

Artur MORADEWICZ

# SYSTEM ZASILANIA BEZPRZEWODOWEGO Z REZONANSOWYM PRZEKSZTAŁTNIKIEM SZEREGOWYM

**STRESZCZENIE** *W referacie przedstawiono schemat ideowy systemu bezprzewodowego przesyłu energii. System ten może pracować np. jako bezprzewodowy układy ładowania baterii pojazdów elektrycznych. Przedstawiono model matematyczny systemu oraz wyniki badań analitycznych. Wykonane zostały badania symulacyjne indukcyjnego systemu bezprzewodowego przesyłu energii z szeregowym przekształtnikiem rezonansowym. Badania symulacyjne systemu przeprowadzone zostały dla różnych metod sterowania. Przedstawiono charakterystykę względnej mocy wyjściowej przy zmianach częstotliwości pracy przekształtnika.*

**Słowa kluczowe:** *przekształtnik rezonansowy, przesył energii, sprzężenie indukcyjne*

## 1. WSTĘP

---

Przekształtniki rezonansowe znajdują coraz szersze zastosowanie jako przetwornice wysokiej częstotliwości DC-DC czy też DC-AC stosowane są w takich dziedzinach jak grzejnictwo indukcyjne czy *bezprzewodowy /*

---

**mgr inż. Artur MORADEWICZ**  
e-mail: a.moradewicz@iel.waw.pl

Zakład Elektrycznych Napędów Obrabiarkowych  
Instytut Elektrotechniki

bezstykowy *przesył energii BPE*. W stosowanych obecnie rozwiązaniach bezprzewodowego przesyłu energii wykorzystuje się głównie sprzężanie indukcyjne. W zastosowaniach tych wymagane jest przeważnie generowanie sinusoidalnych przebiegów o częstotliwości kilkudziesięciu – kilkuset kHz przy minimalnej zawartości wyższych harmonicznnych. Korzyści, jakie płyną z zastosowania układu rezonansowego w systemach BPE to mniejsze gabaryty, możliwość przełączania tranzystorów w zerze prądu lub napięcia (ZCS, ZVS), mniejszy poziom zakłóceń elektromagnetycznych EMI. Celem artykułu jest analiza modelu matematycznego systemu BPE oraz porównanie wybranych właściwości przy sterowaniu mocą wyjściową szeregowego falownika rezonansowego.

## 2. METODY STEROWANIA PRZEKSZTAŁTNIKIEM

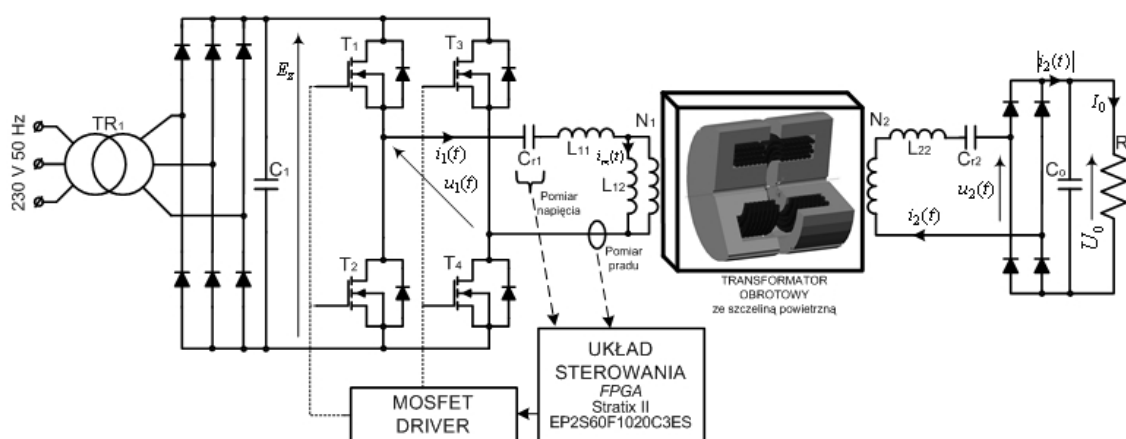
---

Do konwencjonalnych metod sterowania przekształtnika DC-DC można zaliczyć następujące metody: amplitudową, częstotliwościową FM, metodę Modulacji Szerokości Impulsów PWM przy stałej częstotliwości przełączania oraz metodę PWM-FM z jednoczesną modulacją częstotliwości. W celu zapewnienia minimalnych strat przełączania zaworów, które rosną wraz ze wzrostem częstotliwości pracy przekształtnika, koniecznym jest stosowanie metod sterowania zapewniających największą sprawność. Z wymienionych powyżej metod sterowania tylko metoda amplitudowa zapewnia najmniejsze straty przełączania. W układach praktycznych gdzie w sygnałach sterujących tranzystorami w jednej gałęzi mostka, występuje strefa martwa, metoda amplitudowa zapewnia możliwość przełączania tranzystorów w warunkach ZCS (ang. zero current switching). Komutacja twarda występuje jedynie w układzie regulacji stałego napięcia zasilającego, układ ten pracuje w warunkach NZCS.

Częściowe lub zupełne odstępianie od przełączania w warunkach ZCS występuje w metodach modulacyjnych. Metodami, które pozwalają uzyskać regulację mocy wyjściowej, przy zachowaniu przełączania tranzystorów w warunkach komutacji miękkiej i wysokiej częstotliwości pracy przekształtnika są metody integracyjne [2]. Praca przekształtnika w rezonansie wymaga jednak zastosowania bardziej złożonych metod sterowania i zabezpieczeń w porównaniu z metodami konwencjonalnymi. Między innymi ze względu na większe szybkość zmian prądów i napięć występujących na elementach L-C. Wybór metody jest, więc kompromisem pomiędzy złożonością układu zasilania w metodzie AM, złożonością układu sterowania i zabezpieczeń przy pracy przekształtnika w warunkach rezonansu a stratami przełączania zaworów w metodach modulacyjnych FM, PWM.

### 3. OPIS SYSTEMU BPE I MODEL MATEMATYCZNY

Na rysunku 3.1 przedstawiony jest model systemu BPE z szeregowym przekształtnikiem rezonansowym. Transformator w systemie bezprzewodowego przesyłu energii składa się z dwóch niezależnych, ruchomych względem siebie rdzeni.



Rys. 3.1. Model systemu BPE z szeregowymi kondensatorami rezonansowymi dołączonymi do uzwojenia strony pierwotnej i wtórnej transformatora

W układach konwencjonalnych, w których transformatory używane są w celu zapewnienia izolacji galwanicznej między siecią a odbiornikiem lub też w celu dopasowania prądowo-napięciowego, problem rozproszenia strumienia magnetycznego właściwie nie występuje, ponieważ cały strumień zamyka się w rdzeniu transformatora. Szczelina powietrzna, która w systemie BPE zapewnia bezprzewodowość / bezstykowość zasilania odbiorników znajdujących się po stronie wtórnej transformatora, powodując jednocześnie znaczące obniżenie sprawności i wartości przesyłanej energii ze strony pierwotnej na wtórną, ponieważ strumień rozproszenia wzrasta, a to powoduje wzrost indukcyjności rozproszenia uzwojeń transformatora. Kompensacja indukcyjności rozproszenia transformatora, w przedstawionym modelu, zrealizowana jest poprzez szeregowo dołączenie kondensatorów rezonansowych do uzwojeń transformatora po stronie pierwotnej i wtórnej. Przekształtnik zasilany jest ze źródła napięcia stałego  $E_z$  i generuje na wyjściu napięcie przemiennie  $u_1(t)$  o przebiegu prostokątnym.

kątnym. Przebieg napięcia na przekątnej przekształtnika zapisany w szeregu Fouriera można przedstawić jako:

$$u_1(t) = \frac{4 \cdot E_z}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n} \sin(n\omega_1 t) \quad (1)$$

Częstotliwość drgań własnych obwodu, rys. 3.2 bez tłumienia wynosi:

$$\omega_o = 1/\sqrt{L_r C_r} \quad (2)$$

a impedancja falowa

$$\rho = \sqrt{L_r / C_r} \quad (3)$$

dobroć obwodu

$$Q_{ac} = \rho / R_e \quad (4)$$

Częstotliwość drgań własnych obwodu rezonansowego wyraża się jako:

$$\omega_r = \sqrt{(1/(L_r C_r) - \alpha)^2} \quad (5)$$

gdzie  $L_r = L_{11} + L_{22}$  – wypadkowa indukcyjność rezonansowa,  $\frac{1}{C_r} = \frac{1}{C_{r1}} + \frac{1}{C_{r2}}$  wypadkowa pojemność rezonansowa obwodu, współczynnik tłumienia:

$$\alpha = R_e / 2L_r \quad (6)$$

Napięcie na zaciskach prostownika wyjściowego z filtrem pojemnościowym w systemie BPE rys. 3.1 ma charakter fali prostokątnej (rys. 4, 5. [4]) a prąd charakter fali sinusoidalnej. Zakładając, że przebieg prądu obwodu wtórnego jest sinusoidalny o amplitudzie  $I_{2m}$  i przesunięciu fazowym  $\varphi_2$  to przebieg prądu zapisać można równaniem:

$$i_2(t) = I_{2m} \sin(\omega t - \varphi_2) \quad (7)$$

natomiast przebieg napięcia na przekątnej mostka prostowniczego zapisany w szeregu Fouriera można przedstawić jako:

$$u_2(t) = \frac{4 \cdot U_o}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n} \sin(n\omega t - \varphi_2) \quad (8)$$

Pomijając wpływ wyższych harmonicznych w napięciu wyjściowym  $u_2(t)$ , pierwsza harmoniczna przyjmuje następującą postać :

$$u_{21}(t) = \frac{4 \cdot U_o}{\pi} \sin(\omega t - \varphi_2) = U_{2m} \sin(\omega t - \varphi_2) \quad (9)$$

Prąd obwodu rezonansowego jest przekazywany do obciążenia poprzez mostek diodowy i filtrowany przez równolegle podłączony kondensator  $C_0$ , którego pojemność jest znacznie większa od pojemności kondensatorów rezonansowych  $C_{r1}, C_{r2}$ . Ponieważ poprzez kondensator  $C_0$  nie przepływa składowa stała prądu wyjściowego prostownika, to wartość ustalona prądu płynącego w obciążeniu  $R_0$  jest proporcjonalna do wartości  $|i_2(t)|$ .

$$I_o = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_{2m} |\sin(\omega t - \varphi_2)| dt = \frac{2}{\pi} I_{2m} \quad (10)$$

Przy założeniu, że pierwsza harmoniczna napięcia  $u_{21}(t)$  jest w fazie z prądem wtórnym transformatora, prostownik z filtrem pojemnościowym zachowuje się jak transformator rezystancji. Porównując równania (9-10), wartość rezystancji obciążenia sprowadzonej do obwodu prądu przemiennego strony wtórnej zapisać można następująco:

$$R_e = \frac{u_{21}(t)}{i_2(t)} = \frac{8}{\pi^2} \frac{U_o}{I_o} \quad (11)$$

Wartość rezystancji:

$$R_o = \frac{U_o}{I_o} \quad (12)$$

wiec równanie (11) zapisać można jako:

$$R_e = \frac{8}{\pi^2} R_o = 0.8106 \cdot R_o \quad (13)$$

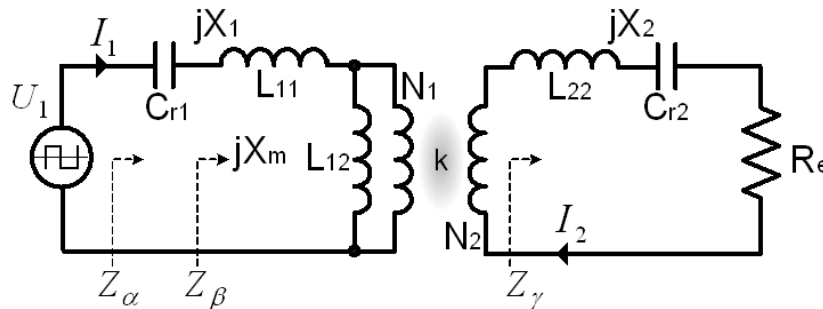
Rysunek 3.2 przedstawia uproszczony schemat modelu systemu BPE pokazanego na rys. 3.1. Reaktancje strony pierwotnej i wtórnej transformatora oraz reaktancja związana z indukcyjnością wzajemną wynoszą odpowiednio:

$$X_1 = \omega_s L_{11} - \frac{1}{\omega_s C_{r1}} \quad (14)$$

$$X_2 = \omega_s L_{22} - \frac{1}{\omega_s C_{r2}} \quad (15)$$

$$X_m = \omega_s M \quad (16)$$

$\omega_s$  – częstotliwość pracy przekształtnika.



**Rys. 3.2.** Uproszczony schemat systemu BPE z modelem transformatora typu  $\Pi$

Równania na wartość impedancji pokazanych na rys. 3.2 są następujące:

$$Z_\gamma = R_e + jX_2 \quad (17)$$

$$Z_\beta = \frac{jX_m \cdot Z_\gamma}{jX_m + Z_\gamma} \quad (18)$$

$$Z_{\alpha} = jX_1 + Z_{\beta} \quad (19)$$

Transmitancję napięciową układu przedstawionego na rys. 3.2 zapisać można jako:

$$G_V = \left| \frac{Z_{\beta} R_e}{Z_{\alpha} Z_{\gamma}} \right| \quad (20)$$

Podstawiając równania (17-19) do równania (20) wyrażenie na transmitancję napięciową układu przyjmuje postać:

$$G_V^{-1} = \left[ \left( 1 + \frac{X_1}{X_m} \right) + j \left( \frac{X_1 + X_2 + \frac{X_1 \cdot X_2}{X_m}}{R_e} \right) \right] \Rightarrow G_V = \left[ \left( 1 + \frac{X_1}{X_m} \right)^2 + \left( \frac{X_1 + X_2 + \frac{X_1 \cdot X_2}{X_m}}{R_e} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (21)$$

W celu uproszczenia rozważań analitycznych, założono jednakową liczbę zwoi  $N_1 = N_2$  oraz jednakowe gabaryty rdzeni strony pierwotnej i wtórnej transformatora. Równania opisujące zależności pomiędzy indukcyjnościami składowymi transformatora oraz współczynnik sprzężenia zapisać można jako:

$$\begin{aligned} L_1 &= L_{11} + L_{12} & L_1 &= L_{11} + L_{12} & L_1 &= L_2 = L \\ L_2 &= L_{22} + n^2 L_{12} \Rightarrow L_2 = L_{22} + L_{12} \Rightarrow k = M / L \\ M &= nL_{12} & M &= L_{12} & L_{11} &= L_{22} = L - M = \frac{1-k}{k} M \end{aligned} \quad (22)$$

Na podstawie powyższych założeń reaktancje opisane równaniami (14-15) są sobie równe i przyjmują wartość zero dla tej samej częstotliwości pracy przekształtnika  $\omega_o$ .

$$\omega_o = 1 / \sqrt{L_r C_r} = 1 / \sqrt{L_{11} C_{R1}} = 1 / \sqrt{L_{22} C_{R2}} \quad (23)$$

Podstawiając równanie (23) do równań (14-15) reaktancje  $X_1$  i  $X_2$  zapisać można jako:

$$X_1 = \omega_s L_{11} \left( 1 - \frac{1}{\omega^2} \right) \quad (24)$$

$$X_2 = \omega_s L_{22} \left( 1 - \frac{1}{\omega^2} \right) \quad (25)$$

gdzie:

$$\omega = \omega_s / \omega_o \quad (26)$$

Z równań (21-26) wynika, że wzmocnienie napięciowe układu jest równe jedności dla częstotliwości pracy przekształtnika  $\omega_o$ . Współczynnik sprzężenia magnetycznego uzwojeń transformatora w systemie bezprzewodowego przesylu energii rys. 3.1 może zmieniać podczas pracy przekształtnika. Zmiana współczynnika sprzężenia  $k$  może być spowodowana zmianą wielkości szczeliny pomiędzy rdzeniami bądź też zmianą czynnej powierzchni przekroju strumienia magnetycznego. Na podstawie równań (22-26) wyrażenie na wartość transmitancji napięciowej układu przekształcić można do postaci zależnej od współczynnika sprzężenia:

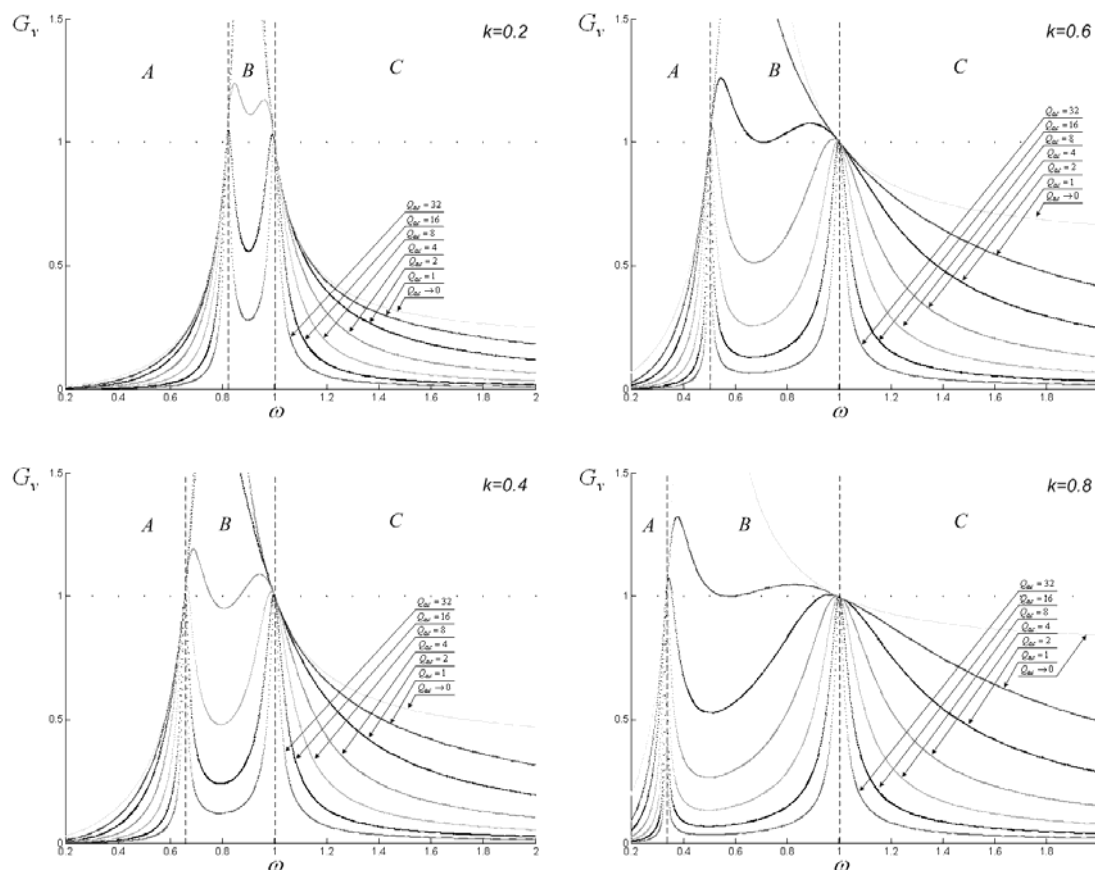
$$G_V = \sqrt{\left( 1 + \frac{L_{11}}{M} \left( 1 - \frac{1}{\omega^2} \right) \right)^2 + \frac{\left( \omega L_{11} + \omega L_{22} \right) \left( 1 - \frac{1}{\omega^2} \right) + \omega L_{11} L_{22} \left( 1 - \frac{1}{\omega^2} \right)^2 / M}{R_e}}^2 =$$

$$= \sqrt{\left( 1 + \frac{1-k}{k} \left( 1 - \frac{1}{\omega^2} \right) \right)^2 + \left( Q_{ac} \left( \omega - \frac{1}{\omega} \right) \left( 1 + \frac{1-k}{2k} \left( 1 - \frac{1}{\omega^2} \right) \right) \right)^2}, Q_{ac} = \frac{\omega(L_{11} + L_{22})}{R_e} = \frac{\omega L_r}{R_e}$$

(27, 28)

Wyniki obliczeń analitycznych transmitancji napięciowej według równania (27) przy zmiennej częstotliwości pracy przekształtnika i dobroci obwodu przedstawiono na rys. 3.3. Obliczenia wykonano dla czterech różnych współ-





Rys. 3.3. Przebiegi transmitancji napięciowej systemu BPE

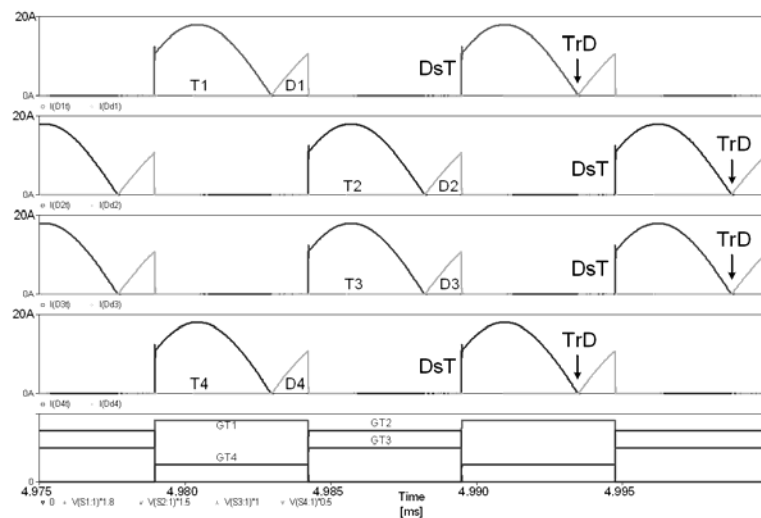
czynników sprzężenia magnetycznego  $k$ . Wyznaczone charakterystyki mogą być wykorzystane do analizy i projektowania systemu BPE oraz układu i algorytmu sterowania.

## 4. BADANIA SYMULACYJNE

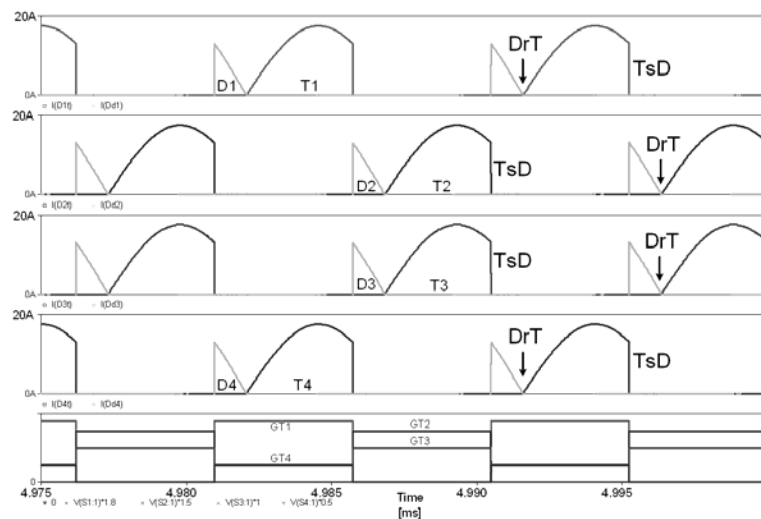
**Metoda częstotliwościowa FM** – falownik zasilany jest nieregulowanym napięciem stałym. Sterowanie mocą wyjściową polega na zmianie częstotliwości przełączania zaworów w stosunku do częstotliwości rezonansowej obwodu. Maksymalna moc wyjściową falownika uzyskuje się przy pracy z częstotliwością rezonansową. Charakterystyczne przedziały częstotliwości pracy falownika sterowanego metodą częstotliwościową to: Przedział pierwszy  $\omega_s < \omega_0$  – występują niekorzystne komutacje twarde **DsT**. Tranzystor załączany jest przy

pełnym napięciu zasilania, przejmuje prąd obwodu rezonansowego oraz prąd wsteczny diody. Komutacje miękkie typu **TrD**, prąd komutuje w warunkach ZCS z tranzystora na równoległą diodę. Przedział drugi  $\omega_s > \omega_o$  – występują komutacje twarde typu **TsD**. Komutacja rozpoczyna się wyłączeniem przewodzącego tranzystora. Komutacje miękkie **DrT**, prąd komutuje w warunkach ZCS z diody na równoległy tranzystor. Praca w rezonansie  $\omega_s = \omega_o$  – występują komutacje miękkie typu **TT**, prąd komutuje naturalnie na szeregowy tranzystor.

a)  $\omega_s < \omega_o$



b)  $\omega_s > \omega_o$



**Rys. 4.1. Przebiegi czasowe prądów tranzystorów i diod oraz sygnałów sterujących w przekształtniku o rezonansie szeregowym sterowanym metodą FM**

**Metoda modulacji szerokości impulsów – PWM.** Regulację mocy wyjściowej uzyskuje się przez zmianę współczynnika wypełnienia

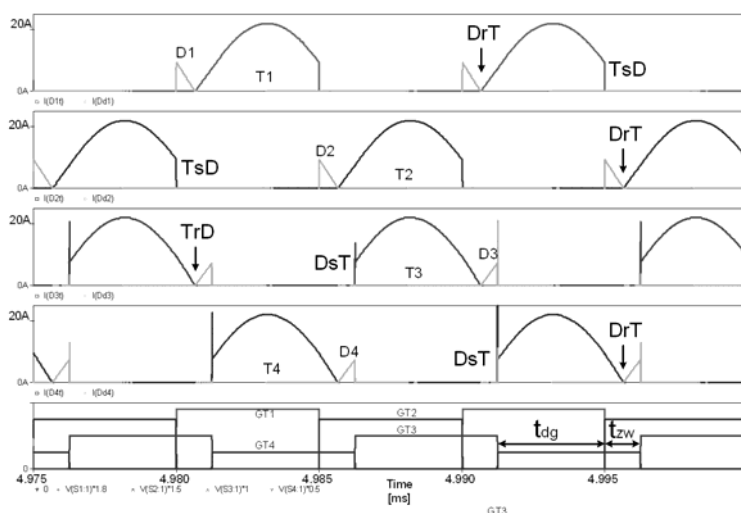
$$d = t_{dg} / (t_{dg} + t_{zw}) \quad (29)$$

gdzie:

$t_{dg}$  – całkowity czas wysterowania diagonalnego w półfali prądowej,

$t_{zw}$  – całkowity czas wysterowania zwarciovego w półfali prądowej.

Regulacja współczynnika wypełnienia polega na zmianie przesunięcia fazowego pomiędzy sygnałami sterującymi pary tranzystorów T1-T2 w stosunku do sygnałów T3-T4. Wypełnienie sygnałów sterujących jest 50 % a częstotliwość pracy jest stała. Przy tej metodzie sterowania występują identyczne jak w metodzie częstotliwościowej, poza stanem pracy z częstotliwością rezonansowa w której występują wszystkie rodzaje komutacji twardej.

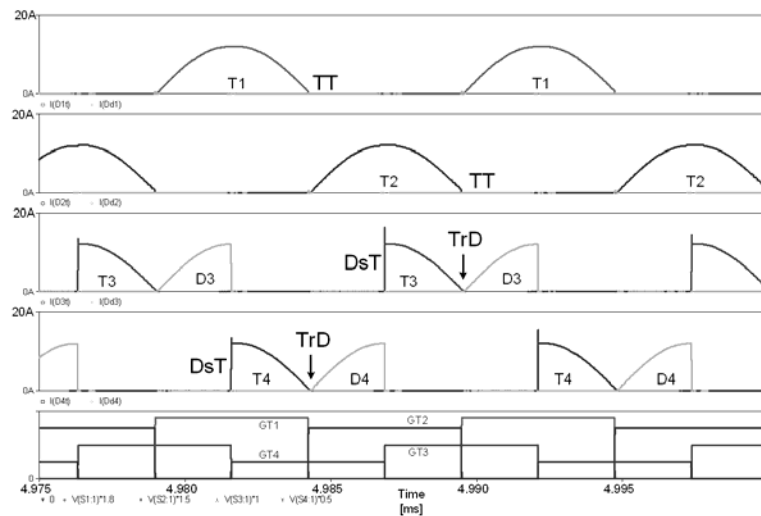


**Rys. 4.2. Przebiegi czasowe prądów tranzystorów i diod oraz sygnałów sterujących w przekształtniku o rezonansie szeregowym sterowanym metodą PWM, przesunięcie fazowe pomiędzy sygnałami sterującymi wynosi  $45^\circ$ ,  $\omega_s = \omega_o$**

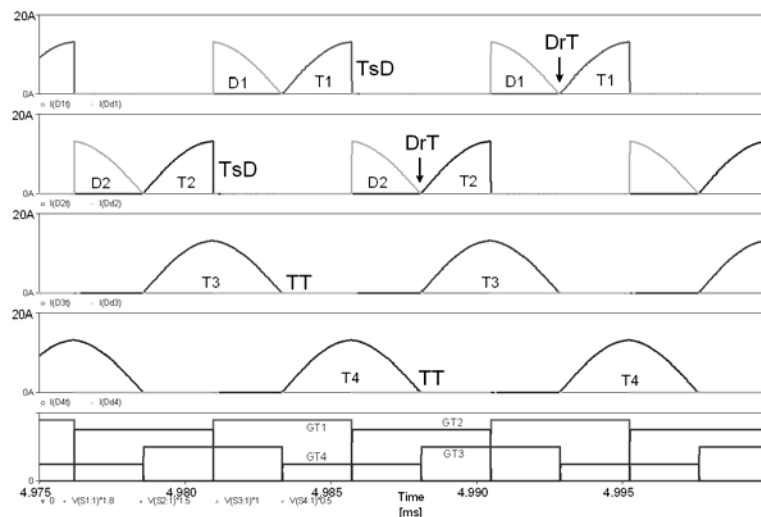
**Metoda PWM-FM,** sterowanie jest bardzo podobne do metody PWM. Regulację mocy wyjściowej uzyskuje się poprzez zmianę częstotliwości i przesunięcia fazowego pomiędzy sygnałami sterującymi pary tranzystorów T1-T2 i T3-T4. Sygnał sterujący jest tak dobrany, aby komutacja jednej z gałęzi mostka zachodziła w warunkach ZCS. Częstotliwość tego sygnału może być mniejsza lub większa od częstotliwości rezonansowej  $\omega_o$ . Wyróżnić można dwa

przedziały częstotliwości pracy falownika w tej metodzie sterowania. Przedział pierwszy  $\omega_s < \omega_o$  – tranzystory w jednej z gałęzi przełączane są w warunkach ZSC, komutacja **TT**. W drugim półmostku natomiast występują niekorzystne komutacje **DsT** oraz komutacje miękkie **TrD**. Przedział drugi  $\omega_s > \omega_o$  – tranzystory w jednej z gałęzi przełączane są w warunkach ZSC, komutacja **TT**. W drugim półmostku występują komutacje twarde **TsD** oraz komutacje miękkie **DrT**.

a)  $\omega_s < \omega_o$



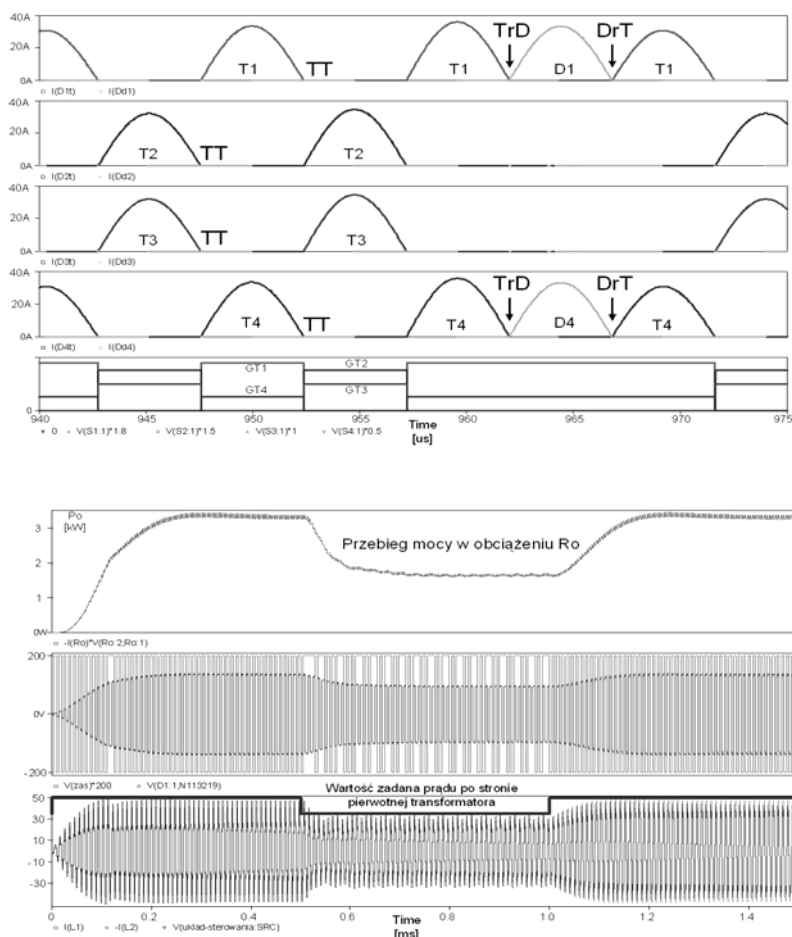
b)  $\omega_s > \omega_o$



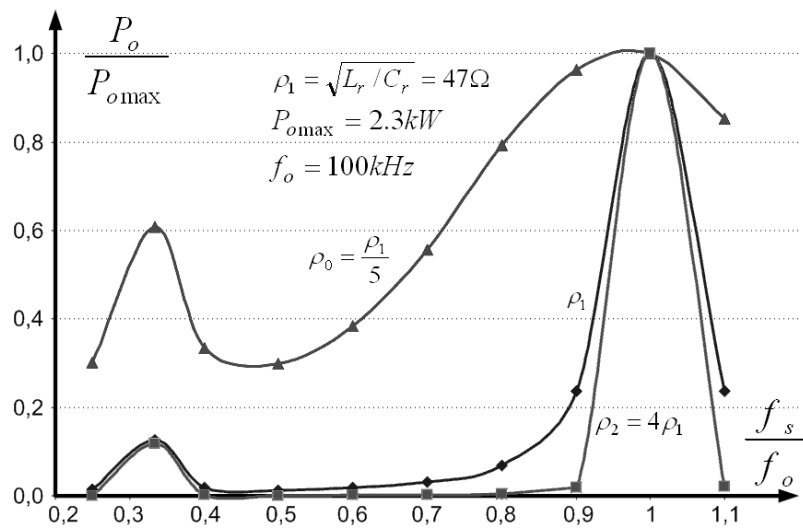
**Rys. 4.3. Przebiegi czasowe prądów tranzystorów i diod oraz sygnałów sterujących w przekształtniku o rezonansie szeregowym sterowanym metodą PWM-FM. Przesunięcie fazowe pomiędzy sygnałami sterującymi wynosi  $90^\circ$**

**Metody integracyjne.** Jednym z przykładów metod integracyjnych jest metoda SIC (ang. Subharmonic Integration Control) [2, 3]. Sygnały sterujące falownikiem są kombinacją sygnałów o częstotliwości rezonansowej i jej subharmonicznymi. Regulacja przepływu mocy polega na skokowych zmianach częstotliwości sygnału sterującego ( $\frac{\omega_o}{3} \leftrightarrow \omega_o \leftrightarrow \frac{\omega_o}{2} \leftrightarrow \frac{\omega_o}{3}$ ). Zmiany wysterowania tranzystorów dokonywane są wyłącznie w chwilach przejścia przez zero prądu w obwodzie rezonansowym. Występujące komutacje miękkie to TT, TrD, DrT.

Badania symulacyjne wykonano przy założeniu, że elementy układu są idealne. Parametry modelu:  $E_z = 200$  V,  $C_{r1} = C_{r2} = 33.7$  nF,  $L = 500$   $\mu$ H,  $k = 0.85$ ,  $C_o = 10$   $\mu$ F,  $R_o = 10$   $\Omega$ . (rys. 4.4  $R_o = 5$   $\Omega$ )



**Rys. 4.4. Przebiegi czasowe prądów tranzystorów i diod oraz sygnałów sterujących w przekształtniku o rezonansie szeregowym sterowanym. Regulacja mocy poprzez zmiany wartości zadanej prądu po stronie pierwotnej transformatora, przekształtnik sterowany metodą integracyjną SIC**



Rys. 4.5. Wykres mocy względnej w obwodzie obciążenia w zależności od częstotliwości pracy przekształtnika zasilającego dla różnych wielkości impedancji falowej obwodu

## 5. WNIOSKI

Jednostkowe wzmocnienie napięciowe układu występuje dla częstotliwości pracy  $\omega = \omega_s / \omega_o = 1$ . Ponadto, jak wynika z przedstawionych charakterystyk wartość  $G_v$  przy  $\omega = 1$  nie zależy od współczynnika sprzężenia oraz obciążenia układu. Energia przesyłana ze źródła zasilania do obwodu obciążenia w przedstawionym układzie ma wartość maksymalną, gdy przekształtnik pracuje z częstotliwości rezonansową, a komutacja łączników zachodzi w warunkach ZCS. Regulację napięcia wyjściowego oraz mocy przesyłanej do obciążenia uzyskać można poprzez pracę układu w jednym z trzech przedstawionych zakresów częstotliwości A, B, C. Zakresie A i C transmitancja napięciowa układu jest funkcją monotoniczną. W zakresie A wzmocnienie napięciowe układu rośnie wraz ze wzrostem częstotliwości a maksymalna moc wyjściowa występuje przy  $\omega_o/3$ . W zakresie C wzmocnienie napięciowe maleje wraz ze wzrostem częstotliwości. Transmitancja napięciowa w zakresie częstotliwości pracy C jest znacznie mniej czuła na zmiany współczynnika sprzężenia magnetycznego  $k$ . Kolejną korzystną jest brak niekorzystnych komutacji **DsT**, które występują w pozostałych dwóch zakresach. Największe wartości wzmocnienia napięciowego osiągnąć można w zakresie B, jednakże transmitancja napięciowa układu  $G_v$  jest tu nieliniowa i wykazuje bardzo dużą czułość na zmiany współczynnika sprzężenia  $k$  oraz obciążenia układu bezprzewodowego przesyłu

energii. Zalecanymi przedziałami częstotliwości pracy oraz metodami sterowania przekształtnika rezonansowego w bezprzewodowym systemie przesyłu energii są: przedział A – metody integracyjne i przedział C – metoda częstotliwościowa.

## LITERATURA

1. Robert W. Erickson: *Fundamentals of Power Electronics*. Kluwer Academic Publisher, 1999.
2. Matysik J.: *Metody sterowania integracyjnego tranzystorowych falowników napięcia klasy D z szeregowym obwodem rezonansowym*. Wyd. PW, Warszawa 2001.
3. Kaźmierkowski M. P., Matysik J.: *Wprowadzenie do elektroniki i energoelektroniki*. Wyd. PW, Warszawa 2005.
4. A. Moradewicz: *Przekształtnik o rezonansie szeregowym w systemie bezprzewodowego przesyłu energii. Wybrane wyniki badań symulacyjnych*. IV Ogólnopolska Konferencja MiS-4, Kościelisko 19-23 czerwca 2006.

*Rękopis dostarczono, dnia 27.02.2007 r.*

**Opiniował: dr hab. inż. Ryszard Zapaśnik, prof. IEL**

## WIRELESS ENERGY TRANSMISSION SYSTEM WITH SERIES RESONANT CONVERTER

Artur MORADEWICZ

**ABSTRACT** *The analytical results of the transfer gain and simulation studies for several methods of control of output power in wireless energy transmission system with series resonant converter are presented in this paper. The expression for the transfer is derived. The characteristic relating illustrated the output power and switching frequency for several quality circuit factors are given.*