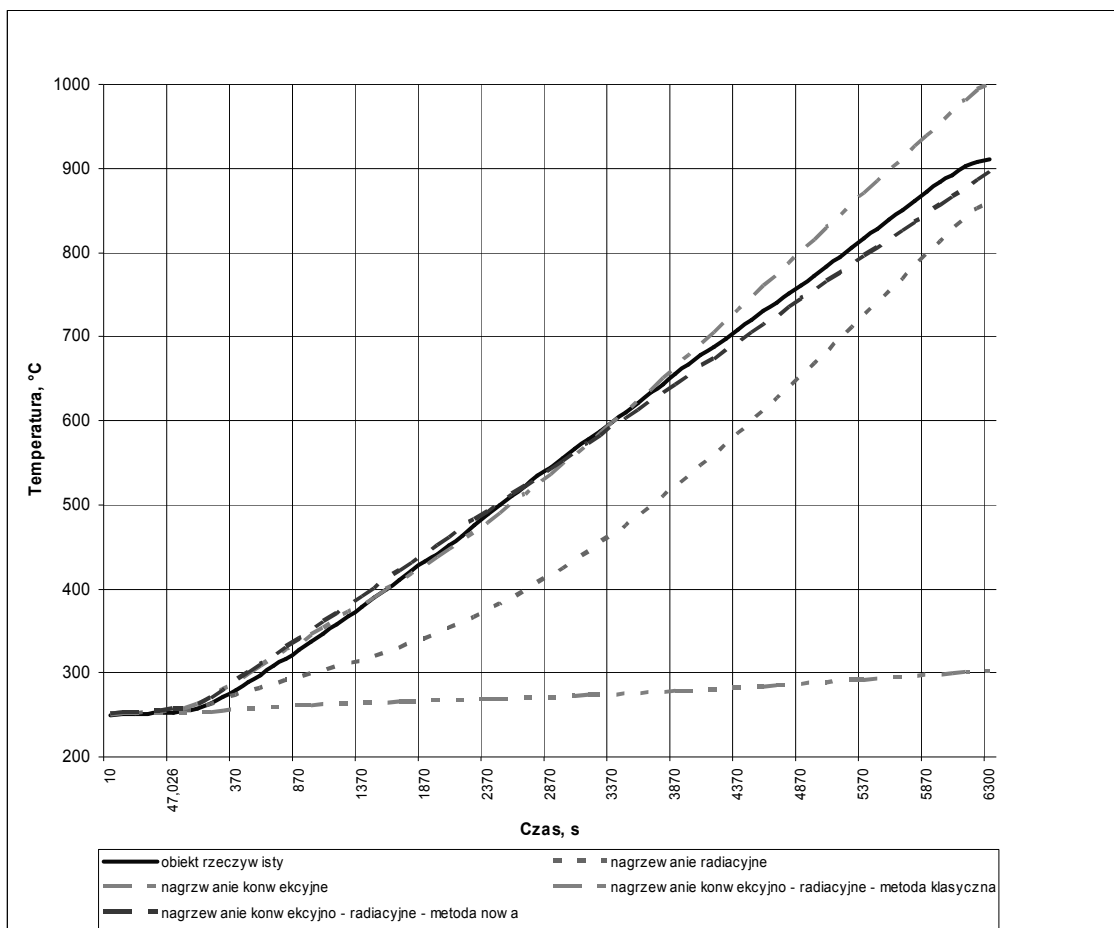


**Rys. 12. Pole temperatury w modelu urządzenia do oznaczania ciśnienia rozprężania w końcowej fazie nagrzewania**



**Rys. 13. Pole prędkości gazu w szczeliny powietrznej w końcowej fazie nagrzewania**

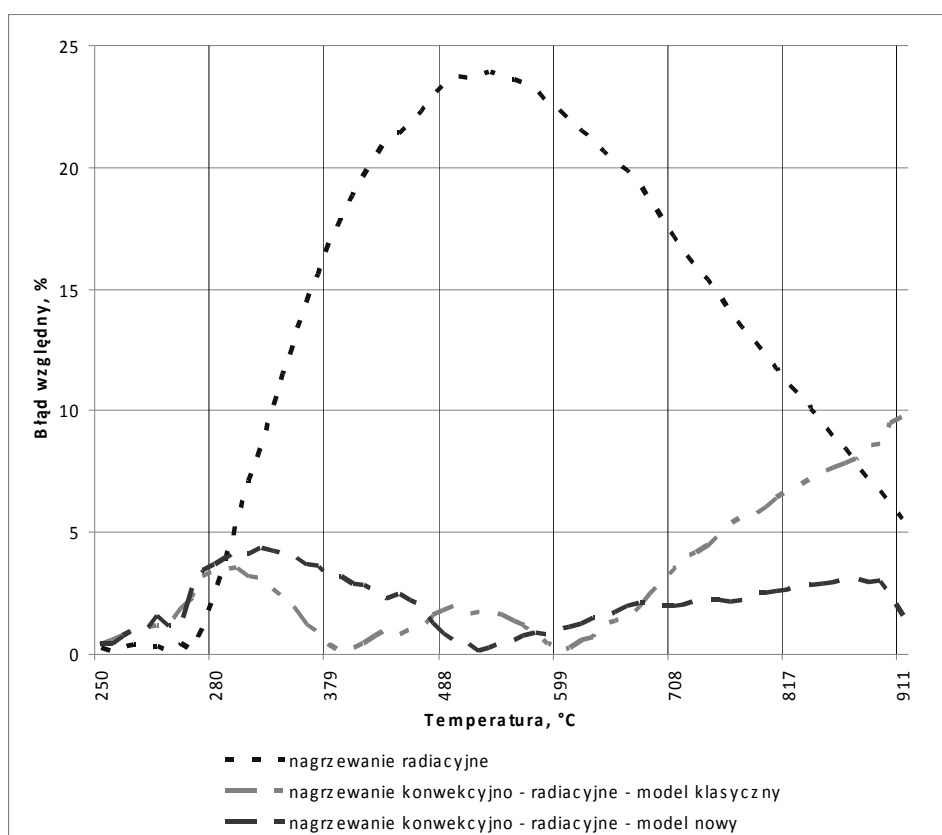
Na rysunku 14. pokazano przebiegi temperatur w tyglu pomiarowym otrzymane w wyniku pomiarów na prototypie urządzenia, oraz obliczeń numerycznych dla różnych modeli wymiany ciepła.



Rys. 14. Przebiegi temperatury w funkcji czasu

Zamieszczone wykresy pokazują znaczną rozbieżność między wynikami uzyskanymi za pomocą różnych modeli wymiany ciepła. Na rysunku 15 pokazano przebiegi błędów względnych symulacji wyliczone na podstawie zależności (15). Model uwzględniający jedynie nagrzewanie konwekcyjne charakteryzuje się największymi odchyłkami w stosunku do przebiegów otrzymanych podczas pomiarów. Przebieg temperatury w funkcji czasu dla modelu nagrzewania radiacyjnego uwidacznia naturę przejmowania ciepła przez promieniowanie. W niższych temperaturach, zjawisko to ma niewielki wpływ na efekt grzejny, wobec czego błędy w stosunku do obiektu rzeczywistego są tu największe. W miarę uzyskiwania coraz wyższych temperatur, zjawisko radiacyjnej wymiany ciepła ulega intensyfikacji, skraca się stała czasowa nagrzewania i błędy maleją. Wyniki najbliższe rzeczywistości

uzyskano za pomocą modeli wykorzystujących zaawansowane procedury symulacji zjawiska konwekcji i radiacji. Model bazujący na klasycznych rozwiązaniach zaprezentowanych w rozdziale 2 pracy charakteryzuje się nieco większymi błędami, zwłaszcza w wyższych temperaturach. Efekt ten tłumaczy się większą wartością konwekcyjnego współczynnika przejmowania ciepła w wyższych temperaturach, który w klasycznej metodzie utrzymywał się na poziomie  $5 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Model wykonany przy użyciu procedur bezpośrednio wykorzystujących równania bilansowe wykazał, że współczynnik ten kształtuje się na poziomie  $3 \text{ W/m}^2\text{K}$ .



Rys. 15. Przebiegi błędów względnych symulacji

### 3. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono wpływ wybranych parametrów kształtujących model wymiany ciepła na jakość wyników nagrzewania wsadów w piecach rezystancyjnych pośrednich o różnych układach konfiguracyjnych. Badania symulacyjne dotyczyły następujących aspektów wymiany ciepła:

- wpływ przyjętego sposobu wyznaczania współczynników przejmowania ciepła przez konwekcję na charakterystyki pośredniego nagrzewania wsadów.



Wykazano znaczne rozbieżności między wynikami, sugerujące konieczność wnikliwej analizy zjawiska konwekcji.

– wpływ wymiany ciepła przez promieniowanie i konwekcję na charakterystyki nagrzewania konwekcyjno – radiacyjnego w piecach komorowych o zróżnicowanych współczynnikach konfiguracji. Wykazano, iż w układach grzejnych o stosunkowo niewielkich współczynnikach konfiguracji, wpływ radiacyjnego strumienia cieplnego jest niewielki. W takich układach, nawet w wysokich temperaturach, nie jest możliwe pomijanie nagrzewania konwekcyjnego.

– wpływ przewodności cieplnej właściwej na charakterystyki nagrzewania i rozkłady temperatur we wsadach nagrzewanych pośrednio. Wykazano znaczny wpływ tego parametru na charakter nagrzewania wsadów, zwłaszcza w przypadkach, kiedy nagrzewania nie można uznać za izotermiczne.

– wpływ zmiany stanu skupienia nagrzewanych wsadów na charakter nagrzewania. Wykazano, iż pominięcie zmian parametrów materiałowych w funkcji temperatury, zwłaszcza przy przemianie fazowej, może prowadzić do znacznych rozbieżności między wynikami obliczeń. Wspomniane różnice wynikają głównie ze skrajnie różnych energii akumulacyjnych podczas nagrzewania. Zjawiska tego z pewnością nie można pomijać w przypadku grzania objętościowego.

Oprócz wymienionych badań, wyniki poszczególnych analiz porównano z danymi pomiarowymi zebranymi na urządzeniu do badania ciśnienia rozprężania węgla. Porównanie to pozwoliło na oszacowanie wielkości błędów wnoszonych przez poszczególne uproszczenia na całkowity błąd symulacji numerycznej.

W artykule zaproponowano układ regulacji oraz zaprezentowano konstrukcję urządzenia pozwalającego na uzyskiwanie wyników pomiarów ciśnienia rozprężania ze znacznie większą dokładnością, niż urządzenie zaproponowane w normie [6].

## LITERATURA

1. ANSYS – dokumentacja programu ANSYS v 10.0.
2. Chwałeba, Poniński, Siedlecki.: Metrologia elektryczna. Warszawa. WNT. 1996.
3. Domański R., Jaworski M., Redow M.: Wymiana ciepła. Komputerowe wspomaganie obliczeń. Tablice właściwości termofizycznych. Warszawa. Oficyna Wyd. Polit. Warsz. 2000.
4. Flaszka J.: Modelowanie w budowie i eksploatacji maszyn elektrycznych. Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne, nr 80/2008, str. 127 - 129 , rok. 2008.
5. Gogół W.: Wymiana ciepła. Tablice i wykresy. Warszawa. Oficyna Wyd. Polit. Warsz. 1991.

6. Goldsmith A., Waterman T. E., Hirschorn H. J.: Handbook of thermophysical properties of solid materials. New York. The Macmillan Company. 1961.
7. Hering M.: Termokinetika dla elektryków. Warszawa. WNT 1980.
8. Kabata J.: Nagrzewanie rezystancyjne. Warszawa. Oficyna Wyd. Polit. Warsz. 1988.
9. Polska Norma PN-73/G-04522: Węgiel Kamienny. Oznaczanie ciśnienia rozprężania.
10. Schwartz T.: Termokinetika układów elektrotermicznych. Warszawa. WNT 1966.
11. Siegel Howell.: Thermal Radiation Heat Transfer.
12. Szargut J. i In.: Modelowanie numeryczne pól temperatury. Warszawa. WNT. 1992.
13. Wiśniewski S.: Wymiana ciepła. Warszawa. PWN 1979.
14. Wesołowski K.: Metaloznawstwo. Warszawa. PWT. 1959.

Rękopis dostarczono dnia 3.11.2008 r.

**Opiniował: prof. dr hab. inż. Stefan F. FILIPOWICZ**

## TEMPERATURE FIELD FORMATION IN THE DEVICE TO DETERMINE SOME PARAMETERS OF HARD COAL

Marcin WESOŁOWSKI, Daniel KUCHARSKI

**Abstract:** *The article deals with modeling and simulation problems that occur during electro-thermal devices designing. The furnace exploited in our laboratory for analysis of hard coal parameters was used as an examination object in which researchers investigated influence of commonly applied simplifications on obtained results quality and usefulness. The study was carried out in two stages. At first, heating processes stimulated in a model crucible were taken into account and divergences between results received by means of classical and modified calculating procedures were analyzed. These observations allowed researchers to create specified algorithm for accurate calculations of electro-thermal process in the device. Results of numerical stimulations were compared with a real process in physical furnace model and absolutely divergences of stimulations were estimated.*