

Jan IWASZKIEWICZ
Jacek PERZ

PRZEKSZTAŁCENIE FOURIERA – – NARZĘDZIE NIE TYLKO ANALIZY PRZEBIEGÓW SCHODKOWYCH

STRESZCZENIE *Referat poświęcony jest zagadnieniu formowania przebiegów schodkowych falowników wielopoziomowych. Przedstawiono propozycję rozwiązania zagadnienia aproksymacyjnego polegającego na aproksymacji funkcji $f(x) = \sin(x)$ za pomocą ciągu funkcji $g_n(x)$ opisujących impulsy prostokątne. Parametry tego ciągu określono wykorzystując współczynniki Fouriera szeregu ortogonalnego funkcji $g_n(x)$. Przeanalizowano spektra harmonicznych przebiegów napięcia schodkowego generowanego w ten sposób i poszukano optymalnego, w sensie minimalnej zawartości wyższych harmonicznych (THD), kształtu takiego przebiegu dla falownika trójpoziomowego. Wykazano, że stosując proponowane metody optymalizacyjne można uzyskać znaczące zmniejszenie współczynnika THD (z 31,09 % do 20,40 %). Zaprezentowane również zostały przykłady struktur przekształtników umożliwiającą zastosowanie modelu fourierowskiego do kształtowania przebiegów wyjściowych.*

Słowa kluczowe: szereg Fouriera, funkcje ortogonalne, aproksymacja, falownik wielopoziomowy

dr hab. inż. Jan IWASZKIEWICZ
jan.iwaszkiewicz@iel.gda.pl

dr inż. Jacek PERZ
jacek.perz@iel.gda.pl

Institut Elektrotechniki
Oddział w Gdańsku

1. WSTĘP

Postęp w dziedzinie technologii elementów półprzewodnikowych, zdolnych do przełączania dużych mocy, doprowadził do dynamicznego rozwoju energoelektroniki – dziedziny, która stworzyła ogromne możliwości w zakresie przekształcania energii elektrycznej, ale wniosła też nowe jakościowo problemy. Wynikają one z właściwości elementów i układów energoelektronicznych. Podstawowymi układami są prostowniki i falowniki jedno i trójfazowe nazywane ogólnie przekształtnikami energii elektrycznej. Zbudowane są z łączników półprzewodnikowych, których parametry elektryczne określają możliwości przekształcania energii elektrycznej.

W dwupoziomowych przekształtnikach, niezależnie od zastosowanej techniki sterowania, przebieg prądu (napięcie lub prąd) ma charakter impulsów prostokątnych, o stałym lub zmiennym czasie trwania. W trójfazowym falowniku napięcia sterowanym falą prostokątną napięcia fazowe na obciążeniu połączonym w gwiazdę (w jednym okresie napięcia przemienne), ma kształt przebiegu schodkowego, o wartości równej odpowiednio $1/3$, $2/3$, $1/3$, $-1/3$, $-2/3$, $-1/3$ napięcia obwodu pośredniczącego U_D . Współczynnik zawartości harmonicznych takiego napięcia sięga 31 %. W falowniku napięcia sterowanym według metody modulacji szerokości impulsów (PWM), impulsy napięcia mają charakter impulsów prostokątnych o zmiennej, w szerokich granicach, szerokości.

Jednakże przy pomocy stosowanych w energoelektronice struktur układowych można konstruować przekształtniki, których przebiegi wyjściowe są zbliżone kształtem do przebiegów harmoniczných. Oznacza to ograniczenie wyższych harmoniczných napięcia lub prądu dostarczanego do odbiorników. Falowniki wielopoziomowe, stosowane głównie w celu zwiększenia mocy, dają takie możliwości.

W wielu zastosowaniach, takich jak systemy energetyki rozproszonej lub urządzenia zasilania bezprzerwowego, podstawowym wymaganiem jest dostarczenie do odbiorników sinusoidalnego napięcia o częstotliwości 50 Hz, charakteryzującego się niską zawartością wyższych harmoniczných. Napięcie dostarczane ze źródeł prądu stałego takich jak akumulatory, systemy fotowoltaiczne czy ogniwa paliwowe jest przetwarzane na napięcie przemienne za pomocą przekształtników energoelektronicznych. Jakość przebiegów generowanych przez te urządzenia (zwłaszcza współczynnik zawartości wyższych harmoniczných THD) powinna odpowiadać odpowiednim standardom. Typowym rozwiązaniem problemu przekształcania energii elektrycznej, przy zachowaniu wymogu ograniczenia wyższych harmoniczných, jest dwupoziomowy przekształtnik energo-

elektroniczny, sterowany metodą modulacji szerokości impulsów. Ta metoda kształtowania przebiegów ma dobrze znane niedogodności związane z wysoką częstotliwością przełączeń łączników, takie jak straty mocy w łącznikach półprzewodnikowych oraz potrzeba stosowania dodatkowych filtrów w celu eliminacji z przebiegów wyjściowych składowych wysokiej częstotliwości. Niedogodności te mogą być znacznie zmniejszone przy zastosowaniu przekształtników wielopoziomowych sterowanych przy pomocy metody modulacji amplitudy.

2. APROKSYMACJA W OPARCIU O SZEREG FOURIERA

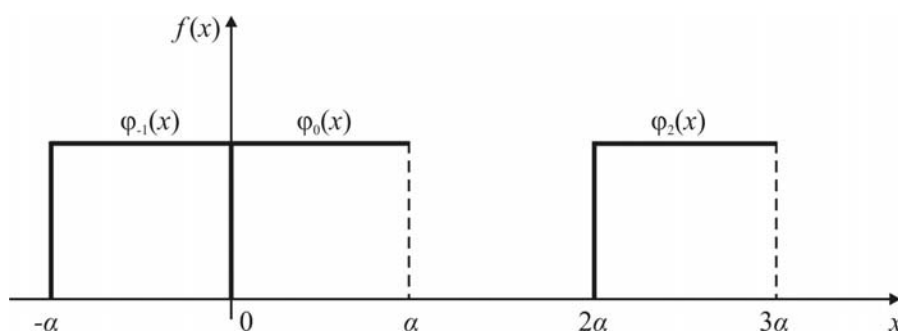
Zagadnienia aproksymacyjne, w tym takie jak aproksymacja funkcji $f(x)$ za pomocą ciągu funkcji $g_n(x)$, stanowią ważny dział matematyki. Poświęcono im ogromną liczbę prac, których wyniki znalazły zastosowanie w wielu dziedzinach nauki i techniki [1, 2, 3]. Przedmiotem rozważań w tym referacie jest zagadnienie aproksymacji przebiegów harmonicznym za pomocą skończonego ciągu ortogonalnego impulsów prostokątnych.

Definiuje się funkcję skalującą $\varphi_n(x)$:

$$\varphi_n(x) = \varphi(x - n\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{dla } n\alpha \leq x < (n+1)\alpha \\ 0 & \text{dla innych } x \end{cases} \quad \text{dla } n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$$

(1)

Definicja $\varphi_n(x)$ określa ciąg impulsów o amplitudzie równej jedności i długości α , których położenie na osi x zależy od przyjętego parametru n . Na rysunku 1 podano kilka przykładów funkcji skalującej (wskaźnikowej⁽¹⁾).



Rys. 1. Kilka elementów zbioru funkcji skalujących w przedziale: $\langle a, b \rangle$

¹⁾ W literaturze spotyka się również takie określenie.

W dowolnym przedziale $\langle a, b \rangle$, o długości równej $n\alpha$ ($n \in \mathbb{N}$), zdefiniowany ciąg funkcji $\varphi_n(x)$ jest układem ortogonalnym o normie $\|\varphi\|^2 = \alpha$ ⁽²⁾. W związku z tym, dowolnie określoną funkcję całkowalną z kwadratem w przedziale $\langle a, b \rangle$ $f(x) \in L^2_{\langle a, b \rangle}$, zgodnie z rozwinięciem w uogólniony szereg Fouriera można przedstawić względem układu funkcji skalujących (φ_n) jako:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \varphi_n(x) \quad (2)$$

przy czym współczynniki c_n równe są

$$c_n = \frac{(f, \varphi_n)}{\|\varphi\|^2} = \frac{\int_a^b f(x) \varphi_n(x) dx}{\alpha} \quad (3)$$

Tak zdefiniowane współczynniki nazywane są współczynnikami Fouriera. Zapewniają one właściwość tak zwanej najlepszej aproksymacji (według przyjętego kryterium) funkcji $f(x)$. Szereg (2) zawiera nieskończoną liczbę elementów i pozwala rozwinąć funkcję $f(x)$ za pomocą sumy nieskończonego ciągu odpowiednio wyskalowanych funkcji $\varphi_n(x)$.

Zgodnie z (2) i (3) rozwinięcie funkcji $\sin(x)$ w przedziale $x \in \langle a, b \rangle$ stanowi szereg:

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{n=\infty} [c_n \varphi_n(x)] \quad x \in \langle a, b \rangle \quad (4)$$

W ogólności mogą zostać zastosowane również inne ciągi ortogonalnych funkcji skalujących. Może to być na przykład ciąg funkcji opisujących impulsy prostokątne o różnej długości α_k . Definicja takiego ciągu ma postać:

$$\varphi_n(x) = \varphi \left(x - \sum_{k=0}^{k=n-1} \alpha_k \right) \quad \text{dla } n = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

²⁾ Gdyby w definicji funkcji $\varphi(x)$ przyjąć, że ma ona wartość $1/\sqrt{\alpha}$ w przedziale $\langle 0, \alpha \rangle$, to ciąg funkcji $\varphi_n(x)$ stanowiłby układ ortonormalny.

Wyrażenie (5) określa ciąg następujących po sobie impulsów prostokątnych reprezentowanych przez funkcje $\varphi_n(x)$. Amplitudy impulsów mają różne wartości wynikające z obliczenia całki oznaczonej w przedziale $\langle a, b \rangle$. Wyrażenie to można wykorzystać do formowania przebiegów przemiennych wielopoziomowych przekształtników energoelektronicznych, bowiem impulsy prostokątne stanowią podstawową formę przebiegów napięć i prądów generowanych przez falowniki.

W praktyce aproksymacja funkcji $f(x)$ za pomocą ciągu $\varphi_n(x)$ polega na dokonaniu sumowania skończonej liczby N wyrazów ciągu. Ma to decydujący wpływ na jakość aproksymacji. W zastosowaniach energoelektronicznych naturalnym dążeniem projektantów jest osiągnięcie możliwie najmniejszej liczby N . Przyjęcie liczby N określa kąt α – podstawowy parametr przekształcenia. Dla założonej skończonej liczby N przebieg $f_N(x)$ aproksymujący funkcję $f(x)$ składa się z sumy:

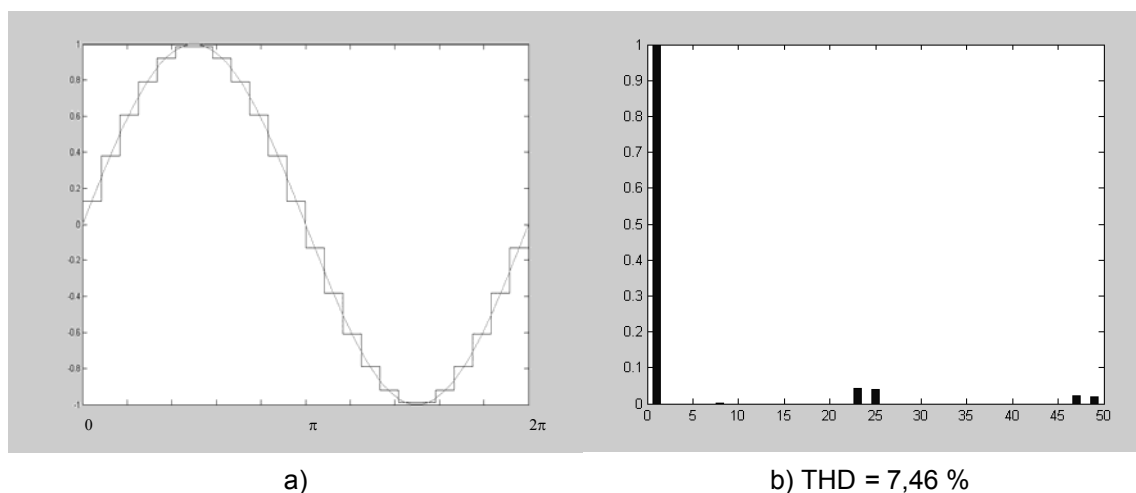
$$f_N(x) = \sum_{n=0}^{N-1} c_n \varphi_n = \sum_{n=0}^{N-1} f_n \quad (6)$$

N -ta suma częściowa szeregu Fouriera dla funkcji $\sin(x)$ ma własność najlepszej aproksymacji. Amplituda kolejnego impulsu ma wartość znormalizowanego iloczynu skalarnego $(\sin(x), \varphi(n))$ funkcji aproksymowanej i funkcji $\varphi(n)$. Funkcja $f_N(x)$ stanowi przebieg schodkowy zbudowany ze skończonego ciągu N impulsów.

3. KRYTERIA JAKOŚCI APROKSYMACJI

W matematyce jako kryterium dokładności aproksymacji przyjmuje się często wartość błędu średniokwadratowego δ . W zastosowaniach energoelektronicznych podstawowym kryterium jest zawartość wyższych harmonicznych przebiegu.

Jako przykład aproksymacji funkcji $f(x) = \sin(x)$ za pomocą rozwinięcia w szereg Fouriera ciągu ortogonalnego $\varphi_n(x)$, poddano analizie przebieg aproksymujący o parametrach: $N = 24$ ($\alpha = \pi / 12$). Na rysunku 2 przedstawiono wynik obliczeń w postaci przebiegu $f_{N=24}(x)$ oraz jego spektrum harmonicznych.



Rys. 2. Aproxymacja funkcji $f(x) = \sin(x)$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$:
a) przebieg $f_{N=24}$, b) spektrum harmonicznych

W tabeli 1 podano wartości błędów średniokwadratowych i współczynników THD kilku przebiegów aproksymujących funkcję $\sin(x)$.

TABELA 1

Parametry funkcji aproksymujących $f_{N=2}$, $f_{N=6}$, $f_{N=12}$, $f_{N=16}$, $f_{N=24}$.

f_N	α	$N_{ f_N }$	δ_N	THD
$f_{N=2}$	π	1	0,0947	48,37 %
$f_{N=6}$	$\pi/3$	2	0,0440	31,09 %
$f_{N=12}$	$\pi/6$	3	0,0113	15,23 %
$f_{N=16}$	$\pi/8$	4	0,0064	11,41 %
$f_{N=24}$	$\pi/12$	6	0,0028	7,63 %

Parametr $N_{|f_N|}$ oznacza liczbę różnych wartości modułu funkcji $|f_N|$, występujących w jednym okresie funkcji aproksymowanej. Odpowiada ona liczbie poziomów napięć lub prądów zasilających niezbędnych do budowy falownika. Korelację między parametrami f_N i $N_{|f_N|}$ określa wyrażenie:

$$N_{|f_N|} = \left(\frac{N}{4}\right) \text{ jeśli } \left(\frac{N}{4}\right) \in \mathcal{N} \text{ oraz } N_{|f_N|} = \mathcal{E}\left\{\frac{N}{4}\right\} + 1 \text{ dla pozostałych } N,$$

w którym \mathcal{N} oznacza zbiór liczb naturalnych, a \mathcal{E} – funkcję *Entier* $\{x\}$.

Metoda aproksymacji, opartej o rozwinięcie w uogólniony szereg Fouriera, stanowi wygodne narzędzie matematyczne przydatne do projektowania sterowania i struktury wielopoziomowych falowników napięcia lub prądu, charakteryzujących się poprawionym kształtem przebiegów przemiennych.

4. ZAWARTOŚĆ WYŻSZYCH HARMONICZNYCH PRZEBIEGU $f_n = 6$

Harmoniczne nieparzyste b_k przebiegów schodkowych $f_{N=6}$ można obliczyć ze wzoru

$$b_k = \frac{4}{k\pi} [V_0 + (V_1 - V_0)\cos(k\alpha)] \quad k = 1, 3, 5, \dots, \quad (7)$$

w którym V_0 i V_1 oznaczają miary schodków, a kąt α odpowiada kątowi α_0 .

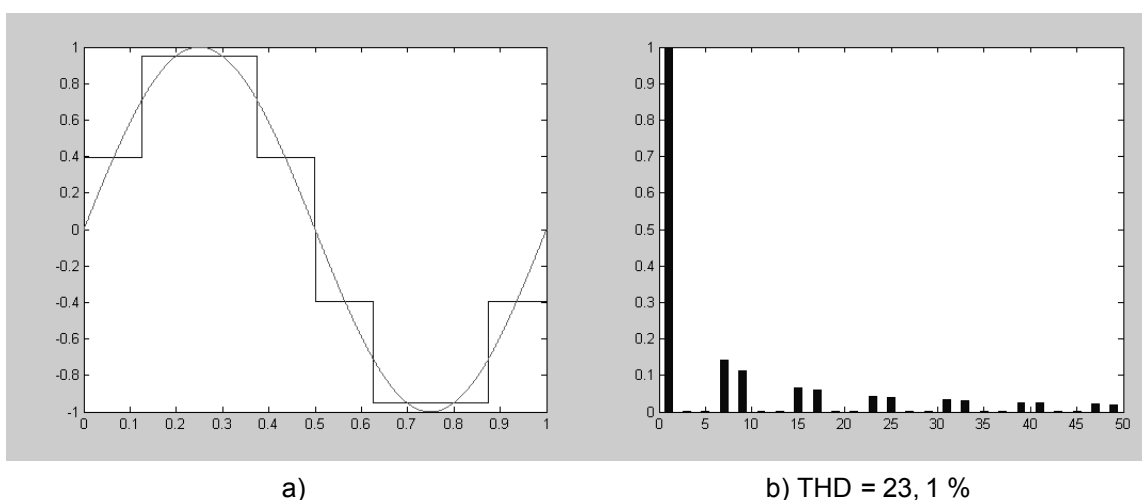
Zależność (7) można wykorzystać do wyznaczenia takich parametrów, które pozwolą wyeliminować wybrane nieparzyste harmoniczne przebiegu. Ten problem jest dyskutowany szeroko w literaturze dotyczącej falowników wielopoziomowych [4, 5, 12, 14, 15, 16]. Jeżeli założy się, na przykład, wyeliminowanie trzeciej i piątej harmonicznej, to z (7) wynika układ równań:

$$\begin{cases} 4[V_0 + (V_1 - V_0)\cos\alpha] = \pi \\ V_0 + (V_1 - V_0)\cos(3\alpha) = 0 \\ V_0 + (V_1 - V_0)\cos(5\alpha) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

po rozwiązaniu którego otrzymuje się:

$$V_0 = 0,3927, \quad V_1 = 0,9481, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}, \quad b_1 = 1, \quad b_3 = b_5 = 0.$$

Wynik obliczeń w postaci przebiegu i jego spektrum harmonicznym ilustruje rys. 3.

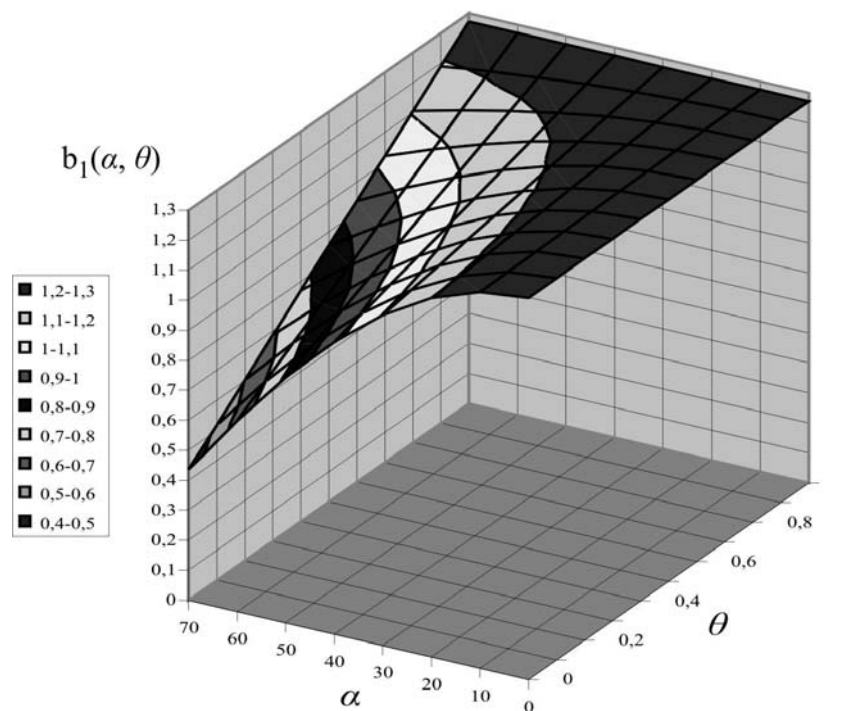


**Rys. 3. Aproksymacja funkcji $f(x) = \sin(x)$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$:
a) przebieg $f_{N=6}$: ($\alpha_0 = \pi/4$, $\alpha_1 = \pi/2$), b) spektrum harmonicznym**

Ze wzoru (7) wynika zależność na harmoniczną podstawową b_1 przebiegu $f_{N=6}$:

$$b_1 = \frac{4V_1}{\pi} [\theta + (1-\theta)\cos\alpha] \quad (9)$$

Symbol $\theta = V_0/V_1$ oznacza stosunek miar schodków. Przy ustalonym V_1 harmoniczną podstawową jest funkcją parametrów α i θ określających kształt przebiegu $b_1 = b_1(\alpha, \theta)$. Można ją przedstawić w trójwymiarowym układzie współrzędnych prostokątnych. Na rysunku 4 zaprezentowano obraz funkcji $b_1(\alpha, \theta)$ w granicach zmian parametrów: $\alpha \in \langle 0, 70^\circ \rangle$, $\theta \in \langle 1/10, 1 \rangle$ i przy założeniu, że $V_1 = 1$.



Rys. 4. Wartości harmonicznego podstawowej b_1 zobrazowane w trójwymiarowym układzie współrzędnych prostokątnych: granice zmian parametrów: $\alpha \in \langle 0, 70^\circ \rangle$, $\theta \in \langle 1/10, 1 \rangle$

Dla małych wartości $\theta < 0,3$ i jednocześnie rosnących wartości kąta $\alpha > 50^\circ$, amplituda podstawowej harmonicznego silnie maleje. Można wtedy spodziewać się wzrostu współczynnika zawartości wyższych harmonicznego, ponieważ wartość THD jest odwrotnie proporcjonalna do harmonicznego podstawowej.

5. OPTIMALNY KSZTAŁT PRZEBIEGU SZEŚCIOSCHODKOWEGO $f_n = 6$

Przyjmując jako kryterium optymalnego kształtu przebiegu schodkowego najmniejszą wartość współczynnika THD można znaleźć takie parametry przebiegu V_0, V_1, α , dla których THD osiąga minimum. Definicję THD można zapisać w postaci wyrażenia:

$$\text{THD} = \frac{4V_1}{\pi b_1} \sqrt{f(\alpha, \theta)} \quad (10)$$

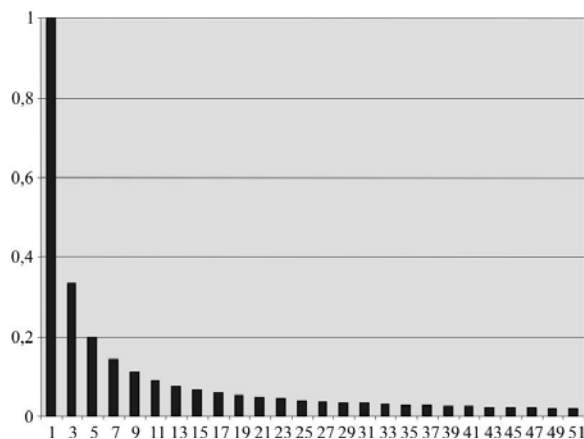
w którym θ oznacza stosunek miar schodków, a zmienna α – czas trwania pierwszego schodka. Funkcję $f(\alpha, \theta)$ można nazwać funkcją kształtu. Zagadnienie znalezienia minimum THD sprowadza się do wyznaczenia minimum funkcji kształtu określonej, zgodnie z definicją THD, jako

$$f(\alpha, \theta) = \sum_{k=1}^{k=\infty} \left\{ \frac{1}{2k+1} [\theta + (1-\theta)\cos[(2k+1)\alpha]] \right\}^2 \quad (11)$$

Dziedzinę funkcji $f(\alpha, \theta)$ stanowi obszar płaszczyzny (α, θ) ograniczony do prostokąta o wymiarach $0 < \alpha < \pi/2, 0 < \theta < 1$. Teoretycznie zmienne α i θ mogą przyjmować wartości graniczne $\alpha = 0 \cup \alpha = \pi/2, \theta = 0 \cup \theta = 1$, wobec czego należy wziąć pod uwagę cztery pary parametrów granicznych:

1. $\alpha = 0, \theta = 0$; 2. $\alpha = 0, \theta = 1$; 3. $\alpha = \pi/2, \theta = 0$; 4. $\alpha = \pi/2, \theta = 1$;

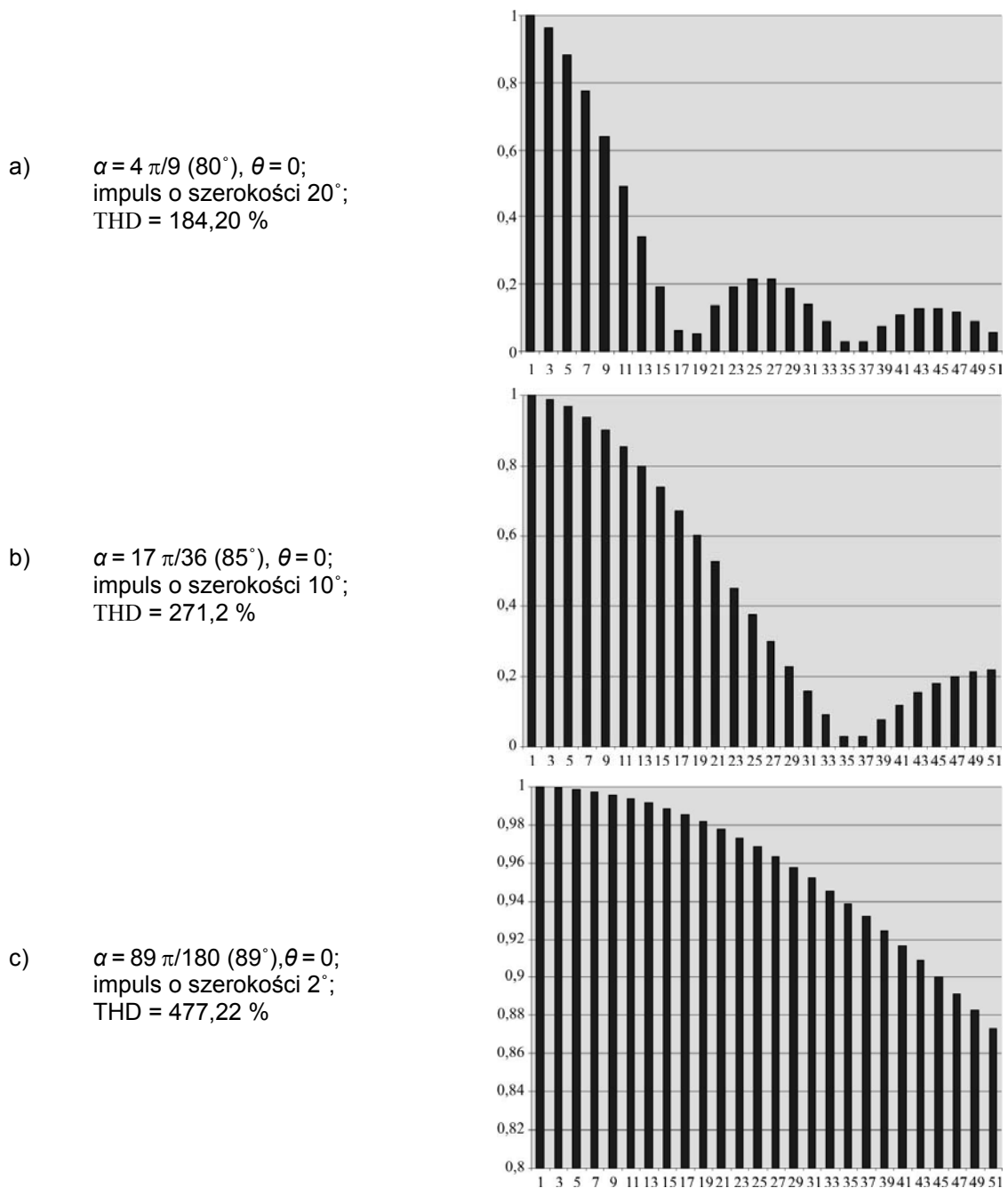
Trzy skrajne przypadki funkcji $f(\alpha, \theta)$ określone przez pierwszą, drugą i czwartą parę parametrów α i θ odpowiadają przebiegowi schodkowemu o kształcie fali prostokątnej. Widmo harmonicznym dla fali prostokątnej zostało przedstawione na rys. 5. Współczynnik THD tego przebiegu wynosi 47,34 %.



Rys. 5. Widmo harmonicznym dla fali prostokątnej

Natomiast dla $\alpha = \pi/2$ i $\theta = 0$ funkcja $f(\alpha, \theta)$ odpowiada przebiegowi o wartości równej zero w całym okresie, za wyjątkiem dwóch punktów $x = \pi/2$ oraz $x = 3\pi/2$, w których przebieg stanowią impulsy Diraca o amplitudzie równej odpowiednio 1 i -1 .

Na rysunku 6 zamieszczono spektra harmonicznych przebiegów o podanych parametrach. Dobrano parametry pozwalające na kolejne przybliżenia kształtu przebiegu do impulsu Diraca.



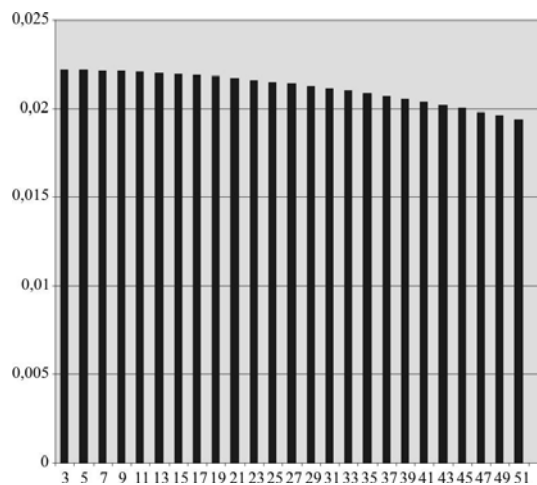
Rys. 6. Spektra harmonicznych kolejnych przebiegów przybliżających kształt impulsu Diraca

W powyższych wykresach widmowych wartości amplitud poszczególnych harmonicznich zostały zobrazowane przez odniesienie do harmonicznnej podstawowej. Dla przebiegów składających się z wąskich impulsów w każdej połówce okresu i przy obowiązującym założeniu, że „drugi schodek” ma amplitudę $V_1 = 1$ - amplituda pierwszej harmonicznnej silnie maleje i przy $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$ zmierza do zera. Rzeczy-

wiste (nieznormalizowane) wartości amplitud poszczególnych harmoniczn-

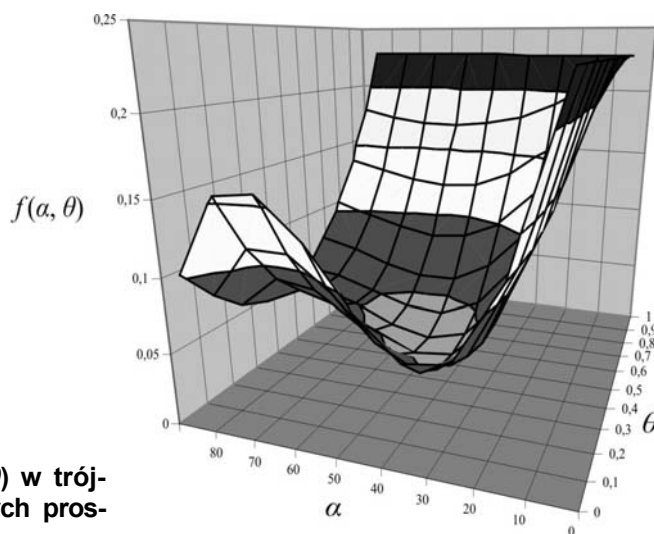
nych dla przebiegu składającego się z impulsów o szerokości 2° przedstawiono na rys. 7. Tak więc utrzymanie wartości amplitudy pierwszej harmonicznnej na poziomie 1 wymagałoby wygenerowanie impulsu Diraca o amplitudzie dążącej do nieskończoności. Wynika to także z zapisu analitycznego rozkładu w szereg Fouriera analizowanego przebiegu okresowego. Jeżeli amplitudę impulsu oznaczy się przez A to amplituda pierwszej harmonicznnej tego przebiegu jest równa $b_1 = \frac{4A}{\pi} \cos \alpha$. W takim razie przy $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$ amplituda impulsu $A = \lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{4 \cos \alpha} = \infty$.

Wartość współczynnika THD zmierza także do nieskończoności.



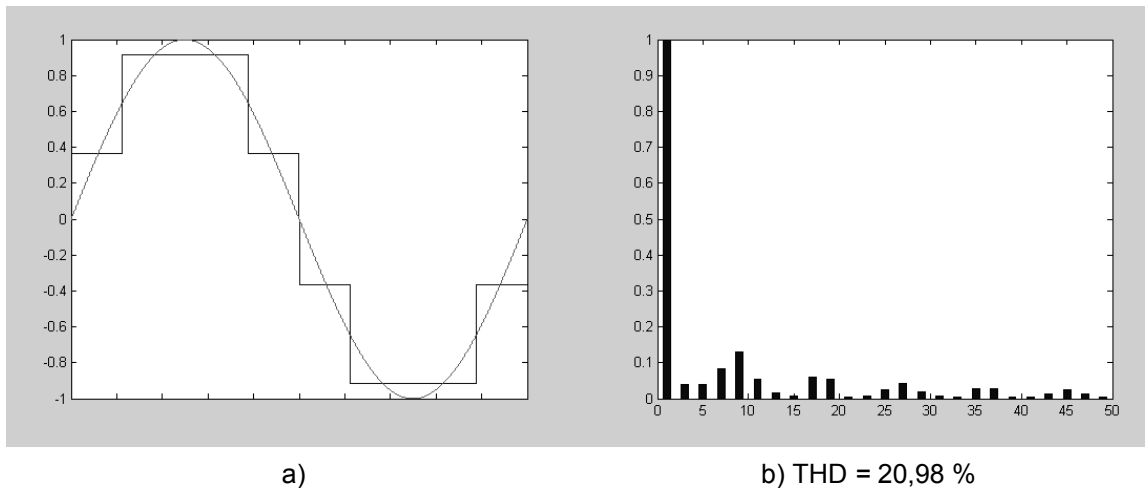
Rys. 7. Nieznormalizowane widmo harmonicznnych dla impulsów o szerokości 2°

Dla znalezienia minimum funkcji kształtu funkcji $f(\alpha, \theta)$ dogodnie jest zobrazować ją w trójwymiarowym układzie współrzędnych prostokątnych, co przedstawiono na rys. 8.



Rys. 8. Zobrazowanie funkcji $f(\alpha, \theta)$ w trójwymiarowym układzie współrzędnych prostokątnych

Parametry przebiegu, dla którego $f(\alpha, \theta)$ osiąga minimum są następujące: $\alpha = 40^\circ$, $\theta = 0,4$, $V_0 = 0,3655$, $V_1 = 0,9136$. Współczynnik THD tego przebiegu ma wartość 20,98 %. Kształt i spektrum przebiegu optymalnego pokazano na rys. 9.



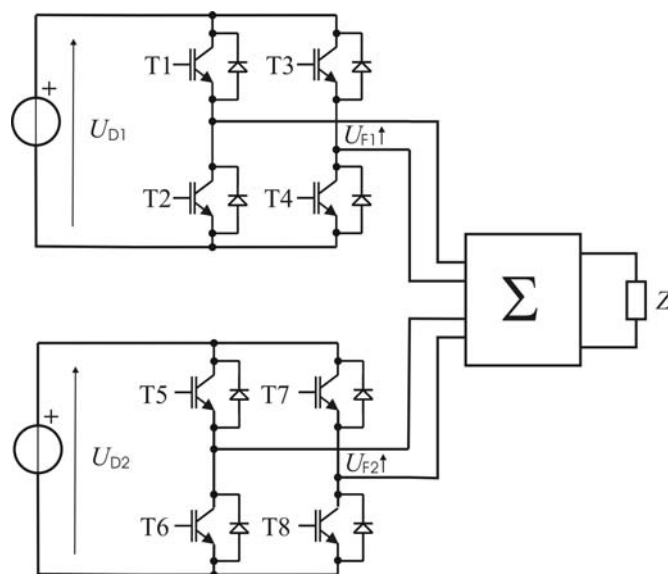
Rys. 9. Aproksymacja funkcji $f(x) = \sin(x)$ w przedziale $[0, 2\pi)$ za pomocą przebiegu schodkowego $f_{N=6}$, dla którego funkcja kształtu osiąga minimum: a) przebieg, b) spektrum harmonicznym

6. PRZYKŁADY ZASTOSOWANIA

Model fourierowski przekształtnika pozwala opisać przebiegi wyjściowe falowników wielopoziomowych jako ciąg ortogonalny impulsów prostokątnych. Przebieg wyjściowy powstaje w wyniku sumowania przesuniętych na osi ωt impulsów prostokątnych. Na rysunku 10 zilustrowano ideę sumowania na przykładzie przekształtnika składającego się z dwóch jednofazowych falowników mostkowych: F 1 i F 2 oraz bloku sumatora – Σ .

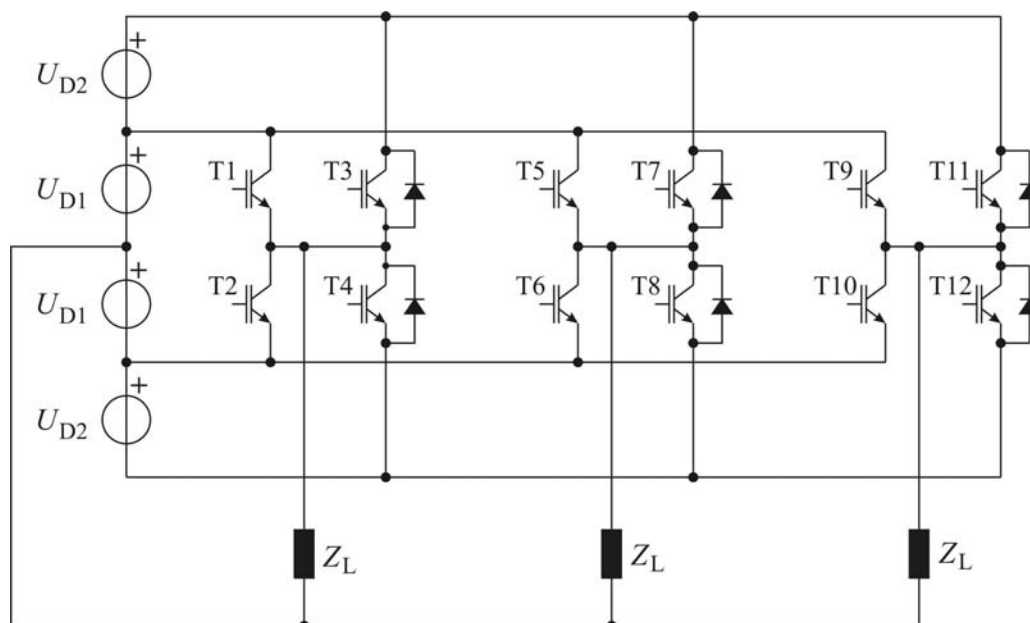
W przekształtniku fourierowskim dodawane impulsy napięcia lub prądu są przesunięte względem siebie w taki sposób, że koniec poprzedniego styka się z początkiem następnego³⁾. Tutaj, podobnie jak w falownikach kaskadowych [11, 13], możliwe są rozwiązania układowe, w których sumator nie jest potrzebny. Zasada sterowania poszczególnych łączników półprzewodnikowych wynika z przedstawionej idei konstruowania przebiegu wyjściowego.

³⁾ Matematycznie, funkcja $\varphi(x)$ jest określona w przedziale domkniętym z lewej strony.



Rys. 10. Układ jednofazowego przekształtnika napięcia generującego przebieg $f_{N=6}$

Na rysunku 11 przedstawiono trójpoziomowy trójfazowy falownik napięcia zbudowany z trzech jednofazowych 4-łącznikowych przekształtników zasilanych ze wspólnego źródła.



Rys. 11. Trójpoziomowy trójfazowy falownik napięcia zbudowany z trzech jednofazowych 4-łącznikowych falowników

7. WNIOSKI

Opisane metody aproksymacji przebiegów z zastosowaniem uogólnionego szeregu Fouriera pozwalają na budowanie przekształtników generujących przebiegi o mniejszej zawartości wyższych harmonicznych. Udowodniono, że proponowana metoda syntezy przebiegów schodkowych nadaje się zarówno do eliminacji wybranych harmonicznych, jak również do minimalizacji współczynnika zawartości wyższych harmonicznych. Sterowanie proponowanych układów przekształtnikowych jest prostsze natomiast ich struktura jest bardziej złożona w stosunku do falowników standardowych. Zwiększenie nakładów na łączniki półprzewodnikowe może być opłacalne, zwłaszcza w zastosowaniach dużej mocy, ponieważ maleją straty mocy w łącznikach półprzewodnikowych związane z przełączaniem. Toteż pole zastosowań takich przekształtników mieści się w obszarach dużej mocy, wszędzie tam gdzie stosuje się falowniki wielopoziomowe.

LITERATURA

1. Białasiewicz J. T.: Falki i aproksymacje. Wydawnictwa Naukowo–Techniczne, Warszawa 2004.
2. Bronsztejn I. N., Siemiendajew K. A., Musiol G., Muhlig H.: Nowoczesne kompendium matematyki, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004.
3. Bubnicki Z.: Teoria i algorytmy sterowania, Państwowe Wydawnictwa Naukowe, Warszawa 2002.
4. Chiasson J. N., Tolbert L. M., McKenzie K. J., Zhong Du.: A Complete Solution to the Harmonic Elimination Problem, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 19, no. 2, March 2004.
5. Chiasson J. N., Tolbert L. M., McKenzie K. J., Zhong Du.: Control of a Multilevel Converter Using Resultant Theory, IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 11, no. 3, May 2003.
6. Iwaszkiewicz J.: Model matematyczny przekształtnika trójfazowego dla przebiegów dyskretnych, Prace Instytutu Elektrotechniki, zeszyt 222, Warszawa, 2005.
7. Iwaszkiewicz J., Perz J.: Amplitude Modulation – an Alternative Method of Generating the Converter Output Waveforms, International Conference on Renewable Energy and Power Quality ICREPQ'04, Barcelona, 2004.
8. Iwaszkiewicz J., Perz J.:– Multilevel Converters for Distributed Power Generation Systems with DC Voltage Sources, International Conference on Renewable Energy and Power Quality ICREPQ'05, Saragossa, 2005.
9. Iwaszkiewicz J., Witkowski S., Perz J.: Wybrane modele wielopoziomowych falowników napięcia, VII Krajowa Konferencja Naukowa, SENE'2005, Łódź, 2005.

10. Rodriguez J., Lai J.-S., Peng F. Z.: Multilevel Inverters: A Survey of Topologies, Controls and Applications. IEEE Transactions on Industrial Electronics 2002 August, Vol. 49, no. 4.
11. Sahali Y., Fellah M. K.; Selective harmonic eliminated pulse-width modulation technique (SHE PWM) applied to three-level inverter/converter, Industrial Electronics, 2003. ISIE '03. 2003 IEEE International Symposium on Volume 2, June 2003.
12. Steimer P.: Operating a Power Electronic Circuit Arrangement Having Multiple Power Converters, U.S. patent number 06,009,002, assigned to Asea Brown Boveri, December 1999.
13. Steinke J.K.: Switching Frequency Optimal PWM Control of a Three-Level Inverter, IEEE Transaction on Power Electronics, vol. 7, No. 3, July 1992.
14. Tolbert L. M., Habetler T. G.: Novel Multilevel Inverter Carrier-Based PWM Method, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 35, no. 5, September/October 1999.
15. Tolbert L. M., Chiasson J., McKenzie K., Zhong Du: Elimination of harmonics in a multilevel converter with nonequal DC sources, Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2003. APEC '03. Eighteenth Annual IEEE, vol. 9–13 Feb., 2003.
16. Venkataramanan G., Bendre A.: Reciprocity–Transposition–Based Sinusoidal Pulsewidth Modulation for Diode–Clamped Multilevel Converters, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 49, no. 5, October 2002.

Rękopis dostarczono, dnia 05.03.2007 r.

Opiniował: doc. dr hab. inż. Krzysztof Zymmer

FOURIER TRANSFORM – A USEFUL TOOL NOT ONLY FOR ANALYSIS OF STEPPED WAVEFORMS

Jan IWASZKIEWICZ
Jacek PERZ

ABSTRACT *The paper is related to the problem of shaping of stepped waveforms generated by multilevel converters. Fourier-style model is based on the approximation of the function $f(x) = \sin(x)$ using series of the square-wave pulses described by series of $g_n(x)$ functions. The parameters of this series have been calculated with Fourier factors of the orthogonal series composed from the $g_n(x)$ functions. The harmonic spectra of the waveforms generated in this way have been analyzed and the optimization of the waveform to obtain the minimal value of the THD factor has been carried. It has been proved that using proposed optimization methods it is possible to achieve significant decrease of the THD factor (from 31.09 % to 20.98 %). The ideological examples of the converter structures using Fourier-style model for synthesis of alternating voltage waveforms have been presented.*