

Wojciech G. Zieliński, Maria J. Zielińska, Włodzimierz Zieliński  
 Politechnika Lubelska, Lublin

## WYKORZYSTANIE METODY POŚREDNIEJ DO OKREŚLANIA MOMENTU KRYTYCZNEGO SILNIKA INDUKCYJNEGO

### INDIRECT METHOD APPLIED TO DETERMINE PULL-OUT TORQUE FOR INDUCTION MOTORS

**Abstract:** Pull-out torque and the corresponding pull-out slip of induction motors is determined, with a fair degree of accuracy, by measurements in the short-circuit and idle-running states. This refers to motors without the skin effect in the cage bar or those in which the phenomenon has been omitted.

The paper compares analytical methods for determining pull-out torque based on the method of equivalent graphs and a simplified Kloss formula. The analysis was carried out for two induction motors: squirrel cage and slip ring. Pull-out slip and torque diagrams were used.

An advantage of this method is the fact that determination of pull-out torque does not require the knowledge of pull-out slip.

#### 1. Wstęp

Określenie wartości momentu krytycznego i poślizgu krytycznego silników indukcyjnych możliwe jest w oparciu o dane schematu zastępczego. Dotyczy to silników bez wypierania prądu w przecie klatki lub tych w których pominięto to zjawisko.

Zakłada się wówczas że parametry schematu zastępczego nie są zależne od temperatury, wpływu nasycenia, czy też wypierania prądu.

Moment krytyczny można również wyznaczyć z dość dużą dokładnością na podstawie pomiarów w stanie zwarcia i przy biegu jałowym.

W artykule dokonano porównania metod analitycznych wyznaczania momentu krytycznego opierających się na metodzie wykresów zastępczych oraz uproszczonym wzorze Klossa. Analizę przeprowadzono dla dwóch silników indukcyjnych klatkowego oraz pierścieniowego.

Wykorzystano tu wykresy do wyznaczania poślizgu i momentu krytycznego. Zaletą tej metody jest to, że aby określić moment krytyczny nie jest konieczna znajomość poślizgu krytycznego.

Wzory do obliczania wartości momentu krytycznego i poślizgu są przedstawiane przy założeniu że znane są rezystancje i reaktancje schematu zastępczego. Dokładne obliczenie tych parametrów wymaga uwzględnienia wypierania prądu w klatce wirnika i nasycenia obwodu magnetycznego.

Zazwyczaj przy poślizgu krytycznym wypieranie prądu występuje w bardzo niewielkim stopniu. W silnikach klasycznych średniej i dużej

mocy poślizg krytyczny jest rzędu  $s_b = 0,1$ , wobec czego częstotliwość prądu w wirniku jest mała i wynosi około  $f_2 = 5\text{Hz}$ , można pominąć zjawisko wypierania prądu.

Dużo większe znaczenie ma nasycenie strumieni rozproszonych, gdyż początkowy prąd rozruchowy jest zwykle kilkakrotnie większy od prądu znamionowego. Należy wówczas obliczyć nasycone reaktancje rozproszenia na podstawie wymiarów geometrycznych uzwojeń.

Strumień główny w stanie krytycznym jest znacznie mniejszy niż przy pracy znamionowej, dlatego też nie popelnia się większej niedokładności przyjmując do obliczeń nienasyconą wartość reaktancji magnesującej.

#### 2. Analityczna metoda wyznaczenia momentu krytycznego

Sposoby pośredniego wyznaczania momentu krytycznego  $T_b$  przewidują metodę analityczną opierającą się na wykresach zastępczych oraz wykresie kołowym [1].

Do obliczeń potrzebne są następujące dane pomiarowe:

- prąd  $I_{0i}$  i współczynnik mocy  $\cos \varphi_{0i}$  przy idealnym biegu jałowym,
- prąd  $I_k$  i współczynnik  $\cos \varphi_k$  w stanie zwarcia,
- rezystancja uzwojenia stojana  $R_l$  pomierzona prądem stałym.

Wprowadza się wartości względne:  $t = \frac{I_k}{I_{0i}}$ ,

$$k = \frac{R_l}{R_k}, \quad l = \frac{X_l}{X_k}.$$

Ponadto dla skrócenia zapisu oznaczono:

$$u = \cos \varphi_{0i}, \quad q = \cos \varphi_k, \quad w = \sqrt{1 - u^2}, \\ r = \sqrt{1 - q^2}.$$

Wyznaczenie momentu krytycznego drogą analityczną jest bardzo uciążliwe i wymaga wielu obliczeń [1]. Dlatego na podstawie wyprowadzonych zależności wykonano obliczenia i opracowano wykresy do szybkiego wyznaczania momentu i poślizgu krytycznego.

Poślizg krytyczny  $s_b$  wyrażono w postaci (1):

$$s_b = S \frac{K\tau \pm \sqrt{K^2\tau^2 + A(AW - KT)}}{AW - KT} \quad (1)$$

gdzie:

$$S = q(1 - k)H\tau;$$

$$\text{przy czym: } H = \frac{R_2}{R_k - R_l},$$

$$\tau = \frac{f - jg}{h},$$

$$f = t - kuq - lur,$$

$$g = kqw - lur,$$

$$h = t + \frac{(kq)^2 + (lr)^2}{t} - 2(kuq + lwr),$$

$$K = r(1 - l)J \frac{2fg}{h^2};$$

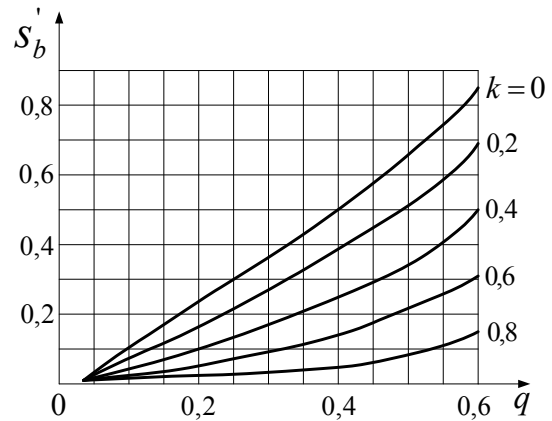
$$W = (kq)^2 + (lr)^2 + [r(1 - l)J]^2 \tau^2 + \\ + \frac{2}{h} r(1 - l)J(rlf + qkg)$$

$$\text{przy czym } J = \frac{X_2}{X_k + X_l},$$

$$T = \frac{2}{h}(qkf - rlg).$$

Znak + we wzorze (1) odpowiada pracy silnikowej, znak – pracy prądnicowej.

Poślizg krytyczny określa się z rys.1. dla danych wartości  $q$  i  $k$ , przy czym wykres ten wykonany jest dla średnich wartości pozostałych parametrów tj.  $t = 10$ ,  $u = 0,1$  oraz  $l = 0,5$ .



Rys. 1. Wykres do wyznaczania poślizgu krytycznego  $s_b$  w zależności od  $\cos \varphi_k$  i  $\frac{R_l}{R_k}$  przy

$$\frac{I_k}{I_N} = 10$$

Parametry  $u$  oraz  $l$  mają bardzo mały wpływ na poślizg krytyczny  $s_b$ , natomiast wartość  $t$  uwzględniono obliczając poprawkę według wzoru (2):

$$\Delta s_b = s_b' \left[ (10 - t) \sqrt{\frac{q}{0,35}} \right] 10^{-2} \quad (2)$$

przy czym:  $s_b'$  oznacza wartość odczytaną z rysunku 1 dla  $t = 10$ .

W wyniku podstawienia obliczonej wartości  $s_b$  do wzoru (3) otrzymuje się krytyczną wartość mocy wewnętrznej:

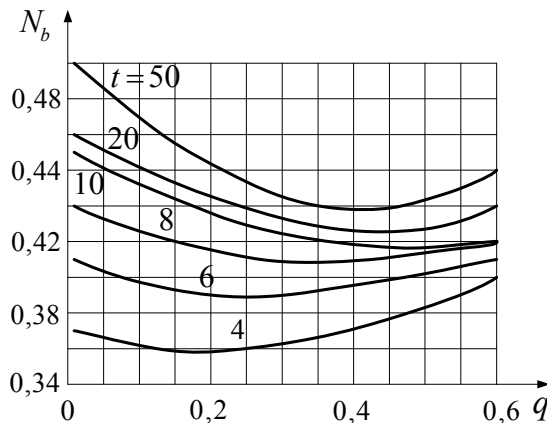
$$P_{ib} = mUI_k N \quad (3)$$

$$\text{gdzie: } N = \frac{B}{C}, \quad B = \frac{AS}{s} + K,$$

$$C = \tau^2 \left[ \left( \frac{S}{s} \right)^2 + \frac{ST}{s} + W \right]$$

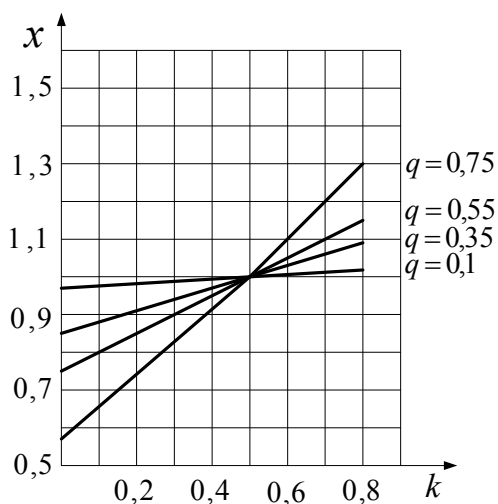
Wartość współczynnika  $N$  oblicza się również jako iloczyn  $N = N_b x$ , przy czym  $N_b$  należy

odczytać z rysunku 2, a wartość  $x$  z wykresu przedstawionego na rysunku 3.



Rys. 2. Przebieg zmian współczynnika  $N_b$  w

zależności od  $\cos \varphi_k$  i  $\frac{I_k}{I_{0i}}$  przy  $\frac{R_l}{R_k} = 0,5$



Rys. 3. Wykres do wyznaczania współczynnika

$x$  w zależności od  $\frac{R_l}{R_k}$  i  $\cos \varphi_k$

W związku z powyższym moment krytyczny  $T_b$  określony jest formułą (4):

$$T_b = \frac{P_{ib} p}{\omega_1} \quad (4)$$

Zaletą tej metody jest to, że wykresy te są niezależne od siebie, co oznacza, że aby wyznaczyć moment krytyczny nie jest konieczne uprzednie wyznaczenie poślizgu krytycznego.

### 3. Wyznaczenie momentu krytycznego z wykorzystaniem metody pośredniej

Przedmiotem analizy były silniki asynchroniczne pierścieniowy i klatkowy:

1. Silnik pierścieniowy typu SZUe 44b o danych znamionowych:  $P_N = 3kW$ ,  $U_N = 220/380V$ ,  $I_N = 11,8/6,6A$ ,  $\cos \varphi_N = 0,82$ ,  $n_N = 1420 \frac{obr}{min}$ ,  $T_N = 20Nm$ .
2. Silnik klatkowy typu 2Sg90S4 o danych znamionowych:  $P_N = 1,1kW$ ,  $U_N = 220/380V$ ,  $I_N = 4,8/2,7A$ ,  $\cos \varphi_N = 0,8$ ,  $n_N = 1415 \frac{obr}{min}$ ,  $T_N = 7,4Nm$ .

Obliczenia momentu krytycznego  $T_b$  wykonano wykorzystując dane z pomiarów i zgodnie z wykresami zamieszczonymi na rysunkach (1), (2), (3).

Porównanie wyników otrzymanych na drodze obliczeniowej, przy wykorzystaniu metody pośredniej opartej na wykresach zastępczych oraz korzystając z uproszczonego wzoru Klossa przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2.

Metoda wyznaczenia $T_{kr}$ [Nm]	Silnik klatkowy	Silnik pierścieniowy
obliczeniowa	20,3	56,8
pośrednia /wykresy zastępcze/	19,9	55,5
ze wzoru Klossa	19,9	59,8

Otrzymane wyniki obliczeń momentu krytycznego na podstawie omówionych powyżej metod wskazują, iż można je wyznaczyć w sposób dowolny.

Najłatwiejszą metodą okazuje się jednak metoda pośrednia oparta na wykresach zastępczych.

Zaletą tej metody jest to, że aby określić moment krytyczny nie jest konieczna znajomość poślizgu krytycznego.

#### 4. Wnioski końcowe

1. W artykule wykorzystano wykresy do wyznaczenia poślizgu i momentu krytycznego. Zaletą tej metody jest to, że aby określić moment krytyczny nie jest konieczna znajomość poślizgu krytycznego.
2. Wzory do obliczania wartości momentu krytycznego i poślizgu krytycznego są przedstawiane przy założeniu, że znane są rezystancje i reaktancje schematu zastępczego.
3. Dokładne obliczenie tych parametrów wymaga uwzględnienia wypierania prądu w klatce wirnika i nasycenia obwodu magnetycznego.
4. Aby uwzględnić nasycenie, pomiary należy wykonać przy prądzie równym prądowi w stanie krytycznym.
5. Ponieważ pomiary przy zmniejszonej częstotliwości są bardzo kłopotliwe, przede wszystkim ze względu na źródło zasilania, można dla określenia wpływu nasycenia na reaktancję wykonać pomiar w stanie zwarcia przy obniżonej częstotliwości dla dowolnego prądu i posłużyć się pomocniczo pomiarami w stanie zwarcia przy znamionowej częstotliwości.
6. Parametry idealnego stanu jałowego mają w większości przypadków niewielki wpływ na obliczenie stanu krytycznego. Dlatego na ogół przyjmuje się wartość tych parametrów ze zwykłego biegu jałowego, zanedbując nieco mniejsze w stanie krytycznym nasycenie obwodu strumienia głównego i nie uwzględniając korekty ze względu na straty mechaniczne i dodatkowe straty jałowe.
7. Wyznaczenie momentu krytycznego drogą analityczną jest bardzo uciążliwe i wymaga wielu obliczeń. Dlatego na podstawie wyprowadzonych zależności wykonuje się obliczenia i opracowuje wykresy do szybkiego wyznaczenia momentu i poślizgu krytycznego.
8. Otrzymane wyniki obliczeń momentu krytycznego na podstawie omówionych powyżej metod wskazują, iż najłatwiejszą metodą okazuje się jednak metoda pośrednia oparta na wykresach zastępczych.
9. Zaletą tej metody jest to, że aby określić moment krytyczny nie jest konieczna znajomość poślizgu krytycznego.

#### 5. Literatura

- [1]. Śliwiński T., Głowacki A.: Parametry rozruchowe silników indukcyjnych, PWN, Warszawa 1982.
- [2]. PN – 72/E – 04272. Maszyny elektryczne wirujące. Silniki indukcyjne trójfazowe. Metody badań.
- [3]. Latek W.: Badanie maszyn elektrycznych w przemyśle. WNT, Warszawa 1987.