

Robert Rossa, Emil Król
BOBRME Komel, Katowice

METODA OBWODOWO-POŁOWA OBLICZANIA CHARAKTERYSTYK ZEWNĘTRZNYCH PRĄDNIC SYNCHRONICZNYCH Z MAGNESAMI TRWAŁYMI PRACUJĄCYCH SAMOTNIE NA ODBIORNIKI TYPU R LUB RL

FIELD-CIRCUIT ANALYSIS OF LOAD CHARACTERISTICS OF STAND-ALONE PM SYNCHRONOUS GENERATOR CONNECTED TO “R” OR “RL” TYPE LOAD

Abstract: This paper deals with the field-circuit method to calculate the load characteristics of a stand-alone permanent magnet synchronous generator (PMSGen) connected to R-L type load. This method is based on the so-called loading method [1] ÷ [3], used widely for calculation of lumped parameters of permanent magnet synchronous motor's (PMSM) equivalent circuit model. In the developed calculation algorithm, the circuit equations of PM synchronous machine are adopted so to represent the generative mode of stand-alone operation with the assumption that load is purely of R-L type. The iterative calculation of voltage phasor V_1 phase angle is used to find the appropriate values of output voltage and current magnitudes for a given power factor $\cos\phi$ and for given output power.

1. Wstęp

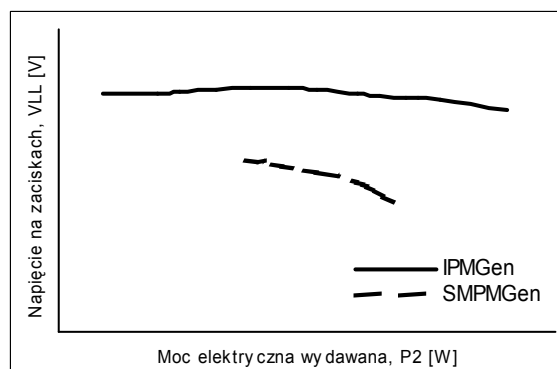
W ostatnich latach wzrasta w Polsce zainteresowanie prądnicami synchronicznymi wzbudzanymi magnesami trwałymi. Prądnice te stosowane są coraz częściej w małych elektrowniach wiatrowych lub wodnych, gdzie wypierają stosowane dotychczas prądnice asynchroniczne. W obu wspomnianych aplikacjach prądnice z magnesami trwałymi pracują zwykle samotnie i zasilają odbiorniki grzewcze (rezystancyjne), połączone w układzie 3-fazowym lub w układzie z prostownikiem diodowym 6-pulsowym zasilającym odbiornik 1-fazowy.

Przy pracy samotnej na biegu jałowym prądnice z magnesami generują napięcie o wartości skutecznej i częstotliwości liniowo zależnych od prędkości obrotowej wirnika. Przy pracy samotnej pod obciążeniem, wartość skuteczna napięcia zależy od prędkości obrotowej wirnika, charakteru obciążenia oraz od wartości skutecznej prądu obciążenia. Występująca przy stałej prędkości obrotowej pod wpływem zmian charakteru lub mocy obciążenia zmienność napięcia ΔU na zaciskach prądnicy, zdefiniowana zależnością (1):

$$\Delta U = \frac{U_{1obc} - U_{1bj}}{U_{1obc}} \cdot 100\% \quad (1)$$

zależy w bardzo istotny sposób od konstrukcji wirnika prądnicy. W przypadku wirników, dla których reaktancje magnesujące w osiach pod-

łużnej d i poprzecznej wirnika q są jednakowe: $X_{md} = X_{mq}$ lub zbliżone, wzrost obciążenia o charakterze rezystancyjnym R lub rezystancyjno-indukcyjnym RL powoduje spadek wartości skutecznej napięcia. Charakterystyka zewnętrzna napięcia wyjściowego w funkcji mocy obciążenia $V_{LL} = f(P_2)$ jest nieliniowa i opada wraz ze wzrostem mocy wydawanej (Rys. 1).

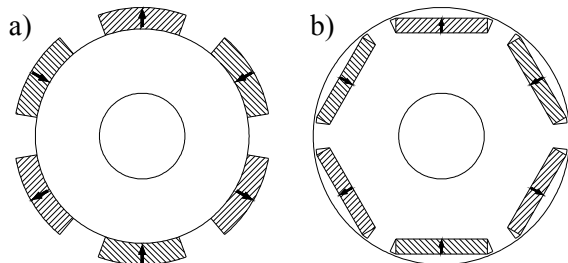


Rys. 1. Charakterystyki zewnętrzne napięcia w funkcji mocy wydawanej dla prądnic z magnesami trwałymi o różnych konstrukcjach wirników: a) SMPMGen, b) IPMGen.

Taki kształt charakterystyki $V_{LL} = f(P_2)$ otrzymuje się m.in. dla prądnic z magnesami trwałymi zamocowanymi na powierzchni cylindrycznego jarzma wirnika (Rys. 2.a, ang. nazwa Surface Mounted Permanent Magnet Generator, SMPMGen). W przypadku konstrukcji wirni-

ków, w których magnesy trwale nie są mocowane na powierzchni jarzma lecz wewnątrz rdzenia magnetycznego wirnika (Rys. 2.b, ang. nazwa Interior Permanent Magnet Generator, IPMGen), zależność między reaktancjami magnetycznymi w osiach podłużnej i poprzecznej ma zwykle postać: $X_{md} < X_{mq}$. Podnoszący napięcie wpływ reakcji twornika w osi magnetycznej q jest w tych konstrukcjach prądnic znacznie silniejszy niż obniżający napięcie wpływ reakcji twornika w osi magnetycznej d . W wyniku tego, przy obciążeniu R lub RL, charakterystyka zewnętrzna prądnicy $V_{LL} = f(P_2)$ jest bardziej „płaska”, a dla małych lub średnich prądów obciążenia uzyskuje się nawet wyższą wartość skuteczną napięcia na zaciskach niż dla biegu jałowego (Rys. 1).

W niniejszym artykule przedstawiono metodę obwodowo-polową obliczania charakterystyk zewnętrznych prądnic synchronicznych wzbudzanych magnesami trwałymi, pracujących samotnie przy stałej prędkości obrotowej wirnika na najczęściej spotykane odbiorniki, o charakterze R lub RL. Metoda ta umożliwia stosunkowo szybkie przeprowadzenie obliczeń projektowych i przeanalizowanie charakterystyk zewnętrznych dla różnych wariantów konstrukcyjnych prądnic o promieniowym rozplywie strumienia magnetycznego.

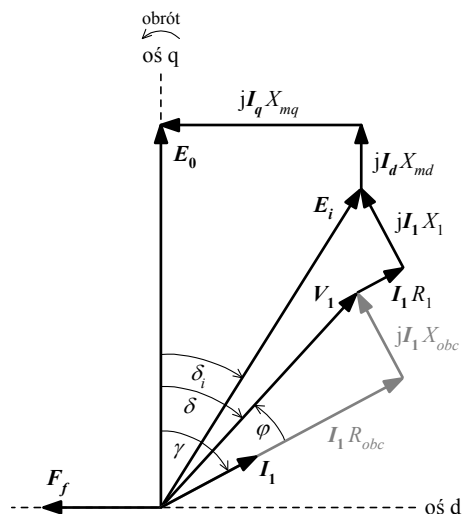


Rys. 2. Przykładowe przekroje poprzeczne wirników prądnic: a) SMPMGen, b) IPMGen.

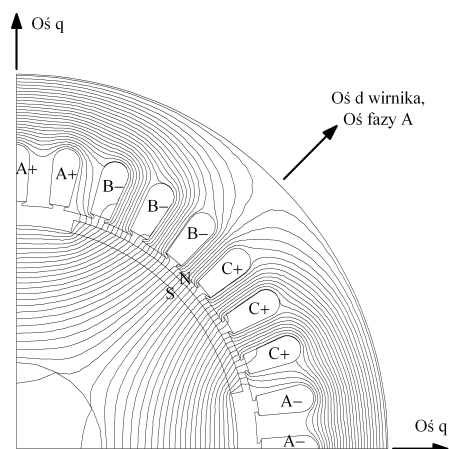
2. Adaptacja metody obwodowo-polowej obciążeniowej do obliczania charakterystyk zewnętrznych prądnic synchronicznych z magnesami trwałymi

Metoda obwodowo-polowa obciążeniowa była pierwotnie opracowana do obliczania charakterystyk elektromechanicznych silników synchronicznych z magnesami trwałymi (skrót ang. PMSM od Permanent Magnet Synchronous Motor) [1] ÷ [3]. W metodzie tej, charakterystyki elektromechaniczne maszyn PMSM przy pracy synchronicznej ustalonej obliczane są w oparciu o klasyczne równania maszyny syn-

chronicznej, wynikające z jej schematu zastępczego i wykresu wskazowego dla dwufazowego układu współrzędnych $d-q-0$ (Rys. 3). Parametry skupione wykresu wskazowego mające zasadniczy wpływ na pracę maszyny: reaktancje magnesujące w osi podłużnej X_{md} i poprzecznej X_{mq} oraz napięcie E_0 indukowane w fazie uzwojenia twornika przez wirujące magnesy trwale, obliczane są dla poszczególnych punktów pracy z wykorzystaniem stałoprądowej, dwuwymiarowej analizy metodą elementów skończonych (MES) rozkładu pola elektromagnetycznego w maszynie. Przy obliczaniu w/w parametrów skupionych uwzględniana jest ich zależność od aktualnego poziomu nasycenia w rdzeniu magnetycznym maszyny, który zależy z kolei od aktualnego obciążenia (punktu pracy) maszyny synchronicznej.



Rys.3. Wykres wskazowy prądnicy synchronicznej z magnesami trwałymi.



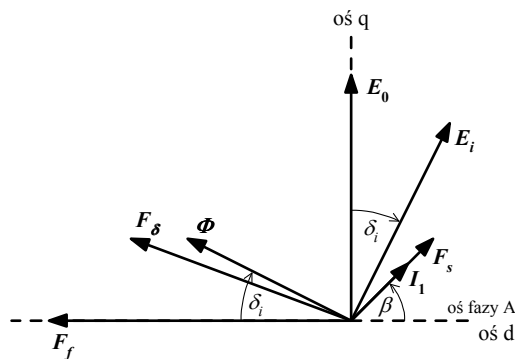
Rys.4. Model MES prądnicy z magnesami. Model obejmuje jedną podziałkę biegunową. Pokazano rozkład strumienia magnetycznego dla przypadku pracy na biegu jałowym.

Podstawowa idea metody obwodowo-polowej obciążeniowej zaadoptowanej do obliczania charakterystyk zewnętrznych prądnic synchronicznych z magnesami trwałymi jest taka sama jak przy wykorzystaniu tejże metody do obliczania charakterystyk elektromechanicznych silników PMSM. Opiera się ona na możliwości obliczenia, z wykorzystaniem modelu MES maszyny, modułu wskazu napięcia szczelinowego E_i oraz kąta fazowego δ_i tegoż wskazu, odpowiadających aktualnemu przy danym obciążeniu rozkładowi pola elektromagnetycznego w maszynie, zakładając że znany jest moduł I_1 oraz kąt fazowy γ wskazu prądu twornika I_1 (Rys. 3).

Model MES prądnicy jest tak przygotowywany, że oś fazy A uzwojenia twornika (wybrana jako faza odniesienia) pokrywa się z osią d wirnika (Rys. 4). Wówczas jeśli przyjmujemy, że model MES odpowiada zawsze chwili czasowej $t = 0$, a zadawane w tym modelu jako wymuszenia wartości chwilowe prądów w kolejnych fazach opisane są zależnościami:

$$\begin{aligned} i_A(t) &= \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \cos(\omega t + \beta) \\ i_B(t) &= \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \cos(\omega t + \beta + 2\pi/3) \\ i_C(t) &= \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \cos(\omega t + \beta - 2\pi/3) \end{aligned} \quad (2)$$

to występujący w równaniach (2) kąt fazowy β wskazu prądu I_1 liczony względem osi d wirnika: $\beta = \pi/2 - \gamma$, odpowiada jednocześnie kątowi przestrzennemu pomiędzy osiami wektorów sił magnetomotorycznych (SMM) twornika F_s i wzbudzenia F_f . Dzięki temu, w modelu MES upraszcza się pozycjonowanie SMM stojana względem osi d wirnika [2]. Ze względu na symetrię obwodu magnetycznego, model MES obejmuje jedną podziałkę biegunową maszyny.



Rys.5. Wykres wektorowy sił magnetomotorycznych i strumienia, z zaznaczeniem kątów β i δ_i

Po obliczeniu w MES rozkładu pola magnetycznego w prądnicy dla zadanego modułu prądu

I_1 i kąta fazowego γ , obliczany jest następnie rozkład przestrzenny wzdłuż szczeliny powietrznej magnetycznego potencjału wektorowego $A_Z(x)$, gdzie x oznacza pozycję wzdłuż obwodu szczeliny powietrznej. Rozkład ten odpowiada wypadkowemu dla danego punktu pracy maszyny strumieniowi w szczelinie powietrznej Φ , wynikającemu z wzajemnego oddziaływania pomiędzy SMM wzbudzenia F_f i SMM twornika F_s (Rys. 5).

Obliczony rozkład przestrzenny potencjału magnetycznego $A_Z(x)$ poddawany jest analizie harmonicznej w celu obliczenia współczynników szeregu Fouriera a_1 i b_1 dla jego pierwszej harmonicznej. Współczynniki a_1 i b_1 reprezentują odpowiednio połowę strumienia magnetycznego w osi podłużnej maszyny Φ_d oraz połowę strumienia w osi poprzecznej Φ_q [1] ÷ [3]. Znając współczynniki a_1 i b_1 , obliczany jest wypadkowy strumień Φ w szczelinie powietrznej, odpowiadający zadanemu modułowi I_1 oraz zadanemu kątowi fazowemu γ wskazu prądu:

$$\Phi = 2 \cdot L_{Fe} \cdot \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad (3)$$

gdzie L_{Fe} to długość czynna pakietu żelaza. Następnie obliczany jest moduł wskazu napięcia szczelinowego E_i oraz kąt fazowy δ_i wektora strumienia wypadkowego Φ w szczelinie powietrznej (Rys. 3):

$$E_i = 4.44 \cdot f_1 \cdot \Phi \cdot z_1 \cdot k_{u1} \cdot k_s \quad (4)$$

$$\delta_i = \arctg(b_1/a_1) \quad (5)$$

We wzorze (4) f_1 oznacza częstotliwość prądu stojana, z_1 liczbę zwojów szeregowych w fazie uzwojenia, k_{u1} i k_s odpowiednio współczynnik uzwojenia i skosu.

Zaraz po obliczeniu wielkości E_i oraz δ_i , obliczane są dalej w oparciu o równania wynikające ze schematu zastępczego prądnicy:

- moduł V_1 wskazu napięcia fazowego V_1 na zaciskach prądnicy (i dalej napięcia międzyfazowego V_{LL})

$$V_1 = |E_i - jI_1 \cdot X_1 - I_1 \cdot R_1| \quad (6)$$

- kąt fazowy $\arg V_1$ wskazu V_1 :

$$\arg V_1 = \arg(E_i - jI_1 \cdot X_1 - I_1 \cdot R_1) \quad (7)$$

- kąt mocy δ :

$$\delta = \pi/2 - \arg V_1 \quad (8)$$

- moc elektryczną P_{ei} w szczelinie prądnicy:

$$P_{ei} = 3 \cdot E_i \cdot (I_1 \cdot \sin \beta \cdot \cos \delta_i - I_1 \cdot \cos \beta \cdot \sin \delta_i) \quad (9)$$

- moment elektromagnetyczny T_{ei} :

$$T_{ei} = P_{ei} \cdot 30 / (\pi \cdot n) \quad (10)$$

- moc mechaniczną na wale prądnicy P_1 :

$$P_1 = P_{ei} + \Delta P_m \quad (11)$$

- moc elektryczną P_2 wydawaną do odbioru:

$$P_2 = \sqrt{3} \cdot V_{LL} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi \quad (12)$$

- moc bierną Q wydawaną do odbioru:

$$Q = \sqrt{3} \cdot V_{LL} \cdot I_1 \cdot \sin \varphi \quad (13)$$

- moc pozorną S :

$$S = \sqrt{3} \cdot V_{LL} \cdot I_1 \quad (14)$$

- sprawność η :

$$\eta = P_2 / P_1 \quad (15)$$

W prosty sposób można obliczyć straty ΔP_{Cu} w uzwojeniu twornika. Straty ΔP_{Fe} w żelazie pakietów blach uwzględnić można w schemacie zastępczym prądnicy metodą opisaną w publikacji [4]. Straty mechaniczne ΔP_m są zadawane. Znając E_i oraz δ_i , można obliczyć na podstawie (16) reaktancję magnesującą w osi poprzecznej X_{mq} dla danego punktu pracy prądnicy:

$$X_{mq} = \frac{E_i \cdot \sin \delta_i}{I_1 \cdot \sin \beta} \quad (16)$$

W celu obliczenia reaktancji X_{md} i napięcia E_0 , zakłada się liniowość równań maszyny wokół obliczanego punktu pracy. Przy takim założeniu można nieznacznie (2 ÷ 5 %) zwiększyć moduł prądu obciążenia I_1 o przyrost ΔI_1 w modelu MES prądnicy, przyjmując że zmiana ta nie wpłynie na zmianę stanu nasycenia obwodu magnetycznego [1] ÷ [3]. Po dodatkowym obliczeniu w MES rozkładu pola dla I_1' oraz po obliczeniu E_i' i δ_i' można, w oparciu o (17) i (18), obliczyć parametry skupione schematu zastępczego X_{md} i E_0 , odpowiadające danemu punktowi pracy prądnicy:

$$X_{md} = \frac{E_i \cdot \cos \delta_i - E_i' \cdot \cos \delta_i'}{I_1 \cdot \cos \beta - I_1' \cdot \cos \beta} \quad (17)$$

$$E_0 = E_i \cdot \cos \delta_i - I_1 \cdot \cos \beta \cdot X_{md} \quad (18)$$

Opracowany algorytm obliczeniowy, bazujący na metodzie obwodowo-polowej obciążeniowej zakłada, że wielkościami z góry znanymi przy poszukiwaniu wspólnego rozwiązania równań wynikających z wykresu wskazowego prądnicy pracującej samotnie na odbiornik R lub RL (Rys. 3) są kąt fazowy γ (a więc także kąt

fazowy β) wskazu prądu I_1 oraz współczynnik mocy obciążenia $\cos \varphi$. Wszystkie zależności matematyczne opisujące pracę samotną prądnicy na odbiornik R lub RL, są dla zadanych wartości γ i $\cos \varphi$ spełnione równocześnie tylko przy jednej wartości modułu I_1 prądu fazowego twornika. Właściwa wartość modułu I_1 nie jest początkowo znana i musi być znaleziona metodą iteracyjną. W opracowanym algorytmie te obliczenia iteracyjne zrealizowano tzw. metodą siecznych. Warunkiem zbieżności rozwiązania iteracyjnego jest zgodność wartości kąta fazowego wskazu napięcia V_1 obliczonej z zależności (7) z wartością tego kąta obliczoną jako suma kątów β i φ . Po znalezieniu właściwej wartości modułu I_1 , obliczyć można w oparciu o (2) wartości prądów w poszczególnych fazach twornika zadawane jako wymuszenia w modelu MES do obliczeń polowych.

W celu zautomatyzowania obliczeń charakterystyk zewnętrznych prądnicy o zadanych parametrach konstrukcyjnych, pracującej samotnie na odbiornik R lub RL w pełnym zakresie obciążeń, opracowano algorytm obliczeniowy, którego podstawowe założenia są następujące:

1. Obliczenia charakterystyk zewnętrznych są realizowane dla z góry zadanego zakresu kątów fazowych γ wskazu prądu I_1 ;
2. Współczynnik mocy $\cos \varphi$ odbiornika jest zadany z góry i jest on niezmienny w całym zakresie obciążeń prądnicy;
3. Każdej wartości kąta fazowego γ odpowiada tylko jedna wartość modułu prądu twornika I_1 spełniająca jednocześnie wszystkie równania prądnicy wynikające z jej schematu zastępczego z Rys. 3 (wzrostowi kąta γ odpowiada wzrost modułu prądu I_1).

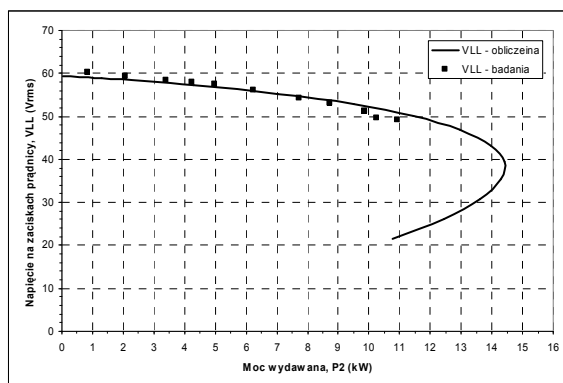
3. Weryfikacja metody obliczeniowej

W celu weryfikacji poprawności opracowanego algorytmu (i programu) obliczeniowego, przeprowadzono z jego pomocą obliczenia charakterystyk zewnętrznych dla maszyny synchronicznej wzbudzonej magnesami trwałymi typu PMSG132S4, pracującej jako prądnica samotna z obciążeniem typu RL o współczynniku mocy $\cos \varphi = 0.99$. Jest to maszyna o konstrukcji z magnesami trwałymi mocowanymi na powierzchni jarzma wirnika SMPMGen. Ze względu na fakt, iż w maszynie synchronicznej o takiej konstrukcji reaktancje magnesujące w osiach podłużnej X_{md} i poprzecznej X_{mq} mają podobne wartości, jej charakterystyka zewnętrzna napię-

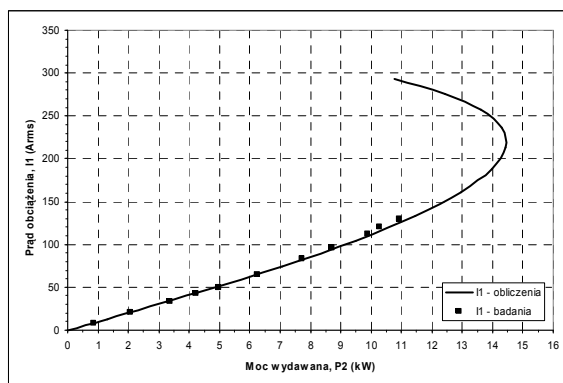
cia w funkcji mocy obciążenia $V_{LL} = f(P_2)$ dla odbioru typu RL jest zawsze charakterystyką opadającą przy wzroście mocy wydawanej do odbiornika. Podstawowe dane konstrukcyjne maszyny typu PMSg132S4, dla której przeprowadzono obliczenia:

- średnica zewnętrzna pakietu blach stojana $D_1 = 208$ mm;
- średnica wewnętrzna pakietu blach stojana $D = 135$ mm;
- długość pakietu blach $L_{Fe} = 100$ mm;
- wysokość szczeliny powietrznej $\delta = 2$ mm;
- liczba zwojów szeregowych w fazie uzwojenia twornika $z_1 = 12$;
- kąt magnesu trwałego $\alpha = 62^\circ \text{el.}$;
- wysokość magnesu trwałego $h_{PM} = 3.5$ mm;
- przyjęta temperatura pracy prądnicy 35°C (chłodzenie wodne);
- prędkość obrotowa wirnika 4245 obr./min.

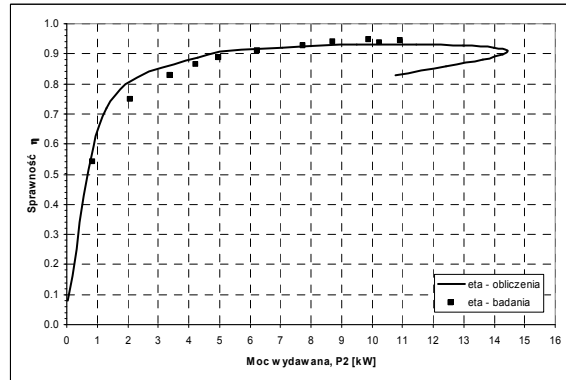
Dla tej samej maszyny PMSg132S4 przeprowadzono badania laboratoryjne przy pracy samotnej na odbiornik RL o współczynniku mocy $\cos\varphi = 0.99$. Wyniki obliczeń i badań laboratoryjnych zamieszczono na Rys. 6 ÷ 8.



Rys. 6. Porównanie obliczonej charakterystyki $V_{LL} = f(P_2)$ z wynikami badań.



Rys. 7. Porównanie obliczonej charakterystyki $I_1 = f(P_2)$ z wynikami badań.



Rys. 8. Porównanie obliczonej charakterystyki $\eta = f(P_2)$ z wynikami badań.

4. Wnioski

Wyniki badań laboratoryjnych potwierdziły poprawność opracowanego algorytmu i programu obliczeniowego bazującego na metodzie obwodowo-polowej obciążeniowej. Uzyskano dobrą zgodność pomiędzy obliczonymi charakterystykami zewnętrznymi prądnicy pracującej samotnie na odbiornik RL a wynikami badań (Rys. 6 ÷ 8).

Literatura

- [1] M.A. Rahman, P. Zhou, *Determination of Saturated Parameters of PM Motors Using Loading Magnetic Fields*, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-27, No. 5, pp. 3947-3950, Sep. 1991.
- [2] M.A. Rahman, P. Zhou, *Field-Based Analysis for Permanent Magnet Motors*, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-30, No. 5, pp. 3664-3667, Sep. 1994.
- [3] P. Zhou, M.A. Rahman, M.A. Jabbar, *Field Circuit Analysis of Permanent Magnet Synchronous Motors*, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. MAG-30, No. 4, pp. 1350-1359, July 1994.
- [4] V.B. Honsinger, *Performance of Polyphase Permanent Magnet Machines*, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-99, No. 4, 1980.
- [5] P. Zhou, T.E. McDermott, Z.J. Cendes, M.A. Rahman, *Steady state analysis of synchronous generators by a coupled field-circuit method*, Electric Machines and Drives Conference Record, IEEE Int., 18-21 May 1997, Milwaukee, USA.

Autorzy

dr inż. Robert Rossa,
mgr inż. Emil Król.
info@komel.katowice.pl
Branżowy Ośrodek Badawczo-Rozwojowy
Maszyn Elektrycznych „KOMEL”
40-203 Katowice,
al. Roździeńskiego 188.