

**STRESZCZENIE** Niniejsza praca została poświęcona poszukiwaniom modeli matematycznych przydatnych do analizy i projektowania struktur oraz strategii sterowania przekształtników wielopoziomowych. Wybrane modele przedstawiają syntezę przebiegów schodkowych spełniających kryterium najlepszej aproksymacji. W pracy zaprezentowano następujące modele przekształtników:

Model analityczny dwupoziomowego falownika trójfazowego dla przebiegów dyskretnych, przedstawiający sobą zestaw wyrażeń opisujących w dziedzinie czasu przebiegi napięć i prądów w układzie przekształtnik-obciążenie. Jest on przydatny do analizy stanów ustalonych oraz przejściowych sterowanych cyfrowo falowników napięcia i prądu, a także do badań i opracowań algorytmów sterujących, pracujących w czasie rzeczywistym. Idea tego modelu została wykorzystana do opracowania modeli falowników wielopoziomowych.

Model falownika trójpoziomowego z opisem możliwości formowania przebiegów napięć wyjściowych przy wykorzystaniu transformacji napięć biegunowych do układu współrzędnych stacjonarnych na płaszczyźnie zespolonej  $(\alpha, \beta)$ . Sformułowane zostały wyrażenia opisujące modele falowników trójpoziomowego i pięciopoziomowego w dziedzinie czasu. Rozwinięciem przedstawionych idei jest uniwersalny model falownika  $n$ -poziomowego. Zaproponowano jednolity system oznaczania wektorów falowników wielopoziomowych, który pozwala na szybkie znalezienie rozkładu wektorów przestrzennych i określenie liczby wektorów wielokrotnych.

Model fourierowski – polegający na aproksymacji funkcji  $f(x) = \sin(x)$  za pomocą ciągu funkcji  $g_n(x)$  opisujących impulsy prostokątne. Parametry tego ciągu zostały określone przy wykorzystaniu współczynników Fouriera szeregu ortogonalnego funkcji  $g_n(x)$ . Przeanalizowane zostały spektra harmonicznych przebiegów wartości chwilowych napięcia przekształtnika według tego modelu. W wyniku tej analizy przedstawiono propozycję nowej definicji współczynnika THD, która ułatwia ocenę przebiegów schodkowych pod kątem filtracji. Podano przykłady struktur przekształtników, w których model fourierowski wykorzystano do formowania przebiegów przemiennych napięcia.

Model falkowy – wykorzystujący nowe narzędzie matematyczne, jakim jest transformata falkowa, do syntezy przebiegów schodkowych. Zdefiniowany został model falkowy przekształtnika oparty o przekształcenie zbliżone do przekształcenia Haara. Porównując właściwości modeli fourierowskiego i falkowego wykazano, że metoda aproksymacji, oparta o model falkowy, stanowi użyteczne narzędzie matematyczne, wspomagające proces projektowania struktur i algorytmów sterowania przekształtników wielopoziomowych.

Model ortogonalny – wykorzystujący składanie wektorów ortogonalnych oraz model rekurencyjny przekształtnika, stanowiący jego rozwinięcie. Struktura i sposób sterowania tych przekształtników stanowią alternatywę w stosunku do znanych rozwiązań falowników wielopoziomowych.

Opisane w pracy modele matematyczne opisują przebiegi napięcia wyjściowego falowników wielopoziomowych jako wynik kombinacji funkcji ortogonalnych (w modelach fourierowskim i falkowym) lub wektorów ortogonalnych (w modelu rekurencyjnym). To podejście sprawia, że zaprezentowane modele ukazują w jasny sposób relacje między przebiegami napięć falowników składowych, a przebiegiem wyjściowym całego przekształtnika. Ułatwia to projektowanie struktur i algorytmów sterowania oraz pozwala na całościowe spojrzenie na przekształtnik wielopoziomowy.

Pracę wzbogacono o przykłady rozwiązań układowych odpowiadających zdefiniowanym modelom oraz wyniki badań eksperymentalnych wybranych przekształtników.

**Słowa kluczowe:** przekształtnik, falownik wielopoziomowy, zawartość harmonicznych, model matematyczny, aproksymacja, funkcje ortogonalne, wektory ortogonalne, współczynniki Fouriera, transformata falkowa.

## Wykaz akronimów

AC	<b>A</b> lternating <b>C</b> urrent (prąd zmienny);
AI	<b>A</b> uxiliary <b>I</b> nverter (falownik pomocniczy);
CCI	<b>C</b> apacitor <b>C</b> lamped <b>I</b> nverter (falownik z kondensatorami poziomującymi);
DC	<b>D</b> irect <b>C</b> urrent (prąd stały);
DCI	<b>D</b> iode <b>C</b> lamped <b>I</b> nverter (falownik z diodami poziomującymi);
EMC	<b>E</b> lectromagnetic <b>C</b> ompatibility (kompatybilność elektromagnetyczna);
FACTS	<b>F</b> lexible <b>A</b> C <b>T</b> ransmission <b>S</b> ystem (elastyczny system przesyłu energii elektrycznej);
IGBT	<b>I</b> nsulated <b>G</b> ate <b>B</b> ipolar <b>T</b> ransistor ( tranzystor bipolarny z izolowaną bramką);
IPM	<b>I</b> ntelligent <b>P</b> ower <b>M</b> odule (inteligentny moduł mocy);
MFKP	<b>m</b> odel <b>f</b> alkowy <b>p</b> rzeksztalnika;
MFNG	<b>m</b> odel <b>f</b> alownika <b>n</b> apięcia z obciążeniem połączonym w <b>g</b> wiazdę;
MFNT	<b>m</b> odel <b>f</b> alownika <b>n</b> apięcia z obciążeniem połączonym w <b>t</b> rójką;
MFPG	<b>m</b> odel <b>f</b> alownika <b>p</b> rądu z obciążeniem połączonym w <b>g</b> wiazdę;
MFRP	<b>m</b> odel <b>f</b> ourierowski <b>p</b> rzeksztalnika;
MI	<b>M</b> ain <b>I</b> nverter (falownik główny);
MR	<b>M</b> ains <b>R</b> ectifier (prostownik sieciowy);
NPC	<b>N</b> eutral- <b>P</b> oint <b>C</b> lamped <b>C</b> onverter;
OVT	<b>O</b> rthogonal <b>V</b> ector <b>T</b> heory <b>C</b> onverter (przekształtnik sterowany zgodnie z teorią wektorów ortogonalnych);
PWM	<b>P</b> ulse <b>W</b> idth <b>M</b> odulation (modulacja szerokości impulsów);
RECOVT	<b>R</b> ecurrence <b>T</b> opology based on <b>O</b> rthogonal <b>V</b> ector <b>T</b> heory (przekształtnik o topologii rekurencyjnej sterowany zgodnie z teorią wektorów ortogonalnych);
SN	<b>S</b> umming <b>N</b> ode (węzeł sumujący);
THD	<b>T</b> otal <b>H</b> armonic <b>D</b> istortion factor (współczynnik zawartości harmonicznych);
UPQC	<b>U</b> niversal <b>P</b> ower <b>Q</b> uality <b>C</b> onditioner (uniwersalny szeregowo-równoległy aktywny układ kondycjonowania energii elektrycznej);
UPS	<b>U</b> ninterruptible <b>P</b> ower <b>S</b> upply (zasilacz bezprzerwowy).

## Wykaz ważniejszych oznaczeń

Zasady oznaczania wielkości fizycznych lub parametrów są zgodne z zaleceniami zawartymi w pracy [121].

### Ważniejsze oznaczenia:

$a_{mn}$	- współczynniki falkowe,
$B$	- pasmo filtra dolnoprzepustowego,
$b_k$	- harmoniczne przebiegów schodkowych,
$(a_k b_k c_k)_n$	- liczba w systemie liczbowym o podstawie $n$ ,
$c_n$	- współczynnik Fouriera,
$D_{a,b,c}$	- diody poziomujące,
$e_f, e_a, e_b, e_c$	- wartości chwilowe fazowego napięcia indukowanego,
$E_f, E_a, E_b, E_c$	- wartości napięcia indukowanego w wybranym przedziale czasu,
$f$	- częstotliwość podstawowej harmonicznej zadanego prądu wyjściowego falownika,
$f(\alpha, \theta)$	- funkcja kształtu przebiegu sześcioschodkowego,
$f_{k-}, f_k, f_{k+}$	- amplitudy impulsów przekształtnika ortogonalnego,
$f_{0k}, f_{1k\pm}, f_{2k\pm}, f_{3k\pm}, f_{4k\pm}$	- amplitudy impulsów przekształtnika rekurencyjnego,
$f_{mn}(x)$	- falki składowe,
$f_n$	- składnik przebiegu aproksymującego,
$f_N(x)$	- przebieg aproksymujący funkcję $f(x)$ ,
$f_\psi(x)$	- schodkowy przebieg aproksymacji falkowej.
$g_n(x)$	- ciąg funkcji ortogonalnych,
$i_D$	- wartość chwilowa prądu obwodu pośredniczącego,
$i_f, i_a, i_b, i_c$	- wartości chwilowe prądu fazowego lub prądów w fazach a, b, c,
$i_3, i_2, i_1$	- prądy obwodu pośredniczącego w falowniku wielopoziomowym,
$I_{0a}, I_{0b}, I_{0c}$	- fazowe prądy początkowe w chwili $t = t_n$ ,
$I_D$	- wartość prądu obwodu pośredniczącego,
$\vec{I}_k^t$	- wektor prądu falownika określony w dziedzinie czasu,
$k$	- liczba wyróżniająca wektor napięcia, $k=0, 1, 2, \dots$ ,
$k_a, k_b, k_c$	- cyfry liczb opisujących stan łączników,
$K_a, K_b, K_c$	- łączniki przekształtnika,
$L_f, L_a, L_b, L_c$	- indukcyjność fazowa lub fazy a, b, c,
$m, m_1, m_2$	- współczynniki określające stosunek długości wektorów,
$n$	- liczba poziomów napięcia w falowniku wielopoziomowym,
$N_{ f_N }$	- liczba różnych wartości modułu funkcji $f_N$ ,
$R_f, R_a, R_b, R_c$	- rezystancja fazowa lub fazy a, b, c,

$t_n, t_{n+1}$	- chwile przełączeń stanów napięciowych przekształtnika,
$t_{on}, t_{off}$	- czas załączania i wyłączenia,
$T_{a,b,c}$	- tranzystory falowników,
$T$	- okres podstawowej harmonicznej zadanego prądu wyjściowego falownika,
THD	- współczynnik zawartości wyższych harmonicznych wyjściowego,
THD <sub>B</sub>	- współczynnik pasmowy zawartości wyższych harmonicznych,
$u_{ak}, u_{bk}, u_{ck}$	- napięcia fazowe falownika odpowiadające wektorowi $\vec{V}_k$ ,
$u_{abk}, u_{bck}, u_{cak}$	- napięcia międzyfazowe przekształtnika odpowiadające wektorowi $\vec{V}_k$ ,
$u_{a0}, u_{b0}, u_{c0}$	- napięcia biegunowe falownika wielopoziomowego,
$u_M$	- napięcie fazowe falownika głównego,
$U_D$	- wartość średnia napięcia obwodu pośredniczącego,
$V_0, V_1$	- miary schodków przebiegu schodkowego
$\vec{V}_k^t$	- wektor napięcia wyjściowego falownika określony w dziedzinie czasu,
$\vec{V}_k$	- wektor przestrzenny napięcia,
$\underline{V}_{Mk}$	- wektor $k$ napięcia falownika głównego,
$\underline{V}_{Ak}$	- wektor napięcia falownika pomocniczego przekształtnika OVT,
$\underline{V}_{A1k}$	- wektor napięcia falownika pomocniczego przekształtnika RECOVT,
$\underline{V}_{A2k}$	- wektor napięcia falownika rekurencyjnego,
$\underline{V}_{Ok}$	- wektor napięcia wyjściowego przekształtnika OVT lub RECOVT,
$w_k$	- współczynnik wagi,
$Wf(m, n)$	- ciągła transformata falkowa funkcji $f(x)$ ,
$Z_f$	- impedancja obciążenia fazowego,
$Z_{ff}$	- impedancja obciążenia międzyfazowego,
$\delta$	- błąd średniokwadratowy,
$\theta$	- stosunek miar schodków,
$\tau$	- stała czasowa obwodu fazowego,
$v_u, v_i$	- współczynniki proporcjonalności,
$\varphi_n(x)$	- funkcja skalująca,
$\ \varphi\ $	- norma funkcji $\varphi(x)$ ,
$\psi(t)$	- podstawowa falka Haara,
$\psi_{mn}(t)$	- falka o współczynniku skali $m$ i współczynniku przesunięcia $n$ ,
$\mathcal{E}$	- funkcja <i>Entier</i> $\{x\}$ ,
$\mathcal{N}$	- liczba wektorów w falowniku wielopoziomowym.

## 1. WPROWADZENIE

---

We współczesnej gospodarce obserwuje się wzrost zapotrzebowania na urządzenia przekształcające energię elektryczną zwane przekształtnikami. Wynika to z rosnących wymagań stawianych przez odbiorców energii. Liczne odbiorniki, w tym zwłaszcza odbiorniki określane jako „wrażliwe”, wymagają ciągłego zasilania o stabilnych parametrach. Ważna jest pewność zasilania, stabilność parametrów napięcia zasilającego oraz jakość dostarczanej energii elektrycznej po przekształceniu. Zastosowane do tego celu przekształtniki muszą spełniać zróżnicowane wymagania, które określają poziom mocy oraz cele i sposoby przekształcania energii elektrycznej. Kolejne wymagania dotyczą niezawodności przekształtników, bezpieczeństwa użytkownika, a także jakości pobieranej i generowanej energii. Ważnym kryterium jest zwłaszcza zawartość wyższych harmonicznych w przebiegach prądów i napięć [118].

Postęp w technologii półprzewodników mocy przyczynił się do wzrostu mocy jednostkowej eksploatowanych przekształtników. Obecnie sięga ona wielu megawatów, a w układach przesyłu energii elektrycznej za pomocą prądu stałego stosowane są przekształtniki o mocy rzędu tysięcy megawatów.

Największa liczba przekształtników znalazła zastosowanie w układach napędów prądu przemiennego. Przekształtniki napędowe muszą spełniać wiele specyficznych wymagań takich jak np. niezawodność, odporność na zaburzenia i zapady napięcia zasilającego, odporność na przeciążenia i zwarcia obciążenia, kompatybilność elektromagnetyczna. Szczególnie istotna w tym zastosowaniu jest możliwość kształtowania charakterystyki napięcie-częstotliwość  $U/f$  w szerokim zakresie zmian prędkości obrotowej [12, 13, 20, 24, 29, 30, 59, 76, 94, 95, 114, 119].

Liczba przekształtników przeznaczonych do innych zastosowań niż napędowe rośnie szybko w ostatnich latach. Związane jest to z zapotrzebowaniem na systemy bezpiecznego zasilania, które znajdują zastosowanie również poza przemysłem np. w medycynie, informatyce i bankowości, a także z rozwojem energetyki opartej o źródła odnawialne. Takie urządzenia energetyki odnawialnej jak fotoogniwa i ogniwa paliwowe, z zasady wymagają przekształcenia energii prądu stałego na powszechnie stosowaną energię prądu przemiennego. W zastosowaniach takich jak zasilanie bezprzerwowe, systemy energetyki rozproszonej czy układy regulacji napięcia sieci, podstawowym wymaganiem jest wytworzenie napięcia lub prądu przemiennego, najlepiej o sinusoidalnym kształcie przebiegu wartości chwilowej i częstotliwości 50 Hz (w wielu krajach 60 Hz).

Tak więc wymagania dotyczące regulacji napięcia, prądu i częstotliwości są dla wielu przekształtników inne niż w napędach prądu przemiennego. Na przykład w zasilaczach bezprzerwowych (UPS)<sup>1</sup> najważniejsze wymagania obejmują wysoką jakość przebiegów wyjściowych, stabilność parametrów w czasie, w tym częstotliwości napięcia wyjściowego i wysoką sprawność energetyczną urządzenia [40, 55, 61, 96, 120, 141].

Ważnym obszarem zastosowań przekształtników mogą stać się układy regulacji napięcia w sieciach elektroenergetycznych niskiego i średniego napięcia. Na świecie

---

<sup>1</sup> UPS – Uninterruptible Power Supply.

proceeds to a number of research works in this field. Research is conducted on devices with a differentiated structure, the basic element of which is a power electronic converter. In the Department of Electrical Engineering at the Gdańsk University of Technology, research is conducted on FACTS<sup>2</sup> systems. In other centers, research is conducted on active filters designed to improve the quality of electrical energy [33, 38, 47, 58, 64, 109, 137, 142, 143, 144].

The development of a two-level voltage inverter, converting DC energy into AC energy, was a significant step in the development of power electronics. As a result of many years of research, the properties of this converter have been thoroughly investigated, practically verified, and also described in the literature on the subject. The basic method of controlling two-level inverters is based on pulse width modulation (PWM<sup>3</sup>) of the current or the output voltage<sup>4</sup>. A major drawback of this control method is the high content of higher harmonics in the output waveforms. To reduce the efficiency of the converter, it is also necessary to reduce the energy efficiency of the converter, as well as the generation of electromagnetic interference, radio and acoustic. This leads to problems with meeting requirements in the area of electromagnetic compatibility. High output voltage  $du/dt$  and high content of higher harmonics of the output waveform lead to accelerated aging of the insulation of the motor. Increasing the switching frequency, used as a way to limit some of the drawbacks of the PWM method, accelerates the aging of the insulation and leads to a decrease in the efficiency of the inverter due to the increasing power losses in the elements [18, 53, 56, 75, 76, 92, 95].

In the area of theoretical research, many works have been devoted to the control of two-level converters. A number of works have been devoted to the harmonic analysis of the output voltage waveforms. Nabae, Ogasawara and Akagi proposed a new method of controlling current source inverters [93, 113]. There have also been attempts to use other approaches, e.g. the use of chaos theory to build control algorithms for current source inverters [114, 115] or the use of elements of distribution theory to build a general theory of two-level converters [25].

It is possible to achieve the output power of two-level converters mainly depends on the values of the allowable currents and voltages of the semiconductor devices. Switching high currents and blocking high voltages requires a significant reduction in the switching frequency, which leads to an increase in the total harmonic distortion (THD<sup>5</sup>) of the output voltage and current waveforms and the appearance of lower order harmonics in the output waveforms. In two-level converters, where only six vectors are active, the possibility of solving the raised problems by means of developing the control algorithms has been practically exhausted [37, 53, 56, 59, 61, 75, 76, 92].

<sup>2</sup> FACTS - Flexible AC Transmission System.

<sup>3</sup> PWM – Pulse Width Modulation.

<sup>4</sup> In most cases, the energy flows from the DC source to the load supplied with AC, therefore it is usually referred to as the AC inverter. However, it is not always possible to refer to it as an inverter. For example, it can be a DC-DC converter or a DC-AC converter. The terms DC and AC refer to the input and output of the converter.

<sup>5</sup> THD – Total Harmonic Distortion.

<sup>6</sup> Mowa o wektorach przestrzennych prądu lub napięcia.

Ograniczenia zakresu dopuszczalnej mocy i napięcia wyjściowego przekształtników dwupoziomowych oraz rosnące zapotrzebowanie na przekształtniki energii elektrycznej średniej i dużej mocy, zwłaszcza w zakresie średnich oraz wysokich napięć doprowadziły do dynamicznego rozwoju falowników wielopoziomowych. Są one w stanie sprostać wymaganiom stawianym nowoczesnym przekształtnikom toteż obecnie stanowią najszybciej rozwijającą się klasę przekształtników w obszarze średnich i dużych mocy. Falowniki wielopoziomowe umożliwiają podniesienie mocy ponad ograniczenia wynikające z parametrów stosowanych łączników półprzewodnikowych oraz poprawę kształtu przebiegów wyjściowych. Znaczenie tej klasy przekształtników znalazło odbicie w literaturze światowej, która obfituje w prace poświęcone ich strukturom i strategiom sterowania [35, 36, 50, 52, 63, 68, 112, 116, 123, 130, 131]. Liczne rozwiązania układowe zostały opatentowane, opracowywane są nowe struktury i metody sterowania. Przykładem są metody sterowania optymalnego albo takiego, w których eliminuje się wybrane harmoniczne [45, 67, 135].

W zakresie rozwiązań układowych opracowano trzy zasadnicze struktury: falownik z diodami poziomującymi DCI, falownik z kondensatorami poziomującymi CCI oraz falownik kaskadowy<sup>7</sup>. Upraszczając można powiedzieć, że przebiegi przemienne falowników wielopoziomowych DCI oraz CCI konstruowane są w sposób układowy, natomiast w falowniku kaskadowym przebiegi te są sumą przebiegów wyjściowych falowników składowych. Zasadnicza struktura układu falownika DCI jest taka sama jak struktura falownika dwupoziomowego, różni ją tylko dzielony obwód pośredniczący oraz zwielokrotniona liczba szeregowo połączonych łączników półprzewodnikowych, z których zbudowane są gałęzie falownika. Połączenie poszczególnych łączników z kolejnymi punktami obwodu pośredniczącego zapewnia układ diod poziomujących. Strukturalnie podobny do układu DCI układ falownika CCI nie zawiera diod poziomujących natomiast jest wyposażony w zestaw kondensatorów łączących określone pary łączników w gałęziach fazowych. Rozwiązania układowe oraz zasady działania falowników DCI i CCI podano w wielu publikacjach. Prace przeglądowe w tej dziedzinie opublikowali Lai, Peng i Rodriguez [99, 131]. Falowniki kaskadowe zbudowane są z falowników jednofazowych. Zasada ich działania polega na szeregowym łączeniu wyjść przemienne falowników jednofazowych. Spotyka się też rozwiązania, w których wykorzystuje się transformatory jako elementy sprzęgające falowniki składowe lub przeznaczone do przenoszenia całej mocy wyjściowej.

Interesujące wyniki przynoszą poszukiwania nowych rozwiązań strukturalnych przekształtników złożonych z dwóch lub więcej falowników dwupoziomowych. W tym zakresie opracowano i przebadano wiele układów. W Oddziale Instytutu Elektrotechniki w Gdańsku opracowano przekształtnik, którego zasada działania oparta została na idei składania przebiegu wyjściowego z kilku przebiegów składowych, przy czym wektory przestrzenne napięcia odpowiadające tym przebiegom są wzajemnie ortogonalne. Rozwinięto w szczególności ideę sumowania wektorów ortogonalnych oraz rozpatrzono możliwości zastosowania mechanizmu rekurencyjnego do syntezy przebiegu wielopoziomowego. W tych rozwiązaniach, noszących oznaczenia OVT i RECOVT<sup>8</sup>, falowniki składowe zostały sprzężone za pomocą transformatorów [65, 69, 73, 74, 79, 80, 81, 85, 86].

<sup>7</sup> DCI – Diode Clamped Inverter, CCI – Capacitor Clamped Inverter.

<sup>8</sup> OVT i RECOVT stanowią akronimy pojęć Orthogonal Vector Theory i Recurrence Topology based on OVT.

Wszystkie rozwiązania falowników wielopoziomowych wymagają rozbudowanych układów. Naturalną konsekwencją jest zwielokrotnienie liczby łączników półprzewodnikowych. W zależności od rozwiązania nie wszystkie łączniki podlegają równomiernym narażeniom. W niektórych przekształtnikach po stronie prądu stałego stosuje się dzielenie napięcia obwodu pośredniczącego, w innych wymaga się rozdzielania napięć zasilających poszczególne segmenty przekształtnika.

W pracach z dziedziny falowników wielopoziomowych uwaga autorów jest skierowana głównie na takie zagadnienia jak poszukiwanie metod eliminowania z widma harmonicznego napięcia wyjściowego wybranych składowych, zwłaszcza najniższego rzędu. W rezultacie pojawiło się wiele publikacji poświęconych analizie tego problemu i proponujących sposoby jego rozwiązania. Korzystając z szeregu Fouriera przedstawia się przebieg przemienny przekształtnika wielopoziomowego jako sumę składowych harmonicznymi. Taka postać dobrze nadaje się do analizy matematycznej, zwłaszcza zaś do przeprowadzenia eliminacji niektórych harmonicznymi w spektrum przebiegu wyjściowego. Zakładając na przykład zerowy poziom wybranych harmonicznymi uzyskuje się zestaw równań pozwalający określić takie parametry sterowania, przy których przebieg przemienny pozbawiony jest tych harmonicznymi. Ważne prace analityczne w tym zakresie opublikowali J. N. Chiasson i jego zespół, S. Sirisukprasert i inni [25, 48, 49, 135]. Jednakże przebiegi wyjściowe otrzymane w wyniku zastosowania metody eliminacji wybranych harmonicznymi nie mają, jak się wydaje, tzw. własności najlepszej aproksymacji. Próbę opracowania teorii formowania przebiegów wyjściowych spełniających kryterium najlepszej aproksymacji zaprezentowano w niniejszej pracy w rozdziałach 4 i 5.

W literaturze światowej zauważa się wielką różnorodność uproszczonych modeli matematycznych przekształtników wielopoziomowych, wykorzystując wektory przestrzenne napięć fazowych do opisanego stanów napięciowych przekształtnika. Wiele modeli opracowano w celu prowadzenia analizy pod kątem zawartości harmonicznymi przebiegów wyjściowych, znacznie mniej prac poświęcono syntezy przebiegów składowych w dziedzinie czasu. W Polsce tematyka falowników wielopoziomowych jest stosunkowo mało obecna chociaż w ostatnich latach obserwuje się wzrost zainteresowania tym zagadnieniem [2, 40, 69, 73, 74, 79, 80, 81, 83, 84, 85, 126].

Niniejsza praca została poświęcona poszukiwaniom modeli matematycznych przydatnych do analizy i projektowania struktur oraz strategii sterowania przekształtników wielopoziomowych. Wybrane modele przedstawiają syntezę przebiegów schodkowych spełniających kryterium najlepszej aproksymacji.

Obok modelu matematycznego przekształtnika dwupoziomowego zaprezentowano modele matematyczne opisujące falowniki wielopoziomowe, syntezę przebiegów schodkowych za pomocą modelu „fourierowskiego”<sup>9</sup> i modelu falkowego oraz model przekształtnika ortogonalnego i rekurencyjnego. Pracę wzbogacono o przykłady rozwiązań układowych odpowiadających zdefiniowanym modelom oraz wyniki badań eksperymentalnych wybranych przekształtników.

Praca składa się z 8 rozdziałów. Rozdział 1 zawiera wprowadzenie.

W rozdziale 2 przedstawiono model matematyczny dwupoziomowego falownika trójfazowego dla przebiegów dyskretnych. Model przedstawia sobą zestaw wyrażań opisujących w dziedzinie czasu przebiegi napięć i prądów w układzie przekształtnik-obciążenie. Jest on przydatny do analizy stanów ustalonych oraz przejściowych stero-

<sup>9</sup> W dalszej części pracy autor używa określenia model fourierowski



wanych cyfrowo falowników napięcia i prądu, a także do badań i opracowań algorytmów sterujących, pracujących w czasie rzeczywistym. Idea tego modelu została wykorzystana do opracowania modeli falowników wielopoziomowych. Na zakończenie rozdziału zaprezentowano przykładowe wyniki badań symulacyjnych i eksperymentalnych przekształtnika złożonego składającego się z dwóch falowników: sterowanego prądowo falownika napięcia i falownika-filtru prądu wyjściowego. Wyniki symulacyjne tego przekształtnika zostały uzyskane za pomocą autorskiego programu SYMUL, wykorzystującego opisany model analityczny. Przedstawiono też wyniki badań eksperymentalnych przekształtnika AC – DC – AC zbudowanego z dwóch falowników o mocy 100 kW, którego algorytmy sterujące zostały opracowane przy pomocy opisanego modelu. Potwierdzono w ten sposób przydatność modelu

Rozdział 3 poświęcony został modelom wielopoziomowych falowników napięcia. Omówiono rozwiązanie układowe oraz zasadę działania trójpoziomowego falownika DCI, a następnie opisano możliwości formowania przebiegów napięć wyjściowych przy wykorzystaniu transformacji napięć do układu współrzędnych stacjonarnych na płaszczyźnie zespolonej  $(\alpha, \beta)$ . Sformułowane zostały wyrażenia opisujące modele falowników trójpoziomowego i pięciopoziomowego w dziedzinie czasu, a podsumowaniem rozdziału jest rozwinięcie przedstawionych idei do postaci uniwersalnego modelu dla falownika  $n$ -poziomowego. Zaproponowano jednolity system oznaczania wektorów falowników wielopoziomowych, który pozwala na szybkie znalezienie rozkładu wektorów i określenie liczby wektorów wielokrotnych.

W rozdziałach 4 i 5 zaprezentowano nowe metody formowania przebiegów schodkowych falowników wielopoziomowych. Jak wspomniano wyżej zastosowano przy tym kryterium najlepszej aproksymacji

Rozdział 4 zawiera propozycje rozwiązania zagadnienia aproksymacyjnego polegającego na aproksymacji funkcji  $f(x) = \sin(x)$  za pomocą ciągu funkcji  $g_n(x)$  opisujących impulsy prostokątne. Parametry tego ciągu określono wykorzystując współczynniki Fouriera szeregu ortogonalnego funkcji  $g_n(x)$ . Zdefiniowano model fourierowski przekształtnika wielopoziomowego, kształtującego przebieg przemienny za pomocą ciągu następujących po sobie impulsów prostokątnych.

W dalszej części rozdziału przeanalizowano spektra harmonicznych przebiegów wartości chwilowych napięcia przekształtnika według modelu fourierowskiego i poszukano optymalnego, w sensie minimalnej zawartości wyższych harmonicznych (THD), kształtu takiego przebiegu dla falownika trójpoziomowego. Następnie, po przeprowadzeniu analizy otrzymanych rezultatów, przedstawiono propozycję nowej definicji współczynnika THD, która ułatwia ocenę przebiegów schodkowych pod kątem filtracji. Na koniec podano przykłady struktur przekształtników, w których model fourierowski wykorzystano do formowania przebiegów przemiennych napięcia.

Rozdział 5 poświęcony został wykorzystaniu nowego narzędzia matematycznego, jakim jest transformata falkowa, do syntezy przebiegów schodkowych. Opisano pierwsze przekształcenie falkowe Haara. Przeanalizowano możliwości wykorzystania dyskretnej odwrotnej transformaty falkowej do syntezy przebiegów przemiennych przekształtników wielopoziomowych. Zdefiniowano model falkowy przekształtnika, który oparto o przekształcenie zbliżone do przekształcenia Haara. Następnie przeprowadzono porównanie właściwości modeli fourierowskiego i falkowego. Wykazano, że metoda aproksymacji, oparta o model falkowy, stanowi użyteczne narzędzie matematyczne, wspomagające proces projektowania struktur i algorytmów sterowania przek-

sztalników wielopoziomowych. Na końcu rozdziału podano układ przekształtnika kaskadowego realizującego aproksymację falkową przebiegu wyjściowego napięcia.

W rozdziale 6 omówiono model ortogonalny przekształtnika, a następnie model rekurencyjny, stanowiący jego rozwinięcie. Omówiono właściwości modelu i zaprezentowano wyniki badań symulacyjnych przekształtnika. Struktura i sposób sterowania przekształtnika rekurencyjnego RECOVT stanowią alternatywę w stosunku do znanych rozwiązań falowników wielopoziomowych. Rozwiązanie przedstawione w rozdz. 6 oparte zostało na idei zawartej w pracach [79, 80, 81, 82]. W końcowej części rozdziału podano wyniki badań eksperymentalnych falownika RECOVT przeprowadzone na modelu laboratoryjnym o mocy 30 kW.

Modele matematyczne zdefiniowane w rozdziałach 3, 4, 5, 6 opisują przebiegi napięcia wyjściowego falowników wielopoziomowych jako wynik kombinacji funkcji ortogonalnych (w modelach fourierowskim i falkowym) lub wektorów ortogonalnych (w modelu rekurencyjnym). To podejście sprawia, że zaprezentowane modele ukazują w jasny sposób relacje między przebiegami napięć falowników składowych, a przebiegiem wyjściowym całego przekształtnika. Ułatwia to projektowanie struktur i algorytmów sterowania oraz pozwala na całościowe spojrzenie na przekształtnik wielopoziomowy.

Podsumowanie rozprawy i wnioski zamieszczono w rozdz. 7, po którym następuje spis literatury.

## 2. MODELE MATEMATYCZNE FALOWNIKÓW DWUPOZIOMOWYCH DLA PRZEBIEGÓW DYSKRETNYCH

---

Uruchamianie nowych cyfrowych algorytmów sterowania przekształtników prądu przemiennego jest procesem wieloetapowym. Pierwszy etap polega zazwyczaj na przeprowadzeniu badań symulacyjnych pracy przekształtnika sterowanego według opracowywanego algorytmu. Badania prowadzi się za pomocą znanych programów symulacyjnych takich jak np. TCAD, MATLAB, PSPICE. Rzeczywisty obiekt sterowany wraz z przekształtnikiem i układem sterującym jest przedstawiony w trakcie badań symulacyjnych jako obiekt wirtualny, opisany za pomocą zestawu równań matematycznych, co nazywa się modelem matematycznym.

Algorytm sterujący uzyskany w wyniku badań symulacyjnych nie zawsze nadaje się do bezpośredniego przeniesienia do układu sterującego. Implementacja opracowanego algorytmu w sterowniku może być niemożliwa z uwagi na brak odpowiednio dużej pamięci, zdarza się również, że algorytm jest tak rozbudowany, że przeniesiony do układu sterowania nie może pracować w czasie rzeczywistym [37, 70, 71, 72]. W takiej sytuacji aby uzyskać użyteczny algorytm sterujący trzeba napisać oprogramowanie w języku niższego rzędu lub nawet w assemblerze procesora zastosowanego w układzie sterownika. W każdym przypadku wybór modelu przekształtnika zastosowanego do badań symulacyjnych ma duży wpływ na ostateczną postać kodu wyni-

kowego algorytmu. Końcowe badania poprawności działania algorytmu prowadzi się już na obiekcie rzeczywistym, a wtedy wszelkie wady zastosowanego modelu mogą prowadzić do uszkodzenia przekształtnika.

W tej części pracy zaprezentowano modele matematyczne przekształtników pozwalające określić zasadnicze właściwości dwupoziomowych przekształtników napięcia i prądu. Modele składają się z wyrażeń, które podają postać analityczną przebiegów wartości chwilowych napięcia i prądu, występujących w układzie przekształtnik-obciążenie dla wszystkich możliwych stanów łączników przekształtnika. Modele te nadają się do badania zasadniczych właściwości oraz analizy stanów przejściowych i ustalonych przekształtników sterowanych cyfrowo, z wyłączeniem procesów komutacyjnych, a także do badań i opracowań algorytmów sterowania przekształtnika, pracujących w czasie rzeczywistym. Wykorzystanie tych modeli ułatwia szybkie przeprowadzenie badań symulacyjnych i uzyskanie efektywnego algorytmu, nadającego się do bezpośredniej implementacji.

## 2.1. Układ zastępczy dwupoziomowego falownika trójfazowego

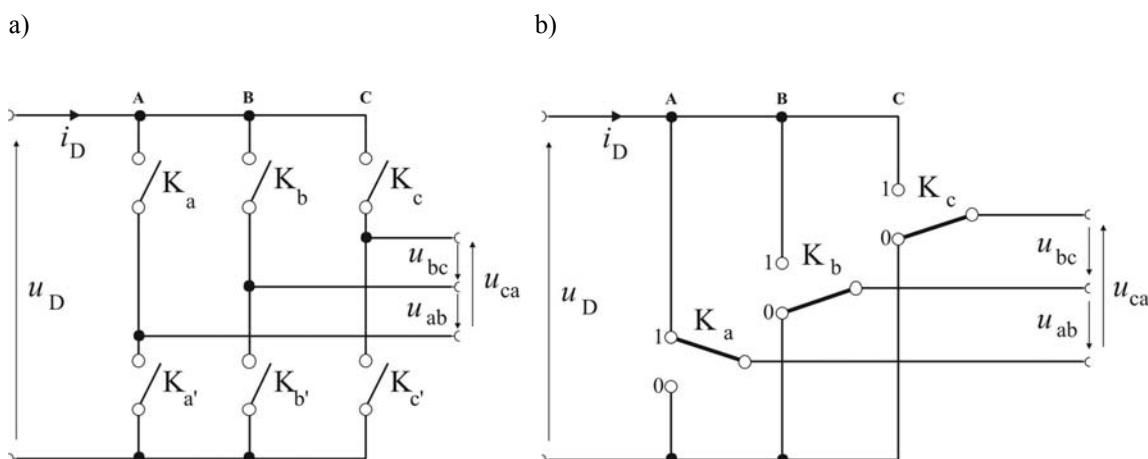
Założono, że trójfazowy falownik stanowi strukturę składającą się z idealnych przełączników zasilaną z idealnego źródła napięcia lub prądu stałego. Schemat zastępczy falownika został przedstawiony na rys. 2.1. Dla falownika napięciowego wartość napięcia obwodu pośredniczącego jest stała i wynosi  $u_D = U_D$ , podczas gdy dla falownika prądowego stała jest wartość prądu płynącego w obwodzie pośredniczącym wynosząca  $i_D = I_D$ . Układ zbudowany z łączników składa się z trzech gałęzi A, B, C, przypisanych poszczególnym fazom. Odpowiadające im wielkości i zmienne przyjmują oznaczenia: a, b, c. Na rysunku zaprezentowano dwie wersje układu najczęściej spotykane w literaturze przedmiotu. Rysunek 2.1a przedstawia układ złożony z sześciu dwustanowych łączników:  $K_a, K_{a'}, K_b, K_{b'}, K_c, K_{c'}$ , a rys. 2.1b - układ trzech łączników  $K_a, K_b, K_c$ .

Struktura z sześcioma łącznikami odwzorowuje „fizykę” dwupoziomowego falownika trójfazowego i pozwala określić wszystkie stany falownika, takie jak np. jednoczesne przewodzenie obu łączników w jednej gałęzi. Prostszy w opisie model przedstawiony na rys. 2.1b okazał się przydatny do analizy falowników napięcia i dzięki temu znalazł powszechne zastosowanie.

Przyjęto, że stany łączników opisane są za pomocą liczb 0 lub 1; zero oznacza stan wyłączenia, a „jedynek” stan załączenia (przewodzenia) łącznika. Jeżeli dalej przyjmie się, że symbole wyróżniające poszczególne łączniki: a, a', b, b', c, c' mogą przyjmować wartości 0 albo 1, to stan wszystkich łączników przekształtnika, nazywany w skrócie stanem przekształtnika, można opisać, w zależności od modelu, za pomocą liczb binarnych  $aa'bb'cc'_2$ <sup>10</sup> lub  $abc_2$ . Model 2.1a opisuje liczbą sześciobitową, podczas gdy do opisu stanu przekształtnika według modelu 2.1b wystarcza liczba zawierająca trzy bity. Teoretycznie za pomocą liczby  $aa'bb'cc'_2$  można opisać 64 stany, ale w praktyce wiele z nich odpowiadałoby stanom awaryjnym lub takim, których zasto-

<sup>10</sup> W indeksie podano wartość podstawy pozycyjnego systemu liczbowego, w tym przypadku systemu binarnego.

sowanie nie byłoby racjonalne. Na przykład stan opisany liczbą  $63=11111_2$  oznaczałby albo zwarcie wszystkich gałęzi falownika napięcia, albo załączenie wektora zerowego w falowniku prądu. Jednak w tym ostatnim przypadku stosuje się załączenie obu łączników w jednej tylko gałęzi falownika wybierając jeden z trzech stanów przekształtnika opisanych liczbami:  $48=110000_2$ ,  $12=001100_2$  i  $3=000011_2$ . Również stan  $0=000000_2$ , ma konkretne odniesienie i oznacza przekształtnik, którego wszystkie łączniki nie zostały jeszcze wystawiane lub zostały wyłączone, mimo że obwód pośredniczący znajduje się pod napięciem.



**Rys. 2.1. Schematy zastępcze przekształtnika dwupoziomowego:**  
a) model z sześcioma łącznikami dwustanowymi, b) model z trzema łącznikami

W modelu 2.1b wszystkie możliwe stany przekształtnika opisuje trzybitowa liczba  $abc_2$ . Sześć stanów opisanych za pomocą liczb od  $1=001_2$  do  $6=110_2$  odpowiada takiemu układowi łączników, w którym na wyjściu przekształtnika pojawiają się dwa niezerowe napięcia międzyfazowe. Pozostałe dwa stany opisują liczby  $7=111_2$  i  $0=000_2$ , co z kolei odpowiada układowi, w którym wszystkie trzy wyjścia fazowe połączone są do jednej szyny obwodu pośredniczącego. Oznacza to, że napięcia międzyprzewodowe są równe zero. W literaturze energoelektronicznej przyjęło się określać taki stan terminem wektor zerowy, podczas gdy niezerowy stan napięć międzyprzewodowych na wyjściu przekształtnika określa się jako wektor aktywny.

## 2.2. Opis falownika napięcia w dziedzinie czasu

Do opisu modeli matematycznych falowników napięcia wykorzystano model przekształtnika według rys. 2.1b. Liczbie binarnej  $abc_2$ , określającej poszczególne stany napięciowe na zaciskach wyjściowych przekształtnika, przypisuje się liczbę dziesiętną  $k=(abc)_2$ . Przyjmuje ona wartości od 0 do 7, które oznaczają stany napięciowe  $k$  na wyjściu falownika, określone przez wybraną parę napięć międzyfazowych. Definiuje się wektor napięcia wyjściowego falownika jako:

$$\vec{V}_k^t = \{u_{abk}, u_{bck}\} \quad \text{dla} \quad k=0, 1, \dots, 7 \quad (2.1)$$

W falowniku dwupoziomowym napięcie międzyfazowe może przyjmować tylko trzy różne wartości: 0,  $+U_D$  lub  $-U_D$ . Są one określone przez stan połączeń zacisków wyjściowych do potencjałów obwodu pośredniczącego, który jest opisany za pomocą wektora  $\vec{V}_k^t$  [82]. Liczba binarna  $abc_2$ , określająca indeks  $k$  wektora zapisana jest w pozycyjnym systemie liczbowym. Pozycje zajmowane przez poszczególne cyfry są jednocześnie ściśle związane z określonymi fazami, w związku z czym pozycja zajmowana przez konkretną cyfrę wpływa nie tylko na wartość liczby ale ma ścisły związek z wartością napięcia międzyfazowego. Jeżeli dany jest wektor  $\vec{V}_k^t$  falownika, którego indeks  $k=(abc)_2$ , to odpowiadające temu wektorowi napięcia międzyfazowe mają następujące wartości:

$$u_{abk} = (a_k - b_k)U_D, \quad u_{bck} = (b_k - c_k)U_D, \quad u_{cak} = (c_k - a_k)U_D \quad \text{dla} \quad k = 0, 1, \dots, 7 \quad (2.2)$$

Liczby  $a_k, b_k, c_k$  mogą przyjmować wartości 0, 1. Odpowiadają one cyfrom liczby  $k=(abc)_2$ , wyróżniającej wektor przestrzenny  $\vec{V}_k$ . Na przykład napięcia międzyfazowe odpowiadające wektorowi  $\vec{V}_5^t$  są równe:  $u_{abk} = U_D, u_{bck} = -U_D, u_{cak} = 0$ , ponieważ  $a_k=1, b_k=0, a c_k=1$ .

Napięcia międzyfazowe  $u_{abk}, u_{bck}$  przyjmują wartości podane w tab. 2.1<sup>11</sup>. W rozpatrywanych układach dwupoziomowych przekształtników z wyjściem trójprzewodowym można przyjąć jako równoważne definicje  $\vec{V}_k^t = \{u_{bck}, u_{cak}\}$  i  $\vec{V}_k^t = \{u_{abk}, u_{cak}\}$  ponieważ dla tej klasy przekształtników obowiązuje zależność  $u_{abk} + u_{bck} + u_{cak} = 0$ . Toteż w tab. 2.1 podano również wartości napięcia międzyfazowego  $u_{cak}$ .

**TABELA 2.1**

Napięcia międzyfazowe  $u_{abk}$  i  $u_{bck}$  dla poszczególnych wektorów falownika.

$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_0^t$	$\vec{V}_1^t$	$\vec{V}_2^t$	$\vec{V}_3^t$	$\vec{V}_4^t$	$\vec{V}_5^t$	$\vec{V}_6^t$	$\vec{V}_7^t$
$u_{abk}$	0	0	$-U_D$	$-U_D$	$U_D$	$U_D$	0	0
$u_{bck}$	0	$-U_D$	$U_D$	0	0	$-U_D$	$U_D$	0
$u_{cak}$	0	$U_D$	0	$U_D$	$-U_D$	0	$-U_D$	0

<sup>11</sup> Matematycznie biorąc wektor napięcia  $\vec{V}_k^t$  jest macierzą jednowierszową, której dwa wyrazy odpowiadają wartościom napięć międzyfazowych:  $u_{abk}, u_{bck}$ . Nazwę wektor napięcia przyjęto ze względów tradycyjnych.

Uwzględniając zależności (2.2) można definicję (2.1) wektora napięcia  $\vec{V}_k^t$  zapisać jako

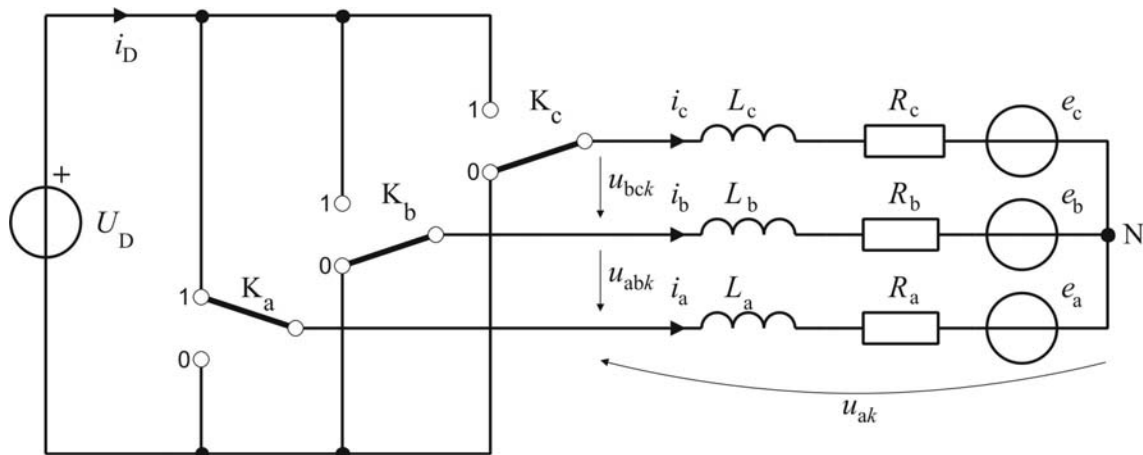
$$\vec{V}_k^t = \{(a_k - b_k)U_D, (b_k - c_k)U_D\} \text{ dla } k = 0, 1, \dots, 7 \quad (2.3)$$

Definicja (2.1) ma zastosowanie w dziedzinie czasu. Wektor napięcia  $\vec{V}_k^t$  służy do analizy w dziedzinie czasu i nie może być utożsamiany z wektorem przestrzennym napięcia  $\vec{V}_k$ , określonym na płaszczyźnie zespolonej  $(\alpha, \beta)$ . Dla podkreślenia tego faktu wprowadzono do oznaczenia wektora górny indeks  $t$ .

### 2.3. Falownik napięcia z obciążeniem połączonym w gwiazdę

#### 2.3.1. Układ zastępczy

Układ zastępczy trójfazowego przekształtnika mostkowego wraz z obciążeniem przedstawiono na rys. 2.2. Obowiązuje założenie, że w obwodzie pośredniczącym znajduje się idealne źródło napięcia stałego  $U_D$ . Taki przekształtnik nosi nazwę falownika napięcia. Trzy dwustanowe łączniki  $K_a, K_b, K_c$  przełączają napięcie obwodu pośredniczącego  $U_D$  do obciążenia, które składa się z trzech dwójników fazowych połączonych w gwiazdę. Każdy dwójnik stanowi obwód  $R_f, L_f, e_f$ . Założono, że obciążenia fazowe są symetryczne<sup>12</sup>.



Rys. 2.2. Układ zastępczy falownika napięcia z obciążeniem  $R, L, e_f$  połączonym w gwiazdę<sup>13</sup>

<sup>12</sup> Rezystancje i indukcyjności fazowe są równe, a napięcia indukowane  $e_f$  przyjmują w poszczególnych fazach wartości podane w wyrażeniu (2.4).

<sup>13</sup> W dalszej części pracy układ zastępczy przekształtnika wraz z obciążeniem  $R, L, e_f$  będzie nazywany w skrócie modelem przekształtnika.

Załączenie w chwili  $t=t_n$  napięć międzyfazowych opisanych wektorem  $\vec{V}_k^t$  (określonych w tab. 2.1), wywołuje zmiany prądów fazowych. W dalszej części pracy takie załączenie będzie nazywane w skrócie załączeniem wektora  $\vec{V}_k^t$ .

Jeżeli rozpatrzy się przedział czasowy  $t_n \leq t \leq t_{n+1}$  między kolejnymi załączeniami wektorów  $\vec{V}_{k(n)}^t$  i  $\vec{V}_{k(n+1)}^t$  oraz założy, że w czasie działania wybranego wektora  $\vec{V}_k^t$  napięcia  $e_a, e_b$  i  $e_c$  mają wartość stałą i są równe odpowiednio  $E_a, E_b$  i  $E_c$ , to przebiegi czasowe prądów fazowych określa wyrażenie:

$$\begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{ak} - E_a \\ u_{bk} - E_b \\ u_{ck} - E_c \end{bmatrix} \frac{(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}{R} + \begin{bmatrix} I_{0a} \\ I_{0b} \\ I_{0c} \end{bmatrix} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t_n \leq t \leq t_{n+1} \quad (2.4)$$

w którym symbole  $u_{ak}, u_{bk}$  i  $u_{ck}$  oznaczają fazowe napięcia wyjściowe,  $I_{0a}, I_{0b}, I_{0c}$  prądy początkowe, a  $\tau$  – stałą czasową obwodu obciążenia.

Fazowe napięcia wyjściowe omawianego przekształtnika  $u_{ak}, u_{bk}$  i  $u_{ck}$ , dla poszczególnych wektorów  $\vec{V}_k^t$  podano w tab. 2.2.

**TABELA 2.2**

Napięcia wyjściowe przekształtnika dla poszczególnych wektorów  $\vec{V}_k^t$ .

$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_0^t$	$\vec{V}_1^t$	$\vec{V}_2^t$	$\vec{V}_3^t$	$\vec{V}_4^t$	$\vec{V}_5^t$	$\vec{V}_6^t$	$\vec{V}_7^t$
$u_{ak}$	0	$-\frac{1}{3}U_D$	$-\frac{1}{3}U_D$	$-\frac{2}{3}U_D$	$\frac{2}{3}U_D$	$\frac{1}{3}U_D$	$\frac{1}{3}U_D$	0
$u_{bk}$	0	$-\frac{1}{3}U_D$	$\frac{2}{3}U_D$	$\frac{1}{3}U_D$	$-\frac{1}{3}U_D$	$-\frac{2}{3}U_D$	$\frac{1}{3}U_D$	0
$u_{ck}$	0	$\frac{2}{3}U_D$	$-\frac{1}{3}U_D$	$\frac{1}{3}U_D$	$-\frac{1}{3}U_D$	$\frac{1}{3}U_D$	$-\frac{2}{3}U_D$	0

Prądy początkowe  $I_{0a}, I_{0b}, I_{0c}$  oznaczają wartości prądów fazowych w chwili  $t = t_n$ :

$$I_{0a} = i_a(t_n), \quad I_{0b} = i_b(t_n), \quad I_{0c} = i_c(t_n) \quad (2.5)$$

a napięcia indukowane mają wartości:

$$\begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} = E_m \begin{bmatrix} \sin(\omega t_n + \phi_0) \\ \sin\left(\omega t_n - \frac{2\pi}{3} + \phi_0\right) \\ \sin\left(\omega t_n + \frac{2\pi}{3} + \phi_0\right) \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Kąt  $\varphi_0$  oznacza kąt przesunięcia fazowego między prądem (jego podstawową harmoniczną) a napięciem indukowanym w danej fazie,  $E_m$  – amplitudę tego napięcia.

Wyrażenia opisujące prądy fazowe stanowią podstawę rekurencyjnej procedury wyznaczania przebiegów prądów fazowych modelu przekształtnika właściwej dla cyfrowych systemów sterowania. Zostały one wykorzystane w autorskim programie symulacyjnym SYMUL oraz w algorytmach sterujących opracowanych w IEL OG.

### 2.3.2. Prąd obwodu pośredniczącego

Prąd  $i_D$  w obwodzie pośredniczącym przekształtnika równy jest prądowi tego obciążenia fazowego, na którym występuje napięcie  $\left| \frac{2}{3} U_D \right|$ . Wartości prądu  $i_D$  dla poszczególnych wektorów napięcia falownika podano w tab. 2.3.

**TABELA 2.3**

Prąd obwodu pośredniczącego dla poszczególnych wektorów napięć.

$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_0^t$	$\vec{V}_1^t$	$\vec{V}_2^t$	$\vec{V}_3^t$	$\vec{V}_4^t$	$\vec{V}_5^t$	$\vec{V}_6^t$	$\vec{V}_7^t$
$i_D$	0	$i_c$	$i_b$	$i_a$	$i_a$	$i_b$	$i_c$	0

### 2.3.3. Model falownika napięcia z obciążeniem połączonym w gwiazdę (MFNG)

Do opisu modelu **MFNG** potrzebna jest znajomość napięcia obwodu pośredniczącego, wybranego wektora napięcia, czasu i chwili jego załączenia oraz parametrów obciążenia. W nawiasie klamrowym zawarto wszystkie niezbędne zmienne niezależne. Wprowadzono oznaczenie  $Z_f$  dla szeregowego połączenia rezystancji i indukcyjności fazowej.

$$\mathbf{MFNG} \left\{ U_D, \vec{V}_k^t, Z_f, E_f, t_n \leq t \leq t_{n+1} \right\} \quad (2.7)$$

Pozostałe ważne dla opisu wielkości fizyczne wyznacza się w następujący sposób:

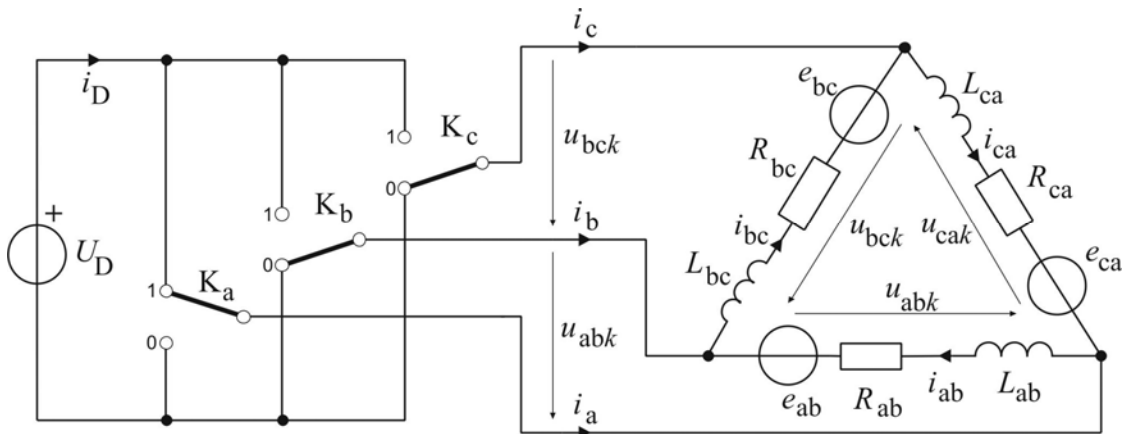
- prądy fazowe  $i_a(t), i_b(t), i_c(t)$  z równania (2.4),
- prądy początkowe  $I_{0a}, I_{0b}, I_{0c}$  z równań (2.5),
- napięcia międzyfazowe z tab. 2.1,
- napięcia fazowe z tab. 2.2,
- prąd obwodu pośredniczącego z tab. 2.3.



## 2.4. Falownik napięcia z obciążeniem połączonym w trójkąt

### 2.4.1. Układ zastępczy

Jeżeli obciążenie falownika napięcia stanowią trzy dwójniki  $Z_f$ ,  $e_f$ , połączone w trójkąt, to model przekształtnika można przedstawić w postaci układu zastępczego przedstawionego na rysunku 2.3.



**Rys. 2.3. Schemat połączeń obciążenia do napięć wyjściowych  $u_{abk}$ ,  $u_{bck}$ ,  $u_{cak}$  przekształtnika, obciążenie połączone w trójkąt**

Przy analogicznych założeniach jak w modelu MFNG, prądy płynące przez obciążenia międzyfazowe określone są przez wyrażenie:

$$\begin{bmatrix} i_{ab}(t) \\ i_{bc}(t) \\ i_{ca}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{abk} - E_{ab} \\ U_{bck} - E_{bc} \\ U_{cak} - E_{ca} \end{bmatrix} \frac{(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}{R} + \begin{bmatrix} I_{0ab} \\ I_{0bc} \\ I_{0ca} \end{bmatrix} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{dla } t_n \leq t \leq t_{n+1} \quad (2.8)$$

Wyrażenia obowiązują w przedziale czasowym pomiędzy kolejnymi załączeniami wektorów  $\vec{V}_{k(n)}^t$  i  $\vec{V}_{k(n+1)}^t$ . Napięcia międzyfazowe przekształtnika, dla poszczególnych wektorów  $\vec{V}_k^t$ , podano w tab. 2.1. Prądy początkowe  $I_{0ab}$ ,  $I_{0bc}$ ,  $I_{0ca}$  odpowiadają wartościom prądów płynących przez obciążenia w chwili  $t = t_n$ , a napięcia indukowane mają wartość określoną przez wyrażenia (2.6), przy czym  $E_m$  jest tu amplitudą przebiegu międzyfazowego napięcia indukowanego. Prądy fazowe przekształtnika oblicza się z zależności:

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{ab} - i_{ca} \\ i_{bc} - i_{ab} \\ i_{ca} - i_{bc} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

### 2.4.2. Prąd obwodu pośredniczącego

Wartości prądu obwodu pośredniczącego  $i_D$  dla poszczególnych wektorów napięcia falownika zostały podane w tab. 2.4.

**TABELA 2.4**

Prąd obwodu pośredniczącego dla poszczególnych wektorów napięć.

$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_0^t$	$\vec{V}_1^t$	$\vec{V}_2^t$	$\vec{V}_3^t$	$\vec{V}_4^t$	$\vec{V}_5^t$	$\vec{V}_6^t$	$\vec{V}_7^t$
$i_D$	0	$i_{ca} - i_{bc}$	$i_{bc} - i_{ab}$	$i_{ca} - i_{ab}$	$i_{ab} - i_{ca}$	$i_{ab} - i_{bc}$	$i_{bc} - i_{ca}$	0

### 2.4.3. Model falownika napięcia z obciążeniem połączonym w trójkąt (MFNT)

W nawiasie klamrowym zawarto wszystkie niezbędne zmienne niezależne wymagane do opisu modelu **MFNT**. Wprowadzono oznaczenie  $Z_{ff}$  i  $E_{ff}$  dla podkreślenia faktu, że dwójnik  $Z_{ff}$   $E_{ff}$  włączony jest pomiędzy fazami.

$$\mathbf{MFNT} \left\{ U_D, \vec{V}_k^t, Z_{ff}, E_{ff}, t_n \leq t \leq t_{n+1} \right\} \quad (2.10)$$

Pozostałe ważne dla opisu parametry wyznacza się w następujący sposób:

- prądy międzyfazowe  $i_{ab}(t), i_{bc}(t), i_{ca}(t)$  z równania (2.8),
- międzyfazowe prądy początkowe  $I_{0ab}, I_{0bc}, I_{0ca}$  są odpowiednio równe:  $i_{ab}(t_n), i_{bc}(t_n), i_{ca}(t_n)$ ,
- prądy fazowe  $i_a(t), i_b(t), i_c(t)$  z równania (2.9),
- napięcia międzyfazowe z tab. 2.1,
- prąd obwodu pośredniczącego z tab. 2.4.

### 2.5. Opis falownika prądu w dziedzinie czasu

Do opisu modeli matematycznych falowników prądu wykorzystano model przekształtnika z rys. 2.1a. Chwilowy stan przekształtnika opisuje sześciobitowa liczba binarna  $aa'bb'cc'_2$ .

Liczbowi binarnemu  $aa'bb'cc'_2$  odpowiadają liczby dziesiętne  $k = (aa'bb'cc')_2$  o wartościach od 0 do 63. Wyróżniają one kolejne stany prądowe w poszczególnych fazach falownika prądu, nazywane wektorami prądu wyjściowego falownika i oznaczone symbolem  $\vec{I}_k^t$ . Wektor prądu falownika definiuje się jako:

$$\vec{I}_k^t = \{i_{ak}, i_{bk}, i_{ck}\} \quad \text{dla} \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots, 63 \quad (2.11)$$

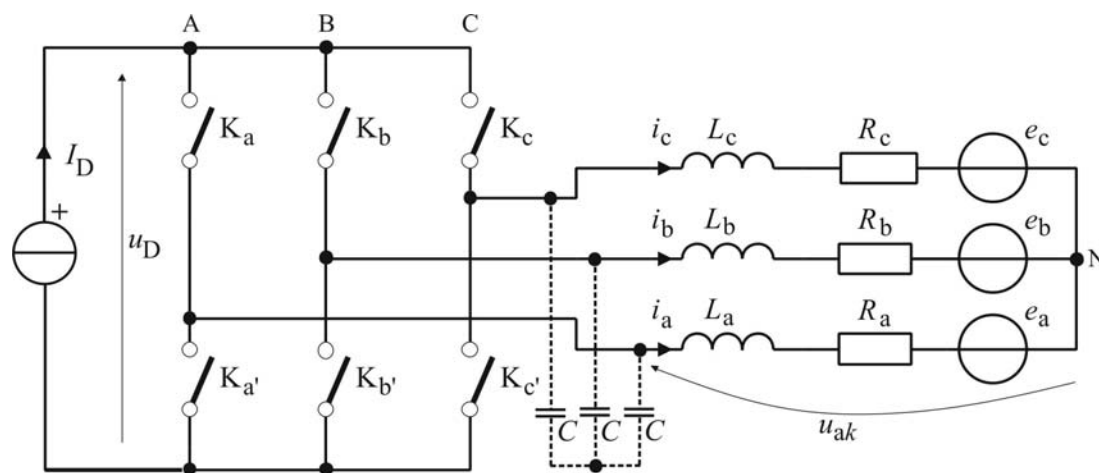
Analogicznie do definicji wektora napięcia, wprowadzona definicja wektora prądu ma zastosowanie w dziedzinie czasu.

## 2.6. Falownik prądu z obciążeniem połączonym w gwiazdę

### 2.6.1. Układ zastępczy

Układ zastępczy trójfazowego falownika prądu z obciążeniem połączonym w gwiazdę przedstawiono na rys. 2.4.

Łączniki  $K_a, K_{a'}, K_b, K_{b'}, K_c, K_{c'}$ , w zależności od wybranego wektora prądu, przełączają prąd obwodu pośredniczącego  $I_D$  do wybranych gałęzi obciążenia. Przyjęto założenie, że w obwodzie pośredniczącym znajduje się idealne źródło prądu stałego  $I_D$ , a obciążenia fazowe są symetryczne.



Rys. 2.4. Model falownika prądu wraz z obciążeniem  $R, L, e$

Wartości prądów fazowych  $i_{fk}$  dla takiego falownika podane są w tab. 2.5. Tabela obejmuje tylko takie wektory aktywne i zerowe ( $k=3, 6, 9, 12, 18, 24, 33, 36, 48$ ), które występują w stanach normalnej, bezawaryjnej pracy przekształtnika prądu.

TABELA 2.5

Prądy fazowe  $i_{ak}, i_{bk}, i_{ck}$  dla poszczególnych wektorów falownika prądu.

$\vec{I}_k^t$	$\vec{I}_3^t$	$\vec{I}_{12}^t$	$\vec{I}_{48}^t$	$\vec{I}_6^t$	$\vec{I}_9^t$	$\vec{I}_{18}^t$	$\vec{I}_{24}^t$	$\vec{I}_{33}^t$	$\vec{I}_{36}^t$
$i_{ak}$	0	0	0	0	0	$-I_D$	$-I_D$	$I_D$	$I_D$
$i_{bk}$	0	0	0	$-I_D$	$I_D$	0	$I_D$	0	$-I_D$
$i_{ck}$	0	0	0	$I_D$	$-I_D$	$I_D$	0	$-I_D$	0

W przedziale czasowym  $t_n \leq t \leq t_{n+1}$  między kolejnymi załączeniami wektorów  $\vec{I}_{k(n)}^t$  i  $\vec{I}_{k(n+1)}^t$  oraz przy założeniu, że w czasie działania wybranego wektora  $\vec{I}_k^t$  napięcia indukowane  $e_a, e_b$  i  $e_c$  mają wartość stałą i są równe odpowiednio  $E_a, E_b$  i  $E_c$ , można określić przebiegi czasowe napięć fazowych dla poszczególnych aktywnych wektorów prądu.

W modelu idealnym, nie zawierającym kondensatorów komutacyjnych  $C$ , czasy załączania i wyłączania byłyby równe  $t_{\text{on}}=0$  i  $t_{\text{off}}=0$ , co oznaczałoby, że w wyrażeniach określających napięcia fazowe pojawiłaby się funkcja  $\delta(t)$ <sup>14</sup>, odwzorowująca przepięcie o nieskończonej wartości, powstające przy załączaniu (w czasie  $t_{\text{on}}=0$ ) źródła prądowego na obciążenie o charakterze indukcyjnym. Aby tego uniknąć stosuje się kondensatory komutacyjne  $C$  włączone pomiędzy fazami.

W rzeczywistym układzie falownika prądu, proces załączania i wyłączania prądu  $I_D$  płynącego przez obciążenie  $R, L, e$  odbywa się w skończonym czasie. Proces ten można opisać przyjmując następujące założenia:

- rozpatrywany jest przedział czasu  $t_n < t < t_{n+1}$  między kolejnymi załączeniami wektorów  $\vec{I}_{k(n)}$ , w którym prąd płynie przez obciążenie  $R, L, e_f$ ,
- proces załączania rozpoczyna się w chwili  $t = t_n$  i odbywa się w czasie  $t = t_{\text{on}}$  zwanym czasem załączania,
- prąd narasta liniowo od wartości  $i(t_n) = 0$  do wartości  $i(t_n + t_{\text{on}}) = I_D$ ,
- w przedziale czasu  $t_n + t_{\text{on}} \leq t \leq t_{n+1} - t_{\text{off}}$  utrzymywana jest stała wartość prądu  $i(t) = I_D$ ,
- proces wyłączania rozpoczyna się w chwili  $t = t_{n+1} - t_{\text{off}}$  i odbywa się w czasie  $t = t_{\text{off}}$  zwanym czasem wyłączania,
- prąd maleje liniowo od wartości  $i(t_{n+1} - t_{\text{off}}) = I_D$  do wartości  $i(t_{n+1}) = 0$ .

Po uwzględnieniu wymienionych założeń, rozwiązania równań napięć fazowych opisują przebiegi w kolejnych przedziałach okresu  $T$ :  $\langle t_n, t_n + t_{\text{on}} \rangle$ ,  $\langle t_n + t_{\text{on}}, t_{n+1} - t_{\text{off}} \rangle$ ,  $\langle t_{n+1} - t_{\text{off}}, t_{n+1} \rangle$ . Przykładowo wyrażenia na obliczanie napięcia  $u_{ak}(t)$  dla kolejnych wektorów mają postać:

$$\left. \begin{aligned} u_{ak}(t) &= R_a \cdot I_D + \frac{L_a \cdot I_D}{t_{\text{on}}} + e_a(t) & \text{dla } k = 33, 36 \\ u_{ak}(t) &= -R_a \cdot I_D - \frac{L_a \cdot I_D}{t_{\text{on}}} + e_a(t) & \text{dla } k = 18, 24 \\ u_{ak}(t) &= e_a(t) & \text{dla } k = 6, 9 \end{aligned} \right\} \text{gd } \langle t_n, t_n + t_{\text{on}} \rangle \quad (2.12)$$

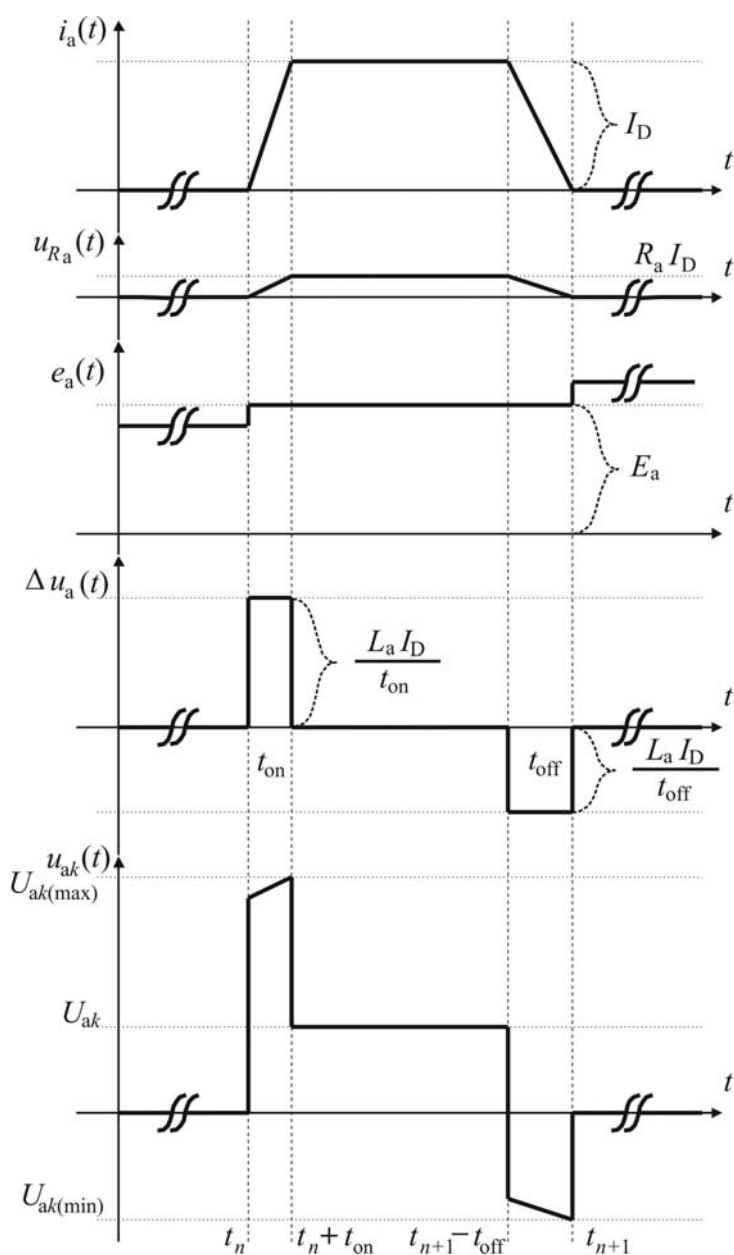
$$\left. \begin{aligned} u_{ak}(t) &= R_a \cdot I_D + e_a(t) & \text{dla } k = 33, 36 \\ u_{ak}(t) &= -R_a \cdot I_D + e_a(t) & \text{dla } k = 18, 24 \\ u_{ak}(t) &= e_a(t) & \text{dla } k = 6, 9 \end{aligned} \right\} \text{gd } \langle t_n + t_{\text{on}}, t_{n+1} - t_{\text{off}} \rangle \quad (2.13)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{ak}(t) &= R_a \cdot I_D - \frac{L_a \cdot I_D}{t_{\text{off}}} + e_a(t) & \text{dla } k = 33, 36 \\ u_{ak}(t) &= -R_a \cdot I_D + \frac{L_a \cdot I_D}{t_{\text{off}}} + e_a(t) & \text{dla } k = 18, 24 \\ u_{ak}(t) &= e_a(t) & \text{dla } k = 6, 9 \end{aligned} \right\} \text{gd } \langle t_{n+1} - t_{\text{off}}, t_{n+1} \rangle \quad (2.14)$$

<sup>14</sup>  $\delta(t)$  – funkcja delta Diraca.

Postępując analogicznie można określić wyrażenia na napięcia fazowe  $u_{bk}(t)$  i  $u_{ck}(t)$ . Czynniki  $\frac{L_a I_D}{t_{on}}$  i  $\frac{L_a I_D}{t_{off}}$  występujące w powyższych wyrażeniach określają w przybliżeniu wartość przepięć pojawiających się w rzeczywistych przebiegach napięcia fazowego.

Przykład przebiegu napięcia fazowego  $u_{ak}(t)$  w całym przedziale  $\langle t_n, t_{n+1} \rangle$ , ilustrujący procesy przejściowe związane z załączeniem i wyłączeniem wektora  $\vec{I}_{33}^t$  (10001<sub>2</sub>) lub wektora  $\vec{I}_{36}^t$  (10010<sub>2</sub>) podano na rys. 2.5.



Rys. 2.5. Przebieg napięcia fazowego  $u_{ak}$  po załączeniu i wyłączeniu wektora  $\vec{I}_{33}^t$  albo  $\vec{I}_{36}^t$

Napięcia międzyfazowe dla wybranego wektora  $\vec{I}_k^t$  wyznacza się z odpowiednich napięć fazowych. Na przykład, dla wektora  $\vec{I}_{36}^t$ , napięcie  $u_{ab36}$  wyznacza się z równania:

$$u_{ab36} = u_{a36} - u_{b36} \quad (2.15)$$

### 2.6.2. Model falownika prądu z obciążeniem połączonym w gwiazdę (MFPG)

Do opisu modelu **MFPG** potrzebna jest znajomość prądu obwodu pośredniczącego, wybranego wektora prądu, czasu i chwili jego załączenia oraz parametrów obciążenia. W nawiasie klamrowym zawarto wszystkie niezbędne zmienne niezależne.

$$\mathbf{MFPG} \left\{ I_D, \vec{I}_k^t, Z_f, E_f, t_n \leq t \leq t_{n+1} \right\} \quad (2.16)$$

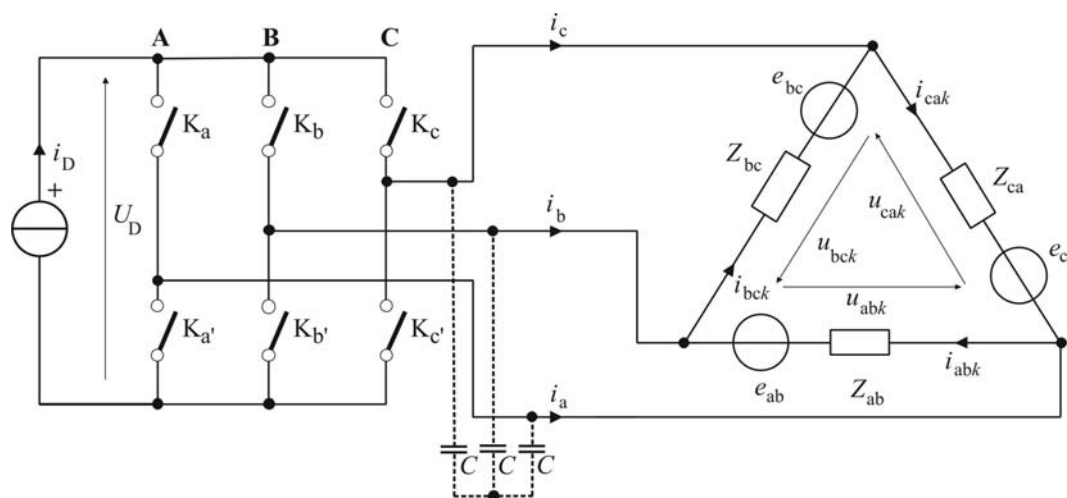
Pozostałe ważne dla opisu parametry wyznacza się w następujący sposób:

- napięcia fazowe  $u_{ak}, u_{bk}, u_{ck}$  w sposób podany w równaniach (2.12 - 2.14) dla  $u_{ak}$ ,
- napięcia międzyfazowe  $u_{ab}, u_{bc}, u_{ca}$  – według zasady opisanej równaniu (2.15),
- prądy fazowe  $i_{ak}, i_{bk}, i_{ck}$  z tabeli 2.5.

## 2.7. Falownik prądu z obciążeniem połączonym w trójkąt

### 2.7.1. Układ zastępczy

Układ zastępczy trójfazowego falownika prądu z obciążeniem połączonym w trójkąt przedstawiono na rys. 2.6.



Rys. 2.6. Układ zastępczy falownika prądu z obciążeniem połączonym w trójkąt

Łączniki  $K_a, K_{a'}, K_b, K_{b'}, K_c, K_{c'}$ , odpowiednio do wybranego wektora prądu, przełączają prąd obwodu pośredniczącego  $I_D$  do obciążenia, które składa się z dwójników  $Z_{ff}e_{ff}$ , przy czym każdy dwójnik zbudowany jest z szeregowo połączonej rezystancji  $R_{ff}$  i indukcyjności  $L_{ff}$ . Obowiązuje założenie, że w obwodzie pośredniczącym znajduje się idealne źródło prądu stałego  $I_D$ .

Wartości prądów fazowych  $i_{fk}$  dla wektorów aktywnych i zerowych, które występują w stanach normalnej pracy takiego falownika podane są w tab. 2.6.

**TABELA 2.6**

Prądy fazowe  $i_{ak}, i_{bk}, i_{ck}$  dla poszczególnych wektorów falownika prądu.

$\vec{I}_k^t$	$\vec{I}_3^t$	$\vec{I}_{12}^t$	$\vec{I}_{48}^t$	$\vec{I}_6^t$	$\vec{I}_{36}^t$	$\vec{I}_{33}^t$	$\vec{I}_9^t$	$\vec{I}_{24}^t$	$\vec{I}_{18}^t$
$i_{ak}$	0	0	0	$\frac{1}{3}I_D$	$-\frac{1}{3}I_D$	$-\frac{1}{3}I_D$	$-\frac{2}{3}I_D$	$\frac{1}{3}I_D$	$\frac{2}{3}I_D$
$i_{bk}$	0	0	0	$-\frac{2}{3}I_D$	$\frac{2}{3}I_D$	$-\frac{1}{3}I_D$	$\frac{1}{3}I_D$	$\frac{1}{3}I_D$	$-\frac{1}{3}I_D$
$i_{ck}$	0	0	0	$\frac{1}{3}I_D$	$-\frac{1}{3}I_D$	$\frac{2}{3}I_D$	$\frac{1}{3}I_D$	$-\frac{2}{3}I_D$	$-\frac{1}{3}I_D$

Wielkości prądów i napięć w obwodzie wyznacza się podobnie jak dla falownika prądu z obciążeniem połączonym w gwiazdę.

### 2.7.2. Model falownika prądu z obciążeniem połączonym w trójkąt (MFPT)

Do opisu modelu MFPT niezbędna jest znajomość prądu obwodu pośredniczącego, wybranego wektora prądu, czasu i chwili jego załączenia oraz parametrów obciążenia. W nawiasie klamrowym zawarto wszystkie niezbędne zmienne niezależne.

$$\text{MFPT} \left\{ I_D, \vec{I}_k^t, Z_{ff}, E_{ff}, t_n \leq t \leq t_{n+1} \right\} \quad (2.17)$$

Potrzebne do opisu przekształtnika parametry wyznacza się wprowadzając rzeczywiste czasy załączania i wyłączania łączników i postępując w sposób podany dla układu obciążeń połączonych w gwiazdę.

## 2.8. Zastosowania opracowanego modelu

W Oddziale Instytutu Elektrotechniki w Gdańsku opracowano wiele poprawnie działających algorytmów sterujących wykorzystując pierwotną wersję modelu falownika napięcia z obciążeniem połączonym w gwiazdę (MFNG)<sup>15</sup>. Modele matematyczne przekształtnika posłużyły do opracowania programu symulacyjnego SYMUL, umożli-

<sup>15</sup> Model ten został omówiony w rozdziale 2.3.

wiającego zaawansowaną symulację prostych i złożonych struktur energoelektronicznych [78, 126]. Napisany w języku C program SYMUL daje użytkownikowi bogate możliwości kształtowania algorytmów, wymaga jednak dobrej znajomości programowania. Program ma strukturę blokową, w której skład wchodzi bloki stałe: jądro programu i wyjściowy procesor graficzny oraz bloki zmienne zawierające badany algorytm. Przy użyciu tego programu przeprowadzone zostały badania algorytmu sterowania prądowego falownika napięcia z obciążeniem  $R, L, e$  oraz algorytmów sterowania struktur złożonych takich jak falownik z filtrem aktywnym (składający się z dwóch falowników: głównego i pomocniczego, stanowiącego filtr dla poprawy przebiegów prądów wyjściowych falownika głównego) i pośredni przekształtnik prądu przemiennego AC – DC – AC [77, 124, 125, 126].

Największą zaletą rodziny programów SYMUL jest kompatybilność z oprogramowaniem karty sterującej DS1102 firmy dSPACE. Po przeprowadzeniu badań symulacyjnych algorytmu sterującego, oprogramowanie może zostać skompilowane na procesor TMS320C31 stanowiący jednostkę centralną karty DS1102.

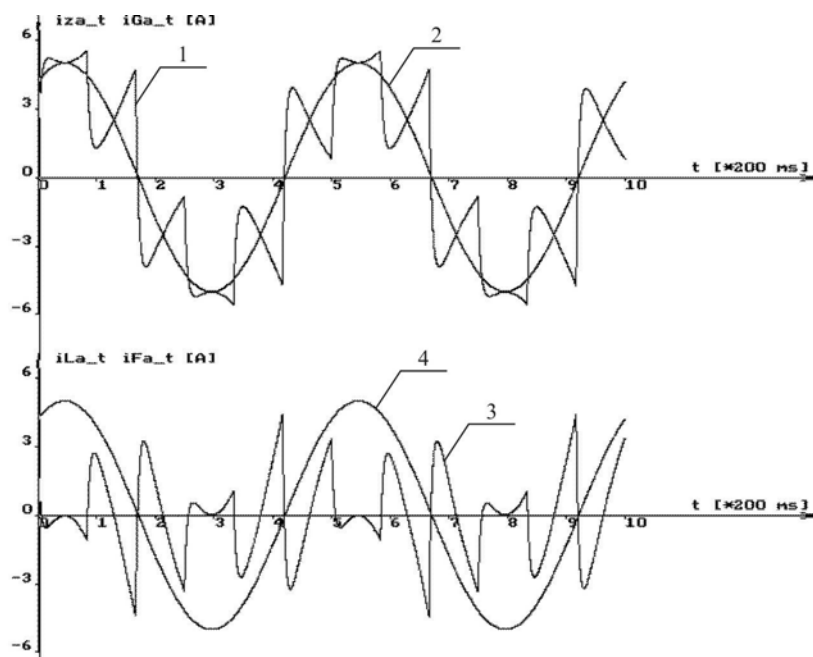
W trakcie badań symulacyjnych za pomocą programu SYMUL przebadano liczne wersje algorytmów sterujących. Uzyskano skrócenie czasu uruchamiania nowych algorytmów oraz ograniczenie kosztów wynikających z ewentualnych awarii. Okazało się, że po zaimplementowaniu algorytmu na kartę sterującą i sprawdzeniu układu sterującego możliwe było natychmiastowe przeniesienie sterowania do układu z przekształtnikiem rzeczywistym, przy czym nie obserwowano żadnych nieprawidłowości w pracy przekształtnika, a uzyskane przebiegi rzeczywiste odpowiadały przebiegom uzyskanym w trakcie badań symulacyjnych. Dzięki temu możliwe było na przykład przeprowadzenie badań pośredniego przekształtnika prądu przemiennego AC – DC – AC, w którym prąd fazowy falownika sieciowego osiągał wartość 110 A [128].

Jako przykład zastosowania opracowanego modelu i programu SYMUL mogą posłużyć badania symulacyjne i eksperymentalne przekształtnika złożonego składającego się z dwóch falowników napięcia: falownika głównego i falownika filtrującego, poprawiającego kształt przebiegu prądu wyjściowego falownika głównego [124, 125]. W badaniach tych zastosowano dwukrotnie model matematyczny typu MFNG.

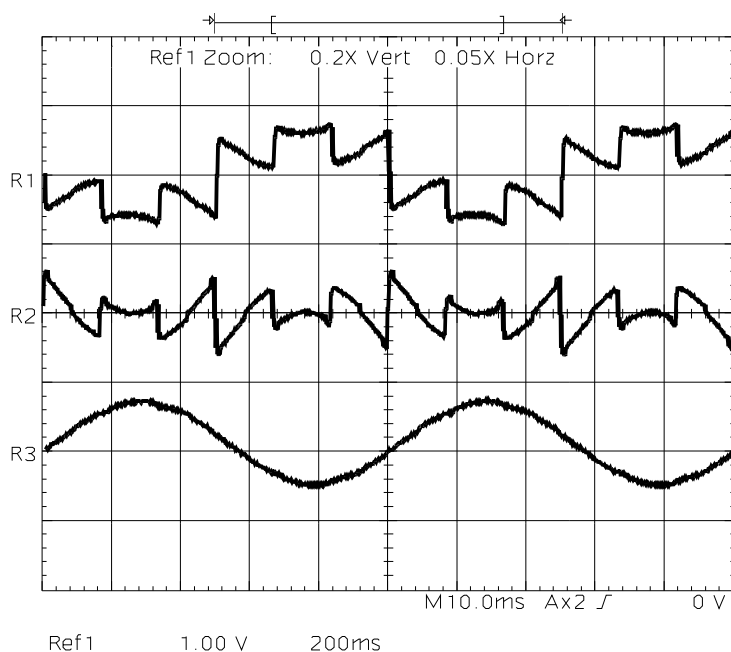
Na rysunku 2.7 zaprezentowano wyniki symulacji takiego przekształtnika. W górnej części rysunku przedstawiono przebiegi prądu zadanego (2) oraz prądu generowanego przez falownik główny (1), a w dolnej – zadany prąd fazowy falownika filtrującego (3) i prąd wyjściowy fazy a obciążenia przekształtnika. Częstotliwość prądu zadanego wynosiła 1 Hz. Podczas eksperymentalnej weryfikacji wyników badań symulacyjnych falowniki przekształtnika laboratoryjnego były sterowane w taki sam sposób jak podczas symulacji, a przebiegi rzeczywiste prądów zarejestrowane na oscyloskopie przedstawiono na rysunku 2.8.

Analogiczne badania symulacyjne i eksperymentalne przeprowadzono zakładając częstotliwość prądu zadanego równą 50 Hz. Wyniki tych badań zaprezentowano na rys. 2.9 i 2.10.

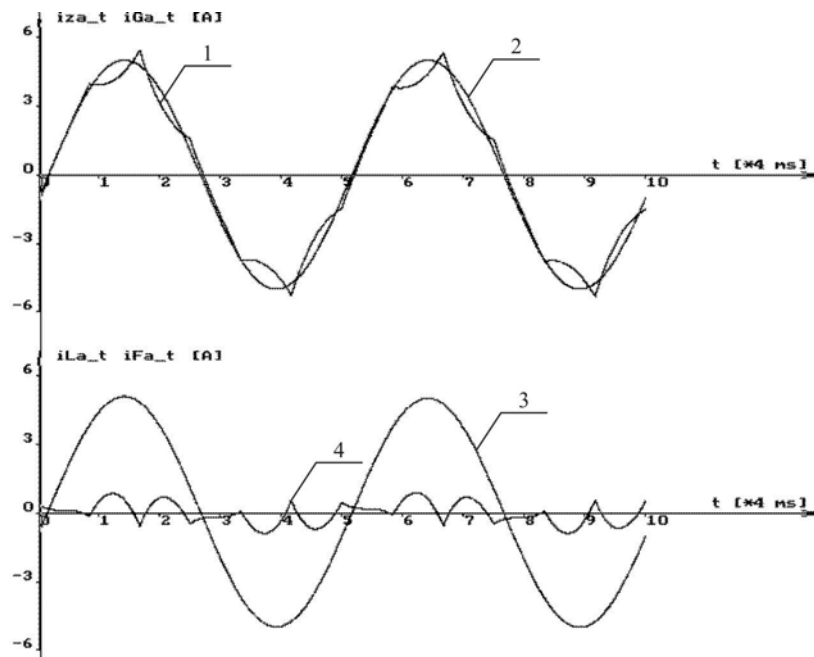




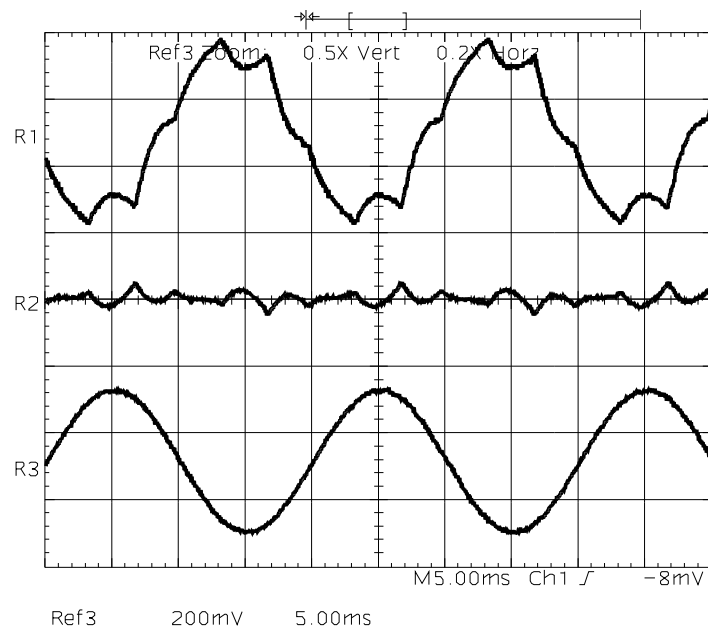
**Rys. 2.7.** Przebiegi prądów jednej fazy przekształtnika z filtrem aktywnym: 1 – prąd falownika głównego, 2 – prąd zadany, 3 – prąd filtru aktywnego, 4 – prąd obciążenia. Częstotliwość harmonicznej podstawowej 1 Hz



**Rys. 2.8.** Przebiegi prądów jednej fazy falownika głównego, filtru aktywnego i obciążenia przy częstotliwości 1 Hz : R1 – prąd falownika głównego, R2 – prąd zadany filtru aktywnego, R3 – prąd obciążenia; (oś X – 200 ms / działkę, oś Y – 1 V / działkę)



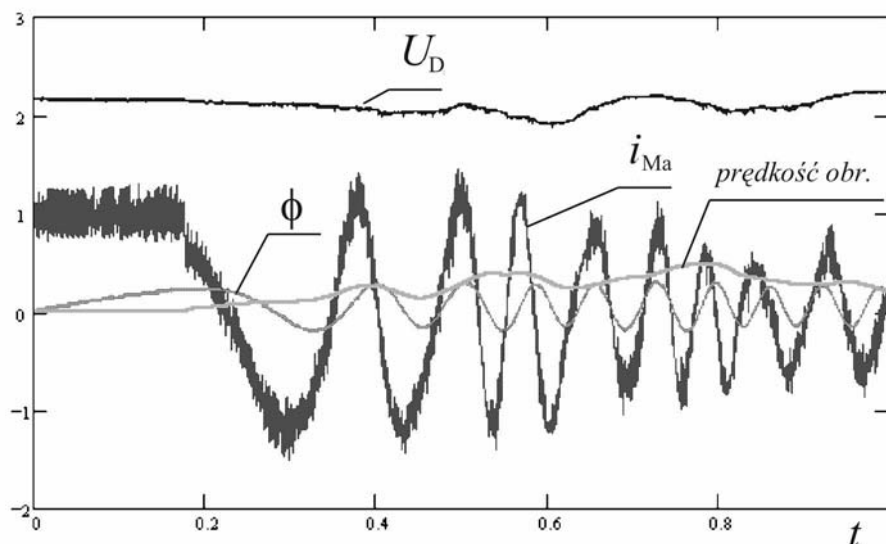
**Rys. 2.9. Przebiegi prądów jednej fazy przekształtnika z filtrem aktywnym:** 1 – prąd falownika głównego, 2 – prąd zadany, 3 – prąd obciążenia, 4 – prąd filtru aktywnego. Częstotliwość harmoniczej podstawowej 50 Hz



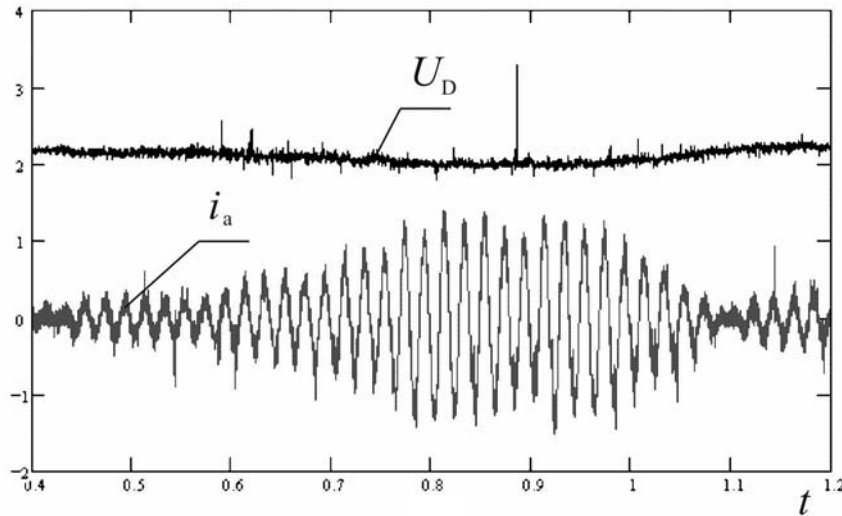
**Rys. 2.10. Przebiegi prądów jednej fazy falownika głównego, filtru aktywnego i obciążenia przy częstotliwości 50 Hz:** R1 – prąd falownika głównego, R2 – prąd filtru aktywnego, R3 – prąd obciążenia (oś X – 5ms/działkę, oś Y – 200mV/działkę)

Na zakończenie przedstawiono dwa eksperymentalne przebiegi prądów i napięć uzyskane podczas rozruchu i następującego po nim hamowania silnika zasilanego za pomocą przekształtnika złożonego AC – DC – AC, w którym algorytmy sterujące pracą poszczególnych falowników zostały opracowane z zastosowaniem opisanego modelu MFNG i zbadane symulacyjnie przy użyciu programu SYMUL [128]. Do algorytmu sterowania wprowadzono wyrażenia matematyczne opisujące regulator napięcia obwodu pośredniczącego. Przebadano dwa typy regulatora PD oraz PID.

Rysunek 2.11 przedstawia przebiegi czasowe po stronie przekształtnika maszynowego, a rys. 2.12 – sieciowego. Przebiegi na rys. 2.11 zostały zarejestrowane podczas rozruchu silnika indukcyjnego, a napięcie obwodu pośredniczącego mierzono na zaciskach przekształtnika maszynowego. Zarejestrowany przebieg prędkości obrotowej silnika nie wynika z pomiaru ale z procedury estymacji przeprowadzanej przez algorytm napędowy. Przebiegi na rys. 2.12 zostały zarejestrowane podczas rozruchu i hamowania silnika, ale w tym przypadku napięcie obwodu pośredniczącego mierzono na zaciskach przekształtnika sieciowego. W warunkach laboratoryjnych obwody pośredniczące obu przekształtników składowych połączone były przewodem o długości około 10 m. Widoczne zafalowania napięcia obwodu pośredniczącego odpowiadają rzeczywistemu stanowi tego obwodu po stronie przekształtnika maszynowego (rys. 2.11) podczas gdy po stronie przekształtnika sieciowego (rys. 2.12) napięcie  $U_D$  nie wykazywało oscylacji. Wynikało to z faktu, że do regulatora napięcia obwodu pośredniczącego podawano, jako sygnał wartości mierzonej, napięcie  $U_D$  pobierane z zacisków przekształtnika sieciowego.



**Rys. 2.11.** Przebieg prądu silnika, strumienia, prędkości obrotowej oraz napięcia obwodu pośredniczącego podczas rozruchu silnika sterowanego za pośrednictwem przekształtnika maszynowego 100 kW. Skala dla prądu fazowego – 100 A / działkę, skala dla napięcia – 200 V / działkę



Rys. 2.12. Przebieg prądu przekształtnika sieciowego oraz napięcie obwodu pośredniczącego w przekształtniku pośrednim 200 kW ( $f=50$  Hz,  $U_D=400$  V) podczas rozruchu silnika sterowanego za pośrednictwem przekształtnika maszynowego. Skala dla prądu fazowego – 100 A / działkę, skala dla napięcia – 200 V / działkę

### 3. MODELE MATEMATYCZNE FALOWNIKÓW WIELOPOZIOMOWYCH

W tym rozdziale zaprezentowano modele matematyczne wybranych wielopoziomowych falowników napięcia. W pierwszym etapie omówiono zasadę działania falownika trójpoziomowego, a następnie opisano możliwości formowania przebiegów napięć wyjściowych oraz ich reprezentację w postaci wektora przestrzennego wykorzystując do tego celu transformację napięć gałęziowych do układu współrzędnych stacjonarnych na płaszczyźnie zespolonej ( $\alpha, \beta$ ). Następnie sformułowano wyrażenia opisujące model falownika trójpoziomowego w dziedzinie czasu, a w kolejnych podrozdziałach rozwinięto jego ideę do postaci modelu falownika  $n$ -poziomowego. Zestaw wyrażenia składających się na model matematyczny falownika wielopoziomowego zawiera podstawowe parametry i wielkości opisujące falownik, a także przedstawione w postaci analitycznej przebiegi czasowe napięcia i prądu wyjściowego. Opracowane poniżej modele matematyczne stanowią wynik rozwinięcia idei modelu dwupoziomowego falownika napięcia opisanego w rozdz. 2.

#### 3.1. Trójfazowy trójpoziomowy falownik napięcia

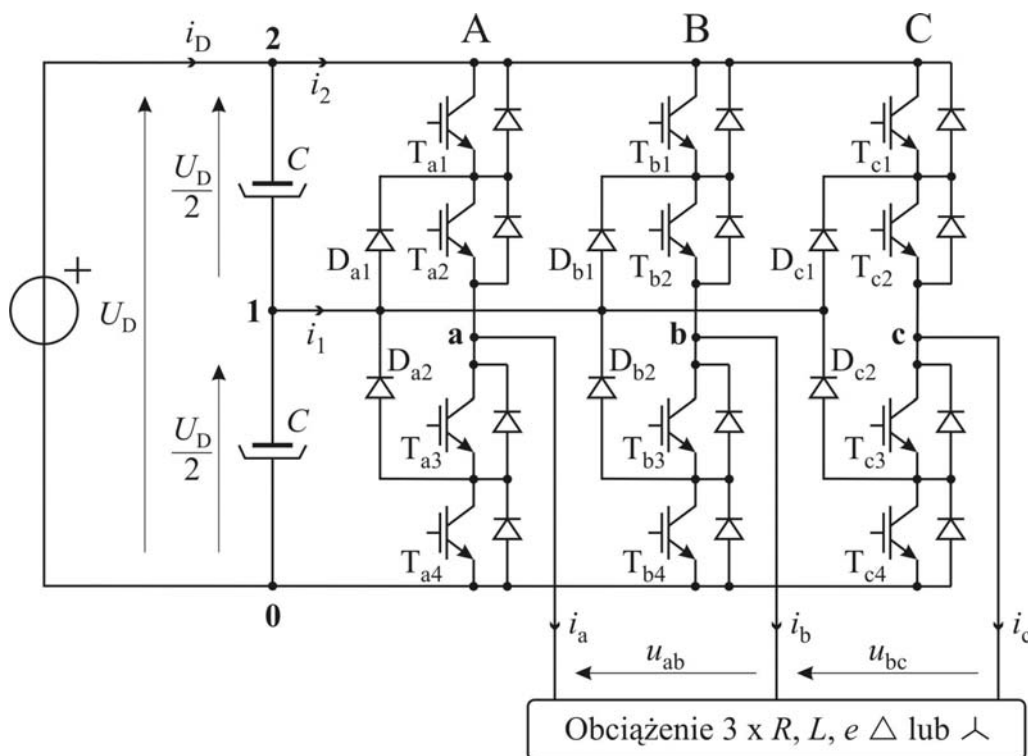
##### 3.1.1. Układ i zasada działania

Przykład rozwiązania układowego trójfazowego falownika trójpoziomowego zaprezentowano na rys. 3.1. Przedstawia on uproszczony schemat ideowy falownika

z diodami poziomującymi, określanego w literaturze światowej jako falownik NPC (Neutral- Point Clamped Converter)<sup>16</sup> [39, 46, 67, 100, 112, 117, 145, 154, 156].

Falownik jest zasilany ze źródła napięcia stałego  $U_D$  doprowadzonego do obwodu pośredniczącego składającego się z dwóch szeregowo połączonych kondensatorów  $C$  tworzących dzielnik napięcia. Potencjał punktu środkowego dzielnika w odniesieniu do bieguna ujemnego źródła zasilania ma wartość  $+U_D/2$ .

Falownik składa się z trzech gałęzi A, B, C przypisanych poszczególnym fazom. Elementy, z których gałęzie fazowe zostały zbudowane, przyjmują oznaczenia odpowiednio: a, b, c. W każdej gałęzi znajdują się cztery łączniki półprzewodnikowe, w podanym przykładzie są to tranzystory IGBT, oraz dwie diody poziomująco-blokujące (clamping diodes) połączone z punktem środkowym obwodu pośredniczącego. Działanie poziomujące diod polega na utrzymywaniu potencjału punktu środkowego w określonych punktach układu przekształtnika dzięki czemu napięcie na poszczególnych łącznikach nie przekracza nigdy napięcia  $U_D/2$ . Na przykład w sytuacji jaka powstaje po wyłączeniu tranzystora  $T_{a1}$ , napięcie na jego kolektorze ma wartość  $U_D$  podczas gdy na emiterze ma wartość  $+U_D/2$ . Natomiast działanie blokujące diod polega na zabezpieczeniu punktu środkowego obwodu pośredniczącego przed pojawieniem się potencjału 0 lub  $+U_D$ .

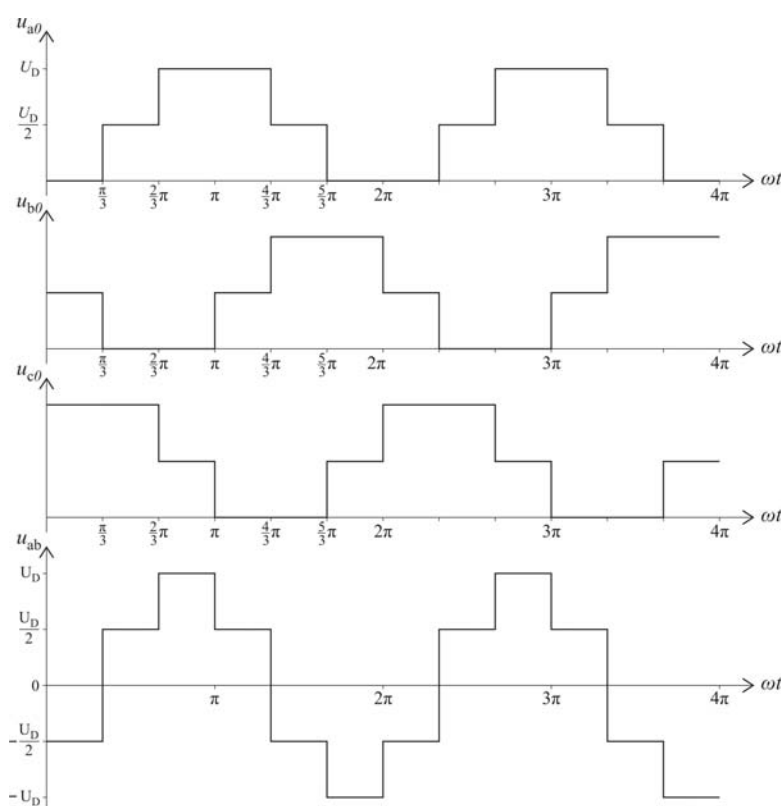


Rys. 3.1. Schemat ideowy trójfazowego falownika trójpoziomowego

<sup>16</sup> Spotyka się również oznaczenie DCC - diode-clamped converter.

Zasada działania falownika trójpoziomowego, szczegółowo opisana w wielu pracach, opiera się na takim przełączaniu łączników, które umożliwi doprowadzenie do zacisków wyjściowych **a**, **b**, **c** pożądanej sekwencji potencjałów:  $0$ ,  $+U_D/2$  i  $+U_D$  [2, 29, 127, 132]. Na schemacie ideowym falownika potencjały o wartościach  $+U_D$ ,  $U_D/2$  i  $-U_D$  zostały oznaczone cyframi, odpowiednio: 2, 1, 0. Traktując potencjał szyny  $-U_D$ , jako potencjał odniesienia można stwierdzić, że w wyniku odpowiedniego załączenia łączników półprzewodnikowych<sup>17</sup> falownika, napięcia wyjściowe  $u_{a0}$ ,  $u_{b0}$ ,  $u_{c0}$  mogą przyjmować wartości:  $0$ ,  $+U_D/2$  i  $+U_D$ . Przykładowo, w celu doprowadzenia potencjału szyny  $-U_D$  do wyjścia **a** należy załączyć tranzystory  $T_{a3}$  i  $T_{a4}$ . Załączenie górnej pary tranzystorów  $T_{a1}$  i  $T_{a2}$  powoduje pojawienie się potencjału  $+U_D$  w punkcie **a**, natomiast aby doprowadzić tam potencjał punktu środkowego należy załączyć parę tranzystorów  $T_{a2}$  i  $T_{a3}$ . Gdyby nastąpiło załączenie jednego z tranzystorów  $T_{a2}$  lub  $T_{a3}$ , to prąd fazowy mógłby płynąć tylko w jednym kierunku.

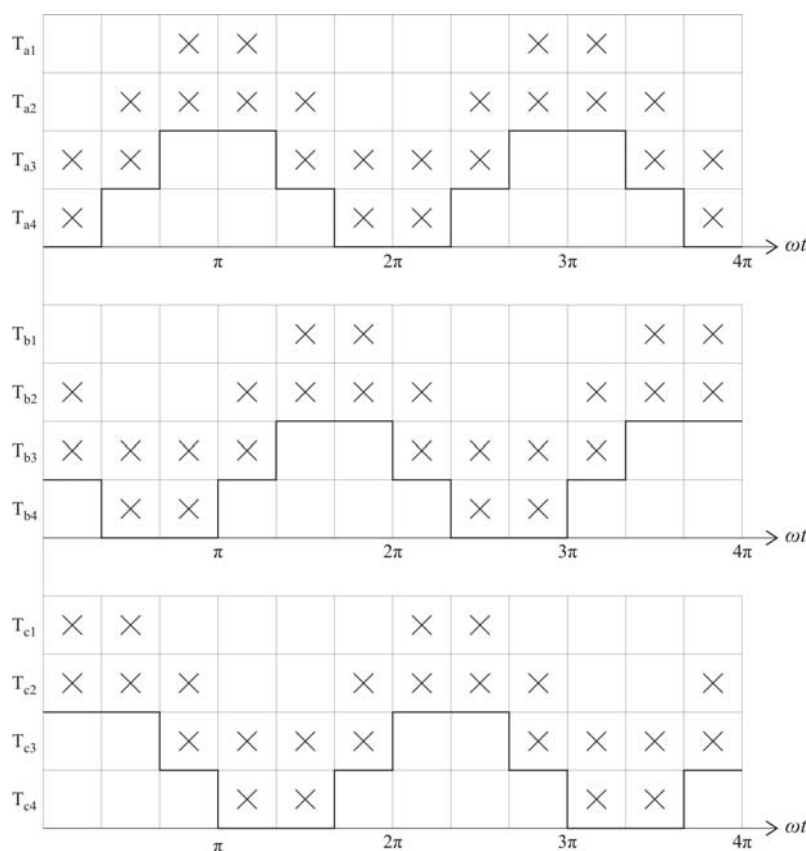
Przebiegi czasowe napięć biegunowych<sup>18</sup>  $u_{a0}$ ,  $u_{b0}$ ,  $u_{c0}$  oraz napięcia międzyfazowego  $u_{ab}$  uzyskane w wyniku załączania sekwencji potencjałów:  $0$ ,  $+U_D/2$ ,  $+U_D$ ,  $+U_D$ ,  $+U_D/2$ ,  $0$  do wyjść fazowych **a**, **b**, **c** przedstawiono na rys. 3.2. Dla uproszczenia przyjęto założenie, że każdy potencjał utrzymywany jest przez czas odpowiadający jednej szóstej okresu napięcia fazowego ( $\omega t = \pi/6$ ). Wprowadzono też odpowiednie przesunięcia fazowe między przebiegami kolejnych napięć fazowych. Na następnym rys. 3.3 pokazano diagram wysterowania poszczególnych łączników.



Rys. 3.2. Przebiegi czasowe napięć biegunowych  $u_{a0}$ ,  $u_{b0}$ ,  $u_{c0}$  i napięcia międzyfazowego  $u_{ab}$

<sup>17</sup> Załączenie oznacza wprowadzenie łącznika w stan przewodzenia.

<sup>18</sup> Napięcie biegunowe oznacza napięcie odniesione do punktu o najniższym potencjale (0).



Rys. 3.3. Diagram sterowania łączników - „x” oznacza stan przewodzenia łącznika

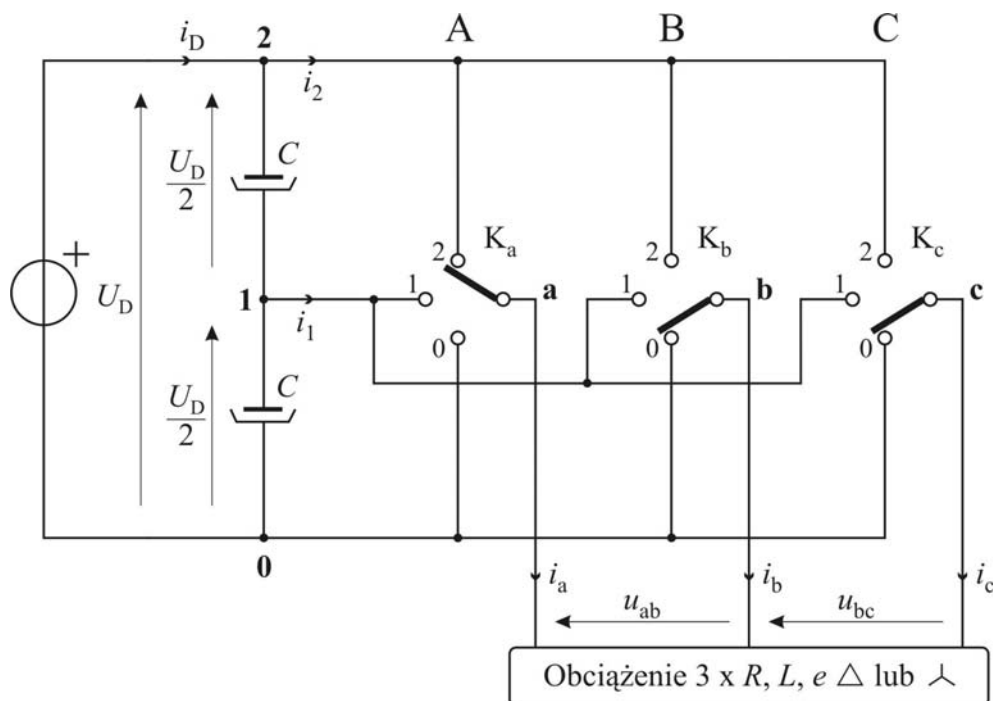
Przedstawione przebiegi ilustrują zasadę formowania przebiegów czasowych napięcia wyjściowego falownika trójpoziomowego. Cechą charakterystyczną wybranego przykładu jest to, że w każdym przedziale sterowania wszystkie trzy napięcia biegunowe mają różne wartości. W rezultacie w przebiegach napięć międzyfazowych nie występują przedziały, w których mają one wartości równe zero. W ogólności do sterowania falownika trójpoziomowego wykorzystuje się bardziej złożone algorytmy, w tym zwłaszcza algorytmy, w których wykorzystuje się metodę modulacji szerokości impulsów (PWM) [42, 43, 51, 90, 104, 106, 107, 108, 150, 153].

### 3.1.2. Układ zastępczy

Do opisu modelu założono, że falownik trójpoziomowy zbudowany jest z elementów o idealnych charakterystykach: źródła napięcia  $U_D$ , łączników półprzewodnikowych  $T_{a1}$ ,  $T_{a2}$ ,  $T_{a3}$ ,  $T_{a4}$ ,  $T_{b1}$ ,  $T_{b2}$ ,  $T_{b3}$ ,  $T_{b4}$ ,  $T_{c1}$ ,  $T_{c2}$ ,  $T_{c3}$ ,  $T_{c4}$ , diod poziomujących  $D_{a1}$ ,  $D_{a2}$ ,  $D_{b1}$ ,  $D_{b2}$ ,  $D_{c1}$ ,  $D_{c2}$  i kondensatorów  $C$  obwodu pośredniczącego.

Schemat zastępczy modelu falownika został przedstawiony na rys. 3.4. Kierunki napięć i prądów zaznaczone na schemacie przyjmuje się jako dodatnie. Gałęziom A, B, C falownika odpowiadają trójstanowe łączniki  $K_a$ ,  $K_b$ ,  $K_c$ , których stany opisane są za pomocą cyfr 0, 1, 2 odpowiadających potencjałom obwodu pośredniczącego, odpo-

wiednio:  $0, +U_D/2, +U_D$ . Wybranie określonego stanu łącznika oznacza doprowadzenie odpowiadającego temu stanowi potencjału obwodu pośredniczącego do wyjścia fazowego. Jeżeli dalej przyjmie się, że symbolom wyróżniającym poszczególne łączniki: a, b, c można przypisać cyfry 0, 1, 2 i utworzyć z nich liczbę  $abc$ , to stan napięciowy całego falownika można opisać za pomocą tej liczby. W ten sposób możliwe jest opisanie wszystkich 27 stanów falownika trójpoziomowego.



Rys. 3.4. Schemat zastępczy trójpoziomowego falownika trójfazowego

Do dalszej analizy przyjmuje się założenie, że liczba  $abc_3$  zapisana jest w pozycyjnym systemie liczbowym o podstawie 3, którego ustalonymi cyframi są: 0, 1, 2. Liczbie  $abc_3$  przypisuje się liczbę dziesiętną  $k$ :

$$k = (a_k b_k c_k)_3 \quad a_k, b_k, c_k = 0, 1, 2 \quad k = 0, 1, 2, \dots, 26 \quad (3.1)$$

Konwersja liczby  $k$  do systemu trójkowego jednoznacznie określa cyfry liczby  $(a_k b_k c_k)_3$  dlatego zostały one oznaczone indeksem  $k$ . Liczba  $k$  przyjmuje wartości od 0 do 26 i pozwala oznaczyć kolejne stany napięciowe wyjść fazowych falownika trójpoziomowego.

Wygodnym narzędziem pozwalającym na zobrazowanie możliwych stanów falownika jest transformacja napięć biegunowych do nieruchomego układu współrzędnych  $(\alpha, \beta)$  na płaszczyźnie zespolonej.



Jeśli do definicji wektora przestrzennego:

$$\vec{V}_k = \frac{2}{3} \left( u_{a0k} + u_{b0k} e^{j(2\pi/3)} + u_{c0k} e^{-j(2\pi/3)} \right) \quad k=0, 1, 2, \dots, 26 \quad (3.2)$$

wprowadzi się podstawienie

$$u_{a0k} = a_k \frac{U_D}{2}, u_{b0k} = b_k \frac{U_D}{2}, u_{c0k} = c_k \frac{U_D}{2} \quad k=0, 1, 2, \dots, 26 \quad (3.3)$$

to definicja wektora przestrzennego napięcia biegunowego  $\vec{V}_k$  przybiera postać

$$\vec{V}_k = \frac{1}{3} U_D \left( a_k + b_k e^{j(2\pi/3)} + c_k e^{-j(2\pi/3)} \right) \quad k=0, 1, 2, \dots, 26 \quad (3.4)$$

Definicja (3.4) pozwala określić parametry wektora na podstawie jego indeksu przedstawionego w postaci liczby w systemie trójkowym. Dla przykładu wektor opisany liczbą  $18 = (200)_3$  jest równy

$$\vec{V}_{18} = \frac{1}{3} U_D \left( 2 + 0 \cdot e^{j(2\pi/3)} + 0 \cdot e^{-j(2\pi/3)} \right) = \frac{2}{3} U_D$$

a wektor opisany liczbą  $21 = (210)_3$

$$\vec{V}_{21} = \frac{1}{3} U_D \left( 2 + 1 \cdot e^{j(2\pi/3)} \right) = \frac{\sqrt{3}}{3} U_D \cdot e^{j\pi/6}$$

Wektory przestrzenne napięcia biegunowego, zgodnie z definicją (3.4), przedstawiono na rys. 3.5. Można je podzielić na cztery grupy:

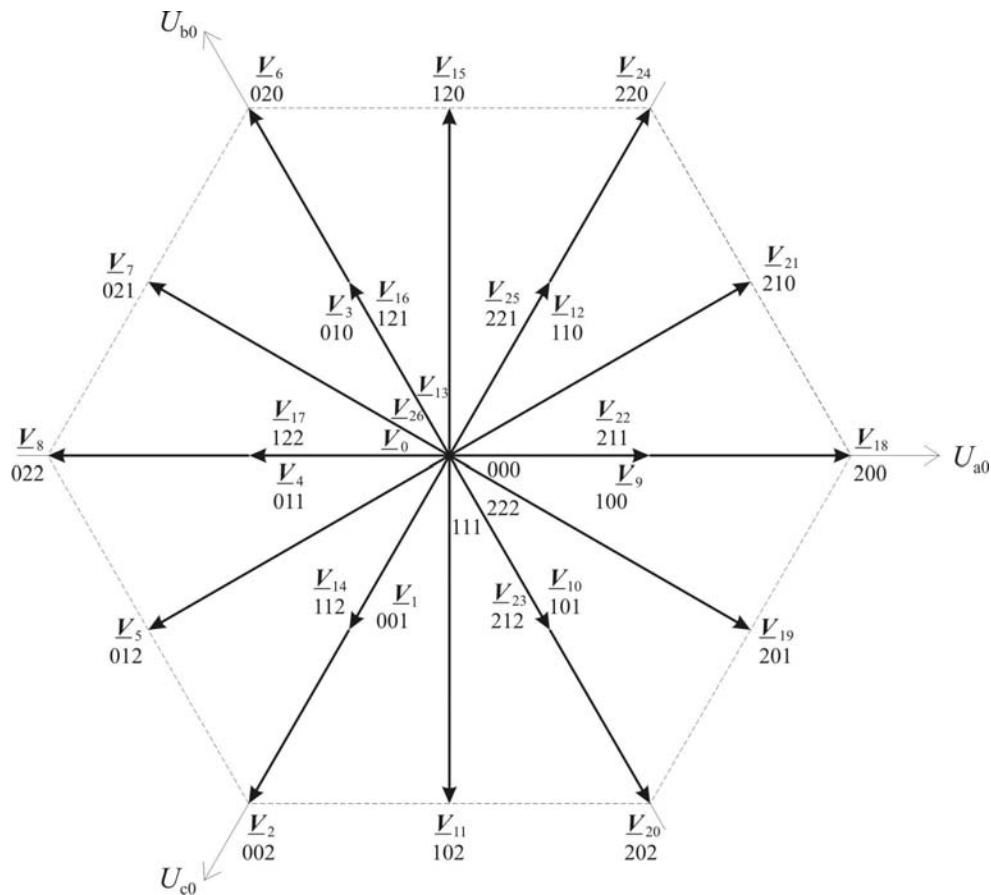
$$\text{I: } \begin{aligned} \vec{V}_2 &= \frac{2}{3} U_D e^{-j2\pi/3}, & \vec{V}_6 &= \frac{2}{3} U_D e^{j2\pi/3}, & \vec{V}_8 &= \frac{2}{3} U_D e^{j\pi}, & \vec{V}_{18} &= \frac{2}{3} U_D, \\ \vec{V}_{20} &= \frac{2}{3} U_D e^{-j\pi/3}, & \vec{V}_{24} &= \frac{2}{3} U_D e^{j\pi/3} \end{aligned}$$

$$\text{II: } \begin{aligned} \vec{V}_5 &= \frac{\sqrt{3}}{3} U_D e^{-j5\pi/6}, & \vec{V}_7 &= \frac{\sqrt{3}}{3} U_D e^{j5\pi/6}, & \vec{V}_{11} &= \frac{\sqrt{3}}{3} U_D e^{-j\pi/2}, \\ \vec{V}_{15} &= \frac{\sqrt{3}}{3} U_D e^{j\pi/2}, & \vec{V}_{19} &= \frac{\sqrt{3}}{3} U_D e^{-j\pi/6}, & \vec{V}_{21} &= \frac{\sqrt{3}}{3} U_D e^{j\pi/6} \end{aligned}$$

$$\text{III: } \vec{V}_1 = \vec{V}_{14} = \frac{1}{3}U_D e^{-j2\pi/3}, \quad \vec{V}_3 = \vec{V}_{16} = \frac{1}{3}U_D e^{j2\pi/3}, \quad \vec{V}_4 = \vec{V}_{17} = \frac{1}{3}U_D e^{j\pi},$$

$$\vec{V}_9 = \vec{V}_{22} = \frac{1}{3}U_D, \quad \vec{V}_{10} = \vec{V}_{23} = \frac{1}{3}U_D e^{-j\pi/3}, \quad \vec{V}_{12} = \vec{V}_{25} = \frac{1}{3}U_D e^{j\pi/3}$$

$$\text{IV: } \vec{V}_0 = \vec{V}_{13} = \vec{V}_{26} = 0.$$



Rys. 3.5. Wektory przestrzenne napięcia biegunowego trójpoziomowego falownika trójfazowego

Wektory z grupy IV:  $\vec{V}_0, \vec{V}_{13}, \vec{V}_{26}$ , odpowiadające liczbom  $000_3, 111_3, 222_3$ , oznaczają połączenie wszystkich faz do tego samego potencjału obwodu pośredniczącego. Pozostałe wektory  $\vec{V}_k$  dla  $k = 1, 2, \dots, 12, 14, 15, \dots, 26$  reprezentują wszystkie kombinacje niezerowych napięć międzyfazowych falownika trójpoziomowego. Można je podzielić na trzy grupy. Do grupy I należy sześć najdłuższych wektorów aktywnych, o module  $2/3 \cdot U_D$ , przesuniętych względem siebie o kąt  $\pi/3$ . Odpowiadają one wektorom aktywnym falownika dwupoziomowego. Do grupy II należy sześć kolejnych wektorów aktywnych, przesuniętych względem wektorów grupy I o kąt  $\pi/6$ . Są one

prostopadłe do odpowiednich osi fazowych, a ich moduł jest równy  $\sqrt{3}/3 \cdot U_D$ . Grupę III tworzy sześć par wektorów „podwójnych” tzn. takich które mają identyczny moduł, zwrot i fazę chociaż reprezentują różne stany łączników. Są to wektory:  $\vec{V}_1, \vec{V}_{14}, \vec{V}_3, \vec{V}_{16}, \vec{V}_4, \vec{V}_{17}, \vec{V}_9, \vec{V}_{22}, \vec{V}_{10}, \vec{V}_{23}, \vec{V}_{12}, \vec{V}_{25}$ . Indeksy wektorów podwójnych różnią się o liczbę  $k = 13$ , którą otrzymuje się w wyniku konwersji liczby  $111_3$  do systemu dziesiętnego. Wynika z tego, że jeśli można znaleźć liczbę  $(a_k+1)(b_k+1)(c_k+1)_3$  lub liczbę  $(a_k-1)(b_k-1)(c_k-1)_3$ , to wektor oznaczony taką liczbą będzie identyczny jak wektor oznaczony liczbą  $(a_k b_k c_k)_3$ . Znaczenie tej „operacji” polega na przeniesieniu identycznego układu połączeń wyjść fazowych falownika o jeden poziom potencjału  $U_D/2$  w dół lub w górę. Zmienia się wtedy tylko potencjał punktu neutralnego N. Oczywiście sama liczba  $111_3$  określa, jak powiedziano wyżej, taki wektor zerowy falownika trójpoziomowego, który oznacza połączenie wszystkich wyjść fazowych do punktu środkowego obwodu pośredniczącego.

### 3.1.3. Opis w dziedzinie czasu

Do opisu modelu matematycznego falownika trójpoziomowego w dziedzinie czasu przyjmuje się, że stan napięciowy  $k$  na wyjściu falownika, nazywany wektorem napięcia wyjściowego falownika, jest określony z definicji przez parę napięć międzyfazowych  $(u_{abk}, u_{bck})$ .

$$\vec{V}_k^t = \{u_{abk}, u_{bck}\} \quad \text{dla} \quad k=1, 2 \dots 26 \quad (3.5)$$

Jak już powiedziano, w falowniku trójpoziomowym napięcie międzyfazowe może przyjmować następujące wartości:  $0, \pm U_D/2, \pm U_D$ . Są one określone przez stan połączeń zacisków wyjściowych do potencjałów obwodu pośredniczącego, który jest opisany za pomocą wektora  $\vec{V}_k^t$ . Liczba  $(a_k b_k c_k)_3$ , określająca indeks  $k$  wektora, zapisana jest w pozycyjnym systemie liczbowym o podstawie 3, ale pozycje zajmowane przez poszczególne jej cyfry są jednocześnie ściśle związane z określonymi fazami. W związku z tym, podobnie jak dla falownika dwupoziomowego, pozycja zajmowana przez konkretną cyfrę wpływa nie tylko na wartość liczby ale ma ścisły związek z wartością napięcia międzyfazowego. Jeżeli dany jest wektor  $\vec{V}_k^t$  falownika, którego indeks  $k=(a_k b_k c_k)_3$ , to odpowiadające temu wektorowi napięcia międzyfazowe mają następujące wartości:

$$u_{abk} = (a_k - b_k) \frac{U_D}{2}, \quad u_{bck} = (b_k - c_k) \frac{U_D}{2}, \quad u_{cak} = (c_k - a_k) \frac{U_D}{2} \quad \text{dla} \quad k = 0, 1, 2, \dots, 26 \quad (3.6)$$

Liczby  $a_k, b_k, c_k$  mogą przyjmować wartości 0, 1, 2. Odpowiadają one cyfrom liczby  $k=(a_k b_k c_k)_3$ , wyróżniającej wektor przestrzeny  $\vec{V}_k$ . Na przykład napięcia międzyfazowe odpowiadające wektorowi  $\vec{V}_{18=(200)_3}^t$  są równe:  $u_{abk} = U_D, u_{bck} = 0, u_{cak} = -U_D$ ,

ponieważ  $a_k=2, b_k=0, c_k=0$ , a napięcia odpowiadające wektorowi  $\vec{V}_{5=(012)_3}^t$  mają wartości odpowiednio:  $u_{abk}=-U_D/2, u_{bck}=-U_D/2, u_{cak}=U_D$ .

Napięcia międzyfazowe  $u_{abk}, u_{bck}$  odpowiadające wszystkim wektorom falownika trójpoziomowego przyjmują wartości podane w tab. 3.1.

**TABELA 3.1**

Napięcia międzyfazowe  $u_{abk}$  i  $u_{bck}$  dla poszczególnych wektorów falownika trójpoziomowego.

$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_0^t$	$\vec{V}_1^t$	$\vec{V}_2^t$	$\vec{V}_3^t$	$\vec{V}_4^t$	$\vec{V}_5^t$	$\vec{V}_6^t$	$\vec{V}_7^t$	$\vec{V}_8^t$
$u_{abk}$	0	0	0	$-U_D/2$	$-U_D/2$	$-U_D/2$	$-U_D$	$-U_D$	$-U_D$
$u_{bck}$	0	$-U_D/2$	$-U_D$	$U_D/2$	0	$-U_D/2$	$U_D$	$U_D/2$	0
$u_{cak}$	0	$U_D/2$	$U_D$	0	$U_D/2$	$U_D$	0	$U_D/2$	$U_D$
$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_9^t$	$\vec{V}_{10}^t$	$\vec{V}_{11}^t$	$\vec{V}_{12}^t$	$\vec{V}_{13}^t$	$\vec{V}_{14}^t$	$\vec{V}_{15}^t$	$\vec{V}_{16}^t$	$\vec{V}_{17}^t$
$u_{abk}$	$U_D/2$	$U_D/2$	$U_D/2$	0	0	0	$-U_D/2$	$-U_D/2$	$-U_D/2$
$u_{bck}$	0	$-U_D/2$	$-U_D$	$U_D/2$	0	$-U_D/2$	$U_D$	$U_D/2$	0
$u_{cak}$	$-U_D/2$	0	$U_D/2$	$-U_D/2$	0	$U_D/2$	$-U_D/2$	0	$U_D/2$
$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_{18}^t$	$\vec{V}_{19}^t$	$\vec{V}_{20}^t$	$\vec{V}_{21}^t$	$\vec{V}_{22}^t$	$\vec{V}_{23}^t$	$\vec{V}_{24}^t$	$\vec{V}_{25}^t$	$\vec{V}_{26}^t$
$u_{abk}$	$U_D$	$U_D$	$U_D$	$U_D/2$	$U_D/2$	$U_D/2$	0	0	0
$u_{bck}$	0	$-U_D/2$	$-U_D$	$U_D/2$	0	$-U_D/2$	$U_D$	$U_D/2$	0
$u_{cak}$	$-U_D$	$-U_D/2$	0	$-U_D$	$-U_D/2$	0	$-U_D$	$-U_D/2$	0

W tabeli podano też wartości napięcia międzyfazowego  $u_{cak}$  ponieważ definicja (3.5) oraz definicje  $\vec{V}_k^t = \{u_{bck}, u_{cak}\}$  i  $\vec{V}_k^t = \{u_{abk}, u_{cak}\}$  są równoważne.

Po uwzględnieniu zależności (3.6) można definicję wektora napięcia  $\vec{V}_k^t$  (3.5) zapisać jako

$$\vec{V}_k^t = \left\{ (a_k - b_k) \frac{U_D}{2}, (b_k - c_k) \frac{U_D}{2} \right\} \quad \text{dla } k = 0, 1, \dots, 26 \quad (3.7)$$

w której liczby  $a_k, b_k, c_k$  przyjmują wartości odpowiadające cyfrom liczby  $k=(a_k b_k c_k)_3$  określającej indeks wektora falownika  $\vec{V}_k^t$ . Należy podkreślić, że wektor napięcia zdefiniowany w ten sposób służy do analizy w dziedzinie czasu i nie może być utożsamiany z omówionym wyżej wektorem przestrzennym napięcia  $\vec{V}_k$ .

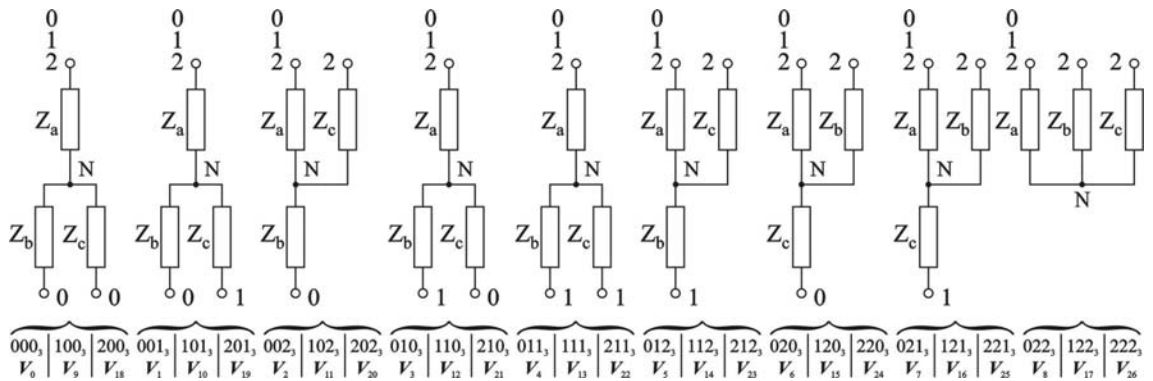
#### 3.1.4. Model trójpoziomowego falownika z obciążeniem połączonym w gwiazdę

Układ zastępczy trójfazowego falownika trójpoziomowego wraz z obciążeniem został przedstawiony na rys. 3.4. Trzy trójstanowe łączniki  $K_a, K_b, K_c$  przełączają

napięcia obwodu pośredniczącego  $U_D$  i  $U_D/2$  do obciążenia, które składa się z trzech dwójników fazowych połączonych w gwiazdę. Każdy dwójnik stanowi obwód  $R_f, L_f$ . Założono, że obciążenia fazowe są symetryczne, a w obwodzie pośredniczącym znajdują się dwa połączone szeregowo idealne źródła napięcia stałego  $U_D/2$ .

Załączenie w chwili  $t=t_n$ , napięć międzyfazowych określonych przez wybrany wektor  $\vec{V}_k^t$ , powoduje zmianę prądu w obciążeniach fazowych. Napięcia fazowe pojawiające się na dwójnikach mają wartości zależne od konfiguracji połączeń określonej przez wybór wektora.

Wszystkie możliwe układy połączenia obciążenia z obwodem pośredniczącym zostały przedstawione na rys. 3.6.



Rys. 3.6. Układ możliwych połączeń obciążenia z obwodem pośredniczącym; 0, 1, 2 oznaczają punkty o potencjałach odpowiednio: 0,  $U_D/2$ ,  $U_D$

Odpowiadające poszczególnym wektorom  $\vec{V}_k^t$  wyjściowe napięcia fazowe falownika trójpoziomowego  $u_{ak}, u_{bk}$  i  $u_{ck}$ , zostały zamieszczone w tab. 3.2.

Jeżeli rozpatrzy się przedział czasowy  $t_n \leq t \leq t_{n+1}$  między kolejnymi załączeniami wektorów  $\vec{V}_{k(n)}^t$  i  $\vec{V}_{k(n+1)}^t$  oraz założy się, że w czasie działania wybranego wektora  $\vec{V}_k^t$  napięcia indukowane  $e_a, e_b$  i  $e_c$  mają wartość stałą i są równe odpowiednio  $E_a, E_b$  i  $E_c$ , to wyrażenia określające przebiegi czasowe prądów fazowych mają postać:

$$\begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{ak} - E_a \\ u_{bk} - E_b \\ u_{ck} - E_c \end{bmatrix} \frac{(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}{R} + \begin{bmatrix} I_{0a} \\ I_{0b} \\ I_{0c} \end{bmatrix} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t_n \leq t \leq t_{n+1} \quad (3.8)$$

W ogólności w algorytmach napięciowych czas załączania poszczególnych wektorów  $t_n \leq t \leq t_{n+1}$  nie jest stały<sup>19</sup>. Prądy początkowe  $I_{0a}, I_{0b}, I_{0c}$  oznaczają wartości prąd-

<sup>19</sup> W algorytmach napięciowych PWM spotyka się rozwiązania, w których zmienia się częstotliwość podstawową PWM-u w celu wyeliminowania uciążliwego dźwięczenia.

dów fazowych w chwili  $t = t_n$ , a napięcia indukowane oblicza się w sposób podany w rozdz. 2 dla modelu MFNG. Stałą czasową obciążenia fazowego oznaczono przez  $\tau$ .

**TABELA 3.2**

Napięcia wyjściowe przekształtnika dla poszczególnych wektorów  $\vec{V}_k^t$ .

$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_0^t$	$\vec{V}_1^t$	$\vec{V}_2^t$	$\vec{V}_3^t$	$\vec{V}_4^t$	$\vec{V}_5^t$	$\vec{V}_6^t$	$\vec{V}_7^t$	$\vec{V}_8^t$
$u_{ak}$	0	$-\frac{1}{6}U_D$	$-\frac{1}{3}U_D$	$-\frac{1}{6}U_D$	$-\frac{1}{3}U_D$	$-\frac{1}{2}U_D$	$-\frac{1}{3}U_D$	$-\frac{1}{2}U_D$	$-\frac{2}{3}U_D$
$u_{bk}$	0	$-\frac{1}{6}U_D$	$-\frac{1}{3}U_D$	$\frac{1}{3}U_D$	$\frac{1}{6}U_D$	0	$\frac{2}{3}U_D$	$\frac{1}{2}U_D$	$\frac{1}{3}U_D$
$u_{ck}$	0	$\frac{1}{3}U_D$	$\frac{2}{3}U_D$	$-\frac{1}{6}U_D$	$\frac{1}{6}U_D$	$\frac{1}{2}U_D$	$-\frac{1}{3}U_D$	0	$\frac{1}{3}U_D$
$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_9^t$	$\vec{V}_{10}^t$	$\vec{V}_{11}^t$	$\vec{V}_{12}^t$	$\vec{V}_{13}^t$	$\vec{V}_{14}^t$	$\vec{V}_{15}^t$	$\vec{V}_{16}^t$	$\vec{V}_{17}^t$
$u_{ak}$	$\frac{1}{3}U_D$	$\frac{1}{6}U_D$	0	$\frac{1}{6}U_D$	0	$-\frac{1}{6}U_D$	0	$-\frac{1}{6}U_D$	$-\frac{1}{3}U_D$
$u_{bk}$	$-\frac{1}{6}U_D$	$-\frac{1}{3}U_D$	$-\frac{1}{2}U_D$	$\frac{1}{6}U_D$	0	$-\frac{1}{6}U_D$	$\frac{1}{2}U_D$	$\frac{1}{3}U_D$	$\frac{1}{6}U_D$
$u_{ck}$	$-\frac{1}{6}U_D$	$\frac{1}{6}U_D$	$\frac{1}{2}U_D$	$-\frac{1}{3}U_D$	0	$\frac{1}{3}U_D$	$-\frac{1}{2}U_D$	$-\frac{1}{6}U_D$	$\frac{1}{6}U_D$
$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_{18}^t$	$\vec{V}_{19}^t$	$\vec{V}_{20}^t$	$\vec{V}_{21}^t$	$\vec{V}_{22}^t$	$\vec{V}_{23}^t$	$\vec{V}_{24}^t$	$\vec{V}_{25}^t$	$\vec{V}_{26}^t$
$u_{ak}$	$\frac{2}{3}U_D$	$\frac{1}{2}U_D$	$\frac{1}{3}U_D$	$\frac{1}{2}U_D$	$\frac{1}{3}U_D$	$\frac{1}{6}U_D$	$\frac{1}{3}U_D$	$\frac{1}{6}U_D$	0
$u_{bk}$	$-\frac{1}{3}U_D$	$-\frac{1}{2}U_D$	$-\frac{2}{3}U_D$	0	$-\frac{1}{6}U_D$	$-\frac{1}{3}U_D$	$-\frac{2}{3}U_D$	$-\frac{1}{3}U_D$	0
$u_{ck}$	$-\frac{1}{3}U_D$	0	$\frac{1}{3}U_D$	$-\frac{1}{2}U_D$	$-\frac{1}{6}U_D$	$\frac{1}{6}U_D$	$\frac{1}{3}U_D$	$\frac{1}{6}U_D$	0

W falowniku trójpoziomowym ważna jest nie tylko znajomość prądu obwodu pośredniczącego ale także prądu  $i_1$  pobieranego z punktu środkowego obwodu. Wprawdzie w modelu idealnym wartość tego prądu nie miałyby znaczenia ale w układach rzeczywistych prąd  $i_1$  zmienia potencjał punktu środkowego obwodu pośredniczącego przyczyniając się do pogorszenia pracy falownika. Wartości prądów  $i_2$  oraz  $i_1$  odpowiadające poszczególnym wektorom napięcia falownika trójpoziomowego podano w tab. 3.3.

**TABELA 3.3**

Prądy obwodu pośredniczącego dla poszczególnych wektorów napięć falownika trójpoziomowego z obciążeniem połączonym w gwiazdę.

$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_0^t$	$\vec{V}_1^t$	$\vec{V}_2^t$	$\vec{V}_3^t$	$\vec{V}_4^t$	$\vec{V}_5^t *$	$\vec{V}_6^t$	$\vec{V}_7^t *$	$\vec{V}_8^t$
$i_2$	0	0	$i_c$	0	0	$i_c$	$i_b$	$i_b$	$-i_a$
$i_1$	0	$i_c$	0	$i_b$	$-i_a$	$i_b$	0	$i_c$	0
$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_9^t$	$\vec{V}_{10}^t$	$\vec{V}_{11}^t *$	$\vec{V}_{12}^t$	$\vec{V}_{13}^t$	$\vec{V}_{14}^t$	$\vec{V}_{15}^t *$	$\vec{V}_{16}^t$	$\vec{V}_{17}^t$
$i_2$	0	0	$i_c$	0	0	$i_c$	$i_b$	$i_b$	$-i_a$
$i_1$	$i_a$	$-i_b$	$i_a$	$-i_c$	0	$-i_c$	$i_a$	$-i_b$	$i_a$
$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_{18}^t$	$\vec{V}_{19}^t *$	$\vec{V}_{20}^t$	$\vec{V}_{21}^t *$	$\vec{V}_{22}^t$	$\vec{V}_{23}^t$	$\vec{V}_{24}^t$	$\vec{V}_{25}^t$	$\vec{V}_{26}^t$
$i_2$	$i_a$	$i_a$	$-i_b$	$i_a$	$i_a$	$-i_b$	$-i_c$	$-i_c$	0
$i_1$	0	$i_c$	0	$i_b$	$-i_a$	$i_b$	0	$i_c$	0

Niektóre wektory (oznaczone \*) reprezentują taki stan napięciowy, w którym potencjał punktu środkowego równy jest potencjałowi punktu neutralnego N. Gdyby obciążenie falownika miało czysto rezystancyjny charakter, to prąd  $i_1$  byłby dla tych wektorów równy zeru.

### 3.1.5. Model trójpoziomowego falownika z obciążeniem połączonym w trójkąt

Wektor napięcia wyjściowego falownika  $\vec{V}_k^t$  został zdefiniowany w rozdz. 3.1.3. Określa on stan napięciowy  $k$  na wyjściu falownika za pomocą pary napięć międzyfazowych ( $u_{abk}, u_{bck}$ ). Jeżeli dany jest wektor  $\vec{V}_k^t$  falownika, w którym  $k = (a_k b_k c_k)_3$ , to odpowiadające temu wektorowi napięcia międzyfazowe mają następujące wartości:

$$u_{abk} = (a_k - b_k)U_D, \quad u_{bck} = (b_k - c_k)U_D \quad \text{dla } k = 0,1,\dots,26 \quad (3.9)$$

Napięcia międzyfazowe  $u_{abk}, u_{bck}$  odpowiadające wszystkim wektorom falownika trójpoziomowego przyjmują wartości podane w tab. 3.1.

Obciążenie falownika stanowią trzy dwójniki  $Z_f, e_f$  połączone w trójkąt. Jeśli się przyjmie takie same założenia jak dla modelu z obciążeniem połączonym w gwiazdę, to prądy obciążenia określa wyrażenie:

$$\begin{bmatrix} i_{ab}(t) \\ i_{bc}(t) \\ i_{ca}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{abk} - E_{ab} \\ u_{bck} - E_{bc} \\ u_{cak} - E_{ca} \end{bmatrix} \frac{(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}{R} + \begin{bmatrix} I_{0ab} \\ I_{0bc} \\ I_{0ca} \end{bmatrix} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{dla } t_n \leq t \leq t_{n+1} \quad (3.10)$$

Wyrażenie obowiązuje w przedziale czasowym pomiędzy kolejnymi załączeniami wektorów  $\vec{V}_{k(n)}^t$  i  $\vec{V}_{k(n+1)}^t$ . Prądy początkowe  $I_{0ab}$ ,  $I_{0bc}$ ,  $I_{0ca}$  odpowiadają wartościom prądów płynących przez obciążenia w chwili  $t = t_n$ , a napięcia indukowane mają wartość określoną przez wyrażenia (2.6), przy czym  $E_m$  jest tu amplitudą przebiegu międzyfazowego napięcia indukowanego. Prądy fazowe przekształtnika związane są z prądami obciążeń międzyfazowych zależnością:

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{ab} - i_{ca} \\ i_{bc} - i_{ab} \\ i_{ca} - i_{bc} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Wartości prądów obwodu pośredniczącego  $i_2$  oraz  $i_1$  dla poszczególnych wektorów napięcia falownika zostały podane w tab. 3.4.

**TABELA 3.4**

Prądy obwodu pośredniczącego dla poszczególnych wektorów napięć falownika trójpoziomowego z obciążeniem połączonym w trójkąt.

$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_0^t$	$\vec{V}_1^t$	$\vec{V}_2^t$	$\vec{V}_3^t$	$\vec{V}_4^t$	$\vec{V}_5^t$	$\vec{V}_6^t$	$\vec{V}_7^t$	$\vec{V}_8^t$
$i_2$	0	0	$i_{ca} - i_{bc}$	0	0	$i_{ca} - i_{bc}$	$i_{bc} - i_{ab}$	$i_{bc} - i_{ab}$	$i_{ca} - i_{ab}$
$i_1$	0	$i_{ca} - i_{bc}$	0	$i_{bc} - i_{ab}$	$i_{ca} - i_{ab}$	$i_{bc} - i_{ab}$	0	$i_{ca} - i_{bc}$	0
$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_9^t$	$\vec{V}_{10}^t$	$\vec{V}_{11}^t$	$\vec{V}_{12}^t$	$\vec{V}_{13}^t$	$\vec{V}_{14}^t$	$\vec{V}_{15}^t$	$\vec{V}_{16}^t$	$\vec{V}_{17}^t$
$i_2$	0	0	$i_{ca} - i_{bc}$	0	0	$i_{ca} - i_{bc}$	$i_{bc} - i_{ab}$	$i_{bc} - i_{ab}$	$i_{ca} - i_{ab}$
$i_1$	$i_{ab} - i_{ca}$	$i_{ab} - i_{bc}$	$i_{ab} - i_{ca}$	$i_{bc} - i_{ca}$	0	$i_{bc} - i_{ca}$	$i_{ab} - i_{ca}$	$i_{ab} - i_{bc}$	$i_{ab} - i_{ca}$
$\vec{V}_k^t$	$\vec{V}_{18}^t$	$\vec{V}_{19}^t$	$\vec{V}_{20}^t$	$\vec{V}_{21}^t$	$\vec{V}_{22}^t$	$\vec{V}_{23}^t$	$\vec{V}_{24}^t$	$\vec{V}_{25}^t$	$\vec{V}_{26}^t$
$i_2$	$i_{ab} - i_{ca}$	$i_{ab} - i_{ca}$	$i_{ab} - i_{bc}$	$i_{ab} - i_{ca}$	$i_{ab} - i_{ca}$	$i_{ab} - i_{bc}$	$i_{bc} - i_{ca}$	$i_{bc} - i_{ca}$	0
$i_1$	0	$i_{ca} - i_{bc}$	0	$i_{bc} - i_{ab}$	$i_{ca} - i_{ab}$	$i_{bc} - i_{ab}$	0	$i_{ca} - i_{bc}$	0

## 3.2. Trójfazowy pięciopoziomowy falownik napięcia

### 3.2.1. Układ i zasada działania

Przykład rozwiązania układowego trójfazowego falownika pięciopoziomowego zaprezentowano na rys. 3.7. Przedstawia on uproszczony schemat ideowy jednej gałęzi pięciopoziomowego falownika z diodami poziomującymi [29, 156].

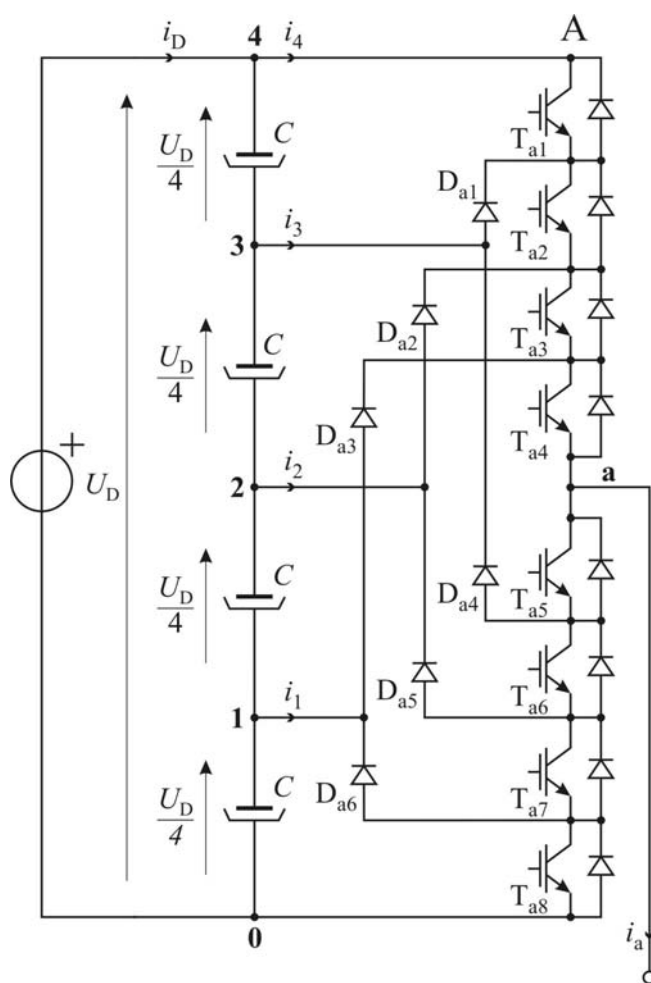
Falownik jest zasilany ze źródła napięcia stałego  $U_D$ , doprowadzonego do obwodu pośredniczącego składającego się z czterech szeregowo połączonych kondensatorów  $C$ , tworzących dzielnik napięcia. Potencjały poszczególnych wyjść dzielnika



w odniesieniu do bieguna ujemnego źródła zasilania mają następujące wartości:  $0$ ,  $+U_D/4$ ,  $+U_D/2$ ,  $+3U_D/4$ ,  $+U_D$ . Potencjał punktu środkowego obwodu pośredniczącego ma wartość  $+U_D/2$ .

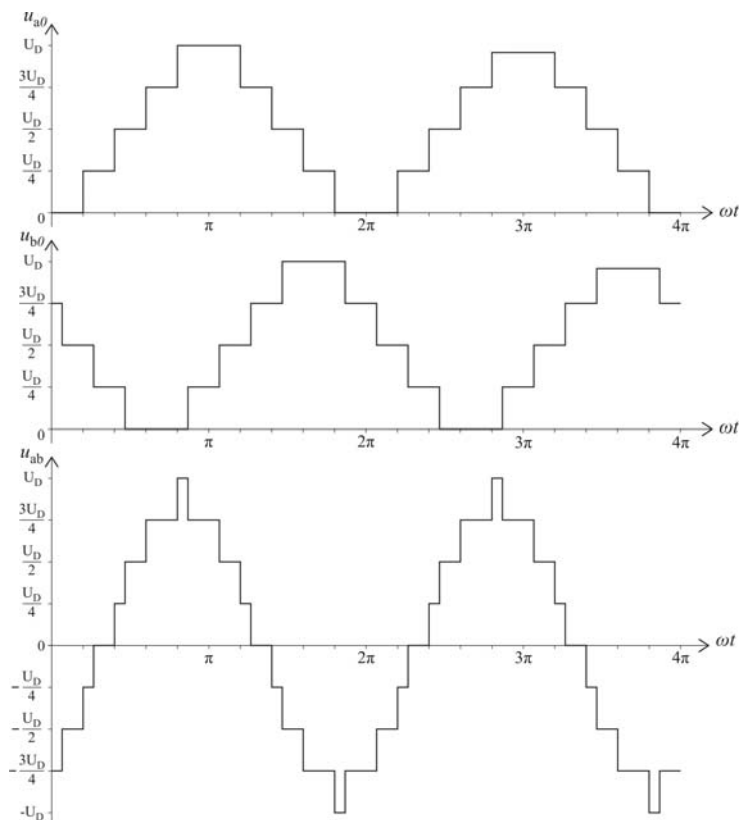
Trójfazowy pięciopoziomowy falownik składa się z trzech gałęzi A, B, C przypisanych poszczególnym fazom. Elementy, z których zbudowano gałęzie fazowe zostały oznaczone odpowiednio: a, b, c. Wybrana gałąź falownika, zgodnie z rysunkiem przypisana fazie **a**, składa się z ośmiu łączników półprzewodnikowych ( tranzystory IGBT) oraz diod poziomująco-blokujących połączonych z wybranymi punktami obwodu pośredniczącego. Działanie poziomujące diod polega na ograniczeniu napięcia na poszczególnych łącznikach do poziomu  $U_D/4$ .

Zasada działania falownika pięciopoziomowego została opisana w wielu pracach. Polega ona na takim przełączaniu łączników, które powoduje doprowadzenie do fazowych zacisków wyjściowych **a**, **b**, **c** pożądanej sekwencji potencjałów:  $0$ ,  $+U_D/4$ ,  $+U_D/2$ ,  $+3U_D/4$ ,  $+U_D$  [105]. W wyniku odpowiedniego przełączania napięcie biegunowe  $u_{a0}$  może przyjmować każdą z wymienionych wartości. Na schemacie ideowym falownika kolejnym potencjałom obwodu pośredniczącego, poczynając od ujemnego bieguna źródła, zostały przypisane oznaczenia cyfrowe:  $0$ ,  $1$ ,  $2$ ,  $3$ ,  $4$ .

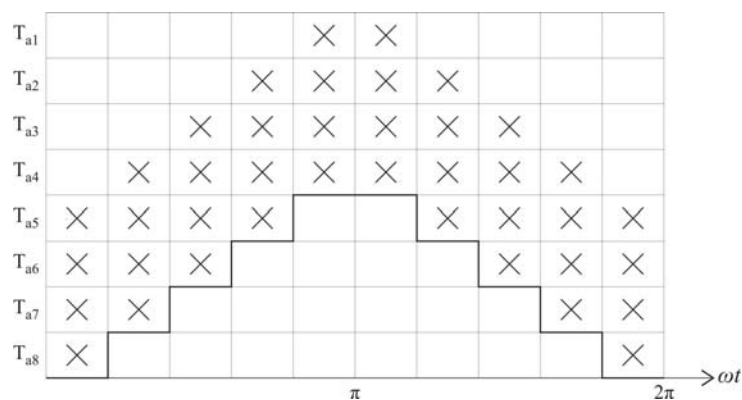


Rys. 3.7. Schemat ideowy gałęzi A trójfazowego falownika pięciopoziomowego

Przebiegi czasowe napięć biegunowych  $u_{a0}$ ,  $u_{b0}$  oraz napięcia międzyfazowego  $u_{ab}$  uzyskane w wyniku załączania sekwencji potencjałów:  $0, +U_D/4, +U_D/2, +3U_D/4, +U_D, +U_D, +3U_D/4, +U_D/2, +U_D/4, 0$  do wyjść fazowych **a**, **b** przedstawiono na rys. 3.8. Przyjęto założenie, że każdy potencjał utrzymywany jest przez czas odpowiadający jednej dziesiątej okresu napięcia fazowego ( $\omega t = \pi/5$ ). Diagram wysterowania poszczególnych łączników zamieszczono na następnym rys. 3.9.



**Rys. 3.8.** Przebiegi czasowe napięć biegunowych  $u_{a0}$ ,  $u_{b0}$  i napięcia międzyfazowego  $u_{ab}$



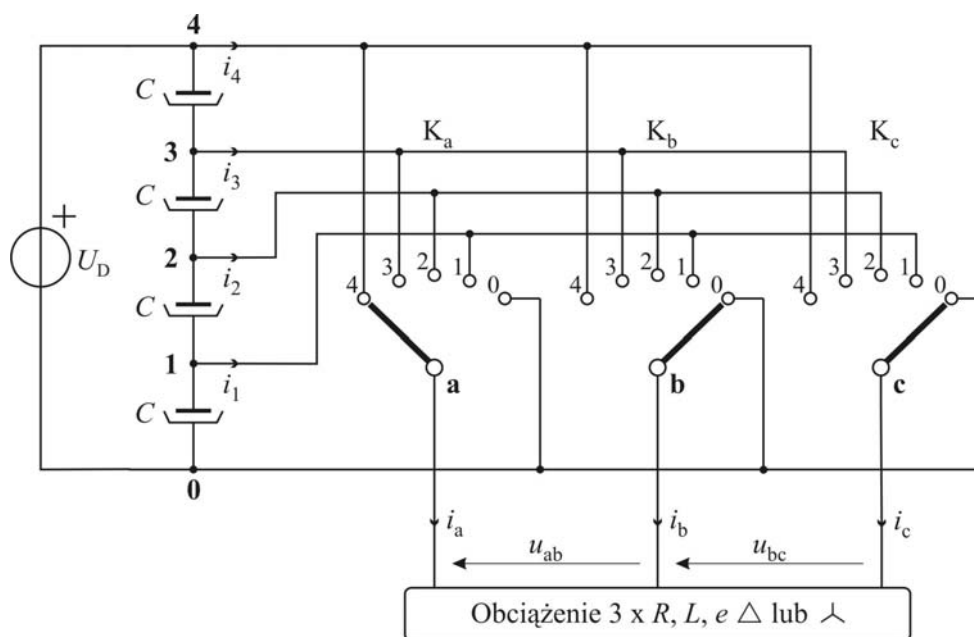
**Rys. 3.9.** Diagram sterowania łączników - „x” oznacza stan przewodzenia łącznika

Przedstawione przebiegi ilustrują zasadę formowania przebiegów czasowych napięcia wyjściowego falownika pięciopoziomowego. Wybrany przykład sterowania nie zapewnia optymalnego kształtu napięcia międzyfazowego np. pod względem zawartości wyższych harmonicznych. Pokazuje jednak związki między wysterowaniem łączników, a napięciem biegunowym. W porównaniu z falownikiem trójpoziomowym falownik pięciopoziomowy umożliwia bardziej precyzyjne formowanie napięć wyjściowych. W układach praktycznych stosowane są również bardziej złożone algorytmy sterowania.

### 3.2.2. Układ zastępczy

Do opisu modelu założono, że falownik pięciopoziomowy zbudowany jest z trzech identycznych gałęzi fazowych, połączonych do wspólnego obwodu pośredniczącego. Założono też, że falownik składa się z elementów o idealnych charakterystykach: źródła napięcia  $U_D$ , łączników półprzewodnikowych  $T_{a1} - T_{a8}$ ,  $T_{b1} - T_{b8}$ ,  $T_{c1} - T_{c8}$ , diod poziomujących  $D_{a1} - D_{a6}$ ,  $D_{b1} - D_{b6}$ ,  $D_{c1} - D_{c6}$  i kondensatorów  $C$  obwodu pośredniczącego.

Schemat zastępczy modelu falownika został przedstawiony na rys. 3.10. Kierunki napięć i prądów zaznaczone na schemacie przyjmuje się jako dodatnie. Gałęziom A, B, C falownika odpowiadają pięciostanowe łączniki  $K_a$ ,  $K_b$ ,  $K_c$ , których stany opisane są za pomocą cyfr 0, 1, 2, 3, 4 odpowiadających potencjałom obwodu pośredniczącego, odpowiednio: 0,  $+U_D/4$ ,  $+U_D/2$ ,  $+3U_D/4$ ,  $+U_D$ . Wybranie określonego stanu łącznika oznacza doprowadzenie do wyjścia fazowego potencjału odpowiadającego temu stanowi. W dalszym ciągu założono, że symbolom wyróżniającym poszczególne łączniki: a, b, c przypisuje się cyfry 0, 1, 2, 3, 4 i tworzy z nich liczbę  $abc_5$ . Liczba ta umożliwi opisanie wszystkich 125 stanów falownika pięciopoziomowego.



Rys. 3.10. Schemat zastępczy trójpoziomowego falownika trójfazowego

Do dalszej analizy przyjmuje się założenie, że liczba  $abc_5$  zapisana jest w pozycyjnym systemie liczbowym o podstawie 5, którego ustalonymi cyframi są: 0, 1, 2, 3, 4. Liczbie  $abc_5$  przypisuje się liczbę dziesiętną  $k$ :

$$k = (a_k b_k c_k)_5 \quad a_k, b_k, c_k = 0, 1, 2, 3, 4 \quad k = 0, 1, 2, \dots, 124 \quad (3.12)$$

Konwersja liczby  $k$  do systemu o podstawie 5 jednoznacznie określa cyfry liczby  $(a_k b_k c_k)_5$  dlatego zostały one oznaczone indeksem  $k$ . Liczba  $k$  przyjmuje wartości od 0 do 124 i pozwala oznaczyć kolejne stany napięciowe wyjść fazowych falownika pięciopoziomowego.

Wykorzystując transformację napięć biegunowych do nieruchomego układu współrzędnych  $(\alpha, \beta)$  na płaszczyźnie zespolonej można wszystkie stany napięciowe zobrazować za pomocą wektorów przestrzennych napięcia biegunowego.

Jeśli do definicji wektora przestrzennego:

$$\vec{V}_k = \frac{2}{3} (u_{a0k} + u_{b0k} e^{j(2\pi/3)} + u_{c0k} e^{-j(2\pi/3)}) \quad k = 0, 1, 2, \dots, 124 \quad (3.13)$$

wprowadzi się podstawienie

$$u_{a0k} = a_k \frac{U_D}{4}, u_{b0k} = b_k \frac{U_D}{4}, u_{c0k} = c_k \frac{U_D}{4} \quad k = 0, 1, 2, \dots, 124 \quad (3.14)$$

to definicja wektora przestrzennego napięcia biegunowego  $\vec{V}_k$  przybiera postać

$$\vec{V}_k = \frac{1}{6} U_D (a_k + b_k e^{j(2\pi/3)} + c_k e^{-j(2\pi/3)}) \quad k = 0, 1, 2, \dots, 124 \quad (3.15)$$

Definicja (3.15) pozwala określić parametry wektora na podstawie jego indeksu przedstawionego jako liczba w systemie liczbowym o podstawie 5. Dla przykładu wektor opisany liczbą  $100 = (400)_5$  jest równy

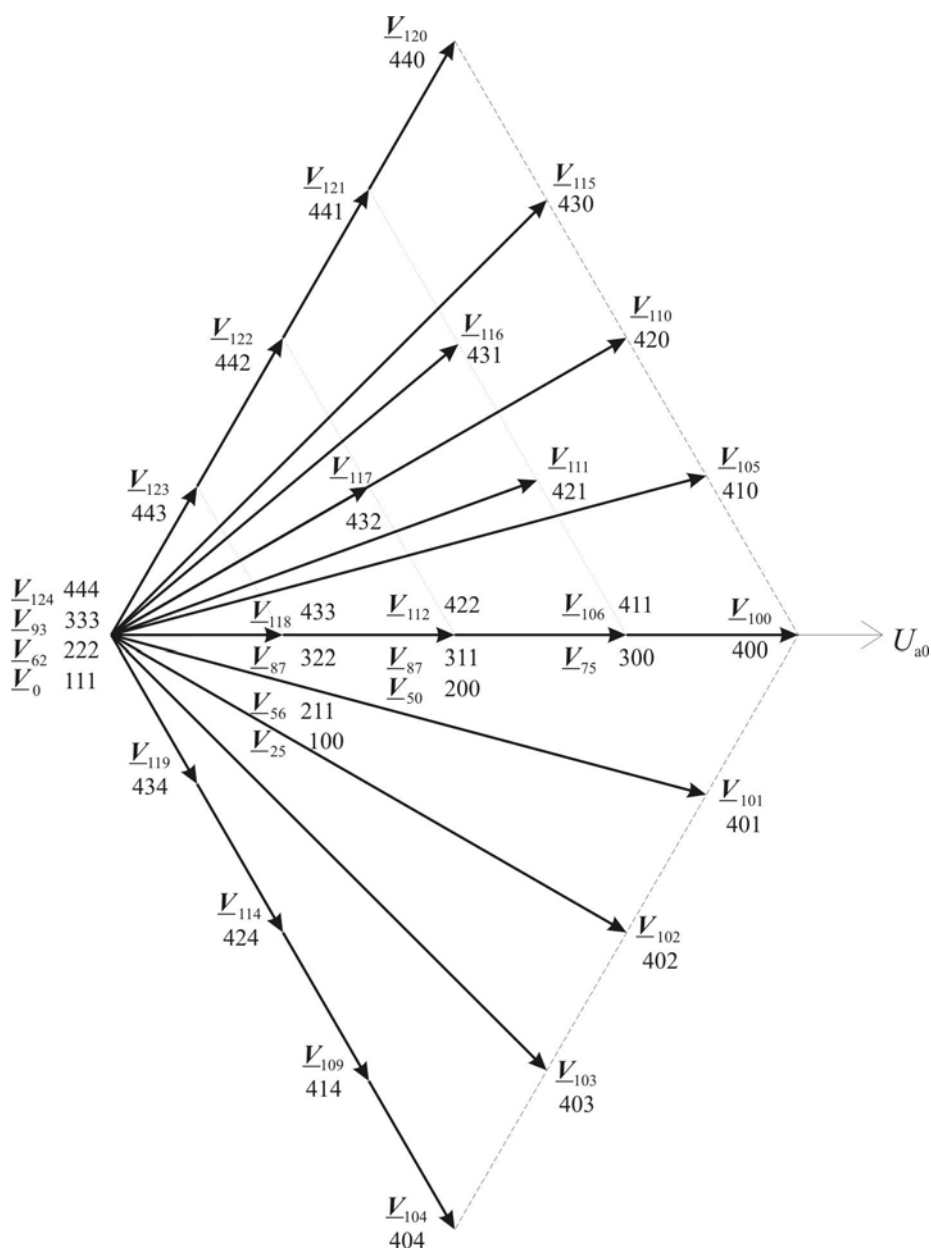
$$\vec{V}_{100} = \frac{1}{6} U_D (4 + 0 \cdot e^{j(2\pi/3)} + 0 \cdot e^{-j(2\pi/3)}) = \frac{2}{3} U_D$$

a wektor opisany liczbą  $110 = (420)_5$

$$\vec{V}_{110} = \frac{1}{6} U_D (4 + 2 \cdot e^{j(2\pi/3)}) = \frac{\sqrt{3}}{3} U_D \cdot e^{j\pi/6}$$

Wektory przestrzenne napięcia biegunowego, zgodnie z definicją (3.15), przedstawiono na rys. 3.11. Dla uproszczenia na rysunku pokazano tylko dwa sektory

płaszczyzny VI i I, ograniczone wektorami odpowiednio  $\vec{V}_{104=(404)_5}$ ,  $\vec{V}_{100=(400)_5}$ ,  $\vec{V}_{120=(440)_5}$ . W falowniku pięcipoziomowym do dyspozycji jest 125 wektorów przestrzennych, w tym pięć wektorów zerowych i 120 aktywnych. Jednakże wśród wektorów aktywnych jest wiele takich, które mają taki sam moduł, zwrot i kąt położenia. W sektorze VI zaznaczono tylko wektory najdłuższe, natomiast w sektorze I zaprezentowano wszystkie wektory aktywne oraz wybrane przykłady wektorów podwójnych, potrójnych i podwójnych.



Rys. 3.11. Wektory przestrzenne napięcia biegunowego pięcipoziomowego falownika trójfazowego

Wektory niezerowe w sektorze pierwszym są następujące:

$$\vec{V}_{100=(400)_5} = \frac{2}{3}U_D, \quad \vec{V}_{106=(411)_5} = \frac{1}{2}U_D, \quad \vec{V}_{112=(422)_5} = \frac{1}{3}U_D, \quad \vec{V}_{118=(433)_5} = \frac{1}{6}U_D,$$

$$\vec{V}_{105=(410)_5} = \frac{\sqrt{13}}{6}U_D e^{j \arctg(\sqrt{3}/7)} \cong 0,6 U_D e^{j14^\circ}, \quad \vec{V}_{115=(430)_5} = \frac{\sqrt{13}}{6}U_D e^{j \arctg(3\sqrt{3}/5)} \cong 0,6 U_D e^{j46^\circ},$$

$$\vec{V}_{110=(420)_5} = \frac{\sqrt{3}}{3}U_D e^{j\pi/6} \cong 0,58 U_D e^{j\pi/6}$$

$$\vec{V}_{111=(421)_5} = \frac{\sqrt{7}}{6}U_D e^{j \arctg(\sqrt{3}/5)} \cong 0,44 U_D e^{j19^\circ}, \quad \vec{V}_{116=(431)_5} = \frac{\sqrt{7}}{6}U_D e^{j \arctg(\sqrt{3}/2)} \cong 0,44 U_D e^{j41^\circ},$$

$$\vec{V}_{117=(432)_5} = \frac{\sqrt{3}}{6}U_D e^{j\pi/6} \cong 0,29 U_D e^{j\pi/6}$$

Załączenie odpowiednich napięć fazowych, określonych przez wybrany wektor  $\vec{V}_k$ , pozwala na formowanie przebiegów czasowych napięcia wyjściowego. Falownik pięciopoziomowy daje w tym zakresie większe możliwości niż falowniki o mniejszej liczbie dostępnych napięć zasilających. Konieczna jest jednak kontrola prądów obwodu pośredniczącego:  $i_3, i_2, i_1$ , po to by nie dopuścić do zakłócenia równowagi dzielnika zasilającego. W tym celu wykorzystuje się liczne wektory wielokrotne, dobierając takie, które kompensują zmiany napięć dzielnika.

Zestawienie wszystkich wektorów falownika pięciopoziomowego przedstawia się następująco:

- 1 wektor zerowy pięciokrotny,
- 6 wektorów poczwórnych – łącznie 24 wektory,
- 12 wektorów potrójnych – łącznie 36 wektorów,
- 18 wektorów podwójnych – łącznie 36 wektorów,
- 24 wektory pojedyncze.

Indeksy wektorów wielokrotnych różnią się o liczbę  $k=31$  (lub jej wielokrotność), którą, podobnie jak dla wektorów podwójnych falownika trójpoziomowego, otrzymuje się w wyniku konwersji liczby  $111_5$  do systemu dziesiętnego. Wynika z tego, że jeśli można znaleźć liczbę  $(a_k+q)(b_k+q)(c_k+q)_5$  lub liczbę  $(a_k-q)(b_k-q)(c_k-q)_5$ , z zakresu liczb  $000_5 \div 444_5$ , to wektor oznaczony taką liczbą będzie identyczny jak wektor oznaczony liczbą  $(a_k b_k c_k)_5$ . Znaczenie operacji polega na przeniesieniu identycznego układu połączeń wyjść fazowych falownika o  $q$  poziomów potencjału  $U_D/4$  w dół lub w górę. Zmienia się wtedy tylko potencjał punktu neutralnego N. Liczba  $q$  może przybierać wartości: 1, 2, 3, 4 ponieważ taka jest liczba niezerowych potencjałów obwodu pośredniczącego w falowniku pięciopoziomowym. Przypadek  $q=4$  odnosi się tylko do wektorów zerowych,  $q=3$  – do wektorów poczwórnych,  $q=2$  do potrójnych, a  $q=1$  – do wektorów podwójnych.

Podsumowując, trójfazowy falownik pięciopoziomowy pozwala utworzyć 61 różnych stanów napięciowych, którym przyporządkowano 125 wektorów przestrzennych. Wyróżnikiem jest indeks wektora  $\vec{V}_k$ , który zapisany w postaci liczby  $(a_k b_k c_k)_5$  jednoznacznie określa stan połączeń obwodu pośredniczącego do wyjść fazowych.

### 3.2.3. Opis w dziedzinie czasu

Do opisu modelu matematycznego falownika pięciopoziomowego w dziedzinie czasu wykorzystuje się podaną wyżej definicję wektora napięcia określonego przez parę napięć międzyfazowych  $(u_{abk}, u_{bck})$ :  $\vec{V}_k^t = \{u_{abk}, u_{bck}\}$ , przy czym  $k = 1, 2, \dots, 124$ .

W falowniku pięciopoziomowym napięcie międzyfazowe może przyjmować następujące wartości:  $0, \pm U_D/4, \pm U_D/2, \pm 3U_D/4, \pm U_D$ . Jeżeli dany jest wektor  $\vec{V}_k^t$  falownika, którego indeks  $k = (a_k b_k c_k)_5$ , to odpowiadające temu wektorowi napięcia międzyfazowe mają następujące wartości:

$$u_{abk} = (a_k - b_k) \frac{U_D}{4}, \quad u_{bck} = (b_k - c_k) \frac{U_D}{4}, \quad u_{cak} = (c_k - a_k) \frac{U_D}{4} \quad \text{dla } k = 0, 1, \dots, 124 \quad (3.16)$$

Liczby  $a_k, b_k, c_k$  odpowiadają cyfrom liczby  $k = (a_k b_k c_k)_5$ , wyróżniającej wektor przestrzenny  $\vec{V}_k$ . Na przykład napięcia międzyfazowe odpowiadające wektorowi  $\vec{V}_{100=(400)_5}^t$  są równe:  $u_{abk} = U_D, u_{bck} = 0, u_{cak} = -U_D$ , ponieważ  $a_k = 4, b_k = 0, c_k = 0$ , a napięcia odpowiadające np. wektorowi  $\vec{V}_{110=(420)_5}^t$  mają wartości odpowiednio:  $u_{abk} = U_D/2, u_{bck} = U_D/2, u_{cak} = -U_D$ .

Po uwzględnieniu zależności (3.16) można definicję wektora napięcia zapisać jako

$$\vec{V}_k^t = \left\{ (a_k - b_k) \frac{U_D}{4}, (b_k - c_k) \frac{U_D}{4} \right\} \quad \text{dla } k = 0, 1, \dots, 124 \quad (3.17)$$

w której liczby  $a_k, b_k, c_k$  przyjmują wartości odpowiadające ustalonym cyfrom pozycyjnego systemu liczbowego o podstawie 5. Wektor napięcia  $\vec{V}_k^t$  zdefiniowany w ten sposób służy do analizy w dziedzinie czasu.

## 3.3. Trójfazowy $n$ -poziomowy falownik napięcia

Wnioski wynikające z analizy wektorowej przedstawionej w poprzednich rozdziałach pozwalają na uogólnienie opisu wektorowego trójfazowego falownika  $n$ -poziomowego. W modelu takiego falownika gałęziom A, B, C odpowiadają  $n$ -stanowe łączniki  $K_a, K_b, K_c$ , których stany opisane są za pomocą cyfr  $0, 1, 2, \dots, (n-2), (n-1)$

odpowiadających potencjałom obwodu pośredniczącego, odpowiednio:  $0, +U_D/(n-1), +2U_D/(n-1), (n-2)U_D/(n-1), +U_D$ . Wybranie określonego stanu łączników oznacza doprowadzenie do wyjść fazowych potencjałów odpowiadających temu stanowi. Jeśli symbolom wyróżniającym poszczególne łączniki: a, b, c przypisze się cyfry  $0, 1, 2, \dots, (n-2), (n-1)$  i utworzy z nich liczbę  $abc$ , to taka liczba umożliwia opisanie wszystkich  $n^3$  stanów napięciowych trójfazowego falownika  $n$ -poziomowego.

Do dalszej analizy przyjmuje się założenie, że liczba  $abc_n$  zapisana jest w pozycyjnym systemie liczbowym o podstawie  $n$ , którego ustalonymi cyframi są:  $0, 1, 2, \dots, (n-2), (n-1)$ . Liczbie  $abc_n$  przypisuje się liczbę dziesiętną  $k$ :

$$k = (a_k b_k c_k)_n \quad a_k, b_k, c_k = 0, 1, 2, \dots, (n-2), (n-1) \quad k = 0, 1, 2, \dots, (n^3 - 1) \quad (3.18)$$

Konwersja liczby  $k$  do systemu o podstawie  $n$  jednoznacznie określa cyfry liczby  $abc_n$  dlatego zostały one oznaczone indeksem  $k$ . Liczba  $k$  przyjmuje wartości od  $0$  do  $(n^3 - 1)$ .

Wykorzystując transformację napięć biegunowych do nieruchomego układu współrzędnych  $(\alpha, \beta)$  na płaszczyźnie zespolonej można wszystkie stany napięciowe zobrazować za pomocą wektorów przestrzennych napięcia biegunowego.

Jeśli do definicji wektora przestrzennego:

$$\vec{V}_k = \frac{2}{3} (u_{a0k} + u_{b0k} e^{j(2\pi/3)} + u_{c0k} e^{-j(2\pi/3)}) \quad k = 0, 1, 2, \dots, (n^3 - 1) \quad (3.19)$$

wprowadzi się podstawienie

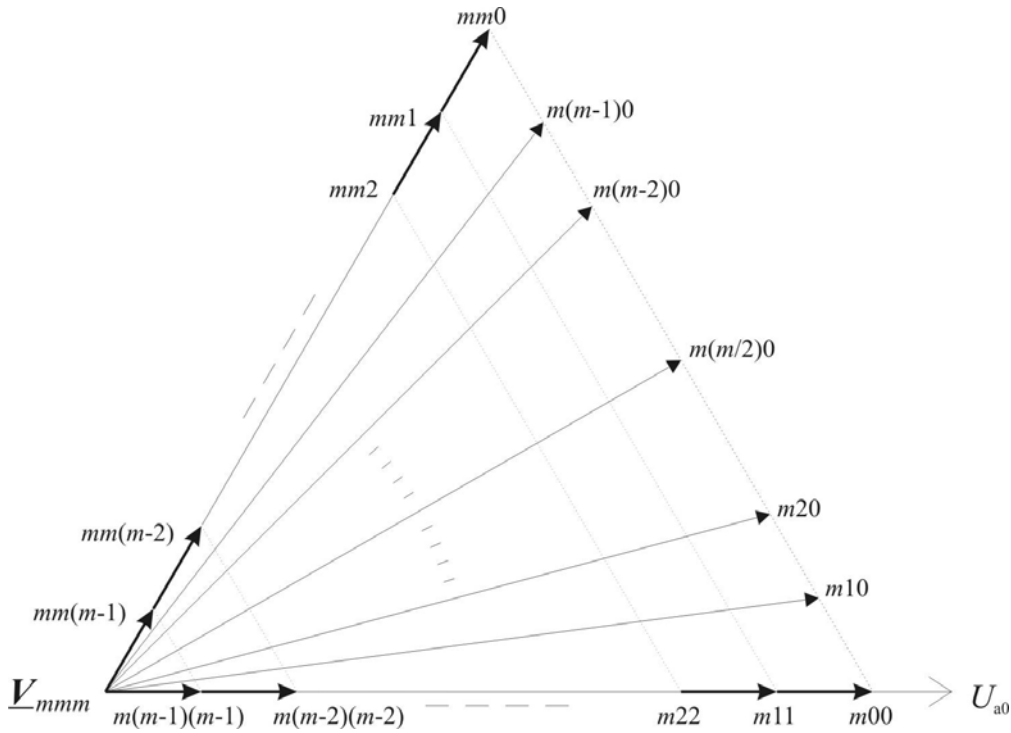
$$u_{a0k} = a_k \frac{U_D}{n-1}, u_{b0k} = b_k \frac{U_D}{n-1}, u_{c0k} = c_k \frac{U_D}{n-1} \quad k = 0, 1, 2, \dots, (n^3 - 1) \quad (3.20)$$

to definicja wektora przestrzennego napięcia biegunowego  $\vec{V}_k$  przybiera postać

$$\vec{V}_k = \frac{2U_D}{3(n-1)} (a_k + b_k e^{j(2\pi/3)} + c_k e^{-j(2\pi/3)}) \quad k = 0, 1, 2, \dots, (n^3 - 1) \quad (3.21)$$

Wybrane wektory przestrzenne napięcia biegunowego falownika  $n$ -poziomowego przedstawiono na rys. 3.12. Założono, że  $n$  jest liczbą nieparzystą. Ponieważ w systemie liczbowym o podstawie  $n$  najwyższą cyfrą jest  $(n-1)$ , to do oznaczania wektorów przyjęto dla uproszczenia zapisu  $m = (n-1)$ . Rysunek przedstawia jeden sektor płaszczyzny  $(\alpha, \beta)$ , ograniczony wektorami odpowiednio  $\vec{V}_{k=(m00)_n}, \vec{V}_{k=(mm0)_n}$ . Pokazano tylko wektory pojedyncze oraz takie wektory wielokrotne, które mają ten sam zwrot i fazę jak wektory  $\vec{V}_{k=(m00)_n}, \vec{V}_{k=(mm0)_n}$ .





Rys. 3.12. Wektory przestrzenne napięcia biegunowego  $n$ -poziomowego falownika trójfazowego

Definicja (3.21) pozwala określić parametry wektora na podstawie jego indeksu przedstawionego w postaci liczby w systemie liczbowym o podstawie  $n$ . Poniżej podano trzy przykłady wektorów przestrzennych falownika  $n$ -poziomowego dla  $n = 11$ . Wektor oznaczony liczbą  $k = (A00)_{11}$  jest równy<sup>20</sup>

$$\vec{V}_{1210} = \frac{2U_D}{3 \cdot 10} (10 + 0 \cdot e^{j(2\pi/3)} + 0 \cdot e^{-j(2\pi/3)}) = \frac{2}{3} U_D$$

i odpowiada wektorowi  $\vec{V}_{k=(m00)_n}$ .

Wektor oznaczony liczbą  $k=(A50)_{11}$ , odpowiadający wektorowi  $\vec{V}_{k=(m\frac{m}{2}0)_n}$  jest równy

$$\vec{V}_{1265} = \frac{2U_D}{3 \cdot 10} (10 + 5e^{j(2\pi/3)} + 0e^{-j(2\pi/3)}) = \frac{\sqrt{3}}{3} U_D e^{j\pi/6}$$

a wektor oznaczony liczbą  $k=(749)_{11}$  jest równy

$$\vec{V}_{900} = \frac{2U_D}{3 \cdot 10} (7 + 4e^{j(2\pi/3)} + 9e^{-j(2\pi/3)}) = \frac{U_D}{3 \cdot 10} (1 - j5\sqrt{3}) \cong 0,29U_D e^{-j83,4^\circ}$$

<sup>20</sup> W systemie liczbowym o podstawie  $n = 11$ , A jest najwyższą cyfrą  $(A)_{11} = 10$ .

Ten wektor leży w sektorze  $V$  płaszczyzny  $(\alpha, \beta)$ , i jest prawie prostopadły do osi rzeczywistej.

W falowniku  $n$ -poziomowym do dyspozycji jest  $n^3$  wektorów przestrzennych, w tym  $n$  wektorów zerowych i  $(n^3 - n)$  aktywnych. Z tej liczby tylko  $6 \cdot (n - 1)$  wektorów aktywnych nie ma swojej kopii. Pozostałe wektory mają liczne odpowiedniki w wektorach oznaczonych przez inne liczby  $k = (a_k b_k c_k)_n$ . W falowniku 11-poziomowym do dyspozycji jest „tylko”  $6 \cdot (n - 1) = 60$  aktywnych wektorów pojedynczych. Na ogólną liczbę  $n^3 = 1331$ , poza sześćdziesięcioma wektorami pojedynczymi i jedenastoma zerowymi, pozostałe 1260 wektorów stanowią wektory wielokrotne. Wśród niezerowych wektorów wielokrotnych największa osiągalna liczba kopii wynosi  $(n - 1)$ . Tak więc w falowniku 11-poziomowym dysponuje się identycznymi wektorami, które mają po 10 przedstawień liczbowych. Zestawienie wszystkich wektorów falownika 11-poziomowego przedstawia się następująco:

- 11 wektorów zerowych,
- 6 wektorów dziesięciokrotnych – łącznie 60 wektorów,
- 12 wektorów dziewięciokrotnych – łącznie 108 wektorów,
- 18 wektorów ośmiokrotnych – łącznie 144 wektory,
- 24 wektory siedmiokrotne – łącznie 168 wektorów,
- 30 wektorów sześciokrotnych – łącznie 180 wektorów,
- 36 wektorów pięciokrotnych – łącznie 180 wektorów,
- 42 wektory poczwórne – łącznie 168 wektorów,
- 48 wektorów potrójnych – łącznie 144 wektory,
- 56 wektorów podwójnych – łącznie 108 wektorów,
- 60 wektorów pojedynczych.

Przedstawione wyżej przykłady obliczania rozkładu wektorów dla różnych  $n$  prowadzą do wniosku, że dla falownika  $n$ -poziomowego całkowita liczba wektorów  $\mathcal{N}$  jest dana wzorem

$$\mathcal{N} = n + 6 \sum_{p=1}^{p=n-1} [(n-p)p] \quad n \geq 2 \quad (3.22)$$

Prawdziwość wzoru łatwo udowodnić wykorzystując metodę indukcji zupełnej. Jeżeli  $n = 2$ , to liczba  $\mathcal{N}$  jest równa

$$\mathcal{N} = 2 + 6 \sum_{p=1}^{p=1} [(2-p)p] = 2 + 6 = 8$$

Dla  $n = 3$ , jak to już wykazano liczba  $\mathcal{N}$  jest równa

$$\mathcal{N} = 3 + 6 \sum_{p=1}^{p=2} [(3-p)p] = 3 + 12 + 12 = 27$$

a dla  $n = 4$ , liczba  $\mathcal{N}$  jest równa

$$\mathcal{N} = 4 + 6 \sum_{p=1}^{p=3} [(4-p)p] = 4 + 18 + 24 + 18 = 64$$

Jak wynika ze wzoru (3.22), na ogólną liczbę  $\mathcal{N}$  wektorów przypada  $n$  wektorów zerowych i kolejno po  $6 \cdot p$  wektorów o krotności  $(n-p)$ .

W poprzednich rozdziałach wykazano, że indeksy wektorów wielokrotnych różnią się o liczbę  $k=(111)_n$ . Wynika z tego, że jeśli można znaleźć liczbę  $(a_k+q)(b_k+q)(c_k+q)_n$  lub liczbę  $(a_k-q)(b_k-q)(c_k-q)_n$ , mieszczącą się w zakresie liczb  $000_n - mmm_n$  ( $m=n-1$ ), to wektor oznaczony taką liczbą będzie identyczny jak wektor oznaczony liczbą  $(a_k b_k c_k)_n$ . W omawianym falowniku odpowiada to przeniesieniu identycznego układu połączeń wyjść fazowych falownika o potencjał  $\frac{qU_D}{n-1}$  w dół lub

w górę. Liczba  $q$  może przybierać wartości:  $0, 1, 2, \dots, (n-1)$  ponieważ taka jest liczba niezerowych potencjałów obwodu pośredniczącego w falowniku  $n$ -poziomym. Przypadek  $q=(n-1)$  odnosi się tylko do wektorów zerowych<sup>21</sup>,  $q=(n-2)$  – do wektorów o  $(n-2)$  kopiach i tak dalej aż do  $q=1$  dla wektorów podwójnych i  $q=0$  – dla wektorów pojedynczych.

Sterowanie falowników wielopoziomowych o dużej liczbie wektorów wielokrotnych jest skomplikowane. Prowadzone są prace związane z poszukiwaniem strategii optymalnego sterowania takich falowników [60]. Kluczową rolę w selekcji wektorów wielokrotnych odgrywa kryterium utrzymania stanu równowagi dzielnika obwodu pośredniczącego.

### 3.3.1. Opis w dziedzinie czasu

Wektor napięcia zastosowany do opisu modelu matematycznego falownika  $n$ -poziomowego w dziedzinie czasu jest określony, tak jak w poprzednich rozdziałach, przez parę napięć międzyfazowych  $(u_{abk}, u_{bck})$ :  $\vec{V}_k^t = \{u_{abk}, u_{bck}\}$ , przy czym  $k=1, 2, \dots, (n-1)$ .

W falowniku  $n$ -poziomym napięcie międzyfazowe może przyjmować następujące wartości:  $0, \pm U_D/(n-1), \pm 2U_D/(n-1), \pm 3U_D/(n-1), \dots, \pm (n-2)U_D/(n-1), \pm U_D$ . Jeżeli dany jest wektor  $\vec{V}_k^t$  falownika o indeksie  $k=(a_k b_k c_k)_n$ , to odpowiadające mu napięcia międzyfazowe dane są zależnością:

$$u_{abk} = (a_k - b_k) \frac{U_D}{n-1}, \quad u_{bck} = (b_k - c_k) \frac{U_D}{n-1}, \quad u_{cak} = (c_k - a_k) \frac{U_D}{n-1} \quad k = 0, 1, \dots, n-1 \tag{3.23}$$

Liczby  $a_k, b_k, c_k$  odpowiadają cyfrom liczby  $k=(a_k b_k c_k)_n$ , wyróżniającej wektor przestrzenny  $\vec{V}_k$ . Na przykład napięcia międzyfazowe odpowiadające wektorowi  $\vec{V}_{k=[(n-1)00]_n}^t$  są równe:  $u_{abk}=U_D, u_{bck}=0, u_{cak}=-U_D$ , ponieważ  $a_k=(n-1), b_k=0, c_k=0$ .

<sup>21</sup> W falowniku  $n$ -poziomym jest  $n$  wektorów zerowych ale jeden wektor zerowy ma  $(n-1)$  kopii.

Po uwzględnieniu zależności (3.23) można definicję wektora napięcia zapisać jako

$$\vec{V}_k^t = \left\{ (a_k - b_k) \frac{U_D}{n-1}, (b_k - c_k) \frac{U_D}{n-1} \right\} \quad \text{dla} \quad k = 0, 1, \dots, (n-1) \quad (3.24)$$

w której liczby  $a_k$ ,  $b_k$ ,  $c_k$  przyjmują wartości odpowiadające ustalonym cyfrom pozytywnego systemu liczbowego o podstawie  $n$ . Wektor napięcia  $\vec{V}_k^t$  zdefiniowany w ten sposób służy do analizy w dziedzinie czasu.

## 4. MODEL FOURIEROWSKI PRZEKSZTAŁTNIKA

### 4.1. Aproksymacja w oparciu o szereg Fouriera

Zagadnienia aproksymacyjne, w tym takie jak aproksymacja funkcji  $f(x)$  za pomocą ciągu funkcji  $g_n(x)$ , stanowią ważny dział matematyki. Poświęcono im ogromną liczbę prac, których wyniki znalazły zastosowanie w wielu dziedzinach nauki i techniki [3, 5, 6]. W rozdziale omówiono zagadnienie aproksymacji przebiegów harmonicznym za pomocą skończonego ciągu ortogonalnego impulsów prostokątnych. Parametry tego ciągu określono wykorzystując współczynniki Fouriera ponieważ zapewniają one własność najlepszej aproksymacji. Wnioski z przedstawionych rozważań są przydatne w procesie projektowania struktur i algorytmów sterowania wielopoziomowych falowników napięcia lub prądu.

Niech będzie dana funkcja  $\varphi(x)$ :

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leq x < \alpha, \\ 0 & \text{dla innych } x \end{cases} \quad \alpha \neq 0 \quad (4.1)$$

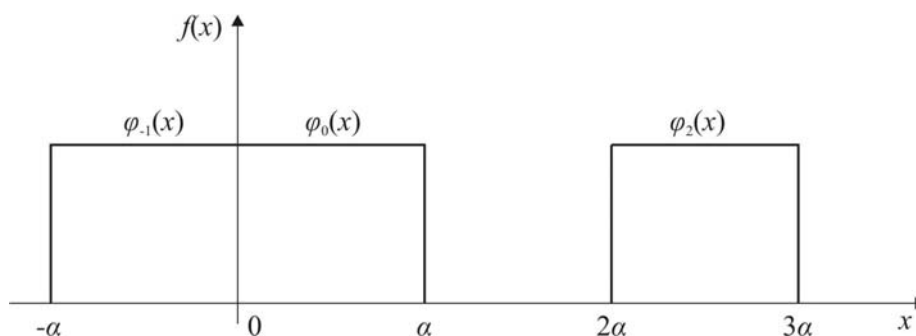
Funkcja  $\varphi(x)$  ma wartość jeden w skończonym przedziale  $< 0, \alpha$ ) i wartość zero wszędzie poza nim. Definiuje się funkcję skalującą  $\varphi_n(x)$ :

$$\varphi_n(x) = \varphi(x - n\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leq x - n\alpha < \alpha \\ 0 & \text{dla innych } x \end{cases} = \begin{cases} 1 & \text{dla } n\alpha \leq x < (n+1)\alpha \\ 0 & \text{dla innych } x \end{cases} \quad (4.2)$$

dla  $n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$

Definicja  $\varphi_n(x)$  określa ciąg impulsów o amplitudzie równej jedności i długości  $\alpha$ , których położenie na osi  $x$  zależy od przyjętego parametru  $n$ . Kilka przykładów funkcji skalującej<sup>22</sup> pokazano na rys. 4.1.

<sup>22</sup> W literaturze spotyka się również określenie – funkcja wskaźnikowa [3].



**Rys. 4.1.** Kilka elementów zbioru funkcji skalujących w przedziale:  $\langle a, b \rangle$ :  $\varphi_0(x)=\varphi(x)$ ,  $\varphi_{-1}(x)$ ,  $\varphi_2(x)$

W dowolnym przedziale  $\langle a, b \rangle$ , o długości równej  $n\alpha$  ( $n \in \mathcal{N}$ ), zdefiniowany ciąg funkcji  $\varphi_n(x)$  spełnia warunki:

$$\|\varphi\|^2 = \int_a^b \varphi_n^2(x) dx = \alpha \quad \text{ i } \quad \int_a^b \varphi_k(x)\varphi_m(x) dx = 0 \quad \text{ gdy } \quad k \neq m \quad (4.3)$$

jest więc układem ortogonalnym o normie  $\|\varphi\|^2 = \alpha$ <sup>23</sup>. W związku z tym, dowolnie określoną funkcję całkowalną z kwadratem w przedziale  $\langle a, b \rangle$   $f(x) \in L^2_{\langle a, b \rangle}$  zgodnie z rozwinięciem (uogólniony) szereg Fouriera można przedstawić względem układu funkcji skalujących ( $\varphi_n$ ) jako:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \varphi_n(x) \quad (4.4)$$

przy czym współczynnik  $c_n$ , nazywany współczynnikiem Fouriera, równy jest

$$c_n = \frac{(f, \varphi_n)}{\|\varphi\|^2} = \frac{\int_a^b f(x)\varphi_n(x) dx}{\alpha} \quad (4.5)$$

Szereg (4.4) nazywany jest uogólnionym szeregiem Fouriera funkcji  $f(x)=\sin(x)$  względem ciągu ortogonalnego  $\varphi_n(x)$ . Szereg zawiera nieskończoną liczbę elementów i pozwala rozwinąć funkcję  $f(x)$  za pomocą nieskończonego ciągu (sumy) odpowiednio wyskalowanych funkcji  $\varphi_n(x)$ . W szczególności możliwe jest rozwinięcie funkcji  $f(x)=\sin(x)$  za pomocą nieskończonego ciągu impulsów prostokątnych, chociaż klasyczne zastosowanie szeregu Fouriera polega na rozwinięciu dowolnej funkcji  $f(x)$  w szereg funkcji harmoniczych.

<sup>23</sup> Gdyby w definicji funkcji  $\varphi(x)$  przyjąć, że ma ona wartość  $1/\sqrt{\alpha}$  w przedziale  $\langle 0, \alpha \rangle$ , to ciąg funkcji  $\varphi_n(x)$  stanowiłby układ ortonormalny.

Zgodnie z (4.4) i (4.5) rozwinięcie  $\sin(x)$  w przedziale  $x \in \langle a, b \rangle$  przyjmuje postać:

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{n=\infty} [c_n \varphi_n(x)] \quad x \in \langle a, b \rangle \quad (4.6)$$

W ogólności zastosowanie szeregu Fouriera dla potrzeb aproksymacji nie wymaga użycia bazy ortonormalnej funkcji skalujących. Warunkiem koniecznym jest ortogonalność tej bazy. W takim razie również inny ciąg funkcji skalujących może zostać zastosowany. W szczególności może to być ciąg funkcji opisujących następujące po sobie impulsy prostokątne (i nie tylko takie) o jednostkowej amplitudzie i różnej długości  $\alpha_k$ :

$$\alpha_k > 0 \quad |\alpha_{k+1} - \alpha_k| \neq 0 \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.7)$$

Dla takiego ciągu funkcja skalująca jest zdefiniowana jako:

$$\varphi_n(x) = \varphi \left( x - \sum_{k=0}^{k=n-1} \alpha_k \right) \quad \text{dla } n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.8)$$

Definicja  $\varphi_n(x)$  określa ciąg impulsów  $\alpha_n$ , których położenie na osi  $x$  określa suma długości  $n$  impulsów poprzedzających:  $\alpha_0 \dots \alpha_{n-1}$ .

## 4.2. Model fourierowski przekształtnika

Wyrażenie (4.6) określa ciąg następujących po sobie impulsów prostokątnych reprezentowanych przez funkcje  $\varphi_n(x)$ . Amplitudy impulsów mają różną wartość wynikającą z obliczenia całki oznaczonej w przedziale  $\langle a, b \rangle$ . Wyrażenie to można wykorzystać do formowania przebiegów przemiennych przekształtników energoelektronicznych, bowiem impulsy prostokątne stanowią podstawową formę przebiegów napięć i prądów generowanych przez falowniki.

Formowanie przebiegów schodkowych z impulsów prostokątnych znalazło zastosowanie w wielu rozwiązaniach falowników wielopoziomowych. Opierają się one głównie o zasadę dodawania „nakładanych na siebie” impulsów napięcia lub prądu czyli sumowanie na osi  $y$ . Ciąg takich impulsów nie jest układem ortogonalnym. W znanych rozwiązaniach falowników napięcia synteza przebiegu przemiennego polega na sumowaniu napięć generowanych przez połączone kaskadowo falowniki jednofazowe [130, 131]. W tym rozdziale rozważane jest zagadnienie syntezy przebiegów przemiennych za pomocą dodawania impulsów „na osi  $x$ ” (na skali  $\omega t$ ), przy zachowaniu warunku ortogonalności (impulsy składowe nie zachodzą na siebie).

W praktyce aproksymacja funkcji  $f(x)$  za pomocą ciągu  $\varphi_n(x)$  polega na dokonaniu sumowania skończonej liczby  $N$  wyrazów ciągu. W zastosowaniach energoelektronicznych naturalnym dążeniem projektantów jest osiągnięcie możliwie najmniejszej liczby  $N$ . Przyjęcie liczby  $N$  określa kąt  $\alpha$  – podstawowy parametr przekształcenia. Dla założonej skończonej liczby  $N$  przebieg  $f_N(x)$  aproksymujący funkcję  $f(x)$  składa się z sumy:

$$f_N(x) = \sum_{n=0}^{N-1} c_n \varphi_n = \sum_{n=0}^{N-1} f_n \quad (4.9)$$

$N$ -ta suma częściowa szeregu Fouriera dla funkcji  $\sin(x)$  ma własność najlepszej aproksymacji. Składniki sumy  $f_n$  stanowią impulsy prostokątne o długości  $\alpha$  i amplitudzie określonej przez współczynniki  $c_n$  zgodnie z równaniem (4.5). Tak więc amplituda kolejnego impulsu ma wartość znormalizowanego iloczynu skalarnego funkcji aproksymowanej i funkcji  $\varphi(n) - (\sin(x), \varphi(n))$ . Funkcja  $f_N(x)$  stanowi przebieg schodkowy zbudowany ze skończonego ciągu  $N$  impulsów.

Opisana metoda aproksymacji przebiegu harmonicznego za pomocą ciągu impulsów o długości  $\alpha_n$  pozwala zdefiniować model matematyczny przekształtnika, w którym synteza przebiegu przemiennego przeprowadzana jest w oparciu o uogólniony szereg Fouriera. Niech  $f(x) = \sin(x)$  w przedziale  $< 0, 2\pi >$ . Model przekształtnika opisuje wyrażenie:

$$\begin{aligned} u(x) &= \mathcal{G}_u \sum_{n=0}^{n=N-1} c_n [\varphi_n(x)] = \mathcal{G}_u \sum_{n=0}^{n=N-1} f_n \\ i(x) &= \mathcal{G}_i \sum_{n=0}^{n=N-1} c_n [\varphi_n(x)] = \mathcal{G}_i \sum_{n=0}^{n=N-1} f_n \end{aligned} \quad x \in < 0, 2\pi > \quad (4.10)$$

Model matematyczny przekształtnika opisany przez wyrażenie (4.10) będzie dalej nazywany modelem fourierowskim i oznaczony MFRP. Współczynniki proporcjonalności  $v_u$  oraz  $v_i$  mają odpowiednio wymiar [V] i [A] i określają odpowiednio poziom przebiegów przemiennych przekształtników.

Do opisu modelu MFRP potrzebna jest znajomość współczynnika  $v_u$  lub  $v_i$ , wybranego ciągu funkcji skalujących  $\varphi_n(x)$  oraz ich liczby  $N$ . Napięcie lub prąd przekształtnika wytworzone w chwili  $t_0$  lub dla kąta położenia  $x_0 = \omega t_0$  wynikają z (4.10). Przykładowo napięcie  $U(\omega t_0)$  dla falownika napięcia oblicza się w następujący sposób:

$$\begin{aligned} U(\omega t_0) &= \mathcal{G}_u f_{n_0} \\ f_{n_0} &= \varphi(x - n_0 \alpha) \quad n_0 = \mathcal{E} \left\{ \frac{\omega t_0}{\alpha} \right\} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Natomiast, aby obliczyć prąd płynący przez obciążenie przekształtnika napięcia lub napięcie na obciążeniu przekształtnika prądu w przedziale  $\omega T_n \leq \omega T \leq \omega T_{n+1}$ ,

należy znać parametry obciążenia. Prąd obciążenia  $i(t)$  lub napięcie na obciążeniu  $u(t)$  oblicza się w sposób podany w rozdz. 2.

$$\mathbf{MFRP} \quad \{ \mathcal{G}_{u \cup i}, \varphi_n(x), N, Z, E, \omega T_n \leq \omega t_0 \leq \omega T_{n+1} \} \quad (4.12)$$

W nawiasie klamrowym zawarto wszystkie niezbędne funkcje i zmienne niezależne. Obciążenie reprezentuje zmienna  $Z$  oznaczająca szeregowe połączenie rezystancji i indukcyjności, a napięcie indukowane – zmienna  $E$ .

### 4.3. Kryteria jakości aproksymacji

Aproksymacja przebiegów harmoniczných według zdefiniowanego modelu opiera się na sumowaniu skończonej liczby  $N$  wyrazów ciągu impulsów. Wobec tego dokładność aproksymacji zależy od przyjętego parametru  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{b-a}{N} \quad N \in \mathcal{N} \quad (4.13)$$

W matematyce jako kryterium dokładności aproksymacji przyjmuje się często wartość błędu średniokwadratowego  $\delta$ . Jeżeli funkcja  $f(x)=\sin(x)$  została przedstawiona w przedziale  $\langle a, b \rangle$  za pomocą  $N$  elementów, błąd średniokwadratowy  $\delta$  określa następujące wyrażenie:

$$\delta = \frac{1}{b-a} \int_a^b \left[ \sin(x) - \sum_{n=0}^{N-1} c_n \varphi_n(x) \right]^2 dx \quad x \in \langle a, b \rangle, \quad b > a \quad (4.14)$$

W zastosowaniach energoelektronicznych, podstawowym kryterium jest zawartość wyższych harmoniczných przebiegu danego wyrażeniem (4.4).

Jako przykład aproksymacji funkcji  $f(x)=\sin(x)$  za pomocą rozwinięcia w szereg Fouriera ciągu ortogonalnego  $\varphi_n(x)$ , poddano analizie przebieg aproksymujący o parametrach:  $N=24$  ( $\alpha=\pi/12$ ). Amplitudy kolejnych impulsów  $f_n$  przebiegu, obliczone dla połowy okresu aproksymowanej sinusoidy  $\langle 0, \pi \rangle$ , zamieszczono w tab. 4.1.

**TABELA 4.1**

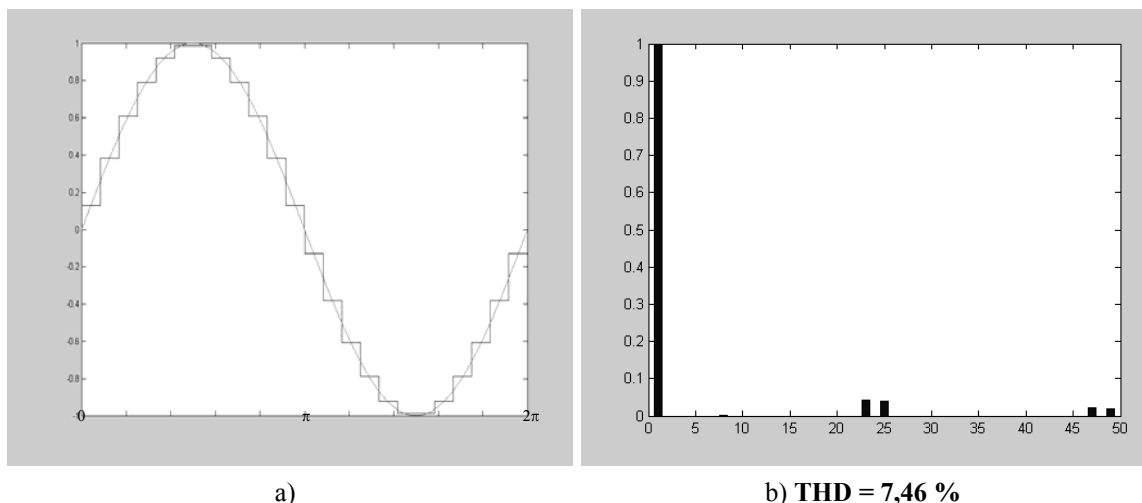
Współczynniki funkcji schodkowej  $f_N(x)$  aproksymującej funkcję  $f(x)=\sin(x)$  w przedziale  $\langle 0, \pi \rangle$  według rozwinięcia w szereg Fouriera.

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$f_n$	0,1301	0,3816	0,6070	0,7911	0,9213	0,9886	0,9886	0,9213	0,7911	0,6070	0,3816	0,1301

Współczynniki  $f_n$  w przedziale  $\langle \pi, 2\pi \rangle$  rozwinięcia przyjmują wartości podane w tab. 4.1 w tym samym porządku ze znakiem minus.



Na rysunku 4.2 przedstawiono wynik obliczeń w postaci przebiegu  $f_{N=24}(x)$  oraz jego spektrum harmonicznym.



**Rys. 4.2. Aproxymacja funkcji  $f(x)=\sin(x)$  w przedziale  $<0, 2\pi>$ :  
a) przebieg  $f_{N=24}$ , b) spektrum harmonicznym**

Błąd średniokwadratowy aproksymacji funkcji  $\sin(x)$  za pomocą funkcji schodkowej  $f_N(x)$  należy obliczać jako sumę błędów aproksymacji w kolejnych odciinkach  $\alpha$  przedziału  $<a, b>$ , w których funkcja  $f_N(x)$  ma stałą wartość.

$$\delta_N = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{N-1} \int_{n\alpha}^{(n+1)\alpha} [\sin(x) - f_n(x)]^2 dx \tag{4.15}$$

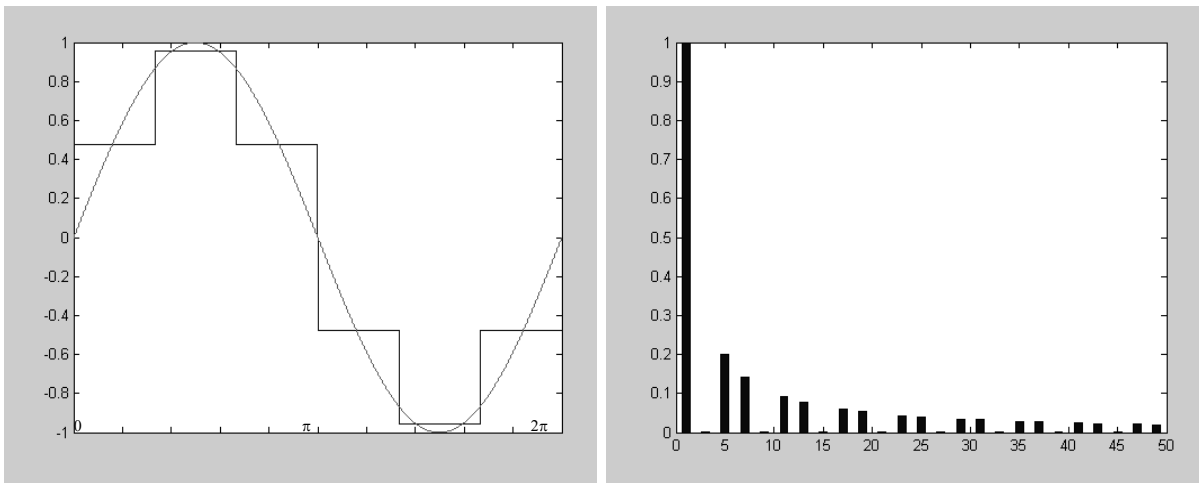
Dla przedziału  $<0, 2\pi>$  i  $N = 24$  ( $\alpha = \pi/12$ ) błąd ma wartość  $\delta_{24} \cong 0,002849$ .

W tabeli 4.2 zamieszczono wartości przebiegów aproksymujących funkcję  $f(x)=\sin(x)$  w przedziale  $<0, 2\pi>$  dla dwóch innych wartości parametru:  $\alpha = \pi/3$  ( $60^\circ$ ) oraz  $\alpha = \pi/6$  ( $30^\circ$ ). Przebiegi schodkowe oraz spektra harmonicznym odpowiadające podanym wartościom kąta  $\alpha$  pokazano na rysunkach 4.3 i 4.4. Posłużą one do dalszej analizy właściwości rozwinięcia funkcji  $f(x)=\sin(x)$  w szereg Fouriera.

**TABELA 4.2**

Współczynniki funkcji schodkowych  $f_N(x)$  według rozwinięcia w szereg Fouriera funkcji  $f(x)=\sin(x) <0, 2\pi>$  dla dwóch wartości  $N$ :  $N=3, N=6$ .

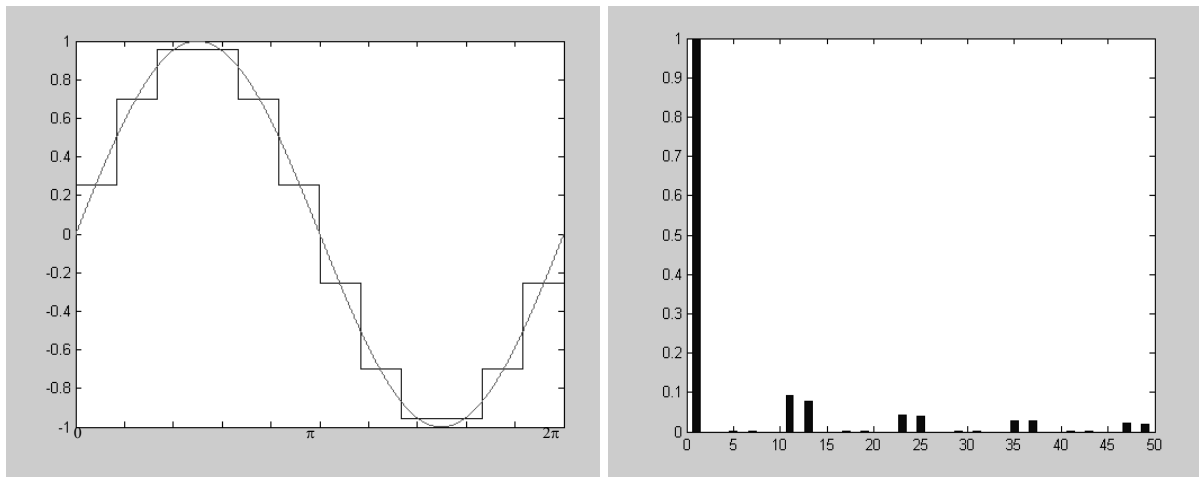
$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$f_n$ $N=6$	0,4775	0,9549	0,4775	-0,4775	-0,9549	-0,4775						
$f_n$ $N=12$	0,2559	0,6990	0,9549	0,9549	0,6990	0,2559	-0,2559	-0,6990	-0,9549	-0,9549	-0,6990	-0,2559



a)

b) THD = 31,09 %

**Rys. 4.3. Aproxymacja funkcji  $f(x)=\sin(x)$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ :  
a) przebieg  $f_{N=6}$ , b) spektrum harmoniczných**



a)

b) THD = 15,23 %

**Rys. 4.4. Aproxymacja funkcji  $f(x)=\sin(x)$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ :  
a) przebieg  $f_{N=12}$ , b) spektrum harmoniczných**

W tabeli 4.3 zestawiono wartości błędów średniokwadratowych i współczynników THD kilku przebiegów aproksymujących funkcję  $\sin(x)$ . Dla porównania podano też parametry przebiegu prostokątnego, który w tym ujęciu stanowi przebieg o najniższym poziomie aproksymacji.

**TABELA 4.3**

Parametry funkcji aproksymujących  $f_{N=2}, f_{N=6}, f_{N=12}, f_{N=16}, f_{N=24}$ .

$f_N$	$\alpha$	$N_{ f_N }$	$\sigma_N$	THD
$f_{N=2}$	$\pi$	1	0,0947	48,37 %
$f_{N=6}$	$\pi/3$	2	0,0440	31,09 %
$f_{N=12}$	$\pi/6$	3	0,0113	15,23 %
$f_{N=16}$	$\pi/8$	4	0,0064	11,41 %
$f_{N=24}$	$\pi/12$	6	0,0028	7,63 %

Opisana metoda aproksymacji, opartej o rozwinięcie w uogólniony szereg Fouriera, stanowi wygodne narzędzie matematyczne przydatne do projektowania sterowania i struktury wielopoziomowych falowników napięcia lub prądu, charakteryzujących się poprawionym kształtem przebiegów przemiennych. W tabeli 4.3 podano parametr  $N_{|f_N|}$ , który oznacza liczbę różnych wartości modułu funkcji  $|f_N|$ , występujących w jednym okresie funkcji aproksymowanej. Odpowiada ona liczbie niezbędnych do budowy takich falowników poziomów napięć lub prądów zasilających. Korelację między parametrami  $f_N$  i  $N_{|f_N|}$  określa wyrażenie:

$$N_{|f_N|} = \left(\frac{N}{4}\right) \quad \text{jeśli} \quad \left(\frac{N}{4}\right) \in \mathcal{N} \tag{4.16}$$

$$N_{|f_N|} = \mathcal{E}\left\{\frac{N}{4}\right\} + 1 \quad \text{dla pozostałych } N$$

w którym  $\mathcal{N}$  oznacza zbiór liczb naturalnych, a  $\mathcal{E}$  – funkcję *Entier*  $\{x\}$ .

Liczba  $N_{|f_N|}$  jest bardzo ważnym parametrem przekształtników wielopoziomowych. Na przykład, dla przekształtnika napięcia generującego przebieg  $f_{N=6}$ , o niskim poziomie aproksymacji, liczba  $N_{UD} = N_{|f_N|} = 2$ . Oznacza to, że potrzebne są dwa źródła napięciowe o napięciach:

$$U_{D0} = \mathcal{G}_u f_0 \quad ; \quad U_{D1} = \mathcal{G}_u f_1 \tag{4.17}$$

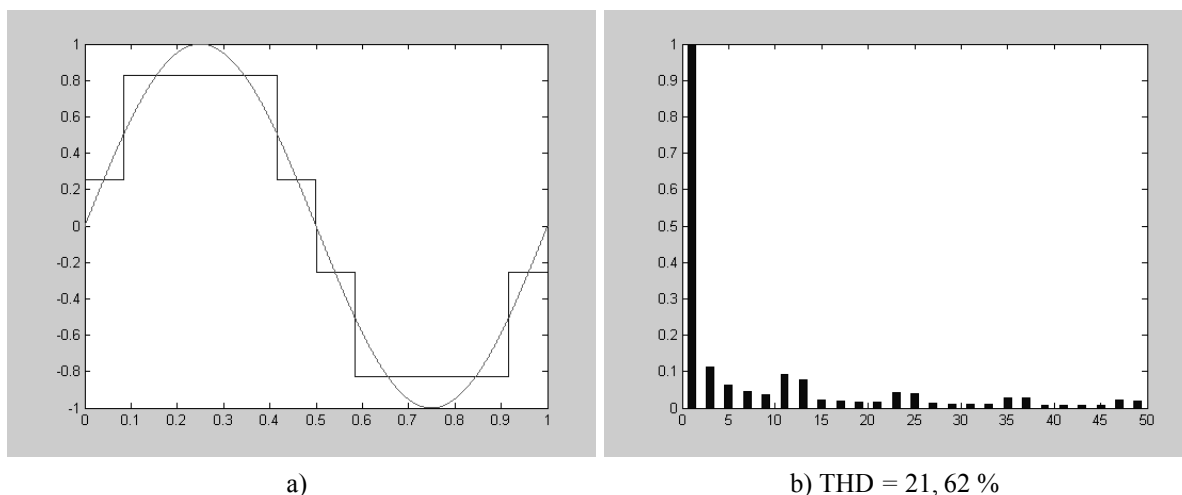
proporcjonalnych do wartości  $f_0$  i  $f_1$  podanych w tab. 4.2. W tym wypadku stosunek napięć zasilających wynosi 2. Taki sam stosunek miar schodków napięcia fazowego otrzymuje się w falowniku trójfazowym, z obciążeniem połączonym w gwiazdę, którego łączniki są sterowane za pomocą fal prostokątnych.

Jeżeli przyjmie się założenie, że przebieg schodkowy  $f_{N=6}$  jest symetryczny w każdej połowie okresu względem osi symetrii odpowiednio  $x = \pi/2$  oraz  $x = 3\pi/2$ , to jego kształt określają dwa parametry: stosunek amplitud schodków odpowiadający stosunkowi napięć zasilających ( $U_{D0}/U_{D1}$ ) oraz kąt  $\alpha$ , który określa czas trwania pierwszego schodka. Dla przebiegu z rys. 4.3 stosunek amplitud schodków równa się  $V_0/V_1=0,5$ , a kąt  $\alpha = \pi/3$ . Wartość współczynnika THD tego przebiegu wynosi 31,09%.

Nie jest to bynajmniej najmniejszy, możliwy do uzyskania, poziom wyższych harmonicznych przebiegu przemiennego generowanego przez przekształtnik wyposażony w dwa źródła napięcia zasilającego. W dalszej części rozdziału zostanie przeanalizowana możliwość takiego doboru parametrów  $U_{D0}$ ,  $U_{D1}$  i  $\alpha$ , który przyniesie zmniejszenie współczynnika THD.

#### 4.4. Zawartość wyższych harmonicznych przebiegu sześcioschodkowego $f_{N=6}$

Dwa przykłady aproksymacji za pomocą ciągu impulsów o różnej długości  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  zostały przedstawione na rys. 4.5 i 4.6. Parametry określające kształt przebiegu na rys. 4.5 mają następujące wartości:  $\alpha_0 = \pi/6$ ,  $\alpha_1 = 2\pi/3$ ,  $V_0 = 0,2559$ ,  $V_1 = 0,8270$ . Spektrum harmonicznych tego przebiegu nie ma postaci tak regularnej jak spektra przebiegów przedstawionych wyżej, na rys. 4.2, 4.3 i 4.4. Tamte przebiegi zbudowane zostały z  $N$  impulsów o równej długości – ich spektra mają tę właściwość, że znając liczbę impulsów w okresie można określić częstotliwości wszystkich niezerowych wyższych harmonicznych według zależności  $(nN \pm 1)f_1$ , co zresztą można wykazać. Przebieg przedstawiony na rys. 4.5 zawiera niższe harmoniczne, włącznie z trzecią, ale współczynnik THD osiąga wartość 21,62% w porównaniu do 31,09% dla przebiegu z rys. 4.3. Błąd średniokwadratowy aproksymacji ma wartość  $\delta = 0,0222$ .



**Rys. 4.5. Aproksymacja funkcji  $f(x)=\sin(x)$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ :**  
a) przebieg  $f_{N=6}$ : ( $\alpha_0 = \pi/6$ ,  $\alpha_1 = 2\pi/3$ ), b) spektrum harmonicznych

Parzyste harmoniczne w rozpatrywanych przebiegach nie występują. Harmoniczne nieparzyste  $b_k$  przebiegów schodkowych  $f_{N=6}$ , spełniających podane wyżej warunki symetryczności i określonych za pomocą parametrów  $V_0$ ,  $V_1$ ,  $\alpha$ , można obliczyć ze wzoru

$$b_k = \frac{4}{k\pi} [V_0 + (V_1 - V_0)\cos(k\alpha)] \quad k = 1, 3, 5, \dots \quad (4.18)$$

w którym  $V_0$  i  $V_1$  oznaczają miary schodków, a kąt  $\alpha$  odpowiada kątowi  $\alpha_0$ .

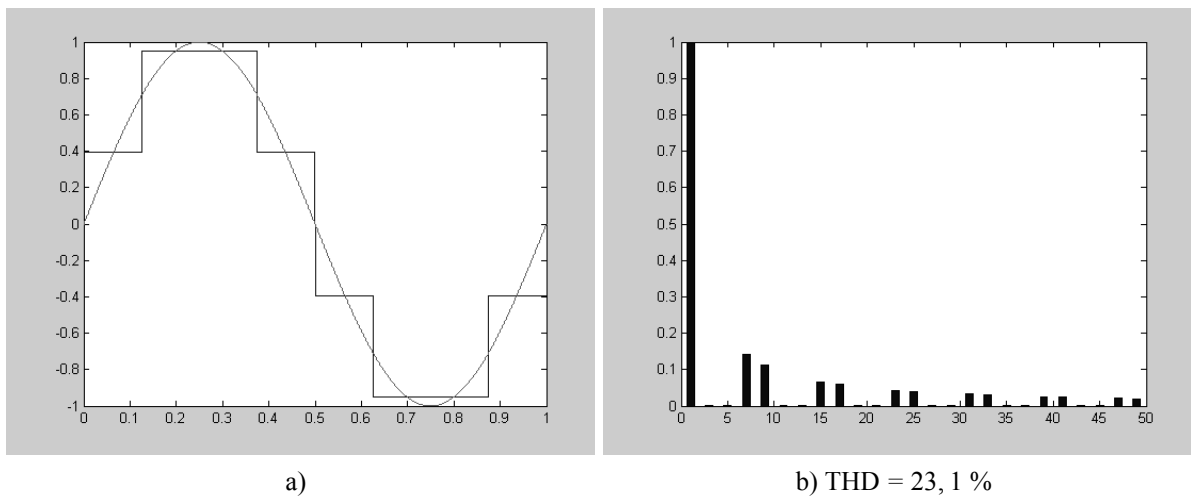
Zależność (4.18) można wykorzystać do wyznaczenia takich parametrów, które pozwolą wyeliminować wybrane nieparzyste harmoniczne przebiegu. Ten problem jest dyskutowany szeroko w literaturze dotyczącej falowników wielopoziomowych [48, 49, 133, 139, 146, 147, 150]. Analizowany przykład odnosi się do falowników trójpoziomowych, w których również można ograniczyć zawartość wyższych harmonicznych dobierając odpowiednio warunki pracy przekształtnika. Jeżeli założy się, na przykład, wyeliminowanie trzeciej i piątej harmonicznej to z (4.18) wynika układ równań

$$\begin{cases} 4[V_0 + (V_1 - V_0)\cos\alpha] = \pi \\ V_0 + (V_1 - V_0)\cos(3\alpha) = 0 \\ V_0 + (V_1 - V_0)\cos(5\alpha) = 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

po rozwiązaniu którego otrzymuje się:

$$V_0 = 0,3927, \quad V_1 = 0,9481, \quad \alpha = \frac{\pi}{4}, \quad b_1 = 1, \quad b_3 = b_5 = 0$$

Wynik obliczeń ilustruje rys. 4.6. Współczynnik THD przebiegu ma wartość 23,1 %.



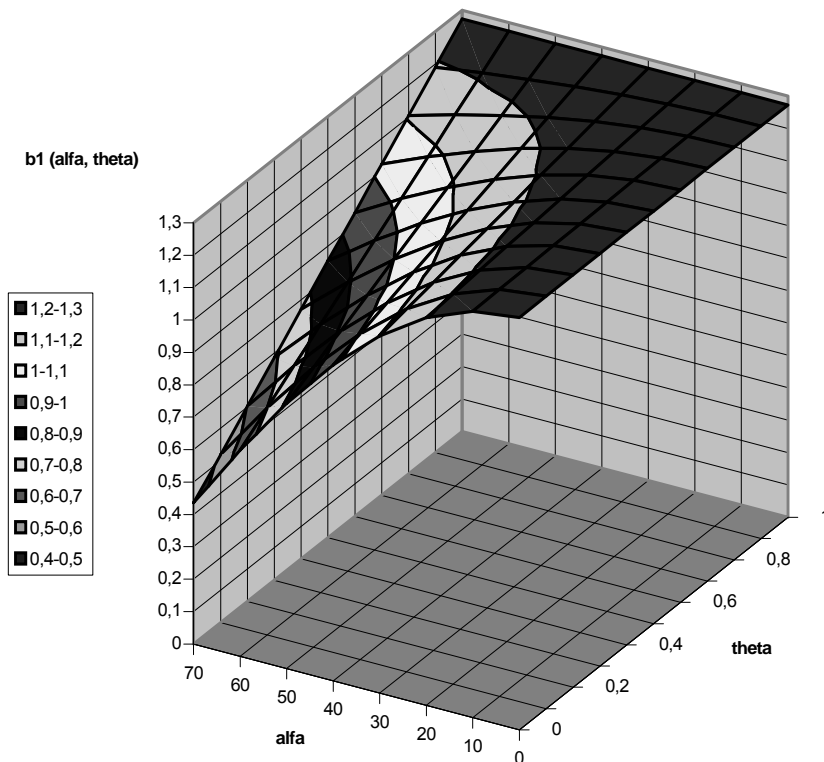
**Rys. 4.6. Aproxymacja funkcji  $f(x)=\sin(x)$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ : a) przebieg  $f_{N=6}$ : ( $\alpha_0 = \pi/4, \alpha_1 = \pi/2$ ), b) spektrum harmonicznych**

Ze wzoru (4.18) wynika zależność na harmoniczną podstawową  $b_1$  przebiegu  $f_{N=6}$ :

$$b_1 = \frac{4V_1}{\pi} [\theta + (1 - \theta) \cos \alpha] \quad (4.20)$$

Symbol  $\theta = V_0/V_1$  oznacza stosunek miar schodków. Harmoniczna podstawowa jest funkcją parametrów  $\alpha$  i  $\theta$  określających kształt przebiegu  $b_1 = b_1(\alpha, \theta)$ . Można ją przedstawić w trójwymiarowym układzie współrzędnych prostokątnych. Na rysunku 4.7 zaprezentowano obraz funkcji  $b_1(\alpha, \theta)$  w granicach zmian parametrów:  $\alpha \in \langle 0, 70^\circ \rangle$ ,  $\theta \in \langle 1/10, 1 \rangle$  i przy założeniu, że  $V_1 = 1$ . Dla małych wartości  $\theta < 0,3$  i jednocześnie rosnących wartości kąta  $\alpha > 50^\circ$ , amplituda podstawowej harmonicznej silnie maleje. Można wtedy spodziewać się wzrostu współczynnika zawartości wyższych harmonicznych, ponieważ wartość THD jest odwrotnie proporcjonalna do harmonicznej podstawowej:

$$\text{THD} = \frac{1}{b_1} \sqrt{\sum_{k=1}^{k=\infty} b_{2k+1}^2} \quad (4.21)$$



Rys. 4.7. Wartości harmonicznej podstawowej  $b_1$  zobrazowane w trójwymiarowym układzie współrzędnych prostokątnych: granice zmian parametrów:  $\alpha \in \langle 0, 70^\circ \rangle$ ,  $\theta \in \langle 1/10, 1 \rangle$

#### 4.5. Optymalny kształt przebiegu sześcioschodkowego $f_{N=6}$

Przyjmując jako kryterium optymalnego kształtu przebiegu schodkowego najmniejszą wartość współczynnika THD można znaleźć takie parametry przebiegu  $V_0$ ,  $V_1$ ,  $\alpha$ , dla których THD osiąga minimum.

Uwzględniając (4.18) można zapisać definicję THD w postaci wyrażenia:

$$\text{THD} = \frac{4V_1}{\pi b_1} \sqrt{f(\alpha, \theta)} \quad (4.22)$$

Do wyrażenia określającego współczynnik THD wprowadzono funkcję dwóch zmiennych, określających kształt przebiegu schodkowego:  $\theta$  oznacza stosunek miar schodków, a zmienna  $\alpha$  – czas trwania pierwszego schodka. Funkcję  $f(\alpha, \theta)$  można nazwać funkcją kształtu. Jest wielce prawdopodobne, że zagadnienie znalezienia minimum THD sprowadza się do znalezienia minimum funkcji kształtu określonej zgodnie z (4.21) jako

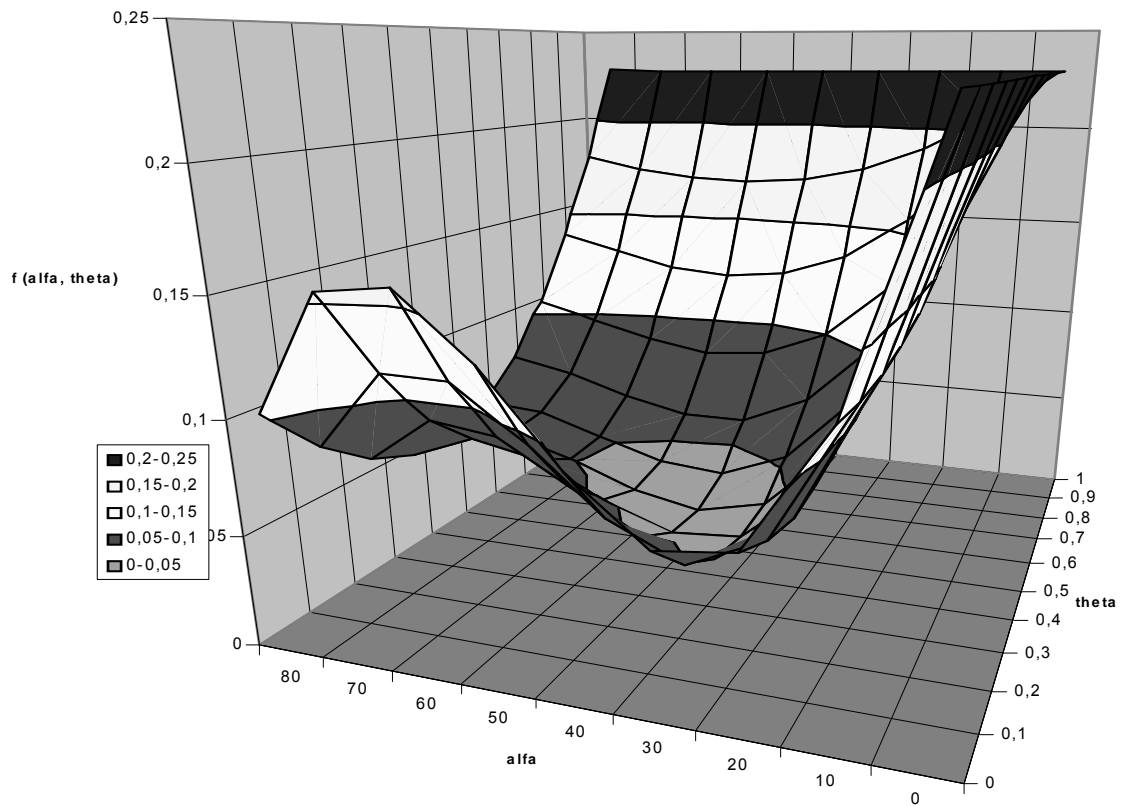
$$f(\alpha, \theta) = \sum_{k=1}^{k=\infty} \left\{ \frac{1}{2k+1} [\theta + (1-\theta)\cos[(2k+1)\alpha]] \right\}^2 \quad (4.23)$$

Przemawia za tym stosunkowo niewielka zmienność harmonicznego podstawowego  $b_1$  w funkcji parametrów  $\alpha$ ,  $\theta$  w obszarze spodziewanego minimum.

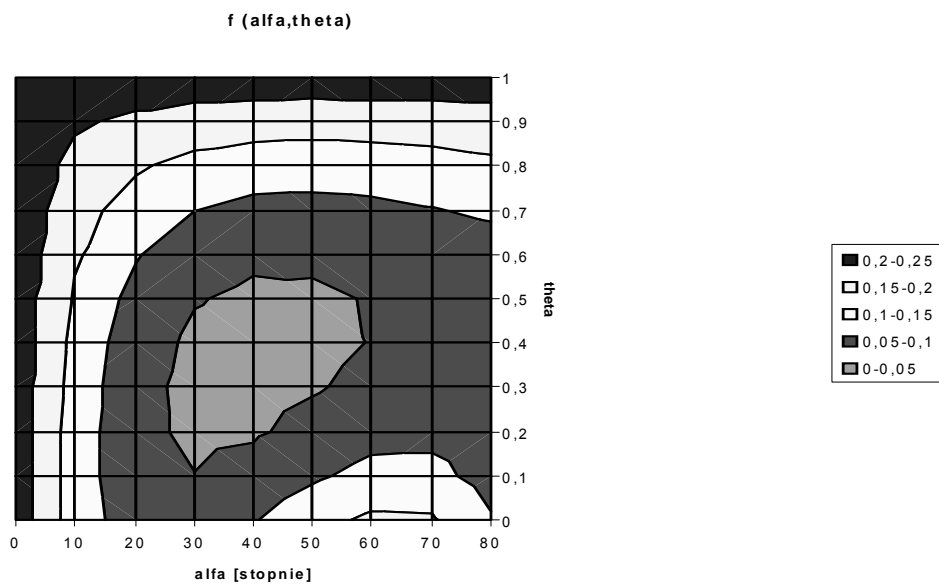
Dziedzinę funkcji  $f(\alpha, \theta)$  stanowi obszar płaszczyzny  $(\alpha, \theta)$  ograniczony do prostokąta o wymiarach  $0 < \alpha < \pi/2$ ,  $0 < \theta < 1$ . Teoretycznie zmienne  $\alpha$  i  $\theta$  mogą przyjmować wartości graniczne  $\alpha = 0 \cup \alpha = \pi/2$ ,  $\theta = 0 \cup \theta = 1$ , przy zastrzeżeniu, że funkcja  $f(\alpha, \theta)$  dla  $\alpha = \pi/2$  i  $\theta = 0$  odpowiada przebiegowi o wartości równej zero w całym okresie, za wyjątkiem dwóch punktów  $x = \pi/2$  oraz  $x = 3\pi/2$ , w których przebieg stanowią impulsy Diraca o amplitudzie równej odpowiednio 1 i  $-1$ . W takim wypadku spektrum harmonicznego miałoby nieskończone pasmo. Z drugim skrajnym przypadkiem funkcji  $f(\alpha, \theta)$  mamy do czynienia, gdy przebieg określają parametry  $\alpha = 0$  i  $\theta = 1$ . Wówczas przebieg schodkowy zamienia się w falę prostokątną, której spektrum harmonicznego jest znane. Praktycznie biorąc, jak wynika to z analizy rozkładu wartości pierwszej harmonicznego, obszar poszukiwań można zawęzić.

Na rysunku 4.8 przedstawiono obraz funkcji  $f(\alpha, \theta)$  w trójwymiarowym układzie współrzędnych prostokątnych. Obszar powierzchni odpowiadający najniższym wartościom funkcji kształtu, dla których  $f(\alpha, \theta) \leq 0,05$ , zaznaczono kolorem niebieskim.

Na kolejnym rysunku 4.9 pokazano rzut pionowy powierzchni  $f(\alpha, \theta)$  na płaszczyznę  $(\alpha, \theta)$ . Zakreśla on granice obszaru o optymalnych, w sensie rozważanego kryterium, parametrach  $\alpha$ ,  $\theta$ .



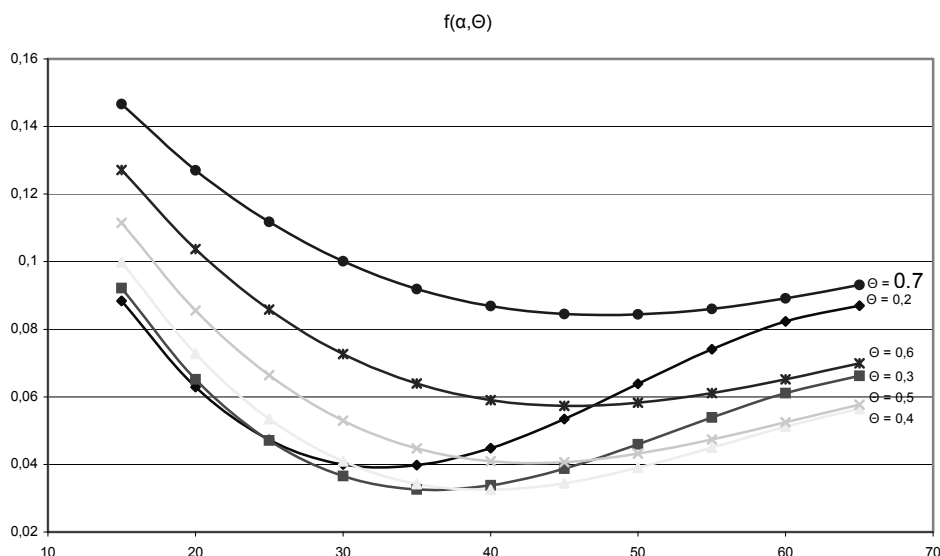
Rys. 4.8. Zobrazowanie funkcji  $f(\alpha, \theta)$  w trójwymiarowym układzie współrzędnych prostokątnych



Rys. 4.9. Rzut pionowy funkcji  $f(\alpha, \theta)$  na płaszczyznę  $(\alpha, \theta)$

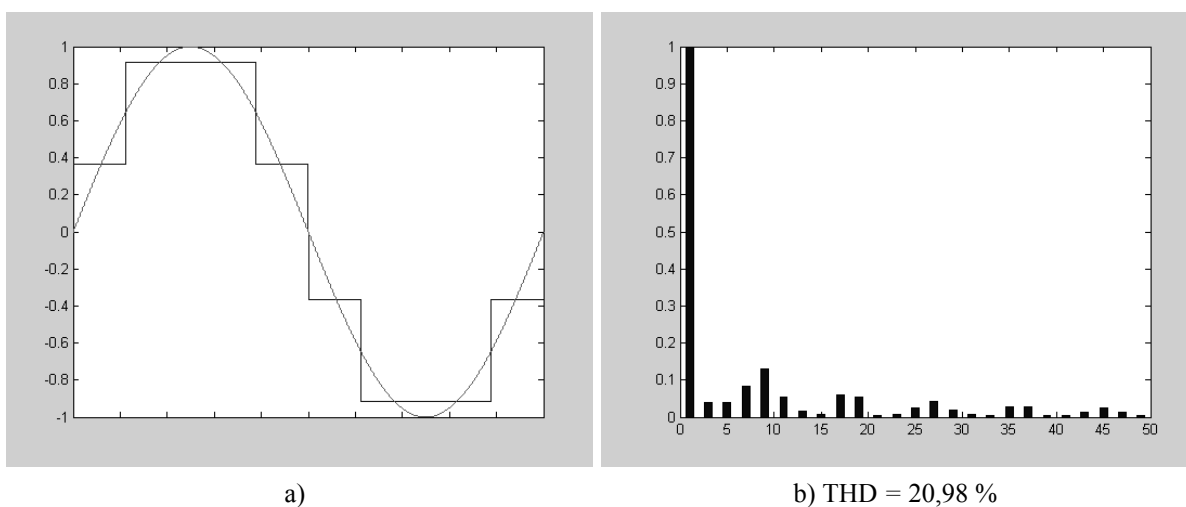


Na rysunku 4.10 przedstawiono wykresy  $f(\alpha, \theta)$  w funkcji kąta  $\alpha$ , dla wybranych wartości zmiennej  $\theta$ . Najmniejsze wartości funkcja kształtu  $f(\alpha, \theta)$  osiąga dla dwóch wartości  $\theta$ :  $\theta = 0,3$  i  $\theta = 0,4$ . Analizując wyniki obliczeń<sup>24</sup> stwierdzono, że lokalne minimum funkcji znajduje się w punkcie  $(\alpha = 40^\circ, \theta = 0,4)$ , w którym funkcja ma wartość  $f(2\pi/9, 2/5) = 0,032518$ .



Rys. 4.10. Wartości funkcji  $f(\alpha, \theta)$  w zakresie zmian kąta  $\alpha < 15^\circ, 65^\circ >$ , dla różnych wartości zmiennej  $\theta$

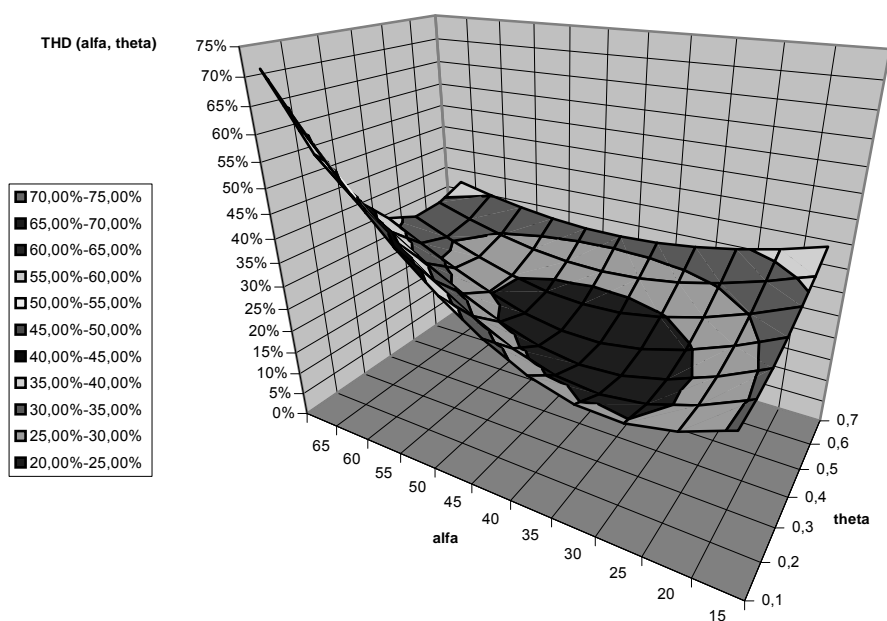
Parametry przebiegu, dla którego  $f(\alpha, \theta)$  osiąga minimum są następujące:  $\alpha = 40^\circ, \theta = 0,4, V_0 = 0,3655, V_1 = 0,9136$ . Współczynnik THD tego przebiegu ma wartość 20,98 %, a jego kształt i spektrum pokazano na rys. 4.11.



Rys. 4.11. Aproksymacja funkcji  $f(x) = \sin(x)$  w przedziale  $< 0, 2\pi >$  za pomocą przebiegu schodkowego  $f_{N=6}$  o parametrach  $(\alpha_0 = 2\pi/9, \alpha_1 = 5\pi/9)$ , dla których funkcja kształtu osiąga minimum: a) przebieg, b) spektrum harmonicznych

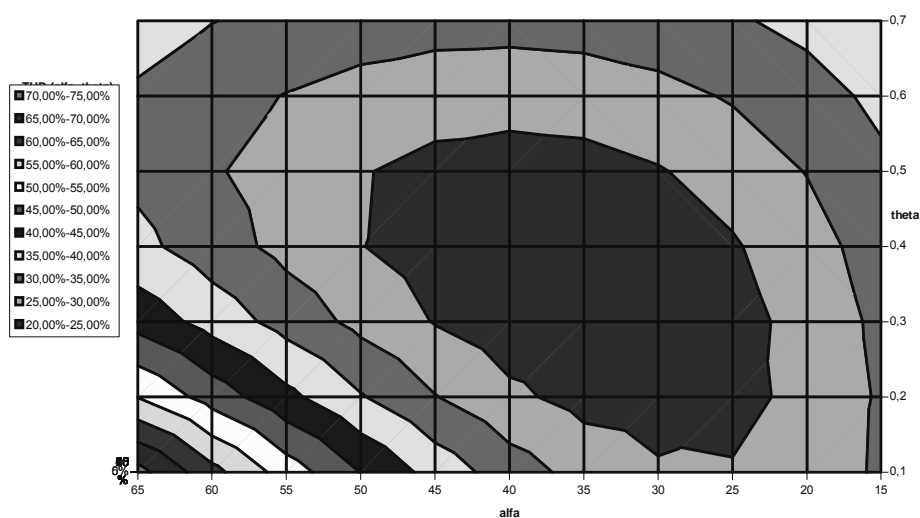
<sup>24</sup> Obliczenia wartości funkcji  $f(\alpha, \theta)$  przeprowadzono w programie Excel.

Wartości współczynnika THD odpowiadające całemu badanemu zakresowi zmian parametrów kształtu ( $\alpha < 15^\circ, 65^\circ >$ ,  $\theta < 1/10, 7/10 >$ ) przedstawiono na rys. 4.12 jako obraz funkcji  $THD = f(\alpha, \theta)$  w trójwymiarowym układzie współrzędnych prostokątnych.



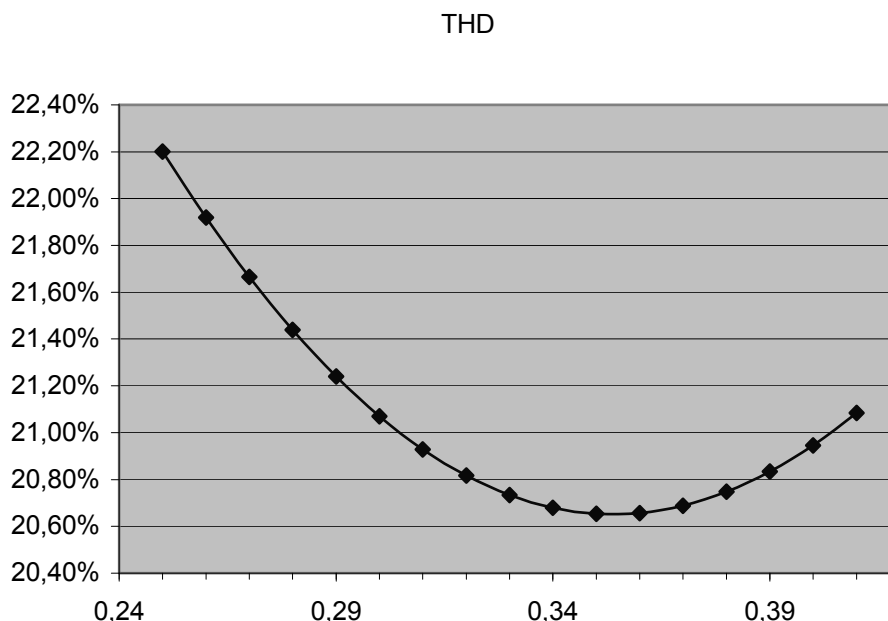
Rys. 4.12. Wartości współczynnika THD w zakresie zmian kąta  $\alpha < 15^\circ, 65^\circ >$  oraz  $\theta < 1/10, 7/10 >$

Zamieszczony na rys. 4.13 rzut pionowy powierzchni funkcji  $THD = f(\alpha, \theta)$  na płaszczyznę  $(\alpha, \theta)$  wskazuje obszar dopuszczalnych wartości parametrów kształtu, dla których wartość współczynnika THD mieści się w granicach 20 ÷ 25 %.



Rys. 4.13. Rzut pionowy funkcji  $THD(\alpha, \theta)$  w zakresie zmian kąta  $\alpha < 15^\circ, 65^\circ >$  oraz  $\theta < 1/10, 7/10 >$

Przebieg o parametrach odpowiadających minimum funkcji kształtu nie okazał się przebiegiem optymalnym w sensie minimum współczynnika THD. Przebadano obszar spodziewanego minimum w zakresie zmian  $\theta$  od 0,25 do 0,40 oraz  $\alpha$  od  $30^\circ$  do  $40^\circ$  i stwierdzono, że najniższe wartości THD zapewnia przebieg o parametrach  $\alpha = 36^\circ$  i  $\theta = 0,35$ . Wykres funkcji THD ( $\theta, \pi/5$ ), dla wybranego kąta  $\alpha = 36^\circ$ , przedstawiono na rys. 4.14.

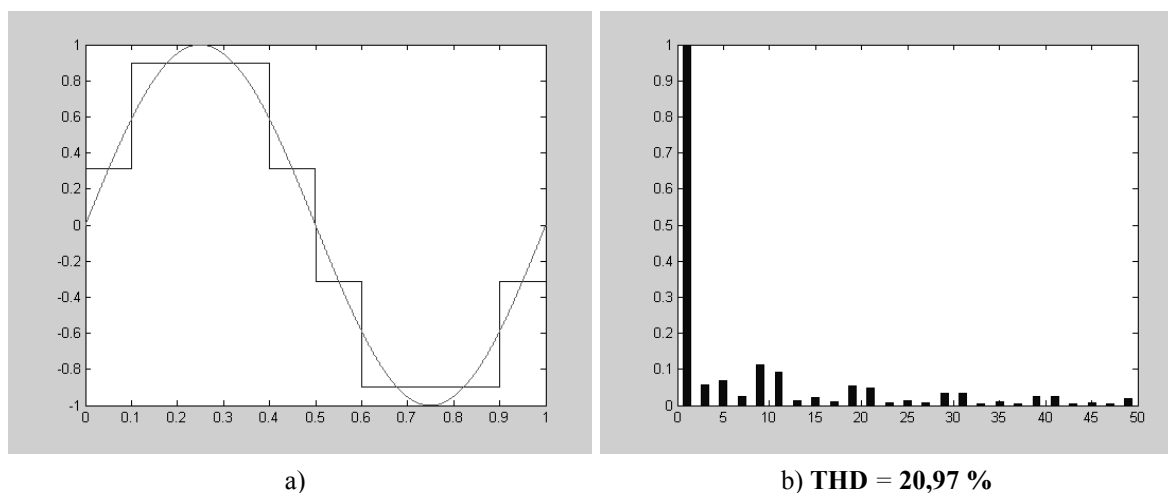


Rys. 4.14. Wartości THD dla  $\alpha = 36^\circ$  w zakresie zmian  $\theta$  od 0,24 do 0,42

Parametry optymalnego przebiegu są następujące:  $\alpha = 36^\circ$ ,  $\theta = 0,35$ ,  $V_0 = 0,3139$ ,  $V_1 = 0,8967$ , a jego THD osiąga wartość 20,65%. Jako kryterium przyjęto najmniejszą wartość współczynnika zawartości wyższych harmonicznych.

Powyższe obliczenia zostały przeprowadzone w programie Excel przy ograniczeniu pasma częstotliwości do 50-ej nieparzystej harmonicznej (nie licząc podstawowej). Sprawdzone, że to ograniczenie zmniejsza współczynnik THD średnio o mniej niż 1%. Natomiast przebiegi i wyniki przedstawione na rys. 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.11 i 4.15 otrzymano prowadząc badania w programie MATLAB. Stąd bierze się różnica pomiędzy wartościami THD uzyskanymi z różnych programów.

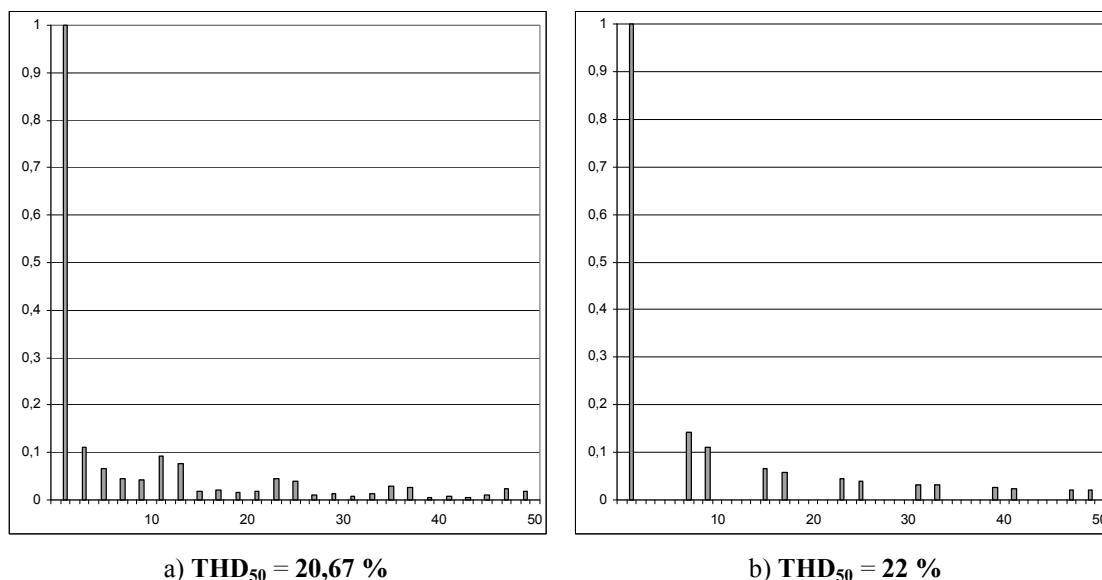
Przebieg schodkowy  $f_{N=6}$ , aproksymujący funkcję  $f(x) = \sin(x)$  w przedziale  $< 0, 2\pi$ , optymalny w sensie kryterium najmniejszej zawartości wyższych harmonicznych, został przedstawiony na rys. 4.15.



**Rys. 4.15. Optymalny w sensie kryterium najmniejszej zawartości harmonicznych przebieg schodkowy  $f_{N=6}$ : a) przebieg, b) spektrum harmonicznych**

#### 4.6. Pasmowy współczynnik zawartości wyższych harmonicznych

Do analizy problemu zestawiono na rysunku 4.16 spektra i współczynniki THD przebiegów przedstawionych na rys. 4.5 i 4.6. Można stwierdzić, że sam poziom współczynnika THD niewiele mówi o kształcie spektrum wyższych harmonicznych.



**Rys. 4.16. Spektra harmonicznych dwóch wybranych przebiegów schodkowych: a) spektrum przebiegu wg rysunku 4.5, b) spektrum przebiegu wg rys. 4.6**

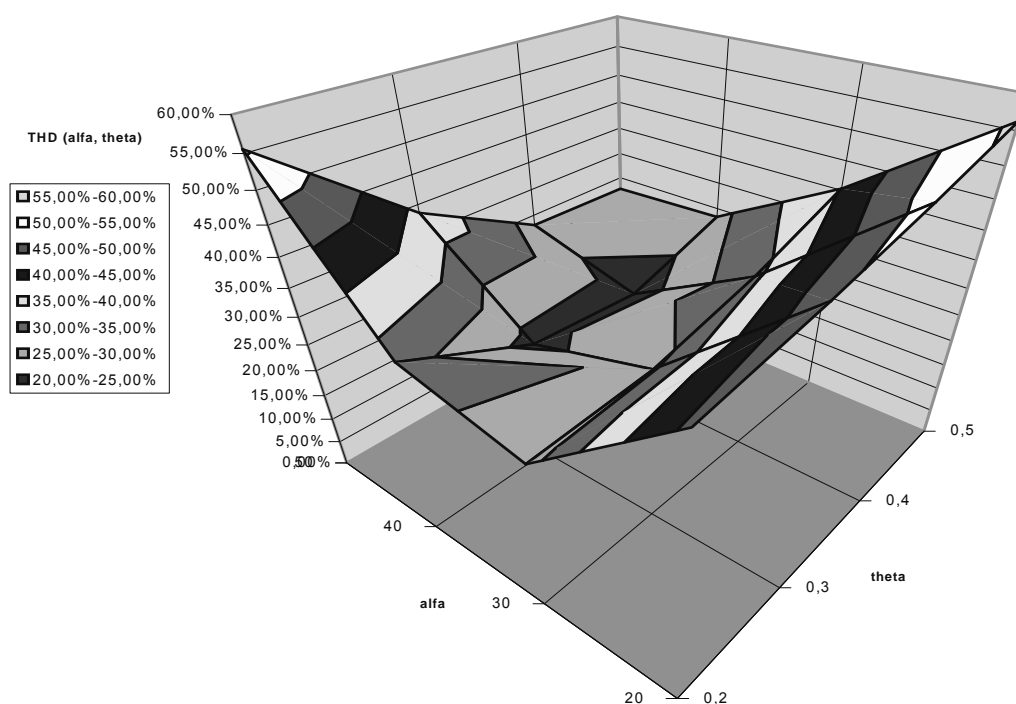
Jeśli zachodzi potrzeba odfiltrowania wyższych niż podstawowa harmonicznych to z praktyki inżynierskiej wynika, że trudniej zbudować filtr dolnoprzepustowy dla

przebiegu z rys. 4.16a niż dla przebiegu z rysunku 4.16b mimo, że ten ostatni ma wyższy współczynnik THD. W pierwszym wypadku filtr powinien mieć pasmo przenoszenia B mniejsze niż 150 Hz, a w drugim 350 Hz. Filtr dolnoprzepustowy dużej mocy jest podzespołem i dużym i drogim, a jego cena i wymiary rosną w miarę jak maleje wymagane pasmo przenoszenia. Dobry przykład do porównań stanowią filtry przystosowane do pracy z falownikami napięcia sterowanymi metodą PWM, dzięki której pasmo przenoszenia filtru jest rozszerzone do kilku kHz [4, 15, 62, 122, 155]. Koszt filtru zapewniającego napięcie o kształcie sinusoidalnym sięga od 50 % do 70 % kosztu falownika, a jego wymiary są porównywalne z wymiarami samego falownika. Ponadto filtr powiększa straty przetwarzania o 1 % do 1,5 %, a także obniża napięcie wyjściowe.

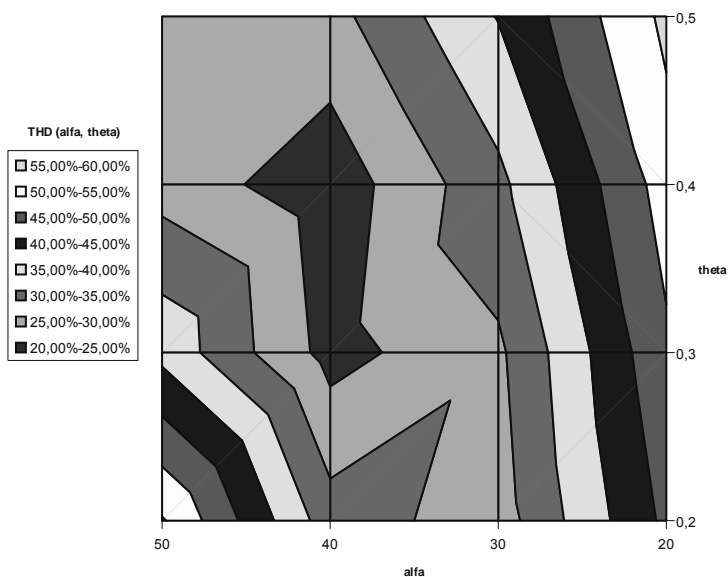
Poszukując narzędzi matematycznych przydatnych do analizy przebiegów odkształconych pod kątem możliwości odfiltrowania wyższych harmonicznych sprawdzono przydatność nowego pasmowego współczynnika  $THD_B$  zdefiniowanego jako:

$$THD_B = \frac{1}{b_1} \sqrt{\sum_{k=2}^{k=\infty} \left( \frac{b_k}{\log k} \right)^2} \quad (4.24)$$

Na rysunku 4.17 przedstawiono obraz funkcji  $THD_B = t(\alpha, \theta)$  w trójwymiarowym układzie współrzędnych prostokątnych, w granicach zmian parametrów kształtu:  $\alpha < 20^\circ, 50^\circ >$ ,  $\theta < 1/5, 1/2 >$ , a na rys. 4.18 rzut pionowy obrazu tej funkcji na płaszczyznę  $(\alpha, \theta)$ .



Rys. 4.17. Wartości współczynnika  $THD_B$  w zakresie zmian kąta  $\alpha < 20^\circ, 50^\circ >$  oraz  $\theta < 1/5, 1/2 >$



Rys. 4.18. Rzut pionowy funkcji  $THD_B(\alpha, \theta)$  na płaszczyźnie  $(\alpha, \theta)$

Współczynniki  $THD_B$  o wartościach poniżej 25 % odpowiadają przebiegom schodkowym, których parametry kształtu mieszczą się w znacznie mniejszym, niż dla współczynników  $THD$ , obszarze płaszczyzny  $(\alpha, \theta)$ , zaznaczonym na rys. 4.18. Jednocześnie  $THD_B$  osiąga większe wartości poza tym obszarem, „wyostrzając” w ten sposób problem poszukiwania minimum. Z rysunku 4.18 wynika, że gdyby przyjąć za kryterium najmniejszą wartość współczynnika  $THD_B$  to przebieg optymalny miałby następujące parametry:  $\alpha \cong 40^\circ$ ,  $\theta \in < 28/100, 44/100 >$ . Po przeprowadzeniu obliczeń okazało się, że wartość najmniejszego  $THD_B$  jest równa 21,86 %, a odpowiadający jej przebieg optymalny ma następujące parametry: kąt  $\alpha = 40^\circ$ ,  $\theta = 0,4$ ,  $V_0 = 0,3655$ ,  $V_1 = 0,9136$ . Ten sam przebieg uzyskano gdy jako kryterium przyjęto minimum funkcji kształtu  $f(\alpha, \theta)$ . Został on przedstawiony na rys. 4.11, a jego współczynnik zawartości wyższych harmonicznych równy jest  $THD = 20,98 \%$ .

#### 4.7. Interpretacja fizyczna współczynnika $THD_B$

Aby ocenić przydatność nowego współczynnika przy rozpatrywaniu problemu filtracji przebiegów odkształconych zestawiono w tab. 4.4 wartości  $THD_B$  i klasycznego  $THD$  dwóch przebiegów schodkowych, których spektra zamieszczono na rys. 4.16. Dodatkowo w tabeli zamieszczono wartości współczynników  $THD_{500}$  porównywanych przebiegów uzyskane dla ograniczonego do 10-ej harmonicznej pasma częstotliwości.

TABELA 4.4

Współczynniki  $THD$  i  $THD_B$  analizowanych przebiegów.

Przebieg z rysunku 4.16a		Przebieg z rysunku 4.16b	
$THD = 20,63 \%$	$THD_B = 28,93 \%$	$THD = 22,00 \%$	$THD_B = 22,63 \%$
$THD_{500} = 14,30 \%$	$THD_{500B} = 26,41 \%$	$THD_{500} = 18,10 \%$	$THD_{500B} = 20,50 \%$

Z porównania współczynników THD wynika, że przebieg z rys. 4.16a jest lepszy gdy za kryterium przyjmie się minimum THD, natomiast porównanie współczynników THD<sub>B</sub> prowadzi do wniosku przeciwnego.

Z definicji THD<sub>B</sub> (4.24) wynika, że poszczególnym wyższym harmonicznym przypisuje się różne współczynniki wagi  $w_k$ . Zostały one uzależnione od wartości logarytmu o podstawie dziesiętnej z liczby określającej rząd harmoniczej:

$$w_k(b_k) = \frac{1}{\log k} \tag{4.25}$$

Wszystkie harmoniczne poniżej 10-ej mają wartości powiększone w stosunku do rzeczywistych natomiast harmoniczne wyższego rzędu są pomniejszone. Współczynniki  $w_k$  poszczególnych harmonicznych zamieszczono w tab. 4.5.

**TABELA 4.5**

Wagi  $w_k$  przypisane wyższym harmonicznym.

$k$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	30	50
$w_k$	3,32	2,10	1,66	1,43	1,28	1,18	1,11	1,05	1	0,68	0,59
$k$	70	90	100	200	300	500	1000	2000	3000	5000	10000
$w_k$	0,54	0,51	0,5	0,43	0,40	0,37	0,33	0,30	0,29	0,27	0,25

Pasmowy współczynnik logarymiczny THD<sub>B</sub> niesie informację zależną w większym stopniu od zawartości takich harmonicznych, które najtrudniej jest odfiltrować. Ich udział w spektrum przebiegu z rys. 4.16b jest mniejszy niż dla przebiegu z rys. 4.16a, którego współczynnik THD jest mniejszy. Można więc oczekiwać, że filtr dolnoprzepustowy dla przebiegu z rys. 4.16b będzie mniej kosztowny.

Z definicji THD<sub>B</sub> wynika, że od przyjętej podstawy logarytmu zależy rząd harmonicznych poddanych wzmocnieniu. Tak więc współczynnik THD<sub>B</sub> wzmacnia harmoniczne w paśmie  $B < 500$  Hz i jednocześnie tłumi harmoniczne o częstotliwości większej niż 500 Hz. W ogólności można do definicji THD<sub>B</sub> wprowadzić dowolnie wybrane pasmo filtra dolnoprzepustowego B. Wówczas definicja współczynnika miałaby postać wyrażenia:

$$\text{THD}_B = \frac{1}{b_1} \sqrt{\sum_{k=2}^{k=\infty} \left( \frac{b_k}{\log_{\frac{B}{b_1}} k} \right)^2} \tag{4.26}$$

Można przyjąć jako obowiązujące pasmo zgodne z wymaganiami normy PN EN 50160. Wówczas  $B = 2$  kHz, a za podstawę logarytmu należy przyjąć liczbę 40.

Na koniec zestawiono dla porównania parametry dwóch przebiegów  $f_{N=6}$ , optymalnych w sensie analizowanych kryteriów: najmniejszej wartości THD oraz THD<sub>B</sub>. W tabeli 4.6 podano amplitudy harmonicznych, w procentowym stosunku do harmo-

nicznej podstawowej. Wybrano harmoniczne, które mieszczą się w paśmie o częstotliwości  $B < 500$  Hz. W tabeli 4.7 porównano wartości współczynników THD obu przebiegów, po odfiltrowaniu wyższych harmonicznych za pomocą idealnych filtrów dolnoprzepustowych o wybranych pasmach.

**TABELA 4.6**  
Harmoniczne przebiegów w paśmie  $B < 500$  Hz.

Harmoniczna $b_n$	Przebieg o najmniejszym THD	Przebieg o najmniejszym $THD_B$
$b_3$	5,67 %	3,88 %
$b_5$	5,46 %	3,81 %
$b_7$	2,43 %	8,38 %
$b_9$	11,11 %	12,92 %

**TABELA 4.7**  
Współczynniki THD dla wybranych pasm.

Pasma filtru dolnoprzepustowego	Przebieg o najmniejszym THD	Przebieg o najmniejszym $THD_B$
	THD	
$B < 500$ Hz	14,44 %	16,33 %
$B < 450$ Hz	9,2 %	9,99 %
$B < 350$ Hz	8,8 %	5,43 %
$B < 250$ Hz	5,67 %	3,88 %

Przebieg, dla którego współczynnik THD osiąga minimum, ma niższy współczynnik  $THD_{500}$  mierzący zawartość wszystkich harmonicznych w paśmie  $B < 500$  Hz ( $b_3, b_5, b_7, b_9$ ) niż przebieg według kryterium minimum  $THD_B$ . Natomiast ten ostatni ma bardziej korzystny rozkład badanego spektrum. Gdyby filtr dolnoprzepustowy przepuszczał tylko harmoniczne  $b_3$  i  $b_5$ , to przebieg wskazywany przez  $THD_B$ , miałby po odfiltrowaniu współczynnik  $THD = 5,43$  %, będący na granicy spełnienia wymagań wspomnianej normy.

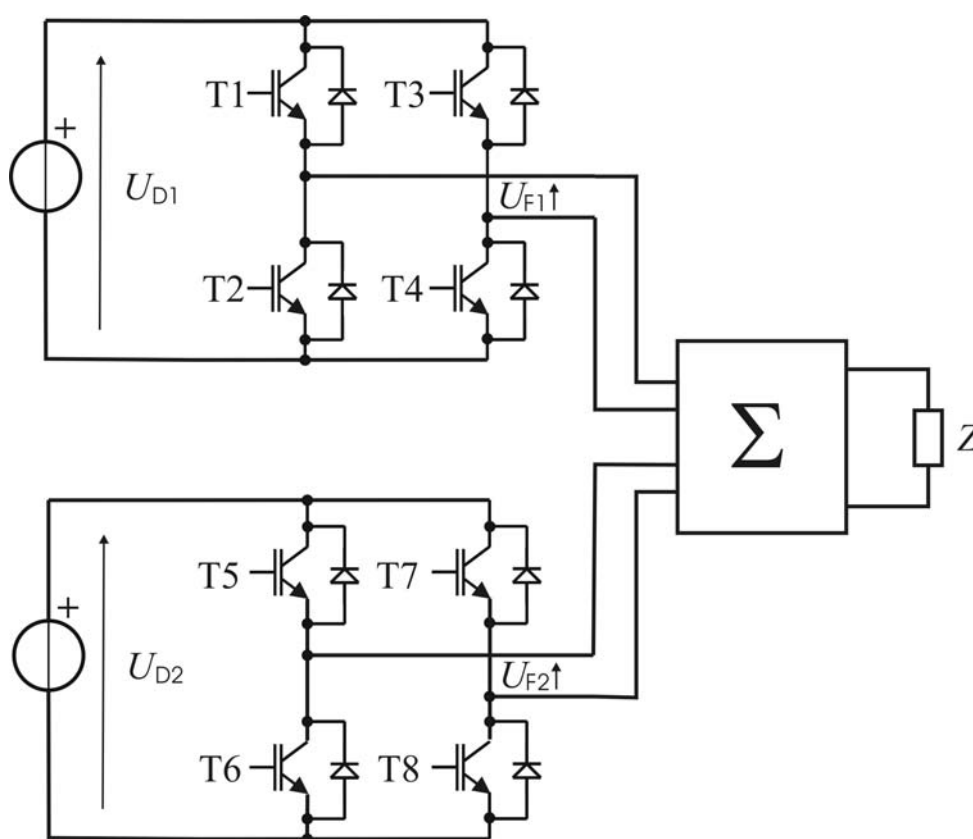
#### 4.8. Zastosowanie modelu fourierowskiego w energoelektronice

Model fourierowski przekształtnika stanowi wygodne narzędzie matematyczne przydatne do opisu przebiegów schodkowych generowanych przez falowniki wielopoziomowe. Pozwala on opisać te przebiegi, odmiennie niż przyjęło się w literaturze energoelektronicznej, jako ciąg ortogonalny impulsów prostokątnych. Takie podejście implikuje nowy sposób projektowania struktury i algorytmu sterowania przekształtnika



wielopoziomowego, co stanowi alternatywę w stosunku do znanych rozwiązań. Sterowanie przekształtnika według modelu fourierowskiego można zastosować zarówno w falownikach kaskadowych jak i falownikach z diodą blokującą. W dalszej części rozdziału podano kilka przykładów nietypowych rozwiązań przekształtników.

Sumowanie przebiegów przemiennych kilku falowników dwupoziomowych jest szeroko wykorzystywane w falownikach wielopoziomowych. Głównym celem jest podniesienie poziomu mocy wyjściowej oraz poprawa kształtu przebiegów. Na rysunku 4.19 zilustrowano tę ideę na przykładzie przekształtnika składającego się z dwóch jednofazowych falowników mostkowych: F 1 i F 2 oraz bloku sumatora –  $\Sigma$ .

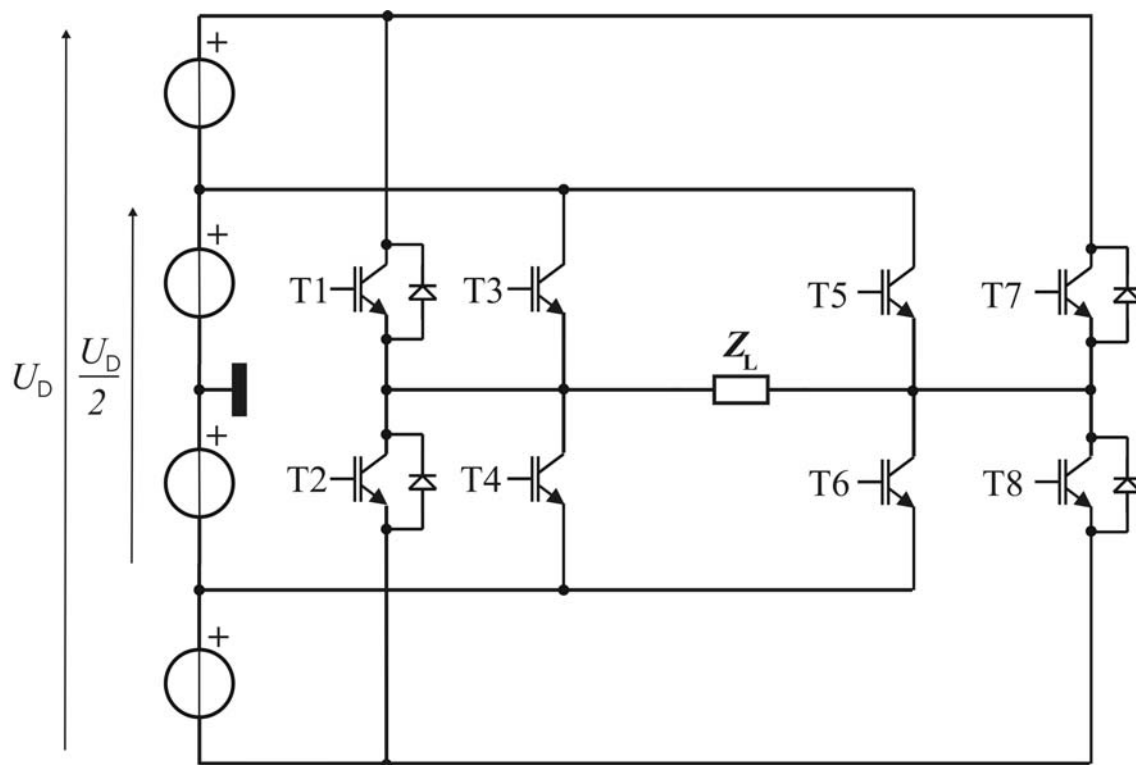


Rys. 4.19. Układ jednofazowego przekształtnika napięcia generującego przebieg  $f_{N=6}$

Zagadnienie sumowania napięć wyjściowych kilku falowników napięcia stanowi niełatwy problem, którego rozwiązanie wymaga rozbudowanych układów. W poszukiwaniu optymalnych struktur dąży się do tego, aby układ sumatora maksymalnie uprościć albo całkowicie wyeliminować. Klasyczne rozwiązania układów falowników wielopoziomowych opierają się o struktury układowe, w których falowniki składowe nie występują jako oddzielne podzespoły, a podwyższenie napięcia obwodu pośredniczącego możliwe jest dzięki szeregowemu połączeniu dwóch lub więcej łączników półprzewodnikowych w każdej gałęzi falownika [91, 99]. W falownikach kaskadowych podwyższenie napięcia uzyskuje się poprzez szeregowe połączenie wyjść poszczególnych

falowników jednofazowych (komórek) i w tych rozwiązaniach sumator nie jest w ogóle potrzebny [131, 138]. W innych układach, a także w falownikach rekurencyjnych do sumowania napięć wykorzystuje się transformatory (patrz rozdział 6), chociaż takie rozwiązanie niesie za sobą określone ograniczenia [79, 80, 81]. Natomiast w przekształtnikach składających się z falowników rezonansowych transformatory są najlepszym rozwiązaniem bloku sumatora.

W przekształtniku według modelu fourierowskiego dodawane impulsy napięcia lub prądu są przesunięte względem siebie w taki sposób, że koniec poprzedniego styka się z początkiem następnego.<sup>25</sup> Tutaj, podobnie jak w falownikach kaskadowych, sumator nie jest potrzebny, a wyjścia obu falowników mogą być połączone bezpośrednio, w sposób pokazany na rys. 4.20. Jest to możliwe, ponieważ falowniki składowe pracują w różnych przedziałach okresu przebiegu przemiennego. Dla ilustracji wybrano układ generujący przebieg  $f_{N=6}$  według rys. 4.3 ( $\alpha = \pi/3$ ).

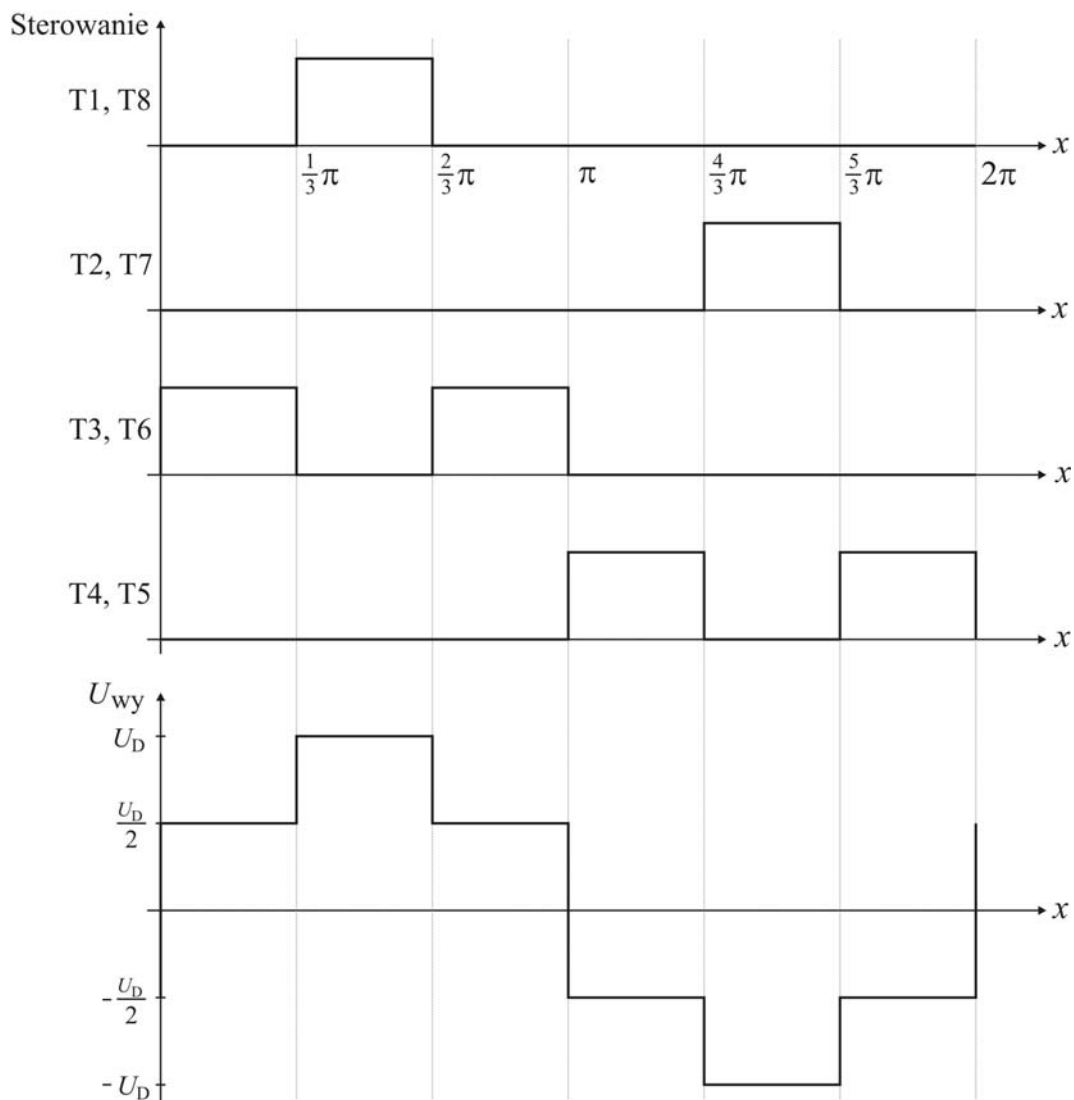


Rys. 4.20. Idea rozwiązania układu falownika trójpoziomowego z bezpośrednim połączeniem obu falowników składowych

Zasada sterowania poszczególnych łączników półprzewodnikowych wynika z przedstawionej idei konstruowania przebiegu wyjściowego  $f_{N=6}$ , którą opisuje model fourierowski. Polega ona na dodawaniu (konkatenacji), przesuniętych o odpowiedni kąt impulsów. Korzystając z wyrażenia (4.9) oblicza się napięcia obwodu pośredniczącego dla założonego przebiegu. Na rysunku 4.21 pokazano przedziały załączania poszczególnych tranzystorów obydwóch falowników w odniesieniu do przebiegu napięcia na

<sup>25</sup> Matematycznie, funkcja  $\varphi(x)$  jest określona w przedziale domkniętym z lewej strony.

obciążeniu. W praktyce konieczne jest wprowadzenie do sygnałów sterujących odpowiednich wartości tzw. „czasu martwego”, aby nie nastąpiły zwarcia pomiędzy falownikami.



Rys. 4.21. Przedziałyysterowania tranzystorów falownika napięcia generującego przebieg  $f_{N=6}$

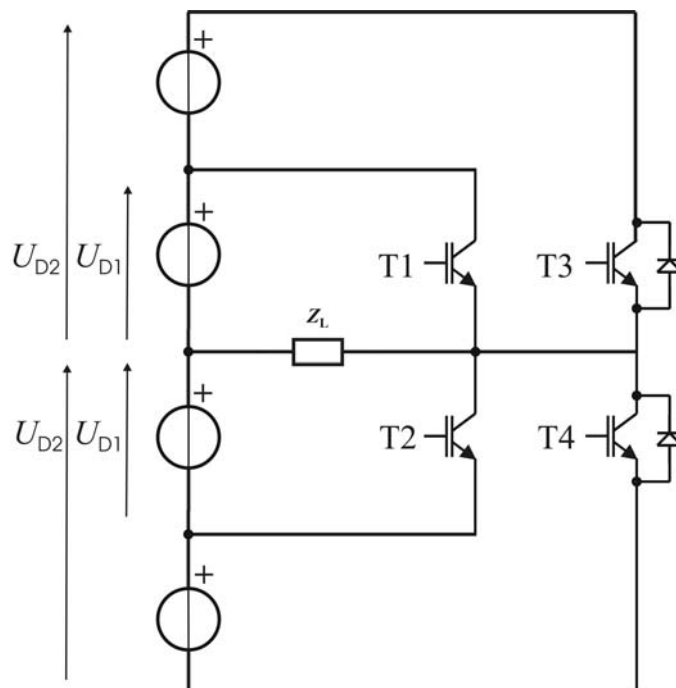
W przedstawionym rozwiązaniu układu przekształtnika trójpoziomowego każdy z falowników składowych pracuje w innych warunkach napięciowych; falownik F1 (T1, T2, T7, T8) dostarcza do obciążenia impulsy napięcia o amplitudzie  $U_D$  i czasie trwania  $T/6$  dwa razy w okresie, a falownik F2 (T3, T4, T5, T6) – impulsy o amplitudzie  $U_D/2$  i jednakowym czasie trwania, ale cztery razy w każdym okresie przebiegu. Ponieważ napięcie  $U_{DF1}$  jest w tym wypadku dwa razy większe niż  $U_{DF2}$ , to wartość średnia napięcia podawanego na obciążenie z obydwóch falowników jest taka sama

w każdej połowce okresu napięcia przemiennego. Ale moc przełączana przez falownik F1 jest jednak czterokrotnie większa dla obciążeń rezystancyjnych. Oczywiście jest, że dobierając łączniki półprzewodnikowe przekształtnika należy uwzględnić ten fakt.

Parametry łączników są bezpośrednio związane z parametrami kształtu wybranego przebiegu. Przykładowo dla przebiegu optymalnego:  $\alpha = 36^\circ$  i  $\theta = 0,35$  napięcie pracy łączników falownika F1 jest prawie trzykrotnie wyższe, a moc przełączana ponad osiem razy większa niż w falowniku F2. Ponadto wartość średnia napięcia podawanego na obciążenie z falownika F2 w każdej połowce okresu stanowi zaledwie 23 % napięcia falownika F1.

W przekształtniku według modelu fourierowskiego w każdym przedziale pracy przekształtnika napięcie na obciążeniu jest pomniejszone w stosunku do napięcia zasilającego o spadek napięcia na dwóch łącznikach. W przekształtnikach kaskadowych lub NPC, w różnych stanach napięciowych, może podlegać załączeniu większa liczba łączników przewodzących prąd. Istotną właściwością wynikającą z zastosowania modelu fourierowskiego jest możliwość połączenia wszystkich napięć zasilających do jednego punktu odniesienia.

Uzyskanie schodkowego przebiegu przemiennego  $f_{N=6}$  jest możliwe na kilka różnych sposobów. Dysponując tylko czterema łącznikami półprzewodnikowymi i jednym dzielonym źródłem napięcia można zbudować układ generujący przebieg  $f_{N=6}$  w sposób podany na rys. 4.22. W tym układzie łączniki T3 i T4 pełnią rolę falownika F1, podczas gdy T1 i T2 – falownika F2. Jednakże, aby uzyskać ten sam poziom przebiegu przemiennego na obciążeniu  $Z_L$ , jak w układzie na rys. 4.20 należy dwukrotnie zwiększyć napięcie  $U_D$ .

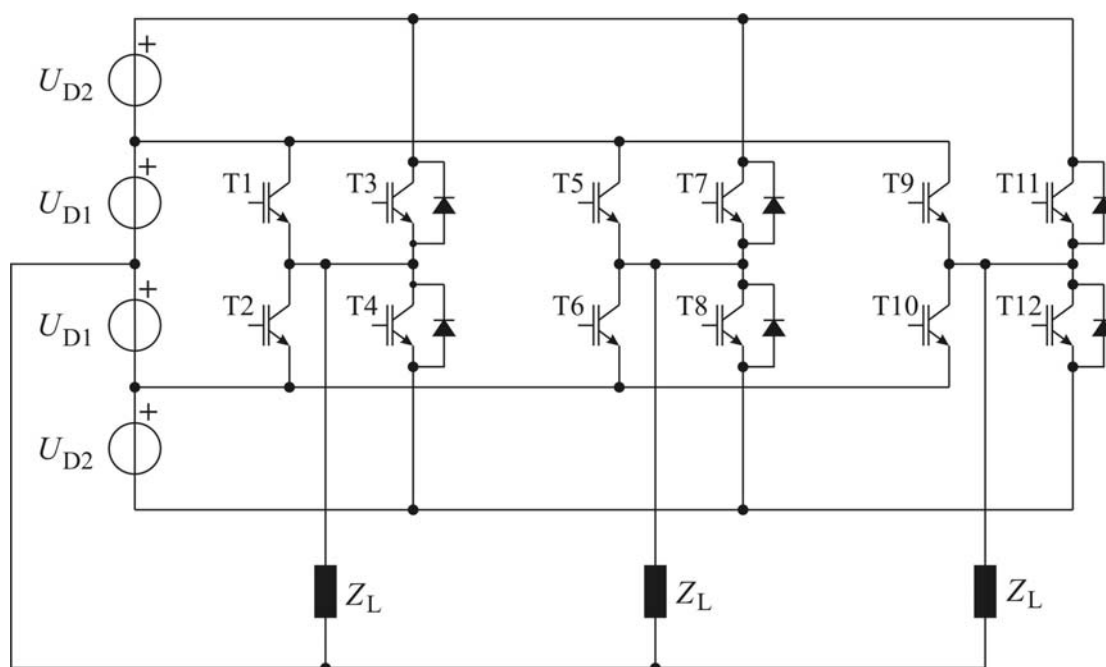


Rys. 4.22. Idea układu przekształtnika napięcia  $f_{N=6}$  z czterema łącznikami

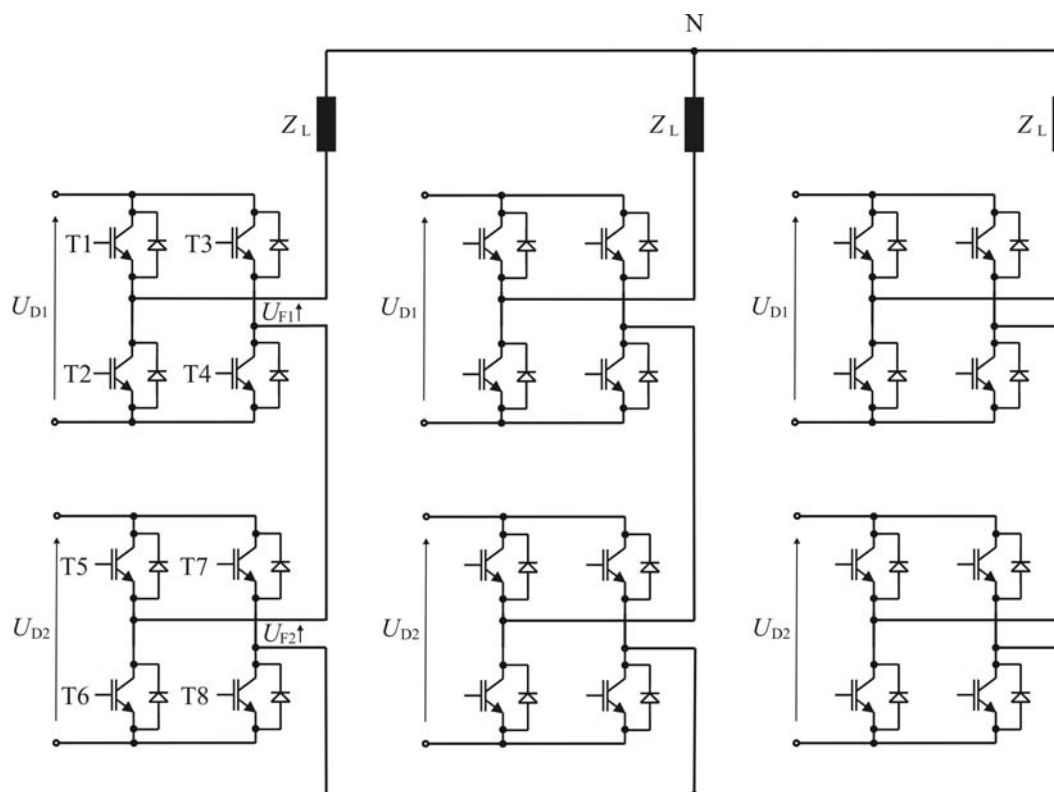
Zaprezentowany przekształtnik nadaje się jedynie do zastosowań, w których obciążenie ma charakter rezystancyjny. W przypadku obciążeń o charakterze rezystancyjno-indukcyjnym konieczne byłoby załączenie na wyjściu filtra  $RC$  przejmującego prąd zwrotny. Inaczej w układzie wystąpiłyby zwarcia przy zmianie kierunku napięcia przemiennego ( $\omega t = \pi$ ). Tym niemniej przy obciążeniach rezystancyjnych, układ 4-łącznikowego przekształtnika napięcia  $f_{N=6}$  nadaje się do budowy oszczędnego wielofazowego falownika napięcia.

Na rysunku 4.23 przedstawiono trójpoziomowy trójfazowy falownik napięcia zbudowany z trzech jednofazowych 4-łącznikowych przekształtników zasilanych ze wspólnego źródła. Poniżej na rysunku 4.24 zamieszczono dla porównania układ falownika kaskadowego, który umożliwia wygenerowanie równorzędnych przebiegów.

Poszczególne komórki przekształtnika kaskadowego dostarczają do obciążenia w każdej połówce okresu impulsy o takiej samej polaryzacji. Oznacza to, że przez czas odpowiadający długości impulsów w każdej komórce wysterowana jest tylko jedna para łączników. W znanych rozwiązaniach stosowanych w przekształtnikach wielopoziomowych, sterowanie falownika kaskadowego opiera się na innej zasadzie niż w falowniku fourierowskim. Pary tranzystorów  $T1$  i  $T4$  oraz  $T2$  i  $T3$  wysterowane są w sposób ciągły przez pół okresu przebiegu wyjściowego natomiast odpowiadające im pary  $T5$  i  $T8$  oraz  $T6$  i  $T7$  przez czas równy  $1/6$  okresu. W rezultacie moc przenoszona przez tranzystory  $T1$ ,  $T2$ ,  $T3$  i  $T4$  jest trzy razy większa niż moc tranzystorów  $T5$ ,  $T6$ ,  $T7$  i  $T8$ .



Rys. 4.23. Trójpoziomowy trójfazowy falownik napięcia zbudowany z trzech jednofazowych 4-łącznikowych falowników



Rys. 4.24. Trójpoziomowy trójfazowy falownik napięcia zbudowany w układzie falownika kaskadowego

Opisane metody aproksymacji przebiegów pozwalają na budowanie przekształtników generujących przebiegi o zredukowanej zawartości wyższych harmonicznych. Sterowanie jest bardzo proste natomiast struktura przekształtników bardziej złożona niż falowników standardowych. Jednak zwiększenie nakładów materialnych na półprzewodniki może być opłacalne w zastosowaniach dużej mocy, ponieważ maleją straty mocy łączników półprzewodnikowych związane z przełączaniem. Toteż pole zastosowań takich przekształtników mieści się w obszarach dużych mocy, wszędzie tam gdzie stosuje się falowniki wielopoziomowe.

## 5. MODEL FALKOWY PRZEKSZTAŁTNIKA

### 5.1. Wprowadzenie

W tej części pracy przeanalizowano zastosowanie nowych narzędzi matematycznych, jakimi są przekształcenia falkowe, do sterowania i projektowania struktur falowników wielopoziomowych.

Falki są to funkcje matematyczne, które pozwalają analizować sygnały lub zestawy danych przy zmiennej skali czasowo-częstotliwościowej i na różnym poziomie rozdzielczości. Zmienność „skali widzenia” daje możliwość wyodrębnienia i analizowania zarówno dużych jak i małych detali procesu. Przydatne są szczególnie do analizy procesów, w których występują nieciągłości lub skokowe zmiany poziomów. Toteż znalazły liczne zastosowania w tak zdawałoby się odległych dziedzinach jak seismologia, analiza obrazów, fizyka kwantowa czy elektronika. Sam termin „falki” jest dosłownym tłumaczeniem francuskiego „ondelettes” lub „petites ondes”, co oznacza „małe fale” i przyjął się powszechnie w literaturze światowej, w tłumaczeniu na język angielski jako „wavelets”.

Historia przekształceń falkowych sygnałów liczy sobie mniej niż sto lat. Pierwszym falkowym rozwinięciem sygnału było rozwinięcie Haara. Zostało ono zdefiniowane w pracy [66] opublikowanej w 1910 roku. W kolejnych latach XX-go wieku pojawiły się nowe propozycje przekształceń falkowych, z których można wymienić znane rozwinięcia Rademachera i Walsh’a [34, 101, 129, 151, 152], a pod koniec ubiegłego wieku liczne prace takich autorów jak P. G. Lemarie, J. Molet, a zwłaszcza I. Daubechies [54] i wielu innych.

Falki znalazły liczne zastosowania w fizyce i technice zwłaszcza do badania zjawisk nieliniowych, nieciągłych, o zmiennych w czasie parametrach. Okazało się, że stanowią one przydatny aparat do analizy takich zjawisk, zwłaszcza w sytuacji, w której nie wystarcza tradycyjny aparat matematyczny w postaci np. przekształcenia Fouriera. Bowiem falki umożliwiają jednoczesną analizę czasową i częstotliwościową własności badanych procesów. Znalazły też zastosowanie w elektrotechnice teoretycznej. Na przykład w dziedzinie badań pola elektromagnetycznego wiele prac opublikowali C. Su i T. K. Sakar [136]. O zastosowaniu funkcji Walsh’a w elektrotechnice pisał już K. Wajs [151], a ostatnio wspomniano w pracy [98]. Teorię falek i aproksymacji zamieszczono w książkach J. T. Białasiewicza [3] i P. Wojtaszczyka [32], a zagadnienia aproksymacyjne w publikacjach [83, 84, 87, 88].

W zastosowaniach falek kładzie się nacisk na możliwości prowadzenia analizy zjawisk, sygnałów i np. obrazów, polegające głównie na dekompozycji elementów składowych badanych procesów. Tymczasem niżej wykazano, że falki mogą być przydatne do kompozycji nowych sygnałów i struktur nadających się do zastosowania w energoelektronice.

Rozdział poświęcony został analizie przydatności przekształcenia, opartego na idei przekształcenia falkowego Haara, do sterowania i budowy falownika wielopoziomowego.

## 5.2. Podstawowe definicje przekształcenia falkowego Haara

Podstawową falekę Haara  $\psi(t) = \psi_{00}(t)$  można sprowadzić do przekształcenia, przyjętej z definicji, funkcji skalującej  $\varphi(t)$ .

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leq t < 1, \\ 0 & \text{dla innych } t \end{cases} \quad (5.1)$$

Przedstawia ona sobą impuls prostokątny, o amplitudzie równej jedności, określony w przedziale zmiennej  $t \in < 0, 1$ ). Zgodnie z definicją (5.1) można określić dwie kolejne funkcje skalujące:  $\varphi(2t)$  i  $\varphi(2t-1)$ :

$$\varphi(2t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leq t < 0,5, \\ 0 & \text{dla innych } t \end{cases} \quad (5.2)$$

$$\varphi(2t-1) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0,5 \leq t < 1, \\ 0 & \text{dla innych } t \end{cases} \quad (5.3)$$

Funkcja  $\varphi(2t)$  reprezentuje impuls o amplitudzie jeden, określony w przedziale  $t \in < 0, 1/2$ ), a funkcja  $\varphi(2t-1) = \varphi[2(t-0,5)]$  - ten sam impuls przesunięty na osi  $t$  do przedziału  $t \in < 1/2, 1$ ).

Podstawowa falka Haara może być zdefiniowana jako różnica funkcji skalujących:

$$\psi(t) = \varphi(2t) - \varphi(2t-1) \quad (5.4)$$

i określa jeden okres przemienego impulsu prostokątnego:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leq t < \frac{1}{2}, \\ -1 & \text{dla } \frac{1}{2} \leq t < 1, \\ 0 & \text{dla innych } t \end{cases} \quad (5.5)$$

Na rysunku 5.1 przedstawiono podstawową falkę jako sumę funkcji skalujących zgodnie z wyrażeniem (5.4). Długością, czyli przedziałem czasu, w którym falka ma wartość różną od zera, amplitudą oraz położeniem falki można sterować wprowadzając do wyrażenia (5.5) dwa parametry:  $m$  - współczynnik skali (długości falki) oraz  $n$  - współczynnik przesunięcia. Tworzy się w ten sposób rodzinę falek  $\psi_{mn}(t)$ .

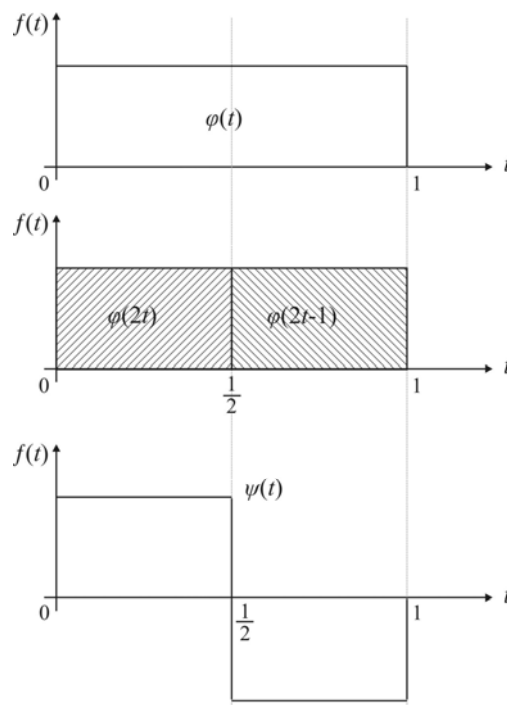
W szczególności można utworzyć rodzinę falek o postaci:

$$\psi_{mn}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^m}} \psi(2^{-m}t - n) \quad \text{dla } m, n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (5.6)$$

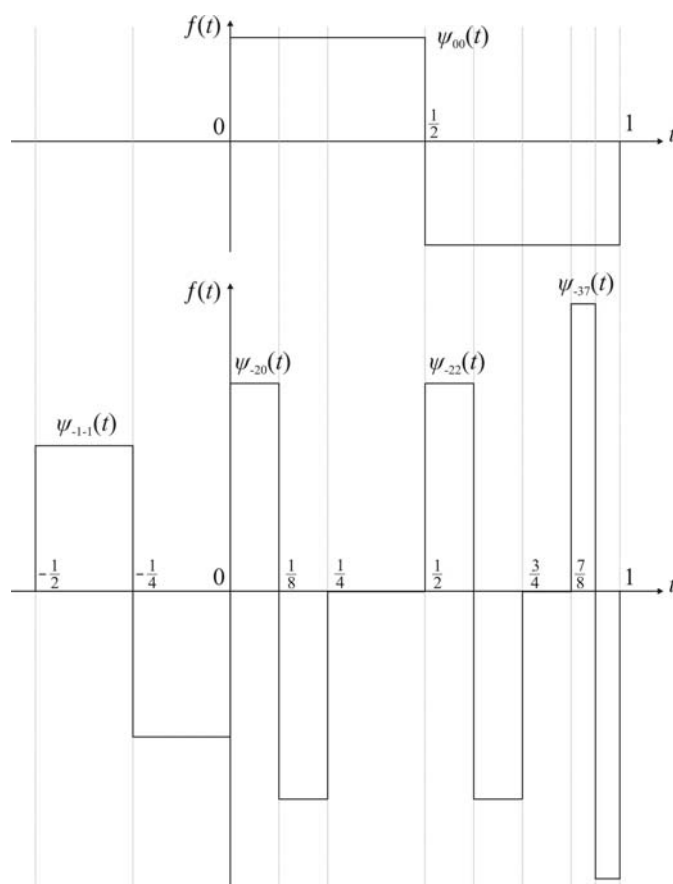
Wyrażenie (5.6) określa ortonormalną bazę falkową przestrzeni  $L^2(R)$  o skalowaniu diadycznym. Dla przyjętego  $m$  skala falki wynosi  $2^m$ , a zmiana  $m$  o 1 oznacza dwukrotną zmianę skali. Dobierając współczynnik  $m$  ustala się także amplitudę falki, a dobierając  $n$  - jej położenie na skali czasu.



Rys. 5.1. Funkcje skalujące:  $\varphi(t)$ ,  $\varphi(2t)$ ,  $\varphi(2t-1)$  i podstawowa falka Haara



Podstawowa falka Haara o właściwościach zdefiniowanych wyżej odpowiada współczynnikom:  $m=0$ ,  $n=0$  i może być zapisana jako  $\psi(t) = \psi_{00}(t)$ . Kilka elementów zbioru falek zdefiniowanego przekształceniem (5.6) przedstawiono na rys. 5.2.



Rys. 5.2. Podstawowa falka Haara  $\psi(t) = \psi_{00}(t)$  i falki  $\psi_{-1,-1}(t)$ ,  $\psi_{-20}(t)$ ,  $\psi_{-22}(t)$  i  $\psi_{-37}(t)$

Przyjęcie definicji funkcji skalującej w postaci impulsu o amplitudzie i czasie trwania równych jedności (5.1) ustala normę falek Haara:

$$\|\varphi\|^2 = \int_0^1 \varphi^2(t) dt = 1 \quad (5.7)$$

Norma jest spełniona dla falki podstawowej  $\psi_{00}(t)$  natomiast, w celu znormowania kolejnych falek, niezbędne okazało się wprowadzenie czynnika skalującego, tak by dla każdego  $m$

$$\|\psi_{mn}\|^2 = \int_0^{2^m} \psi_{mn}^2(t) dt = 1 \quad \text{dla } n = 0 \quad (5.8)$$

Całka obejmuje przedział  $t \in \langle 0, 2^m \rangle$ , w którym falka jest różna od zera<sup>26</sup>. Wyjaśnia to pojawienie się w równaniu (5.6) czynnika skalującego  $\frac{1}{\sqrt{2^m}}$ . Sprawia on, że przekształcenie według równania (5.6) tworzy ortonormalną bazę falkową.

### 5.3. Przekształcenie falkowe przeznaczone do zastosowań w energoelektronice

Dzięki swoim właściwościom falki znajdują zastosowanie w energoelektronice. Opisane wyżej falki Haara mają kształt odpowiadający impulsom napięcia lub prądu, jakie można wytworzyć za pomocą prostego falownika jednofazowego. Jednocześnie położeniem i czasem trwania falki można swobodnie sterować. Sprawia to, że falki mogą znaleźć zastosowanie do kształtowania przebiegów przemiennych przekształtników złożonych, takich jak falowniki wielopoziomowe. Aproksymacja przebiegu harmonicznego za pomocą transformaty falkowej może być rozwiązaniem konkurencyjnym w stosunku do omówionej wyżej metody z zastosowaniem współczynników Fouriera lub w stosunku do rozwiązania przekształtnika rekurencyjnego.

Definiuje się funkcję skalującą  $\varphi(x)$  określoną na przedziale  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leq x < 2\pi \\ 0 & \text{dla innych } x \end{cases} \quad (5.9)$$

Analogicznie do definicji Haara określa się falkę podstawową

$$\psi(x) = \varphi(2x) - \varphi[2(x - \pi)] \quad (5.10)$$

<sup>26</sup> W ogólności falka Haara jest określona w przedziale  $t \in \langle n2^m, (n+1)2^m \rangle$ , dla uproszczenia zapisu przyjęto  $n = 0$ .

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leq x < \pi \\ -1 & \text{dla } \pi \leq x < 2\pi \\ 0 & \text{dla innych } x \end{cases} \quad (5.11)$$

Stanowi ona jeden okres fali prostokątnej i jest funkcją macierzystą do wprowadzenia przekształcenia falkowego

$$\psi_{mn}(x) = \psi(2^{-m}x - 2\pi n) \quad \text{dla } m, n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (5.12)$$

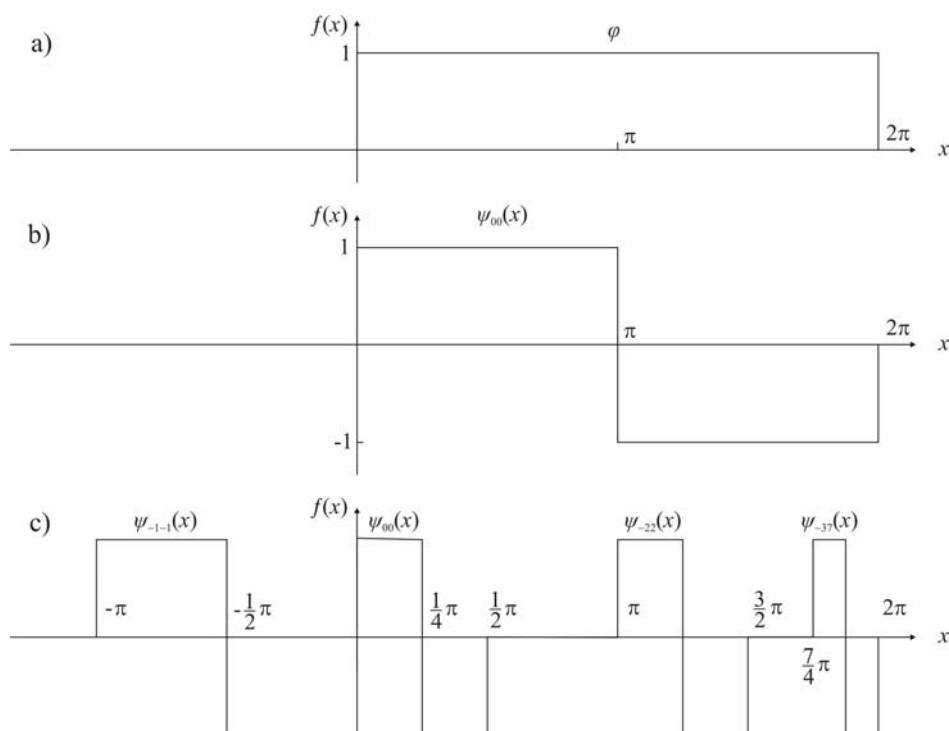
Zapis w postaci

$$\psi_{mn}(x) = \psi[2^{-m}(x - n2^{m+1}\pi)] \quad \text{dla } m, n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad (5.13)$$

dobrze uwidacznia właściwości przekształcenia. Skala falki równa jest:

$$2^m 2\pi = 2^{m+1}\pi \quad (5.14)$$

a jej położenie na osi  $x$  określa  $n$ -krotne przesunięcie o kąt  $n \cdot 2^m \cdot 2\pi$ , czyli o przedział odpowiadający  $n$ -krotności skali. Na rysunku 5.3 zaprezentowano funkcję skalującą oraz kilka przykładów zbioru falek zdefiniowanego przekształceniem (5.12).



Rys. 5.3. Funkcja skalująca oraz kilka przykładów falek według przekształcenia (5.12): a) funkcja skalująca  $\varphi(x)$ , b) falka  $\psi(x) = \psi_{00}(x)$  i falki  $\psi_{-1-1}(x)$ ,  $\psi_{-20}(x)$ ,  $\psi_{-22}(x)$  i  $\psi_{-37}(x)$

Wszystkie falki  $\psi_{mn}(x)$  są ortogonalne w przedziale  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$ . Dla falek o różnych  $m$  i dla danego  $n$ :

$$\int_0^{2\pi} \psi_{m_k n}(x) \psi_{m_l n}(x) dx = 0 \quad \text{dla } k \neq l \quad (5.15)$$

ponieważ każda falka o mniejszej skali mieści się w przedziale, w którym falka o większej skali ma wartość stałą. Jednocześnie dla danego  $m$ , falki o różnych współczynnikach  $n$  są rozdzielone (przesunięte o długość równą wielokrotności skali) na osi  $x$  i również jest prawdziwe:

$$\int_0^{2\pi} \psi_{m n_k}(x) \psi_{m n_l}(x) dx = 0 \quad \text{dla } k \neq l \quad (5.16)$$

Normy falek o skali  $2^{m+1}\pi \leq 2\pi$  czyli falek o współczynniku  $m \leq 0$  spełniają warunek:

$$N_m = \|\psi_{mn}\|^2 = \int_0^{2\pi} \psi_{mn}^2(x) dx \neq 0 \quad \text{dla } m \leq 0 \quad 0 \leq n < 2^{-m} \quad (5.17)$$

Dla  $m > 0$  skala falki jest wielokrotnością przedziału  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$ , natomiast dla  $n \geq 2^m$  falka znajduje się poza tym przedziałem. W tabeli 5.1 podano przykłady norm kilku falek, w tym także falek o skali większej niż  $2\pi$ .

**TABELA 5.1**

Normy falek dla  $m = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$ .

$\psi_{mn}(x)$	$\psi_{2n}$	$\psi_{1n}$	$\psi_{0n}$	$\psi_{-1n}$	$\psi_{-2n}$	$\psi_{-3n}$	$\psi_{-4n}$	$\psi_{-5n}$
$N_m = \ \psi_{mn}^2\ $	$8\pi$	$4\pi$	$2\pi$	$\pi$	$\pi/2$	$\pi/4$	$\pi/8$	$\pi/16$

Zdefiniowane przekształcenie falkowe (5.12), jak to wyżej wykazano, tworzy rodzinę nieznormalizowanych funkcji ortogonalnych i może stanowić bazę transformaty falkowej. Ciągła transformata falkowa funkcji  $f(x)$  jest określona równaniem:

$$Wf(m, n) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{mn}(x) dx \quad (5.18)$$

i przedstawia sobą iloczyn skalarny funkcji  $f(x)$  i funkcji  $\psi_{mn}(x)$ . Pełne odtworzenie  $f(x)$  następuje w wyniku zastosowania transformaty odwrotnej

$$f(x) = C \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} Wf(m, n) \psi_{mn}(x) dm dn \quad (5.19)$$

Stałą  $C$  można wyliczyć znając transformatę Fouriera funkcji  $\psi_{mn}(x)$ .

W zastosowaniach praktycznych wygodniejsze jest użycie dyskretnej odwrotnej transformaty falkowej, którą analogicznie do (5.19) określa równanie:

$$f(x) = C \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} Wf(m, n) \psi_{mn}(x) \quad (5.20)$$

Można ją zapisać w postaci sumy falek  $\psi_{mn}(x)$  o współczynnikach  $a_{mn}$

$$f(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{mn} \psi_{mn}(x) \quad (5.21)$$

Współczynniki  $a_{mn}$ , nazywane współczynnikami falkowymi są, zgodnie z (5.18), iloczynami skalarnymi funkcji  $f(x)$  i falek  $\psi_{mn}(x)$

$$a_{mn} = C_m \int_0^{2\pi} f(x) \psi_{mn}(x) dx \quad (5.22)$$

Granice całki w (5.22) wynikają z granic rozpatrywanego przedziału  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$  osi  $x$ , stała  $C_m$  ma taką samą wartość dla falek o różnym współczynniku  $n$ .

#### 5.4. Synteza falkowa przebiegu harmonicznego $f(x) = \sin(x)$

Wykorzystując dyskretną odwrotną transformatę falkową (5.21) można dokonać aproksymacji funkcji harmonicznej  $f(x) = \sin(x)$  za pomocą przebiegu  $f_{\psi}(x)$  stanowiącego jej rozwinięcie falkowe. Jeżeli przyjmie się założenie, że w przedziale  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$  przebieg aproksymujący  $f_{\psi}(x)$  składa się z kombinacji falek o współczynnikach  $m = -3, -2, -1, 0$  oraz  $n = 0, 1, \dots, 7$  to stanowi on sumę:

$$f_{\psi}(x) = \sum_{m=-3}^{m=0} \sum_{n=0}^{n=7} a_{mn} \psi_{mn}(x), \quad (5.23)$$

której współczynniki falkowe  $a_{mn}$  oblicza się z wyrażenia:

$$a_{mn} = \frac{1}{N_m} \int_0^{2\pi} \sin(x) \psi_{mn}(x) dx \quad (5.24)$$

Obliczone zgodnie z powyższym współczynniki falkowe zestawiono w tab. 5.2. Dodatkowo zamieszczono tam współczynniki falkowe  $a_{-4n}$ . Ponieważ ich liczba wynosi szesnaście ( $n = 0, 1, \dots, 15$ ), w tabeli zamieszczono tylko osiem pierwszych współczynników. Pozostałe mają wartości odpowiednio symetryczne.

TABELA 5.2

Współczynniki falkowe  $a_{mn}$  funkcji  $f_\psi(x)$  aproksymującej funkcję  $f(x)=\sin(x)$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .

$a_{mn}$	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$	$n=7$
$a_{0n}$	0,6366	–	–	–	–	–	–	–
$a_{-1n}$	0	0	–	–	–	–	–	–
$a_{-2n}$	–0,2637	0,2637	0,2637	–0,2637	–	–	–	–
$a_{-3n}$	–0,1791	–0,0742	0,0742	0,1791	0,1791	0,0742	–0,0742	–0,1791
$a_{-4n}$	–0,0377	–0,0320	–0,0214	–0,0075	0,0075	0,0214	0,0320	0,0377

Przyjmując dalej oznaczenie

$$f_{mn}(x) = a_{mn} \psi_{mn}(x) \quad (5.25)$$

zapisuje się funkcję aproksymującą  $f_\psi(x)$  jako sumę przebiegów składowych  $f_{mn}(x)$ :

$$f_\psi(x) = \sum_{m=-3}^{m=0} \sum_{n=0}^{2^m-1} f_{mn}(x) \quad (5.26)$$

Przebiegi składowe  $f_{mn}(x)$  stanowią falki – nazwiemy je falkami składowymi, których amplitudę i fazę określają współczynniki  $a_{mn}$ , obliczone według (5.24).

Opisana metoda aproksymacji przebiegu harmonicznego za pomocą skończonego ciągu falek składowych  $f_{mn}(x)$  pozwala zdefiniować model matematyczny przekształtnika, w którym synteza przebiegu przemiennego przeprowadzana jest w oparciu o dyskretną transformatę falkową. Model falkowy przekształtnika opisują wyrażenia

$$u(x) = \mathcal{G}_u \sum_{m=m_N}^{m=0} \sum_{n=0}^{2^m-1} [a_{mn} \psi_{mn}(x)] = \mathcal{G}_u \sum_{m=m_N}^{m=0} \sum_{n=0}^{2^m-1} [f_{mn}(x)] \quad x \in \langle 0, 2\pi \rangle \quad (5.27)$$

$$i(x) = \mathcal{G}_i \sum_{m=m_N}^{m=0} \sum_{n=0}^{2^m-1} [a_{mn} \psi_{mn}(x)] = \mathcal{G}_i \sum_{m=m_N}^{m=0} \sum_{n=0}^{2^m-1} [f_{mn}(x)] \quad x \in \langle 0, 2\pi \rangle$$

Podobnie jak w modelu fourierowskim, współczynniki proporcjonalności  $v_u$  oraz  $v_i$  mają odpowiednio wymiar [V] i [A] i określają napięcie albo prąd przebiegów przemiennych przekształtników.

Model otrzymuje oznaczenie MFKP. Do opisu modelu potrzebna jest znajomość współczynnika  $v_u$  lub  $v_i$ , wybranego przekształcenia falkowego oraz liczby wcho-

dzących do syntezy falek  $f_{mn}(x)$ , którą określa współczynnik  $m_N$ . Napięcie lub prąd przekształtnika, wytworzone w chwili  $t_0$  lub dla kąta położenia  $x_0 = \omega t_0$ , wynika z (5.27). Przykładowo prąd  $I(\omega t_0)$  falownika prądu oblicza się w następujący sposób:

$$I(\omega t_0) = \mathcal{G}_i \sum_{m=m_N}^{m=0} \sum_{n=0}^{n=n_0} [f_{mn}] \quad (5.28)$$

$$n_0 = \mathcal{E} \left\{ \frac{\omega t_0}{2^{m+1} \pi} \right\}$$

Funkcja *Entier* oblicza parametr  $n_0$  określający położenie falki o najmniejszej skali, w zakresie której znajduje się kąt  $\omega t_0$ . Natomiast, aby obliczyć prąd płynący przez obciążenie przekształtnika napięcia lub napięcie na obciążeniu przekształtnika prądu w przedziale  $\omega t_n \leq \omega t \leq \omega t_{n+1}$ , należy znać parametry obciążenia. Wówczas prąd obciążenia  $i(t)$  lub napięcie na obciążeniu  $u(t)$  oblicza się w sposób podany w rozdz. 2. Na przykład dla rozważanego przypadku falownika prądu należy przyjąć  $I_D = I(\omega t_0)$  i obliczyć napięcie na obciążeniu korzystając z równań (2.12), (2.13) i (2.14).

$$\mathbf{MFKP} \quad \left\{ \mathcal{G}_{u \cup i}, m_N, f_{mn}(x), Z, E, \omega T_n \leq \omega t_0 \leq \omega T_{n+1} \right\} \quad (5.29)$$

W nawiasie klamrowym zawarto wszystkie niezbędne funkcje i zmienne niezależne. Obciążenie reprezentuje zmienna  $Z$  oznaczająca szeregowe połączenie rezystancji i indukcyjności, a siłę elektromotoryczną zmienna  $E$ .

Dokładność aproksymacji określa parametr  $m_N$ . Założenie np.  $m_N = -3$  prowadzi do przebiegu  $f_{\psi_3}(x)$ . Przy dokładniejszej aproksymacji pojawiają się falki składowe o bardzo małej amplitudzie, które można pominąć za cenę nieznacznego pogorszenia kształtu przebiegu. Do pomyślenia jest także przyjęcie jednej miary dla falek składowych o nieznacznie różniących się amplitudach. Może mieć to duże znaczenie w zastosowaniach praktycznych ponieważ ma to bezpośredni związek z liczbą niezbędnych napięć zasilających w przekształtniku.

Funkcja aproksymująca  $f_{\psi}(x)$  ma charakter przebiegu schodkowego odwzorowującego, w ograniczonym zakresie, funkcję  $f(x) = \sin(x)$  w przedziale  $x \in (0, 2\pi)$ . Ograniczenie wiąże się z liczbą wybranych falek składowych. Najmniejszy przedział, w którym  $f_{\psi}(x)$  ma wartość stałą jest równy połowie skali „najkrótszej falki”. Wynika to, z podstawowej własności falki, która w przedziale swojej skali jest przebiegiem przemiennym. W omawianym przykładzie najmniejszą skalę mają falki  $\psi_{-3n}$  ( $m = -3$ ), a jej długość wynosi  $2^{m+1} \pi = \pi/4$ . Wobec tego najmniejszy, wspomniany przedział stałej wartości  $f_{\psi}(x)$ , ma długość  $\pi/8$ .

**TABELA 5.3**Wartości falek składowych  $f_{mn}$  w przedziale  $x \in < 0, \pi$ ).

$f_{mn}$	$0 \div \frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{8} \div \frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4} \div \frac{3\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{8} \div \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} \div \frac{5\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{8} \div \frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4} \div \frac{7\pi}{8}$	$\frac{7\pi}{8} \div \pi$
$f_{00}$	0,6366	0,6366	0,6366	0,6366	0,6366	0,6366	0,6366	0,6366
$f_{-10}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$f_{-2n(0,1)}$	-0,2637	-0,2637	0,2637	0,2637	0,2637	0,2637	-0,2637	-0,2637
$f_{-3n(0 \div 3)}$	-0,1791	0,1791	-0,0742	0,0742	0,0742	-0,0742	0,1791	-0,1791
$f_{-4n(0 \div 7)}$	$\mp 0,0969$	$\mp 0,0814$	$\mp 0,0544$	$\mp 0,0191$	$\pm 0,0191$	$\pm 0,0544$	$\pm 0,0814$	$\pm 0,0969$

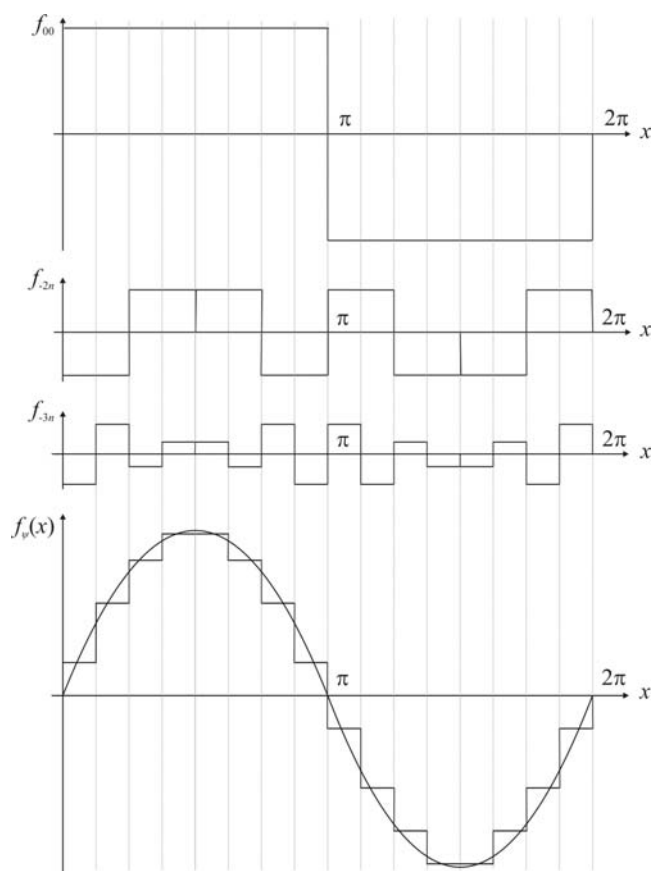
**TABELA 5.4**Wartości falek składowych  $f_{mn}$  w przedziale  $x \in < \pi, 2\pi$ ).

$f_{mn}$	$\pi \div \frac{9\pi}{8}$	$\frac{9\pi}{8} \div \frac{5\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4} \div \frac{11\pi}{8}$	$\frac{11\pi}{8} \div \frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2} \div \frac{13\pi}{8}$	$\frac{13\pi}{8} \div \frac{7\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4} \div \frac{15\pi}{8}$	$\frac{15\pi}{8} \div 2\pi$
$f_{00}$	-0,6366	-0,6366	-0,6366	-0,6366	-0,6366	-0,6366	-0,6366	-0,6366
$f_{-11}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$f_{-2n(2,3)}$	0,2637	0,2637	-0,2637	-0,2637	-0,2637	-0,2637	0,2637	0,2637
$f_{-3n(4 \div 7)}$	0,1791	-0,1791	0,0742	-0,0742	-0,0742	0,0742	-0,1791	0,1791
$f_{-4n(8 \div 15)}$	$\pm 0,0969$	$\pm 0,0814$	$\pm 0,0544$	$\pm 0,0191$	$\mp 0,0191$	$\mp 0,0544$	$\mp 0,0814$	$\mp 0,0969$

Rysunek 5.4 przedstawia wszystkie niezerowe falki  $f_{mn}$ , których amplitudy i fazy odpowiadają falkom składowym analizowanej funkcji aproksymującej  $f_{\psi}(x)$ .

Kolejne kroki aproksymacji falkowej w postaci przebiegów funkcji aproksymujących  $f_{\psi k}(x)$  dla  $k=1,2,3$  zaprezentowano na rys. 5.5, 5.6 i 5.7. Zestawienie wartości tych przebiegów oraz przebiegu  $f_{\psi 4}$  syntezującego falki  $f_{-4n}$ , znajduje się w tab. 5.5.





Rys. 5.4. Falki składowe  $f_{mn}$  funkcji aproksymującej  $f_{\psi}(x)$ : a) falka  $f_{00}$ , b) falki  $f_{-2n}$  c) falki  $f_{-3n}$

TABELA 5.5

Wartości funkcji aproksymujących  $f_{\psi k}(x)$  dla  $k = 1, 2, 3, 4$  w przedziale  $x \in (0, \pi)$ .

$f_{\psi k}$	$0 \div \frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{8} \div \frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4} \div \frac{3\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{8} \div \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} \div \frac{5\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{8} \div \frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4} \div \frac{7\pi}{8}$	$\frac{7\pi}{8} \div \pi$
$f_{\psi 0}$	0,6366	0,6366	0,6366	0,6366	0,6366	0,6366	0,6366	0,6366
$f_{\psi 1}$	0,3729	0,3729	0,9003	0,9003	0,9003	0,9003	0,3729	0,3729
$f_{\psi 2}$	0,1938	0,5520	0,9003	0,9003	0,9003	0,9003	0,5520	0,1938
$f_{\psi 3}$	0,1938	0,5520	0,8261	0,9745	0,9745	0,8261	0,5520	0,1938
	$0 \div \frac{\pi}{16}$	$\frac{\pi}{16} \div \frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{8} \div \frac{3\pi}{16}$	$\frac{3\pi}{16} \div \frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4} \div \frac{5\pi}{16}$	$\frac{5\pi}{16} \div \frac{3\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{8} \div \frac{7\pi}{16}$	$\frac{7\pi}{16} \div \frac{\pi}{2}$
$f_{\psi 4}$	0,0969	0,2907	0,4706	0,6334	0,7717	0,8805	0,9554	0,9936
	$\frac{\pi}{2} \div \frac{9\pi}{16}$	$\frac{9\pi}{16} \div \frac{5\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{8} \div \frac{11\pi}{16}$	$\frac{11\pi}{16} \div \frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4} \div \frac{13\pi}{16}$	$\frac{13\pi}{16} \div \frac{7\pi}{8}$	$\frac{7\pi}{8} \div \frac{15\pi}{16}$	$\frac{15\pi}{16} \div \pi$
$f_{\psi 4}$	0,9936	0,9554	0,8805	0,7717	0,6334	0,4706	0,2907	0,0969

W pierwszym kroku aproksymacji utworzono funkcję  $f_{\psi_1}(x)$  jako sumę:

$$f_{\psi_1}(x) = \sum_{m=-2}^{m=0} \sum_{n=0}^{2^{-m}-1} f_{mn}(x) = f_{-20} + f_{-21} + f_{-22} + f_{-23} + f_{-10} + f_{-11} + f_{00} \quad (5.30)$$

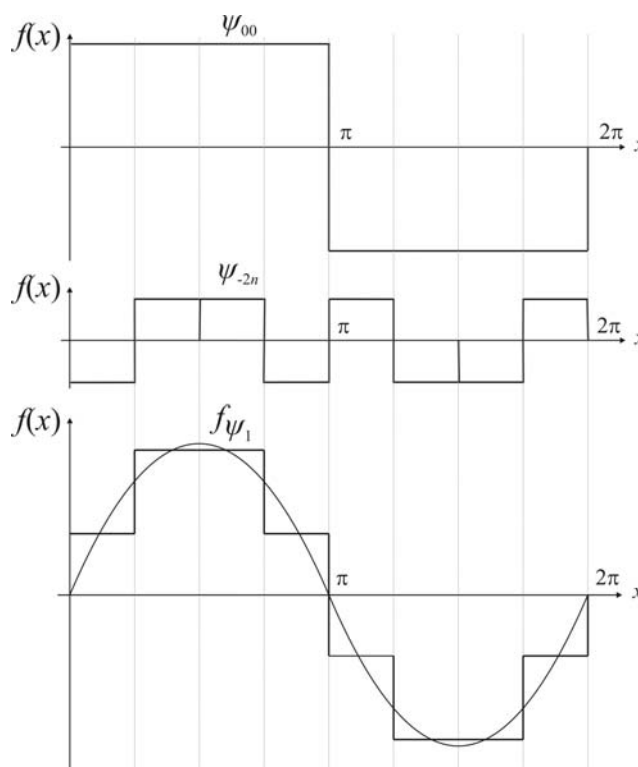
której dwa składniki  $f_{-10}$  i  $f_{-11}$ , zgodnie z tab. 5.3 i 5.4, są zerowe. Jej przebieg zaprezentowano na rys. 5.5. Rysunek 5.6 ilustruje drugi krok aproksymacji polegający na utworzeniu funkcji aproksymującej poprzez dodanie do przebiegu  $f_{\psi_1}(x)$  kolejnych, ale nie wszystkich, falek  $f_{-3n}$ . Wybrano faleki o współczynnikach  $n = 0, 3, 4, 7$ , dla których moduł  $|a_{-3n}| = 0,1791$ . Wówczas funkcja aproksymująca stanowi sumę wymienionych poniżej falek składowych

$$f_{\psi_2}(x) = f_{00} + f_{-20} + f_{-21} + f_{-22} + f_{-23} + f_{-30} + f_{-33} + f_{-34} + f_{-37} \quad (5.31)$$

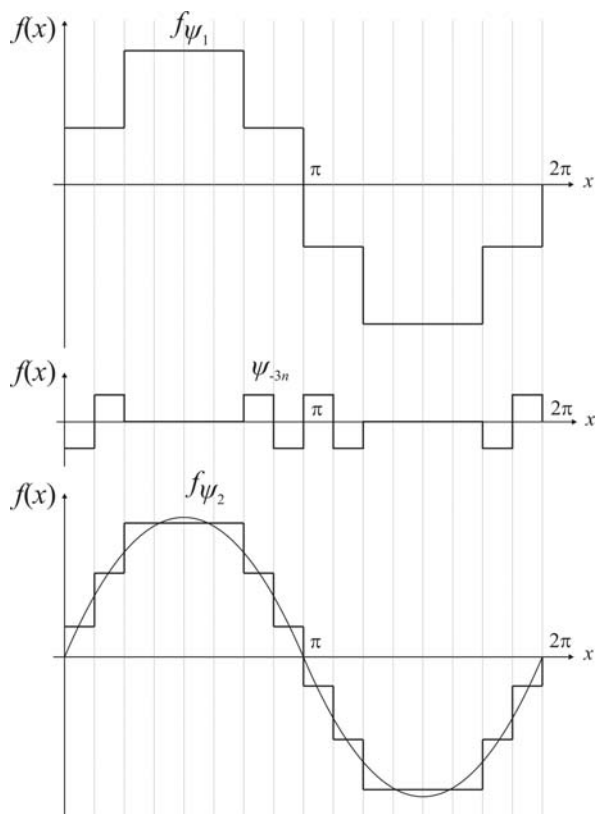
Sumując wszystkie faleki składowe o współczynnikach skali:  $m = 0$ ,  $m = -2$ ,  $m = -3$ , otrzymuje się funkcję aproksymującą:

$$f_{\psi_3}(x) = f_{00} + f_{-20} + f_{-21} + \dots + f_{-23} + f_{-30} + f_{-31} + \dots + f_{-36} + f_{-37} \quad (5.32)$$

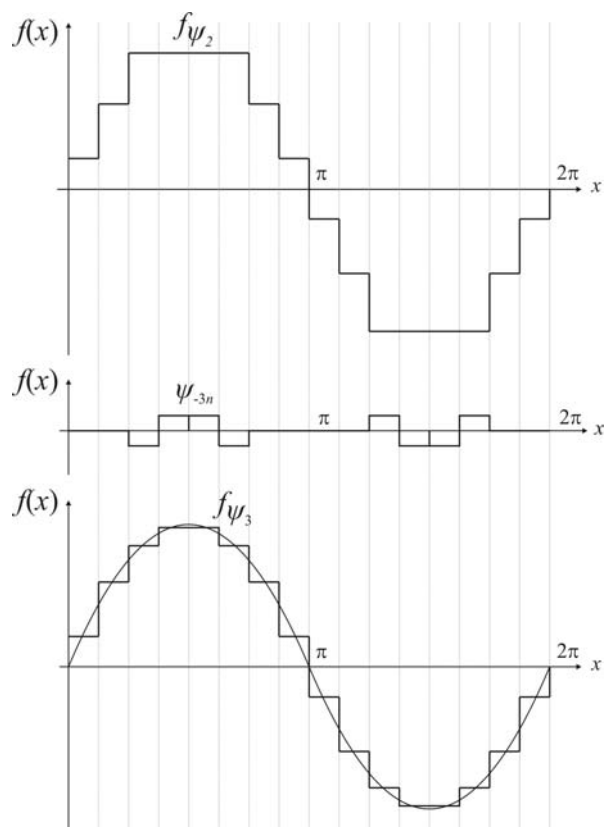
jako wynik trzeciego kroku aproksymacji, którego wynik w postaci przebiegu przedstawiono na rys. 5.7.



Rys. 5.5. Pierwszy krok aproksymacji: a) falka  $f_{00}$ , b) faleki  $f_{-2n}$ , c) przebieg  $f_{\psi_1}(x)$



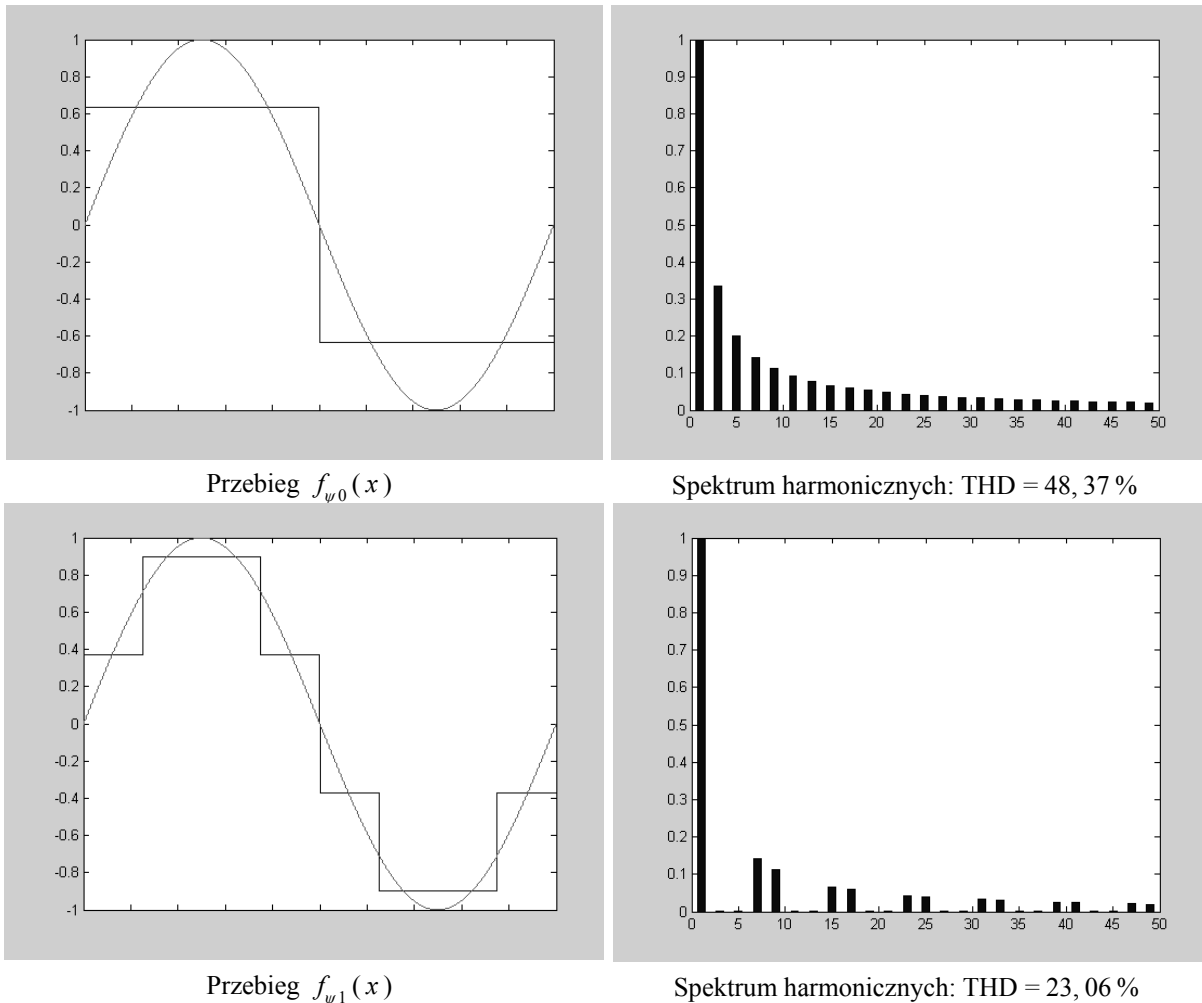
**Rys. 5.6. Drugi krok aproksymacji:**  
 a) przebieg  $f_{\psi_1}(x)$ , b) wybrane falki  $f_{-3n}$ ,  
 c) przebieg  $f_{\psi_2}(x)$

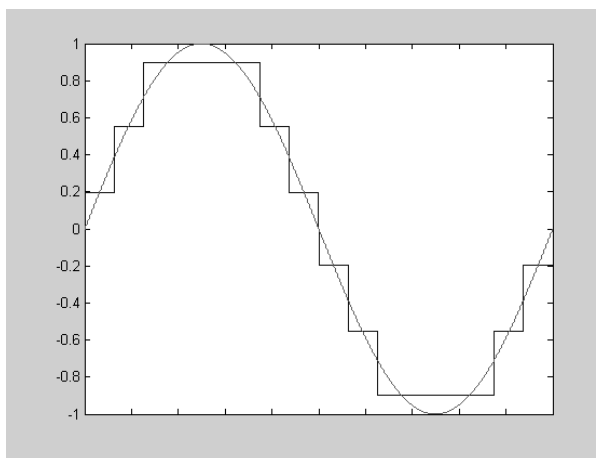


**Rys. 5.7. Trzeci krok aproksymacji:**  
 a) przebieg  $f_{\psi_2}(x)$ , b) wybrane falki  $f_{-3n}$ ,  
 c) przebieg  $f_{\psi_3}(x)$

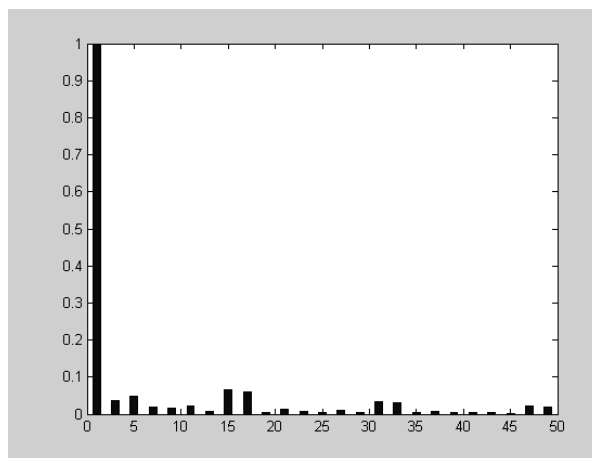
Na kolejnym rysunku 5.8 zaprezentowano przebiegi funkcji aproksymujących:  $f_{\psi_0}(x)$ ,  $f_{\psi_1}(x)$ ,  $f_{\psi_2}(x)$ ,  $f_{\psi_3}(x)$ ,  $f_{\psi_4}(x)$  oraz ich spektra harmonicznych. Zwraca uwagę stosunkowo niski poziom współczynnika THD oraz korzystny pod kątem filtracji obraz spektrum przebiegów  $f_{\psi_3}(x)$ ,  $f_{\psi_4}(x)$ . Przepuszczając te przebiegi przez filtr dolno-przepustowy o paśmie odpowiednio  $B < b_{15}$  i  $B < b_{31}$  można uzyskać przebieg harmoniczny o znikomych odkształceniach.

W tabeli 5.6 zamieszczono niektóre parametry kolejnych funkcji aproksymujących  $f_{\psi_k}$ , w tym zwłaszcza wartości błędu średniokwadratowego i współczynnika THD, a także współczynnika pasmowego  $\text{THD}_B$ . Podano też, jak w poprzednim rozdziale, parametr  $N_{|f_{\psi_k}|}$ , który oznacza liczbę różnych wartości modułu funkcji  $|f_{\psi_k}|$ , występujących w jednym okresie funkcji aproksymowanej, a także kąt  $\alpha$  oznaczający długość najkrótszego „schodka” przebiegu funkcji  $f_{\psi_k}$ . Ten ostatni parametr równy jest połowie skali najkrótszej falki zastosowanej do aproksymacji. Obok wartości THD w tabeli zamieszczono wartości współczynnika pasmowego  $\text{THD}_B$ . Obliczono je przy założeniu, że – zgodnie z definicją (4.24) – pasmo filtra dolnoprzepustowego jest równe  $B = 500$  Hz. Współczynnik pasmowy podkreśla silniej niż współczynnik THD korzystne, pod kątem możliwości odfiltrowania wyższych harmonicznych, właściwości przebiegów  $f_{\psi_3}$  i  $f_{\psi_4}$ .

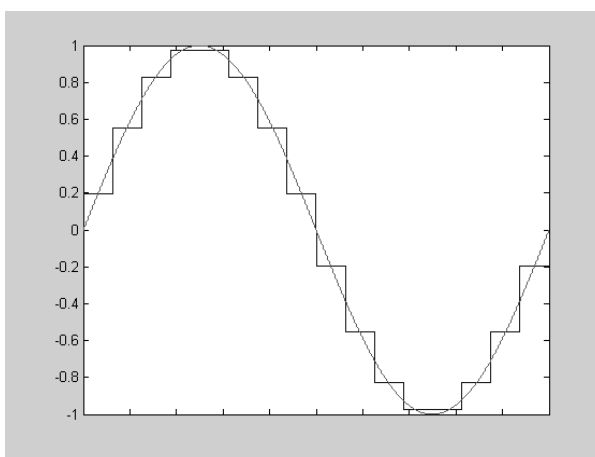




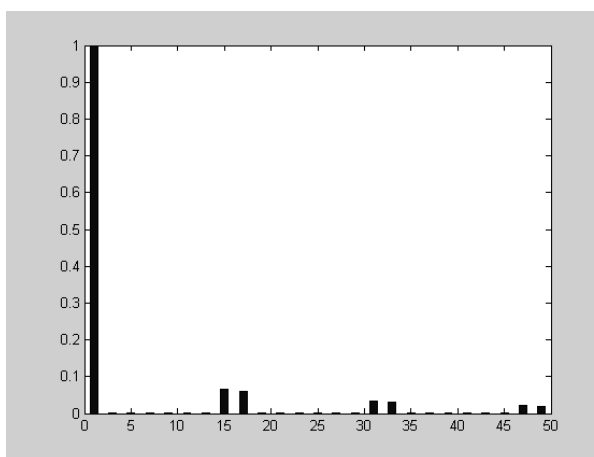
Przebieg  $f_{\psi_2}(x)$



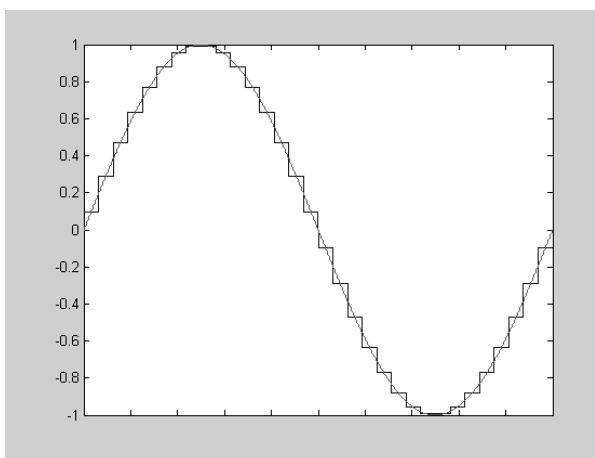
Spektrum harmoniczných: THD = 13,70 %



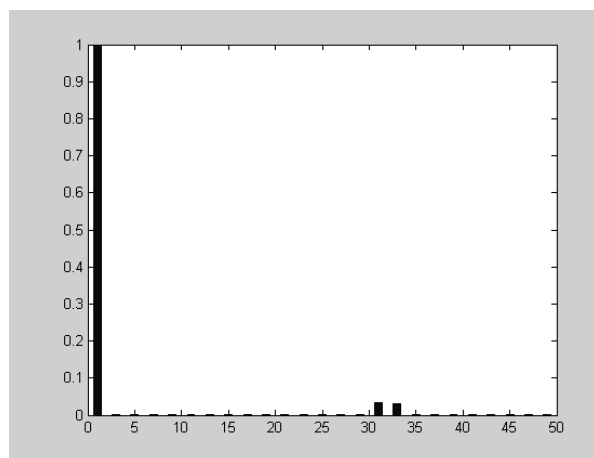
Przebieg  $f_{\psi_3}(x)$



Spektrum harmoniczných: THD = 11,44 %



Przebieg  $f_{\psi_4}(x)$



Spektrum harmoniczných: THD = 5,73 %

**Rys. 5.8. Przebiegi funkcji aproksymujących: przebieg  $f_{\psi_0}(x)$ ,  $f_{\psi_1}(x)$ ,  $f_{\psi_2}(x)$ ,  $f_{\psi_3}(x)$ ,  $f_{\psi_4}(x)$  oraz ich spektra harmoniczných**

**TABELA 5.6**Podstawowe parametry funkcji aproksymujących  $f_{\psi 0}, f_{\psi 1}, f_{\psi 2}, f_{\psi 3}$  i  $f_{\psi 4}$ .

$F_{\psi k}$	$\alpha$	$N_{ f_{\psi k} }$	$\delta_{\psi k}$	THD	THD <sub>B</sub>
$f_{\psi 0}$	$\pi$	1	0,0947	48,37 %	79,93 %
$f_{\psi 1}$	$\pi/4$	2	0,0252	23,06 %	22,63 %
$f_{\psi 2}$	$\pi/8$	3	0,0091	13,70 %	13,83 %
$f_{\psi 3}$	$\pi/8$	4	0,0065	11,44 %	8,19 %
$f_{\psi 4}$	$\pi/16$	8	0,0016	5,73 %	2,96 %

### 5.5. Porównanie modelu fourierowskiego i falkowego

Dane zawarte w tabeli 5.6, podsumowują rozdział poświęcony transformacie falkowej i pozwalają na ocenę właściwości tego przekształcenia w zastosowaniu do aproksymacji przebiegów harmoniczych. Jednocześnie umożliwiają porównanie niektórych właściwości aproksymacji falkowej i fourierowskiej (patrz tab. 4.3– rozdz. 4), pod kątem zastosowania obu tych metod do sterowania falownikami wielopoziomymi. Zestawienie porównawcze parametrów funkcji aproksymujących otrzymanych w wyniku przekształcenia falkowego oraz przekształcenia Fouriera zamieszczono w tab. 5.7. Symbole oznaczone indeksem  $\psi$  odnoszą się do modelu falkowego, a symbole z indeksem  $N$  – fourierowskiego. Dane dotyczące modelu fourierowskiego odpowiadają aproksymacji opartej na zasadzie podziału okresu przebiegu aproksymowanego na równe odcinki katowe. Pozostałe oznaczenia:  $\alpha_{min}$  – kąt najkrótszego schodka,  $N_D$  – liczba wymaganych napięć lub prądów zasilających,  $\delta$  – błąd średniokwadratowy aproksymacji, THD – współczynnik zawartości wyższych harmoniczych.

**TABELA 5.7**

Parametry funkcji aproksymujących według przekształcenia falkowego i przekształcenia Fouriera.

$F_{\psi k} \cup F_N$		$\alpha_{min}$		$N_D$		$\delta$		THD	
$f_{\psi k}$	$F_N$	$f_{\psi k}$	$F_N$	$N_{ f_{\psi k} }$	$N_{ F_N }$	$\delta_{\psi k}$	$\delta_N$	$f_{\psi k}$	$F_N$
$f_{\psi 0}$	$F_{N=2}$	$\pi$	$\pi$	1	1	0,0947	0,0947	48,37 %	48,37 %
$f_{\psi 1}$	$F_{N=6}$	$\pi/4$	$\pi/3$	2	2	0,0252	0,0440	23,60 %	31,09 %
$f_{\psi 2}$	$F_{N=12}$	$\pi/8$	$\pi/6$	3	3	0,0091	0,0113	13,70 %	15,23 %
$f_{\psi 3}$	$F_{N=16}$	$\pi/8$	$\pi/8$	4	4	0,0065	0,0064	11,44 %	11,41 %
$f_{\psi 4}$	$F_{N=24}$	$\pi/16$	$\pi/12$	8	6	0,0016	0,0028	5,73 %	7,63 %

Już na etapie drugiego kroku aproksymacji uwidaczniają się niektóre zalety transformacji falkowej. Dla obu metod aproksymacji liczba  $N_D=2$ , co oznacza, że do

budowy przekształtnika, sterowanego według tych metod, potrzebne są dwa napięcia zasilające falowniki składowe, a w przekształtniku prądu – dwa prądy zasilające. Jednak aproksymacja oparta o przekształcenie falkowe daje przebieg  $f_{\psi 1}$ , w którym pierwszy „schodek” jest krótszy:  $\alpha = \pi/4$  w porównaniu do  $\pi/3$  w przebiegu  $F_{N=6}$ . Jednocześnie błąd średniokwadratowy przebiegu  $f_{\psi 1}$ , a przede wszystkim współczynnik THD, maleją znacznie w porównaniu do przebiegu  $F_{N=6}$ . Przyjęcie skalowania diadycznego w definicji przekształcenia falkowego (5.12) sprawia, że spektrum przebiegu aproksymującego  $f_{\psi 1}$  nie zawiera trzeciej i piątej harmonicznej, a współczynnik THD osiąga wartość 23,06 %. Jest to wartość bliska najmniejszej wartości THD, uzyskanej dla przebiegu optymalnego opisanego w rozdz. 4.

Zaletą przekształcenia falkowego jest to, że „dostosowuje się ono lepiej” do charakteru zmian przebiegu analizowanego. Tam gdzie ów przebieg zmienia się szybciej, w wyniku transformacji dobierane są falki o mniejszej skali i większej amplitudzie. Widać to dobrze na przykładzie przebiegu  $f_{-3n}$  (patrz tab. 5.3 i 5.4). Przebieg sinusoidalny najszybciej zmienia się na początku, w środku i na końcu swojego okresu, toteż falki o współczynnikach  $n = 0, 3, 4, 7$  odpowiadające przedziałom:  $< 0, \pi/4$ ,  $< 3\pi/4, 5\pi/4$  i  $< 7\pi/4, 2\pi$ , mają większą amplitudę (moduł  $|a_{-3n}| = 0,1791$ ) niż falki „środkowe”, tj. falki w przedziałach, w których sinusoida zmienia się wolniej. Zalety przekształcenia falkowego relatywnie maleją wraz ze wzrostem liczby  $F_N$ , ale dotyczy to już przebiegów o bardziej dokładnej aproksymacji, dla których kąt  $a < \pi/8$ .

## 5.6. Zastosowanie modelu falkowego w energoelektronice

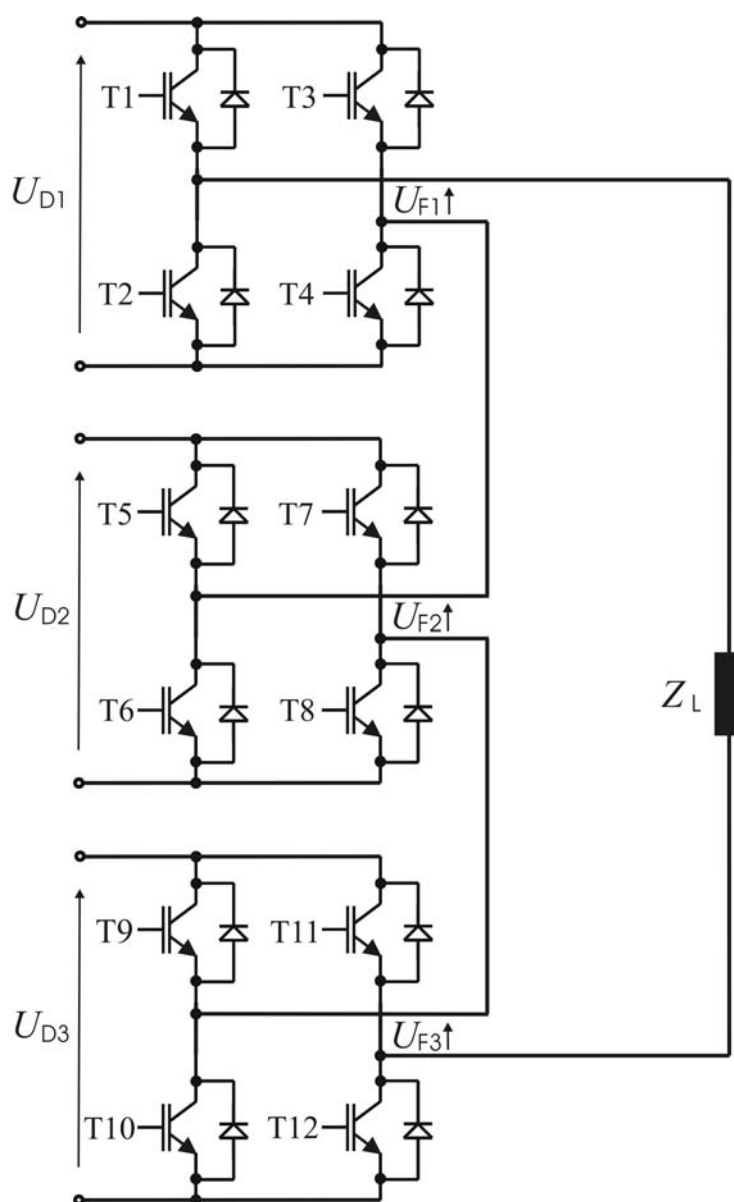
Metodę aproksymacji, opartą o przekształcenie falkowe, można z powodzeniem wykorzystać w energoelektronice do budowy wielopoziomowych falowników napięcia lub prądu, charakteryzujących się poprawionym kształtem przebiegów przemiennych. Stanowi ona nowe narzędzie matematyczne, wspomagające proces projektowania struktur i algorytmów sterowania przekształtników wielopoziomowych.

Układ przekształtnika opartego na modelu falkowym przedstawiono na rys. 5.9. Wybrano przekształtnik reprezentujący falownik napięcia, zdolny do generowania czteropoziomowego przebiegu  $f_{\psi 2}$ .

Przekształtnik generujący napięcie, o kształcie odpowiadającym przebiegowi  $f_{\psi 2}$ , składa się z trzech jednofazowych falowników napięcia, zbudowanych odpowiednio z tranzystorów T1 ÷ T4, T5 ÷ T8 i T9 ÷ T12. Na rysunku podano rozwiązanie polegające na kaskadowym połączeniu trzech falowników składowych. Falowniki zasilane są z trzech źródeł napięcia, o wartości wyliczonej według równania modelu falkowego (5.27).

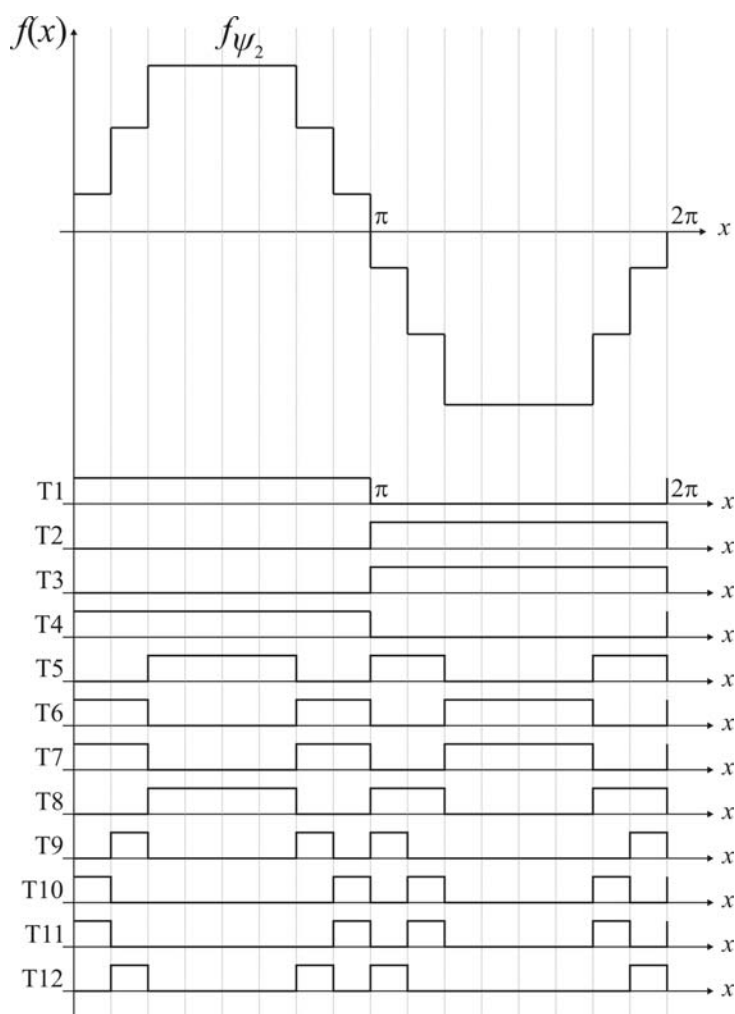
Rysunek 5.10 przedstawia zakresy sterowania poszczególnych falowników składowych. Jeśli porówna się ten przekształtnik z przekształtnikiem wytwarzającym przebieg  $F_{N=6}$  (patrz rys. 4.5 i 4.6 w rozdz. 4), to widać, że „przekształtnik falkowy” różni się w zakresie poziomów przebiegów składowych, jak również kątów wysterowania poszczególnych par tranzystorów.

Sumowanie napięć w przekształtniku odbywa się poprzez szeregowe połączenie napięć wyjściowych poszczególnych falowników kaskady. Jeżeli do sumowania zastosuje się transformator to korzystne jest by impulsy napięcia były jak najkrótsze – w tym wypadku impulsy, dla których kąty  $a = \pi/8$  i  $a = \pi/4$ , odpowiadają przebiegom o częstotliwości 400 i 200 Hz.



Rys. 5.9. Układ jednofazowego czteropoziomowego falownika napięcia realizującego model falkowy przekształtnika





**Rys. 5.10.** Zakresy sterowania poszczególnych tranzystorów w układzie jednofazowego czteropoziomowego falownika napięcia realizującego model falkowy przekształtnika

## 6. MODEL REKURENCYJNY PRZEKSZTAŁTNIKA

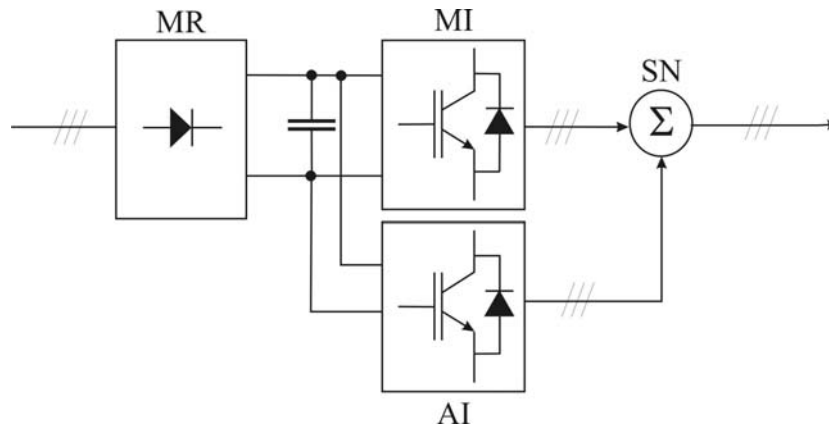
Struktura i sposób sterowania przekształtnika opisanego w tym rozdziale stanowią alternatywę w stosunku do znanych rozwiązań falowników wielopoziomowych. Są wynikiem rozwinięcia idei opisanej w pracach [69, 73, 74, 79, 80, 81, 85]. W rozdziale opisano dwa przekształtniki: przekształtnik nazywany ortogonalnym OVT<sup>27</sup> oraz przekształtnik rekurencyjny RECOVT.<sup>28</sup> Rozdział zawiera również wyniki badań symulacyjnych i eksperymentalnych obu przekształtników.

<sup>27</sup> Orthogonal Vectors Based Topology

<sup>28</sup> Recurrent Orthogonal Vectors Topology

### 6.1. Przekształtnik ortogonalny OVT – zasada działania

Schemat blokowy przekształtnika przedstawiono na rys. 6.1. Przekształtnik składa się z prostownika (MR) oraz dwóch falowników: głównego (MI) i pomocniczego (AI). Oba falowniki składowe są standardowymi dwupoziomowymi falownikami napięcia. Wyjścia falowników połączone zostały za pomocą węzła sumującego (SN).

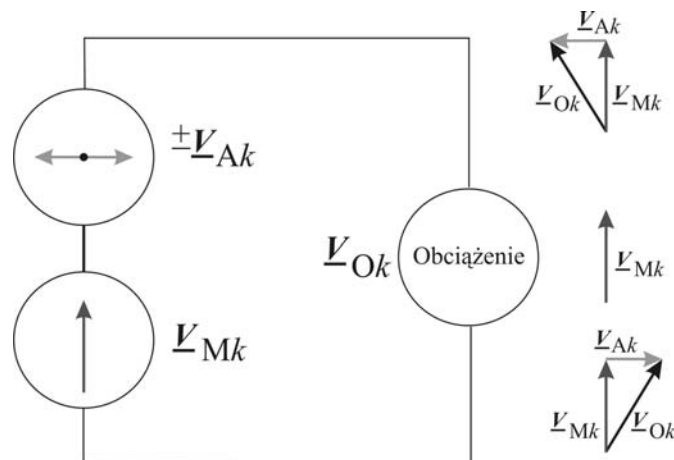


**Rys. 6.1. Schemat blokowy przekształtnika OVT:**

MR – prostownik, MI – falownik główny, AI – falownik pomocniczy, SN – węzeł sumujący

Idea formowania wektora napięcia wyjściowego przekształtnika OVT została przedstawiona na rys. 6.2. Przekształtnik tworzy przebieg wyjściowy w wyniku dodawania dwóch określonych przebiegów składowych. Wektory przestrzenne tych przebiegów są wzajemnie ortogonalne<sup>29</sup>. Znaczenie użytych symboli jest następujące:

- $\underline{V}_{Mk}$  – wektor napięcia falownika głównego,
- $\underline{V}_{Ak}$  – wektor napięcia falownika pomocniczego,
- $\underline{V}_{Ok}$  – wektor napięcia wyjściowego przekształtnika OVT.



**Rys. 6.2. Ilustracja idei przekształtnika OVT**

<sup>29</sup> W tym rozdziale termin wektor określa wyłącznie wektory przestrzenne.

Płaszczyzna  $(\alpha, \beta)$  układu współrzędnych stacjonarnych została podzielona na sześć równych  $k$ -sektorów odpowiadających wektorom aktywnym  $\underline{V}_{Mk}$  falownika głównego. W każdym sektorze płaszczyzny mieszczą się trzy różne wektory wyjściowe  $\underline{V}_{Ok}$  generowane przez przekształtnik OVT: dwa wektory jako wynik sumy odpowiednich ortogonalnych wektorów  $\underline{V}_{Mk}$  i  $\underline{V}_{Ak}$  oraz jeden wektor wyjściowy równy wektorowi  $\underline{V}_{Mk}$  falownika głównego. W tym ostatnim przypadku falownik pomocniczy generuje wektor zerowy. Przebieg wyjściowy przekształtnika OVT powstaje w wyniku łączy kolejnych sekwencji trzech wektorów:  $\underline{V}_{Ok-}$ ,  $\underline{V}_{Ok}$ ,  $\underline{V}_{Ok+}$  przyporządkowanych  $k$ -tym sektorom płaszczyzny  $(\alpha, \beta)$ . Wektory są łączy w podanej kolejności:

$$\begin{cases} \underline{V}_{Ok-} = \underline{V}_{Ak \oplus 3} + \underline{V}_{Mk} \\ \underline{V}_{Ok} = \underline{V}_{Mk} \\ \underline{V}_{Ok+} = \underline{V}_{Ak} + \underline{V}_{Mk} \end{cases} \quad (6.1)$$

Symbol  $k \oplus 3$  oznacza sumę modulo 6 indeksu  $k$  i liczby 3. Wyrażenie (6.1) ilustruje metodę sterowania opartą na zasadzie sumowania wektorów ortogonalnych.

## 6.2. Model matematyczny przekształtnika ortogonalnego

W układzie współrzędnych stacjonarnych  $(\alpha, \beta)$  wektory aktywne falowników składowych opisują wyrażenia:

$$\begin{cases} \underline{V}_{Mk} = |\underline{V}_{Mk}| e^{j \left[ (k-1) \frac{\pi}{3} \pm 2\pi n \right]} \\ \underline{V}_{Ak} = \pm jm \underline{V}_{Mk} = \pm m \underline{V}_{Mk} e^{j \frac{\pi}{2}} \end{cases} \quad (6.2)$$

w których:  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ;  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Współczynnik  $m$  oznacza stosunek długości wektorów:

$$m = \frac{|\underline{V}_{Ak}|}{|\underline{V}_{Mk}|} \quad (6.3)$$

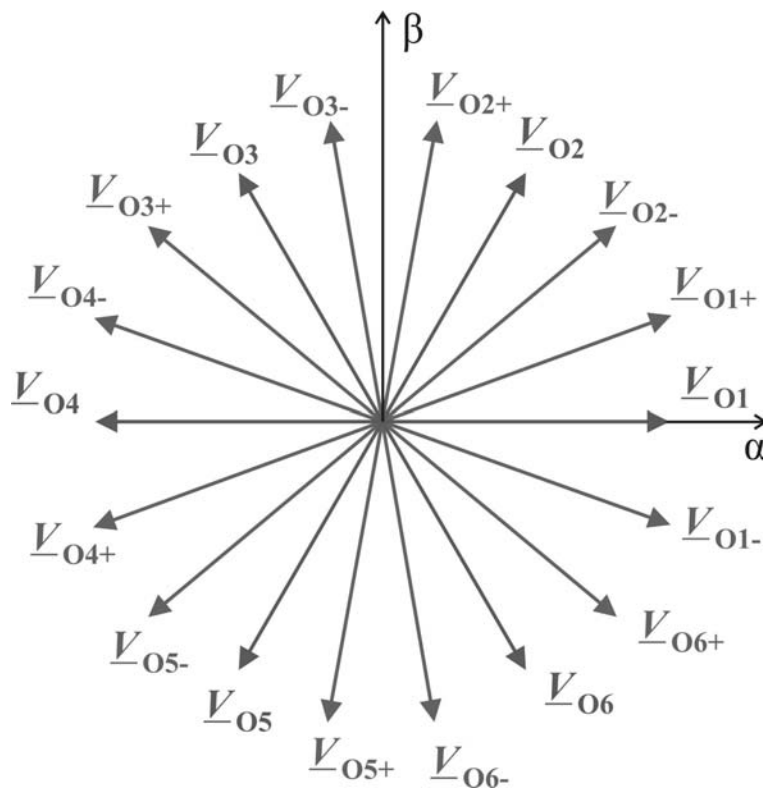
Zgodnie z równaniami (6.1, 6.2), wyjściowe wektory przestrzenne przekształtnika ortogonalnego OVT dane są zależnościami:

$$\begin{cases} \underline{V}_{Ok-} = (1 - jm) \underline{V}_{Mk} = \sqrt{1 + m^2} \underline{V}_{Mk} e^{-j \arctan m} \\ \underline{V}_{Ok} = \underline{V}_{Mk} = |\underline{V}_{Mk}| e^{j \left[ (k-1) \frac{\pi}{3} \pm 2k \pi \right]} \\ \underline{V}_{Ok+} = (1 + jm) \underline{V}_{Mk} = \sqrt{1 + m^2} \underline{V}_{Mk} e^{j \arctan m} \end{cases} \quad (6.4)$$

Jeżeli założy się, że wektory wyjściowe załączane są w jednakowych odstępach czasu to stosunek długości wektorów równy jest

$$m = \frac{|\underline{V}_{Ak}|}{|\underline{V}_{Mk}|} = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{9} \right) = 0,364 \quad (6.5)$$

W ogólności przekształtnik OVT może generować 42 wyjściowe wektory przestrzenne napięcia (49 jeśli uwzględni się wektory zerowe falownika głównego). Podana zasada tworzenia wektorów umożliwia uzyskanie 18 niezerowych wektorów wyjściowych o zbliżonej długości, trzykrotnie więcej niż w przypadku standardowego falownika dwupoziomowego. Wszystkie wektory zostały przedstawione na rys. 6.3. Wektory powstające w wyniku dodawania wektorów ortogonalnych są dłuższe od wektorów  $\underline{V}_{Mk}$ , jak wynika to z (6.4), o 6,42%.



Rys. 6.3. Wyjściowe wektory przestrzenne przekształtnika OVT

Przebieg napięcia fazowego przekształtnika OVT można uzyskać biorąc rzut kolejnych wektorów na wybraną oś fazową. Kolejnym wektorom odpowiadają impulsy napięcia o długości  $\pi/9$  (czas trwania  $T/18$ ) i zróżnicowanej amplitudzie. Amplitudy impulsów napięcia fazy  $a$ , odpowiadających wektorom w sektorze  $k$  płaszczyzny  $(\alpha, \beta)$ , określają wartości rzeczywiste liczb zespolonych (6.4).

$$\begin{aligned}
 f_{k-} &= \operatorname{Re} \left\{ \underline{V}_{Ok-} \right\} = \sqrt{1+m^2} \left| \underline{V}_{Mk} \right| \operatorname{Re} \left\{ e^{j(\varphi_k - \pi/9)} \right\} \\
 f_k &= \operatorname{Re} \left\{ \underline{V}_{Ok} \right\} = \left| \underline{V}_{Mk} \right| \operatorname{Re} \left\{ e^{j\varphi_k} \right\} \quad \text{gdzie } e^{j\varphi_k} = e^{j[(k-1)\pi/3]} \\
 f_{k+} &= \operatorname{Re} \left\{ \underline{V}_{Ok+} \right\} = \sqrt{1+m^2} \left| \underline{V}_{Mk} \right| \operatorname{Re} \left\{ e^{j(\varphi_k + \pi/9)} \right\}
 \end{aligned} \tag{6.6}$$

Amplitudy impulsów zostały oznaczone jako  $f_{k-}$ ,  $f_k$ ,  $f_{k+}$  w nawiązaniu do występujących w modelu fourierowskim składników  $f_n$  (patrz rozdz. 4 – równanie 4.10). W istocie, kształtowanie przebiegu wyjściowego w przekształtniku ortogonalnym, polega na konkatenaacji ciągu impulsów. Zakres kątowy każdego impulsu jest równy  $\alpha = \pi/9$ . Wobec tego kąty położenia kolejnych impulsów na osi  $x$  można ustalić za pomocą funkcji skalującej  $\varphi_n(x)$ , w której zgodnie z definicją (4.1) przyjęto  $\alpha = \pi/9$ . Zatem przebieg napięcia fazy  $a$  w całym okresie  $2\pi$  jest dany wyrażeniem:

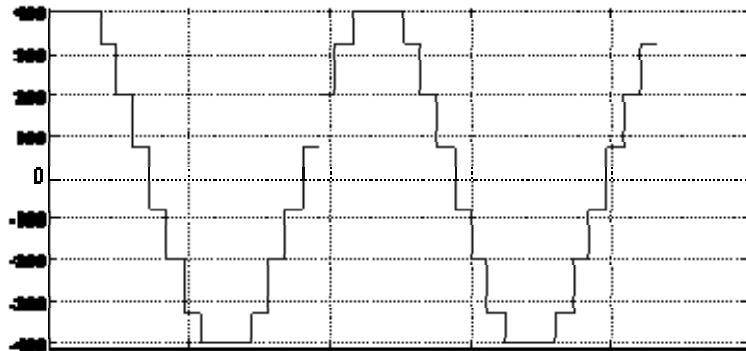
$$u_a(x) = \frac{2}{3} U_D \sum_{k=1}^{k=6} \left[ f_{k-} \varphi \left( x - k \frac{\pi}{3} \right) + f_k \varphi \left( x - k \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{9} \right) + f_{k+} \varphi \left( x - k \frac{\pi}{3} - 2 \frac{\pi}{9} \right) \right] \tag{6.7}$$

Wyrażenie (6.7) opisuje model matematyczny przekształtnika OVT. Określa przebieg schodkowy napięcia wyjściowego fazy  $a$  przekształtnika w granicach  $< \pi/3, 2\pi + \pi/3$ ).

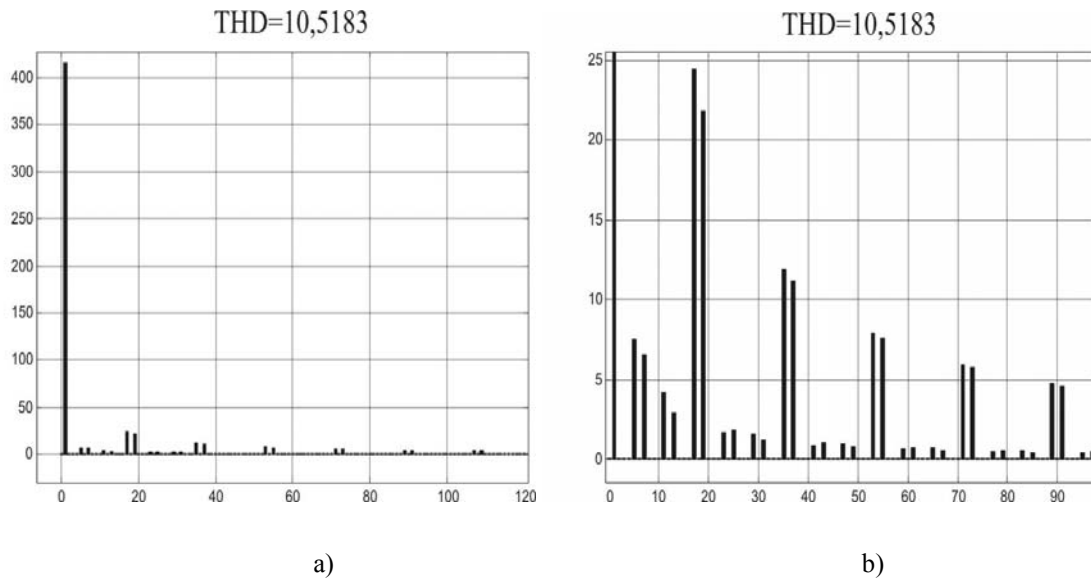
### 6.3. Badania przekształtnika ortogonalnego

#### 6.3.1. Badania symulacyjne

Zakładając, że napięcie obwodu pośredniczącego  $U_D$  ma wartość 600 V, a stosunek modułów wektorów  $m$  równy jest 0,364 przeprowadzono badania symulacyjne przekształtnika OVT. Rysunek 6.4 przedstawia przebieg napięcia fazowego, wynikający z równania (6.7), a rys. 6.5 - spektrum harmonicznym tego przebiegu.



Rys. 6.4. Wyjściowe napięcie fazowe przekształtnika OVT



**Rys. 6.5. Spektrum harmonicznych napięcia fazowego przekształtnika OVT:**  
a) spektrum, b) spektrum w powiększonej skali

Harmoniczne 17-ta i 19-ta są najbardziej znaczące i przyjmują wartości odpowiednio 24 V i 22 V (amplitudy), co stanowi mniej niż 6% harmonicznej podstawowej. W spektrum pojawiają się także harmoniczne 5-ta i 7-a (1,6% i 1,5%) oraz 11-ta i 13-ta o wartości poniżej 1%. Wynika to z nierównej długości wektorów wyjściowych: 12 wektorów ma długość o 6,42% większą niż pozostałe sześć. Oczywiście w spektrum pojawiają się niewielkie harmoniczne wyższych rzędów według zasady:  $6n \pm 1$ ,  $12n \pm 1$ ,  $18n \pm 1$   $n = 1, 2, 3, \dots$

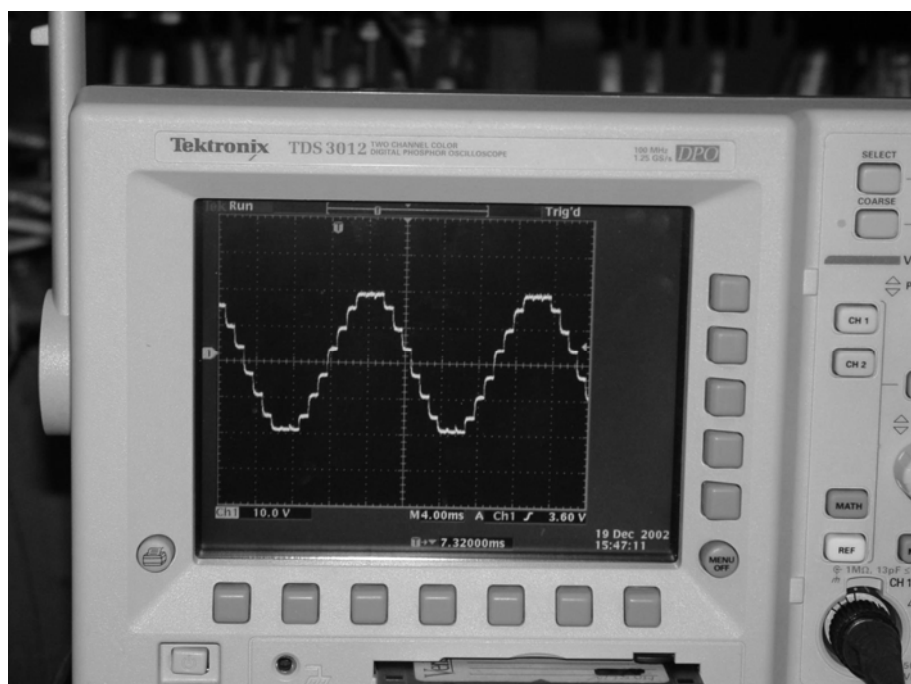
### 6.3.2. Badania eksperymentalne

Do badań eksperymentalnych zbudowano model laboratoryjny przekształtnika, którego widok przedstawiono na rys. 6.6. Dwa falowniki o mocy 100 kW zostały połączone w układ przekształtnika ortogonalnego. Jako węzeł sumujący przebiegi obu falowników zastosowano transformator w układzie „trójkąt-gwiazda”. Uzwojenia połączone w trójkąt stanowiły obciążenie falownika pomocniczego, a uzwojenia wtórne włączono szeregowo do obwodu obciążenia. Dzięki temu wektor przestrzenny falownika pomocniczego był prostopadły do wektora falownika głównego – spełniony został warunek ortogonalności. Sterowanie przekształtnika OVT zapewniał algorytm zaimplementowany na kartę DS 1102 firmy dSPACE z procesorem sygnałowym zmiennoprzecinkowym TMS320C31.

Kształt wyjściowego napięcia fazowego na obciążeniu  $R-L$  w postaci przebiegu na ekranie oscyloskopu pokazano na rys. 6.7.

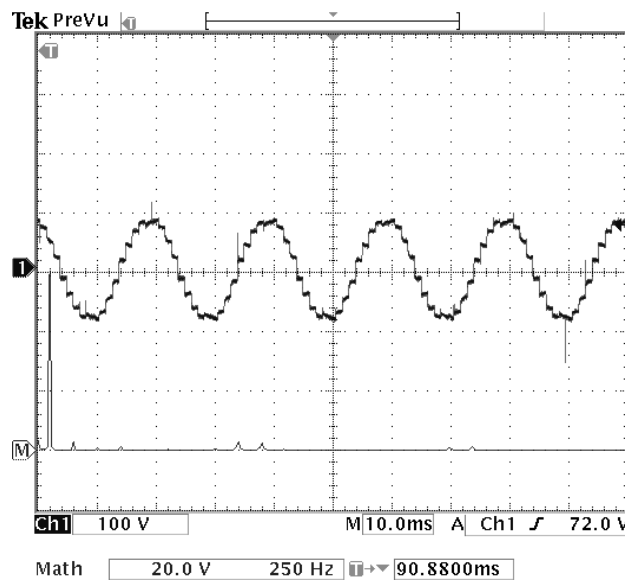


Rys. 6.6. Model laboratoryjny przekształtnika OVT. Falownik widoczny z lewej strony pełni rolę falownika pomocniczego

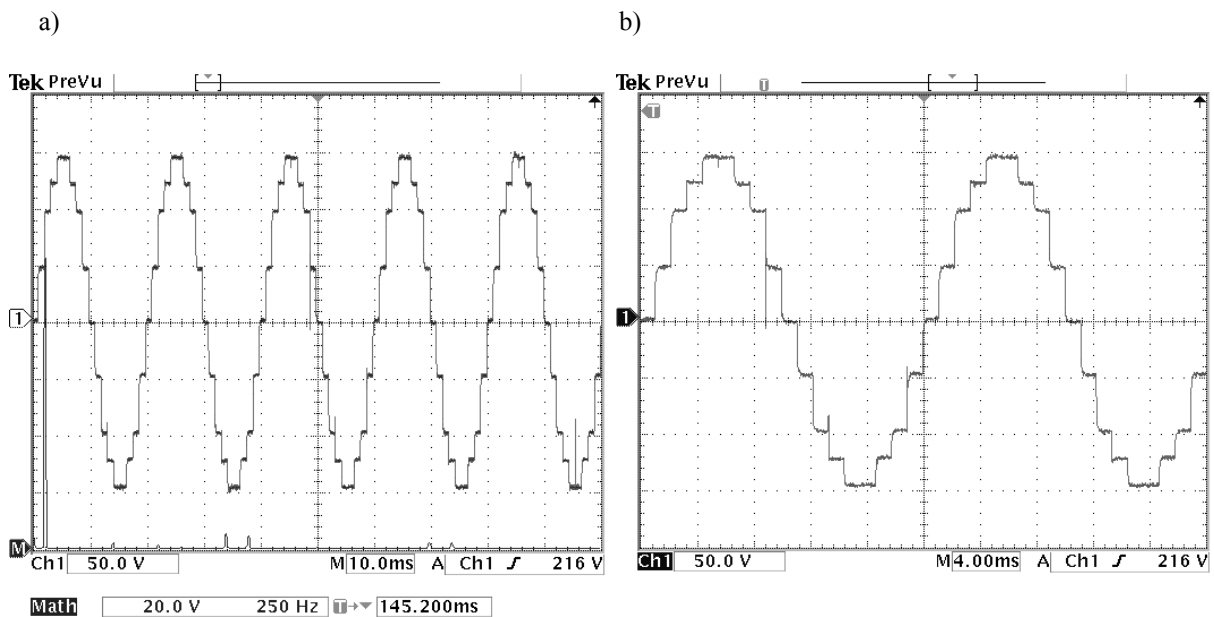


Rys. 6.7. Kształt przebiegu wyjściowego napięcia fazowego przekształtnika OVT

Kolejne rysunki prezentują wybrane przykłady osiągniętych wyników. Rysunek 6.8 przedstawia oscylogram przebiegu napięcia fazowego; eksperyment przeprowadzono przy niewielkim poziomie mocy wyjściowej przekształtnika. Na oscylogramie widać również spektrum harmonicznym; zaznacza się występowanie 3-ej i 7-ej, a także- 17-ej i 19-ej harmonicznej. Występowanie 3-ej harmonicznej w widmie napięcia wynika z niesymetrii transformatora sprzęgającego jak również obciążeń fazowych. Na rysunku 6.9 pokazano przebieg napięcia międzyfazowego przekształtnika OVT i jego spektrum harmonicznym.



Rys. 6.8. Przebieg wyjściowego napięcia fazowego i jego spektrum



Rys. 6.9. Napięcie międzyfazowe przekształtnika OVT:  
a) napięcie międzyfazowe i jego spektrum, b) napięcie w powiększonej skali



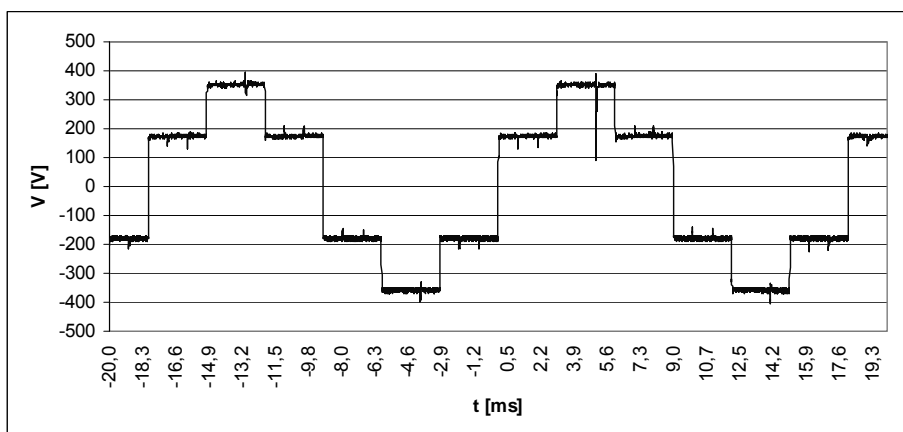
Następne rysunki przedstawiają wyniki badań przekształtnika o mocy 40 kW. Wartości podzespołów  $R-L$  obciążenia zastosowanych podczas tej próby zestawiono w tab. 6.1.

**TABELA 6.1**

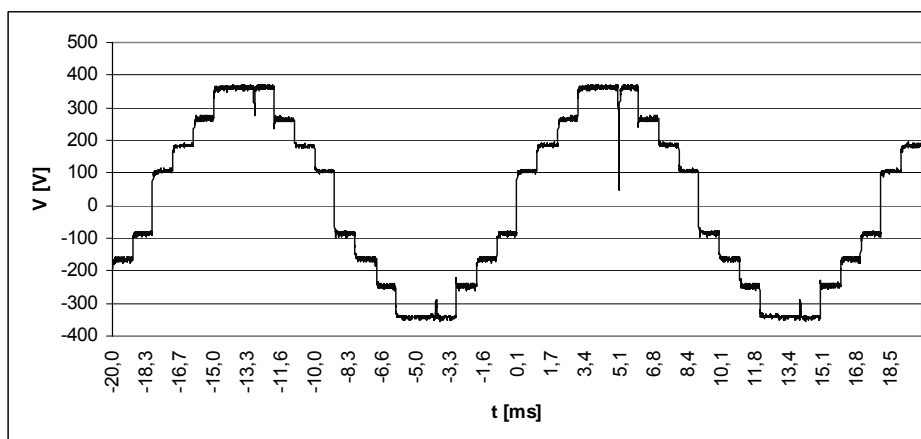
Parametry elektryczne obciążenia podczas próby dużej mocy.

Rezystory			Dławiki indukcyjne		
$R_u$	$R_v$	$R_w$	$L_u$	$L_v$	$L_w$
10,7 $\Omega$	10,5 $\Omega$	10,3 $\Omega$	1,079 mH	1,079 mH	1,079 mH
			0,022 m $\Omega$	0,022 m $\Omega$	0,022 m $\Omega$

Napięcie w obwodzie pośredniczącym  $U_D$ , zmierzone przy pełnym obciążeniu przekształtnika, wynosiło 540 V. Do pomiarów wartości i przebiegów napięć użyto przetworników pomiarowych typu LEM o przekładni znamionowej 500 V/5 V. Prądy mierzono za pomocą przetworników pomiarowych LEM o przekładni 25 A/5 V. Oscylogram napięcia fazowego falownika głównego  $u_M$  pokazano na rys. 6.10, a wyjściowego napięcia fazowego całego przekształtnika  $u_O$  – na rys. 6.11.

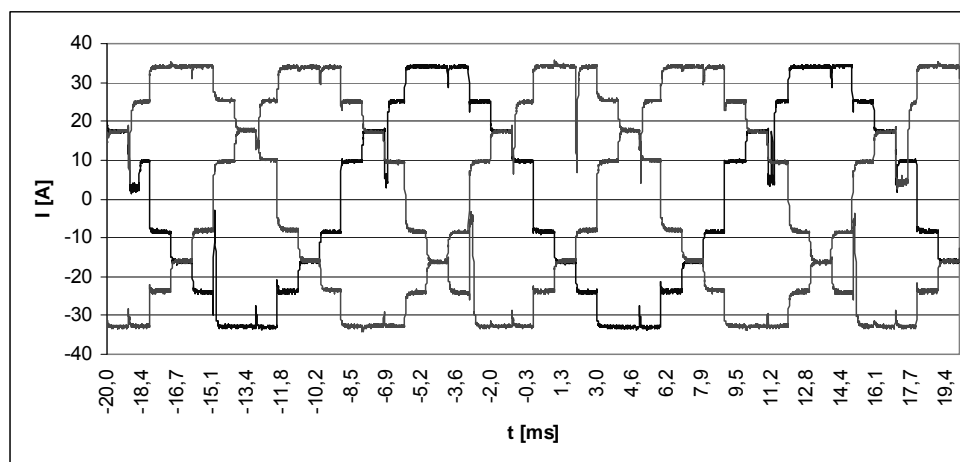


**Rys. 6.10.** Przebieg napięcia fazowego falownika głównego  $u_M$



**Rys. 6.11.** Przebieg napięcia fazowego  $u_O$  przekształtnika OVT

Napięcie wyjściowe przekształtnika jest trochę zniekształcone w stosunku do „czystego” przebiegu ortogonalnego wynikającego z teorii. Nie udało się bowiem dobrać jednakowych elementów o odpowiedniej wartości we wszystkich fazach układu pomiarowego na wymaganym poziomie mocy. Tutaj o kształcie przebiegów fazowych decydowała przekładnia transformatora sprzęgającego falowniki. Na rysunku 6.12 pokazano oscylogram zarejestrowanych we wszystkich fazach przebiegów prądów fazowych generowanych przez falownik OVT. Obciążenie przekształtnika stanowiły rezystory, o wartościach podanych w tab. 6.1, połączone w gwiazdę.



Rys. 6.12. Przebiegi prądów fazowych przekształtnika OVT

Szerszy opis wyników badań eksperymentalnych przekształtnika OVT zamieszczono w sprawozdaniu z pracy [86].

#### 6.4. Przekształtnik rekurencyjny RECOVT – – zasada działania

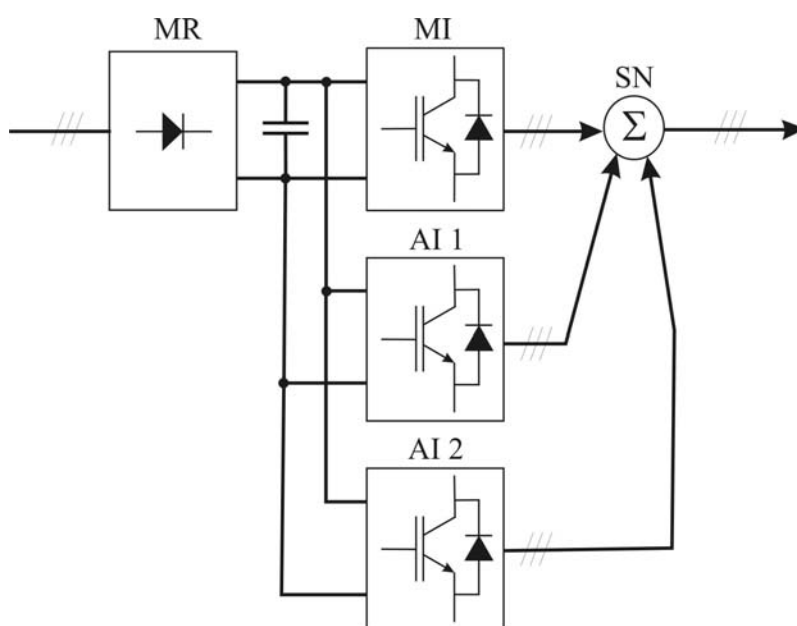
Zasada działania przekształtnika rekurencyjnego oparta została na spostrzeżeniu, że struktura i sposób sterowania przekształtnika ortogonalnego mają właściwości rekurencyjne. Mechanizm rekurencji polega na dołączaniu kolejnych falowników pomocniczych w celu zwielokrotnienia liczby odpowiednio dobranych wektorów ortogonalnych. Możliwe jest bowiem zbudowanie przekształtnika składającego się z trzech (lub więcej) falowników dwupoziomowych: głównego, pomocniczego i dodatkowego pomocniczego. Jeśli zachowa się sprzężenie transformatorowe wszystkich falowników to przekształtnik może być zasilany z jednego obwodu pośredniczącego, tak jak to pokazano na schemacie blokowym według rys.6.13.

Idea formowania wektora napięcia wyjściowego przekształtnika OVT została symbolicznie przedstawiona na rys. 6.14. Przekształtnik rekurencyjny tworzy przebieg wyjściowy, którego wektor przestrzenny powstaje w wyniku określonej kombinacji wektorów generowanych przez wszystkie trzy falowniki składowe. Wektory napięcia obu falowników pomocniczych są ortogonalne do odpowiednich wektorów aktywnych

falownika głównego. Przekształtnik o takich właściwościach autor nazwał przekształtnikiem rekurencyjnym RECOVT. W ogólności mechanizm rekurencji nie zakłada ograniczenia liczby falowników składowych.

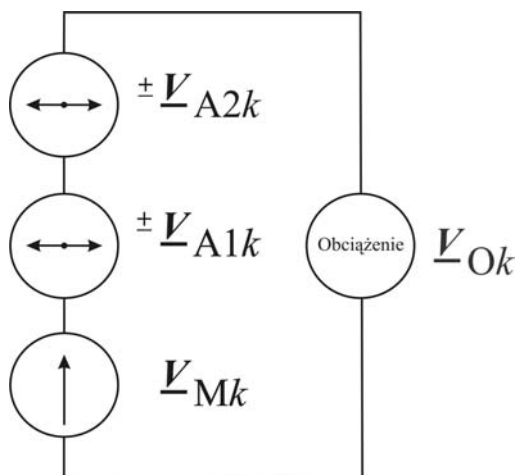
Znaczenie symboli występujących na rys. 6.14 jest następujące:

- $\underline{V}_{Mk}$  - wektor napięcia falownika głównego,
- $\underline{V}_{A1k}$  - wektor napięcia pierwszego falownika pomocniczego,
- $\underline{V}_{A2k}$  - wektor napięcia drugiego falownika pomocniczego,
- $\underline{V}_{Ok}$  - wektor napięcia wyjściowego przekształtnika RECOVT.



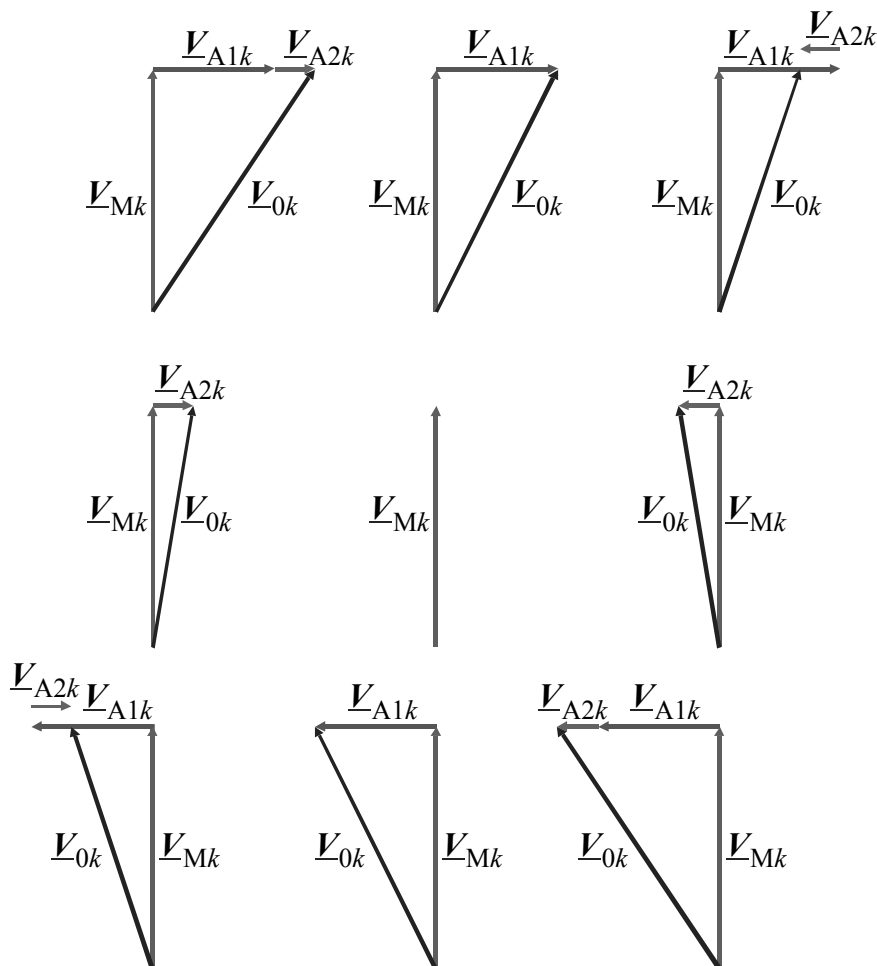
**Rys. 6.13. Schemat blokowy przekształtnika rekurencyjnego RECOVT:**

MR – prostownik, MI – falownik główny, AI 1 – falownik pomocniczy 1, AI 2 – falownik pomocniczy 2, SN – węzeł sumujący



**Rys. 6.14. Idea przekształtnika rekurencyjnego RECOVT**

Wyjściowy wektor przestrzenny przekształtnika RECOVT tworzy się za pomocą jednego, dwóch lub trzech wektorów przestrzennych odpowiednich falowników napięcia. W tym celu moduł wektora falownika rekurencyjnego AI2 -  $\underline{V}_{A2k}$  jest tak dobrany ażeby możliwe było utworzenie, dzięki kombinacji z drugim wektorem falownika AI1 -  $\underline{V}_{A1k}$ , ośmiu różnych wektorów, ortogonalnych do wybranego wektora falownika głównego. W każdym sektorze płaszczyzny ( $\alpha, \beta$ ) odpowiadającym wybranemu wektorowi aktywnemu falownika głównego  $\underline{V}_{Mk}$  możliwe jest utworzenie, łącznie z tym wektorem, dziewięciu wektorów wyjściowych  $\underline{V}_{Ok}$ . Przebieg wyjściowy przekształtnika RECOVT powstaje w wyniku załączania kolejnych sekwencji dziewięciu wektorów:  $\underline{V}_{O4k-}, \underline{V}_{O3k-}, \underline{V}_{O2k-}, \underline{V}_{O1k-}, \underline{V}_{O0k}, \underline{V}_{O1k+}, \underline{V}_{O2k+}, \underline{V}_{O3k+}, \underline{V}_{O4k+}$ , przy porządkowanych sektorowi  $k$  płaszczyzny ( $\alpha, \beta$ ). Wektory są załączane w podanej kolejności, a ich budowę ilustruje rys. 6.15.



Rys. 6.15. Sekwencja dziewięciu wektorów przekształtnika RECOVT w jednym  $k$ -tym sektorze płaszczyzny układu współrzędnych stacjonarnych ( $\alpha, \beta$ )

Zasadę tworzenia kolejnych wektorów określa wyrażenie:

$$\begin{aligned}
 \underline{V}_{\rightarrow 04k-} &= \underline{V}_{\rightarrow Mk} + \underline{V}_{\rightarrow A1k \oplus 3} + \underline{V}_{\rightarrow A2k \oplus 3} \\
 \underline{V}_{\rightarrow 03k-} &= \underline{V}_{\rightarrow Mk} + \underline{V}_{\rightarrow A1k \oplus 3} \\
 \underline{V}_{\rightarrow 02k-} &= \underline{V}_{\rightarrow Mk} + \underline{V}_{\rightarrow A1k \oplus 3} + \underline{V}_{\rightarrow A2k} \\
 \underline{V}_{\rightarrow 01k-} &= \underline{V}_{\rightarrow Mk} + \underline{V}_{\rightarrow A2k \oplus 3} \\
 \underline{V}_{\rightarrow 00k-} &= \underline{V}_{\rightarrow Mk} \\
 \underline{V}_{\rightarrow 01k+} &= \underline{V}_{\rightarrow Mk} + \underline{V}_{\rightarrow A2k} \\
 \underline{V}_{\rightarrow 02k+} &= \underline{V}_{\rightarrow Mk} + \underline{V}_{\rightarrow A1k} + \underline{V}_{\rightarrow A2k \oplus 3} \\
 \underline{V}_{\rightarrow 03k+} &= \underline{V}_{\rightarrow Mk} + \underline{V}_{\rightarrow A1k} \\
 \underline{V}_{\rightarrow 04k+} &= \underline{V}_{\rightarrow Mk} + \underline{V}_{\rightarrow A1k} + \underline{V}_{\rightarrow A2k}
 \end{aligned}
 \qquad k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \qquad (6.8)$$

Symbol  $k \oplus 3$  oznacza sumę modulo 6 indeksu  $k$  i liczby 3. Wyrażenie (6.8) opisuje sposób tworzenia kolejnych wektorów wyjściowych i jednocześnie metodę sterowania przekształtnika rekurencyjnego.

### 6.5. Model matematyczny przekształtnika rekurencyjnego

W układzie współrzędnych stacjonarnych  $(\alpha, \beta)$  wektory aktywne falowników składowych opisują wyrażenia:

$$\left\{ \begin{aligned}
 \underline{V}_{\rightarrow Mk} &= |\underline{V}_{\rightarrow Mk}| e^{j \left[ (k-1) \frac{\pi}{3} \pm 2\pi n \right]} \\
 \underline{V}_{\rightarrow A1k} &= \pm j m_1 \underline{V}_{\rightarrow Mk} = \pm m_1 \underline{V}_{\rightarrow Mk} e^{j \frac{\pi}{2}} \\
 \underline{V}_{\rightarrow A2k} &= \pm j m_2 \underline{V}_{\rightarrow Mk} = \pm m_2 \underline{V}_{\rightarrow Mk} e^{j \frac{\pi}{2}}
 \end{aligned} \right. \qquad (6.9)$$

w których:  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ;  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Współczynniki  $m_1$  i  $m_2$  oznaczają stosunek modułów wektorów falowników pomocniczych do modułu wektora falownika głównego:

$$m_1 = \frac{|\underline{V}_{\rightarrow A1k}|}{|\underline{V}_{\rightarrow Mk}|} \qquad m_2 = \frac{|\underline{V}_{\rightarrow A2k}|}{|\underline{V}_{\rightarrow Mk}|} \qquad (6.10)$$

Zgodnie z równaniami (6.8, 6.9), wyjściowe wektory przestrzenne przekształtnika ortogonalnego RECOVT dane są wyrażeniami:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{V}_{\rightarrow 04k-} = [1 - j(m_1 + m_2)] \underline{V}_{\rightarrow Mk} = \sqrt{1 + (m_1 + m_2)^2} \underline{V}_{\rightarrow Mk} e^{-j\arctan(m_1 + m_2)} \\ \underline{V}_{\rightarrow 03k-} = (1 - jm_1) \underline{V}_{\rightarrow Mk} = \sqrt{1 + m_1^2} \underline{V}_{\rightarrow Mk} e^{-j\arctan m_1} \\ \underline{V}_{\rightarrow 02k-} = [1 - j(m_1 - m_2)] \underline{V}_{\rightarrow Mk} = \sqrt{1 + (m_1 - m_2)^2} \underline{V}_{\rightarrow Mk} e^{-j\arctan(m_1 - m_2)} \\ \underline{V}_{\rightarrow 01k-} = (1 - jm_2) \underline{V}_{\rightarrow Mk} = \sqrt{1 + m_2^2} \underline{V}_{\rightarrow Mk} e^{-j\arctan m_2} \\ \underline{V}_{\rightarrow 00k-} = \underline{V}_{\rightarrow Mk} \\ \underline{V}_{\rightarrow 01k+} = (1 + jm_2) \underline{V}_{\rightarrow Mk} = \sqrt{1 + m_2^2} \underline{V}_{\rightarrow Mk} e^{j\arctan m_2} \\ \underline{V}_{\rightarrow 02k+} = [1 + j(m_1 - m_2)] \underline{V}_{\rightarrow Mk} = \sqrt{1 + (m_1 - m_2)^2} \underline{V}_{\rightarrow Mk} e^{j\arctan(m_1 - m_2)} \\ \underline{V}_{\rightarrow 03k+} = (1 + jm_1) \underline{V}_{\rightarrow Mk} = \sqrt{1 + m_1^2} \underline{V}_{\rightarrow Mk} e^{j\arctan m_1} \\ \underline{V}_{\rightarrow 04k+} = [1 + j(m_1 + m_2)] \underline{V}_{\rightarrow Mk} = \sqrt{1 + (m_1 + m_2)^2} \underline{V}_{\rightarrow Mk} e^{j\arctan(m_1 + m_2)} \end{array} \right. \quad (6.11)$$

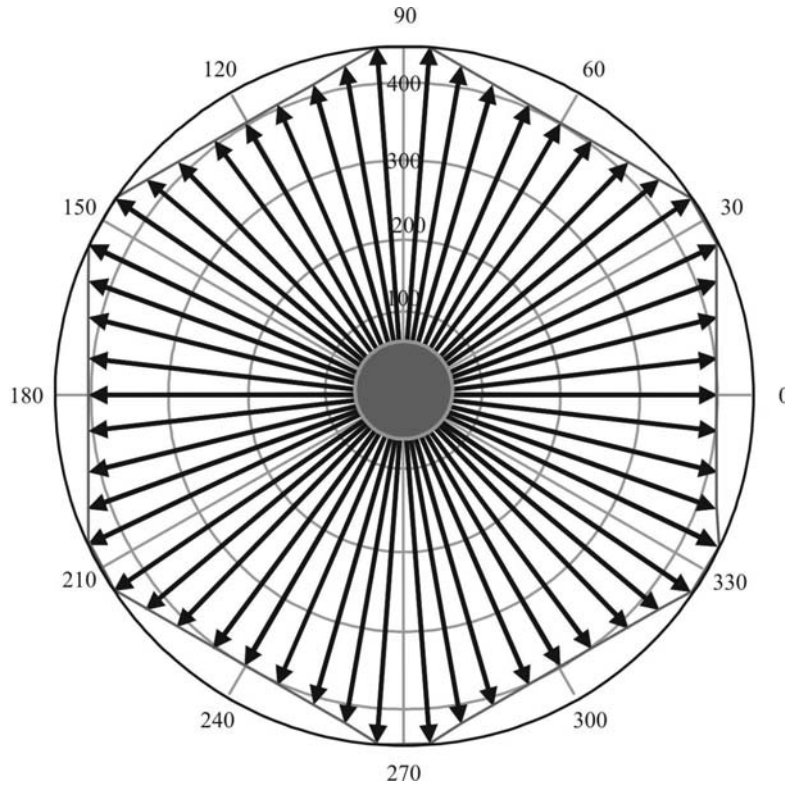
Przyjęto założenie, że wektory wyjściowe przekształtnika **RECOVT** załączane są w jednakowych odstępach czasu, a stosunek długości wektorów równy jest

$$m_1 = \frac{|\underline{V}_{\rightarrow A1k}|}{|\underline{V}_{\rightarrow Mk}|} = 0,364 \quad m_2 = \frac{|\underline{V}_{\rightarrow A2k}|}{|\underline{V}_{\rightarrow Mk}|} = \frac{1}{3} m_1 = 0,1213 \quad (6.12)$$

Przekształtnik rekurencyjny **RECOVT**, składający się z trzech falowników dwupoziomowych może generować w ogólności 343 różne wektory napięcia wyjściowego, w tym zgodnie z opisaną zasadą – 54 wektory o zbliżonej długości, opisane przez wyrażenie (6.11). Ich moduły różnią się nieznacznie od modułów wektorów  $\underline{V}_{\rightarrow Mk}$ . Można je obliczyć korzystając z podanego zestawienia.

$$\left\{ \begin{array}{l} |\underline{V}_{\rightarrow 04k-}| = \sqrt{1 + (m_1 + m_2)^2} |\underline{V}_{\rightarrow Mk}| \\ |\underline{V}_{\rightarrow 03k-}| = \sqrt{1 + m_1^2} |\underline{V}_{\rightarrow Mk}| \\ |\underline{V}_{\rightarrow 02k-}| = \sqrt{1 + (m_1 - m_2)^2} |\underline{V}_{\rightarrow Mk}| \\ |\underline{V}_{\rightarrow 01k-}| = \sqrt{1 + m_2^2} |\underline{V}_{\rightarrow Mk}| \\ |\underline{V}_{\rightarrow 00k-}| = |\underline{V}_{\rightarrow Mk}| \\ |\underline{V}_{\rightarrow 01k+}| = \sqrt{1 + m_2^2} |\underline{V}_{\rightarrow Mk}| \\ |\underline{V}_{\rightarrow 02k+}| = \sqrt{1 + (m_1 - m_2)^2} |\underline{V}_{\rightarrow Mk}| \\ |\underline{V}_{\rightarrow 03k+}| = \sqrt{1 + m_1^2} |\underline{V}_{\rightarrow Mk}| \\ |\underline{V}_{\rightarrow 04k+}| = \sqrt{1 + (m_1 + m_2)^2} |\underline{V}_{\rightarrow Mk}| \end{array} \right. \quad (6.13)$$

Położenie na płaszczyźnie  $(\alpha, \beta)$  wszystkich wektorów wyjściowych przekształtnika rekurencyjnego przedstawiono na rys. 6.16.



Rys. 6.16. Wektory przestrzenne napięcia wyjściowego przekształtnika RECOVT

Przebieg napięcia fazowego przekształtnika RECOVT można uzyskać, podobnie jak w modelu ortogonalnym, biorąc rzut kolejnych wektorów na wybraną oś fazową. Kolejnym wektorom odpowiadają impulsy napięcia o długości  $\pi/27$  (czas trwania  $T/54$ ) i zróżnicowanej amplitudzie. Amplitudy impulsów napięcia fazy  $a$ , odpowiadających wektorom w sektorze  $k$  płaszczyzny  $(\alpha, \beta)$ , określają wartości rzeczywiste liczb zespolonych (6.4).

$$\begin{bmatrix} f_{4k-} \\ f_{3k-} \\ f_{2k-} \\ f_{1k-} \\ f_{0k} \\ f_{1k+} \\ f_{2k+} \\ f_{3k+} \\ f_{4k+} \end{bmatrix} = \text{Re} \left\{ \begin{bmatrix} \underline{V}_{O4k-} \\ \underline{V}_{O3k-} \\ \underline{V}_{O2k-} \\ \underline{V}_{O1k-} \\ \underline{V}_{O0k} \\ \underline{V}_{O1k+} \\ \underline{V}_{O2k+} \\ \underline{V}_{O3k+} \\ \underline{V}_{O4k+} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} |\underline{V}_{O4k-}| \text{Re} \left\{ e^{j[\varphi_k - \arctan(m_1 + m_2)]} \right\} \\ |\underline{V}_{O3k-}| \text{Re} \left\{ e^{j(\varphi_k - \arctan m_1)} \right\} \\ |\underline{V}_{O2k-}| \text{Re} \left\{ e^{j[\varphi_k - \arctan(m_1 - m_2)]} \right\} \\ |\underline{V}_{O1k-}| \text{Re} \left\{ e^{j(\varphi_k - \arctan m_2)} \right\} \\ |\underline{V}_{O0k}| \text{Re} \left\{ e^{j\varphi_k} \right\} \\ |\underline{V}_{O1k+}| \text{Re} \left\{ e^{j(\varphi_k + \arctan m_2)} \right\} \\ |\underline{V}_{O2k+}| \text{Re} \left\{ e^{j[\varphi_k + \arctan(m_1 - m_2)]} \right\} \\ |\underline{V}_{O3k+}| \text{Re} \left\{ e^{j(\varphi_k + \arctan m_1)} \right\} \\ |\underline{V}_{O4k+}| \text{Re} \left\{ e^{j[\varphi_k + \arctan(m_1 + m_2)]} \right\} \end{bmatrix} \quad e^{j\varphi_k} = e^{j[(k-1)\pi/3]} \quad (6.14)$$

Amplitudy impulsów zostały oznaczone jako  $f_{4k-}, f_{3k-}, f_{2k-}, f_{1k-}, f_{0k}, f_{1k+}, f_{2k+}, f_{3k+}, f_{4k+}$ . Kształtowanie przebiegu wyjściowego w przekształtniku rekurencyjnym polega, tak jak w przekształtniku ortogonalnym, na konkatenaacji ciągu impulsów. Z tą różnicą, że zakres kątowy każdego impulsu jest równy  $\alpha = \pi/27$ . Wobec tego kąty położenia kolejnych impulsów na osi  $x$  można ustalić za pomocą funkcji skalującej  $\varphi_n(x)$ , w której zgodnie z definicją (4.1), (patrz rozdz. 4), przyjęto  $\alpha = \pi/27$ . Poniżej podano wzór określający przebieg wyjściowy fazy a w przekształtniku RECOVT. Formalnie wzór (6.15) określa przebieg  $u_a(x)$  w przedziale  $x \in < \pi/3, 2\pi + \pi/3$ . Jednakże  $u_a(x)$  jest przebiegiem okresowym dla którego  $u_a(2\pi n + x) = u_a(x)$ ,  $n \in W$ .

$$u_a(x) = \frac{2}{3} U_D \sum_{k=1}^{k=6} \sum_{n=0}^{n=3} \left[ f_{(4-n)k-} \varphi \left( x - k \frac{\pi}{3} - n \frac{\pi}{27} \right) \right] + \sum_{k=1}^{k=6} f_{0k} \varphi \left( x - k \frac{\pi}{3} - \frac{4\pi}{27} \right) + \sum_{k=1}^{k=6} \sum_{n=1}^{n=4} \left[ f_{nk+} \varphi \left( x - k \frac{\pi}{3} - (4+n) \frac{\pi}{27} \right) \right] \quad (6.15)$$

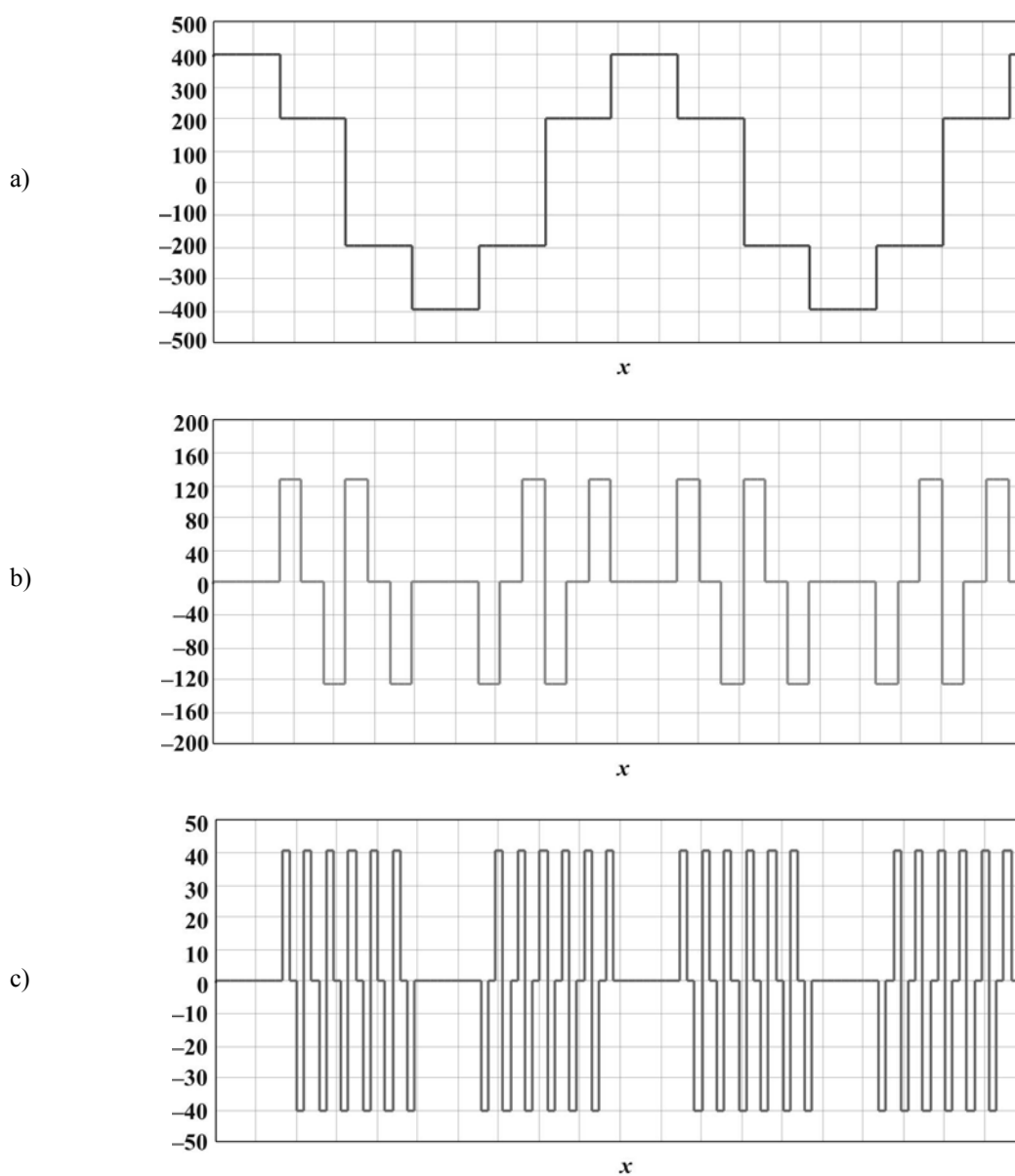
Wyrażenie (6.15) opisuje model matematyczny przekształtnika RECOVT w całym okresie przebiegu przemienne.

## 6.6. Badania przekształtnika rekurencyjnego

### 6.6.1 Badania symulacyjne

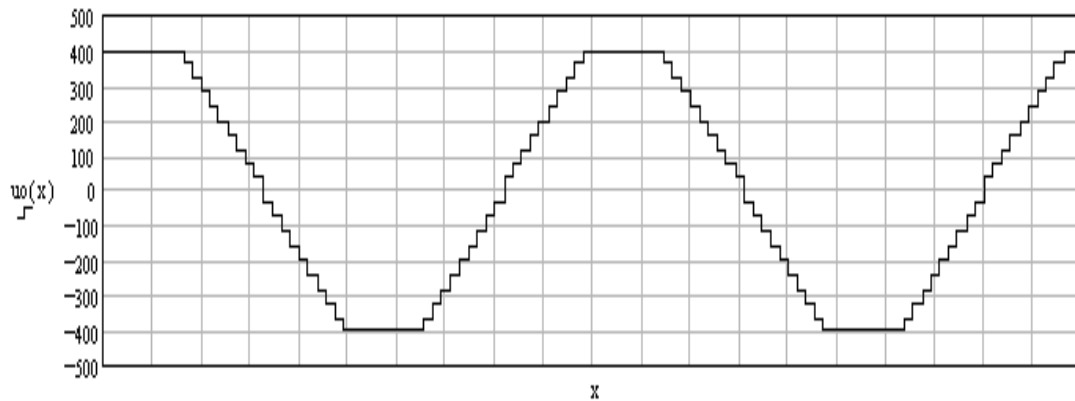
Przed podjęciem badań eksperymentalnych przeprowadzono badania symulacyjne przekształtnika z wykorzystaniem programu Matlab. W celu porównania z przekształtnikiem OVT utrzymano poziom napięcia obwodu pośredniczącego  $u_D$  równe 600 V i założono wartości współczynników:  $m_1 = 0,364$  i  $m_2 = 0,121$ . Na rysunku 6.17 przedstawiono napięcia wyjściowe poszczególnych falowników w kolejności: napięcie  $u_{M1}$ , napięcie  $u_{A11}$ , napięcie  $u_{A12}$ . Falownik główny jest sterowany za pomocą fali prostokątnej, o częstotliwości równej częstotliwości podstawowej harmonicznej napięcia wyjściowego. Sterowanie falowników pomocniczych opisuje model matematyczny przekształtnika. Impulsy sterujące odpowiadające impulsom wyjściowym są odpowiednio krótsze, jednak w porównaniu ze sterowaniem z modulacją szerokości impulsów, przełączanie falowników pomocniczych jest stosunkowo wolne. Rysunek 6.17 pokazuje impulsy wyjściowe, których amplituda została już dobrana do wymagań wynikających z zasady działania przekształtnika rekurencyjnego. W trakcie badań symulacyjnych nie uwzględniono transformatorów sprzęgających. Otrzymane wyniki odpowiadają więc układowi, w którym wszystkie falowniki składowe zasilane są z osobnych źródeł.





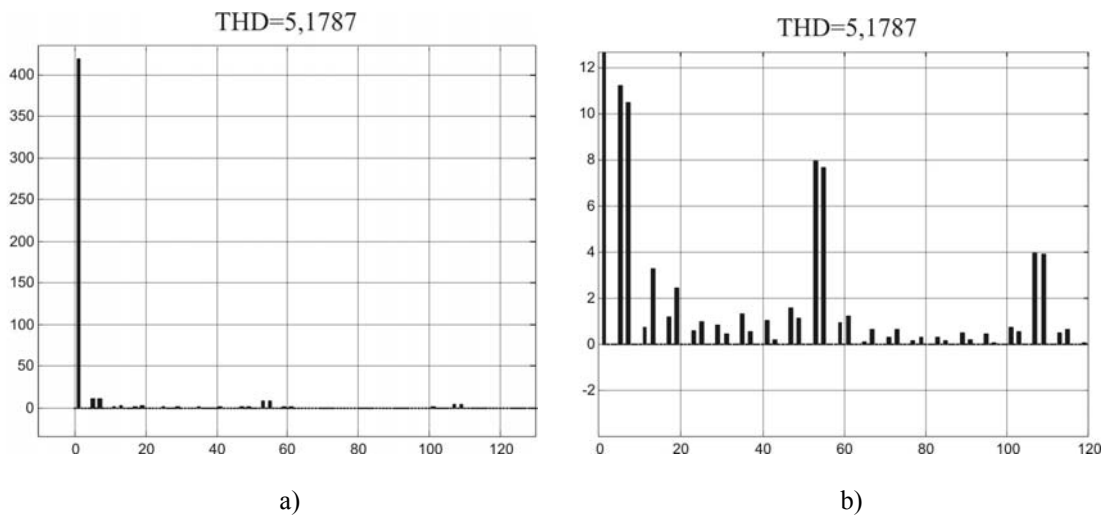
**Rys. 6.17. Napięcia wyjściowe poszczególnych falowników przekształtnika RECOVT:**  
 a) napięcie  $u_{M1}$ , b) napięcie  $u_{A11}$ , c) napięcie  $u_{A12}$

Podczas badań symulacyjnych zarejestrowano przebiegi napięć fazowych jak również ich spektra harmonicznych. Przykład przebiegu napięcia fazowego przedstawiono na rys. 6.18. Wydaje się, że przebieg nie jest optymalny pod względem zawartości wyższych harmonicznych. Można się spodziewać, że poprzez dobór innych parametrów wektorów generowanych przez falowniki pomocnicze możliwa jest dalsza poprawa kształtu napięcia fazowego. Kryterium może tu być wartość współczynnika THD lub  $THD_{2000}$  (pasmo do 2 kHz) albo też wartość 5 i 7-ej harmonicznej. Jednakże ten przebieg odpowiada przyjętej zasadzie kształtowania napięcia w analizowanym przekształtniku rekurencyjnym, w której obowiązuje założenie, że wszystkie 54 wektory załączone są na  $1/54$  część okresu.



Rys. 6.18. Napięcie fazowe przekształtnika RECOVT

Dla podanego przebiegu napięcia spektrum harmonicznych wygląda następująco:



Rys. 6.19. Spektrum harmonicznych napięcia fazowego przekształtnika RECOVT:

a) spektrum, b) spektrum w powiększonej skali

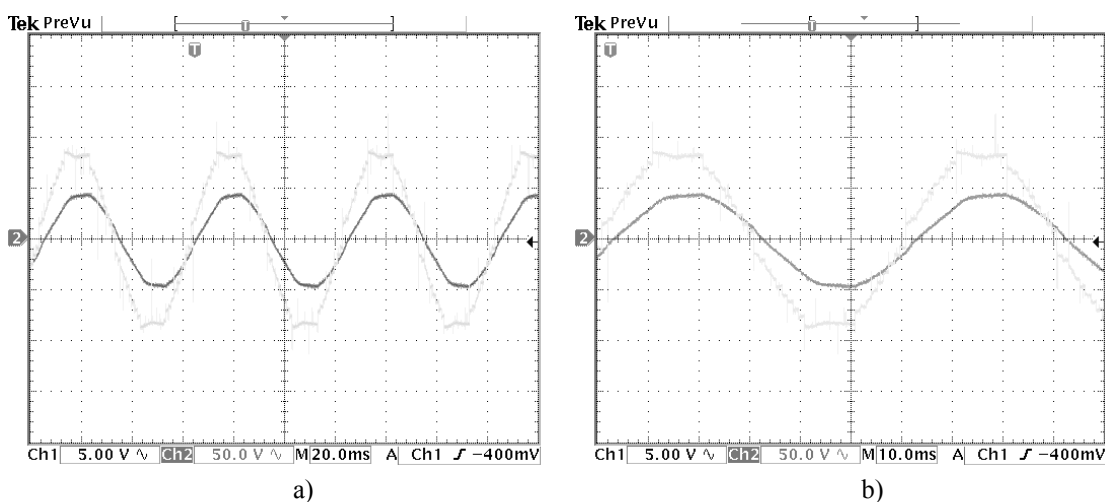
W porównaniu z przekształtnikiem ortogonalnym składowe harmoniczne 17-ta i 19-ta są pomijalnie małe (w OVT są odpowiednio równe 24 V i 22 V). Natomiast rosną harmoniczne 5-ta i 7-a, przyjmując wartości około 11 V i 10,5 V (2,5% i 2,4% w stosunku do harmonicznej podstawowej). Pojawiają się też harmoniczne 53-a i 55-ta o wartości ok. 2% harmonicznej  $b_1$ . Taki przebieg spektrum wynika z nierównej długości wektorów wyjściowych; pojawienie się nieco większych harmonicznych niskiego rzędu, niż w przekształtniku OVT, bierze się stąd, że fala napięcia jest tutaj płaska w szerszym przedziale -  $\pi/3$  podczas gdy w przekształtniku OVT ten przedział jest równy  $2\pi/9$ .

Tym niemniej dzięki zastosowanej strukturze i metodzie sterowania rekurencyjnego zawartość wyższych harmonicznych została ograniczona do poziomu 5,52%. Ponadto dwukrotne zmniejszenie współczynnika THD uzyskuje się za pomocą przekształtnika o niewielkiej mocy. Na tym etapie badań szacuje się, że moc całkowita falowników pomocniczych nie powinna przekraczać 10% (AI1) i 3% (AI2) mocy falownika głównego.

### 6.6.2. Badania eksperymentalne

Do badań eksperymentalnych wykorzystano model laboratoryjny przekształtnika OVT, przedstawiony na rys. 6.6, który rozbudowano dołączając dwa falowniki mniejszej mocy zbudowane z modułów IPM<sup>30</sup>. W ten sposób stanowisko badawcze przystosowano do badań przekształtników o strukturze składającej się z trzech i czterech falowników. Zastosowano sprzężenie transformatorowe falowników pomocniczych z obwodem falownika głównego. Podobnie jak w przekształtniku OVT, sterowanie wszystkich falowników zostało zrealizowane za pomocą jednej karty DS 1102 z procesorem sygnałowym zmiennoprzecinkowym TMS320C31. W trakcie badań rejestrowano przebiegi napięć fazowych i międzyfazowych poszczególnych falowników oraz ich spektra harmonicznych. Wyjścia fazowe przekształtnika obciążono dwójnikami  $R-L$  o nastawianych parametrach.

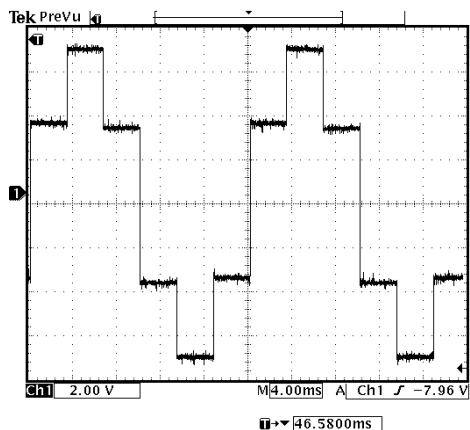
Zamieszczone w dalszej części rysunki prezentują wybrane przykłady osiągniętych wyników. Na rysunku 6.20 zaprezentowano przebiegi napięcia i prądu fazowego przekształtnika RECOVT. Początkowo przekształtnik obciążano rezystancją, następnie wprowadzono do obciążenia elementy indukcyjne. Rysunek prezentuje przebiegi otrzymane przy obciążeniu o charakterze rezystancyjno-indukcyjnym, którego stała czasowa wynosiła  $\tau = 2,2$  ms. Pozostałe główne parametry eksperymentu były następujące: częstotliwość podstawowej harmonicznej – 16 2/3 Hz, napięcie obwodu pośredniczącego – 150 V, napięcie fazowe – 62 V, prąd fazowy – 32 A.



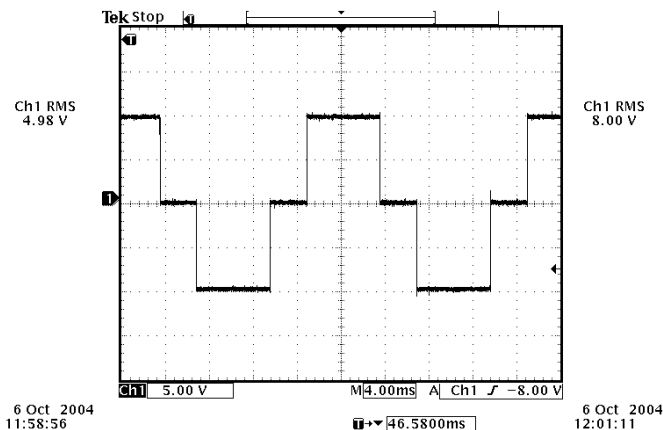
**Rys. 6.20. Przebiegi napięcia fazowego i prądu w fazie a:**  
a) napięcie i prąd fazy a, b) napięcie i prąd w powiększonej skali

<sup>30</sup> IPM- Intelligent Power Modul

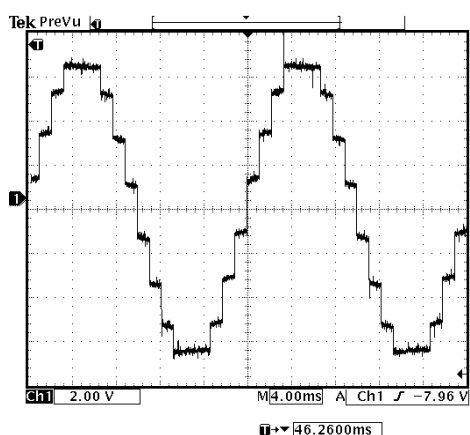
Następny rysunek 6.21 przedstawia komplet oscylogramów przebiegów napięć fazowych i międzyfazowych zarejestrowanych na wyjściach falownika głównego, przekształtnika ortogonalnego i przekształtnika rekurencyjnego. Oscylogramy obrazują kolejne etapy kształtowania przebiegów wyjściowych w przekształtniku rekurencyjnym.



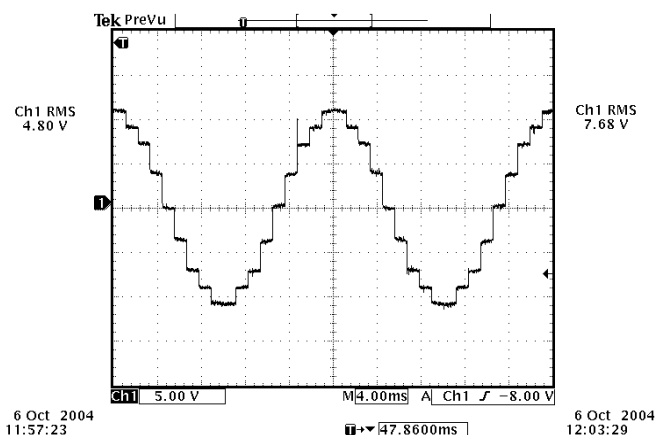
Napięcie fazowe falownika głównego



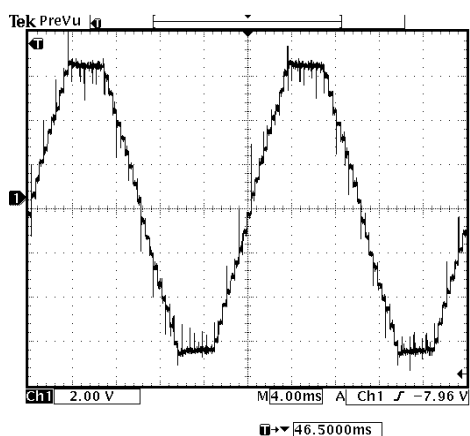
Napięcie międzyfazowe falownika głównego



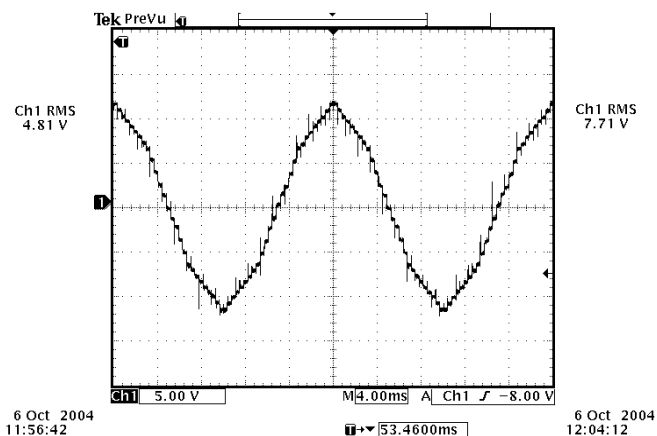
Napięcie fazowe falownika ortogonalnego



Napięcie międzyfazowe falownika ortogonalnego



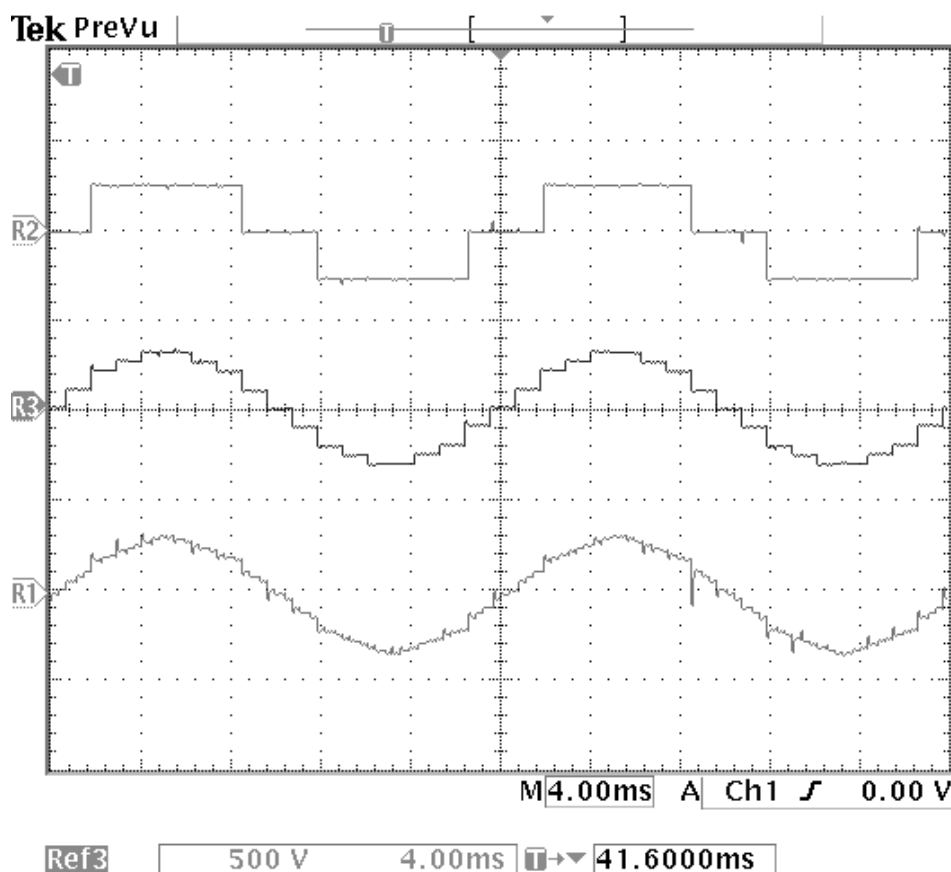
Napięcie fazowe falownika rekurencyjnego



Napięcie międzyfazowe falownika rekurencyjnego

Rys. 6.21. Przebiegi napięć fazowych i międzyfazowych na kolejnych etapach rekurencyjnego przetwarzania

Rysunek 6.22 przedstawia obraz napięć międzyfazowych w przekształtniku rekurencyjnym pracującym z większą mocą. Parametry eksperymentu były następujące: obciążenie rezystancyjno-indukcyjne, stała czasowa –  $\tau = 1$  ms, częstotliwość podstawowej harmonicznej – 50 Hz, napięcie obwodu pośredniczącego – 250 V, napięcie fazowe – 103 V, prąd fazowy – 30 A.

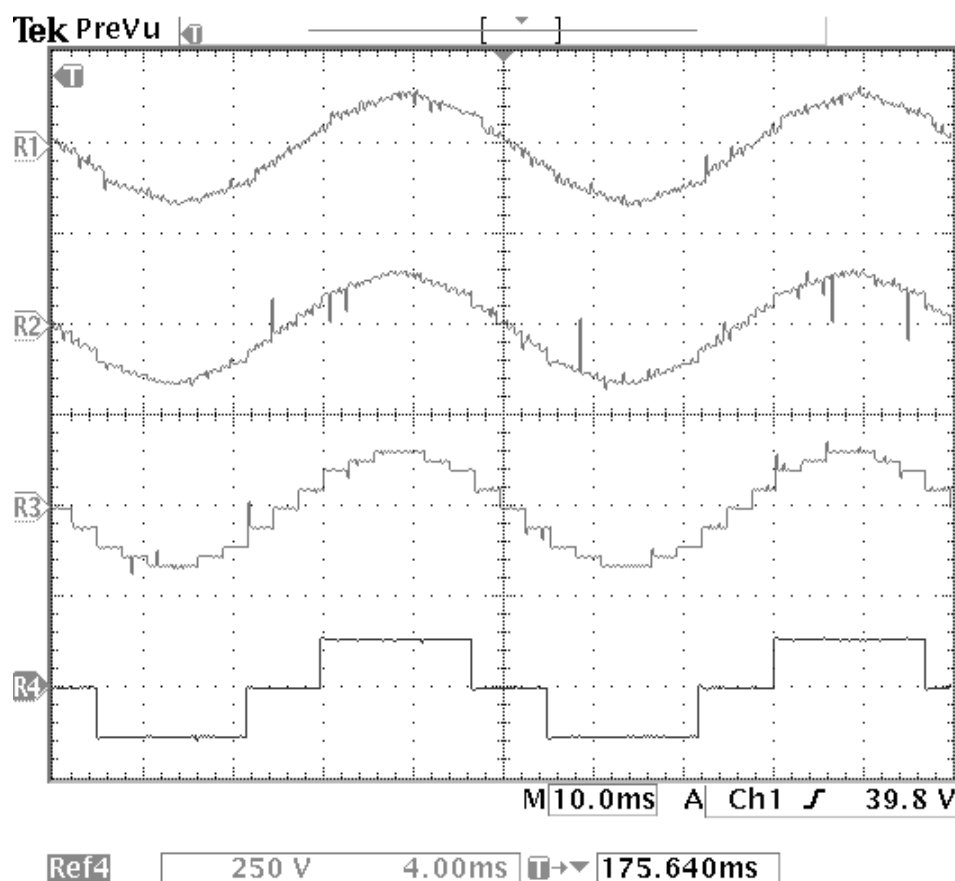


Rys. 6.22. Przekształtnik rekurencyjny - przebiegi napięć międzyfazowych

Na poprawę kształtu napięcia przekształtnika rekurencyjnego wpłynęła, jak się wydaje, stała czasowa przetwornika pomiarowego.

Zaprezentowane przebiegi uzyskano podczas pierwszego etapu badań eksperymentalnych prowadzonych w celu sprawdzenia opracowanej teorii. Już te wyniki odsłoniły szerokie pole badawcze w zakresie rozwoju przekształtników ortogonalnych i rekurencyjnych. Bardzo interesująco zapowiadają się takie zagadnienia jak dobór wybranych parametrów wektorów wyjściowych, obliczenia i pomiary mocy poszczególnych falowników składowych, dobór parametrów transformatorów sprzęgających, czy wreszcie sterowanie napięcia i częstotliwości podstawowej harmonicznej przebiegu wyjściowego pod kątem zastosowań napędowych. Niniejsza praca nie obejmuje tych zagadnień.

Na koniec został przedstawiony przykład obejmujący badania przekształtnika, do którego dołączono kolejny falownik rekurencyjny. Uzyskane w trakcie wstępnych badań przebiegi pokazano na rys. 6.23.



Rys. 6.23. Napięcia międzyfazowe przed i za sumatorami falownika pięciopoziomowego składającego się z czterech falowników składowych

## 6.7. Zastosowanie przekształtników OVT i RECOVT

Rozdział 6 zawiera opis zasady działania oraz modele matematyczne przekształtników ortogonalnego OVT i rekurencyjnego RECOVT. Oba przekształtniki stanowią struktury zbudowane ze standardowych falowników dwupoziomowych, ale generują napięcie przemiennie o schodkowym kształcie i stosunkowo małej zawartości wyższych harmonicznych. Mają cechy falowników wielopoziomowych i szereg korzystnych właściwości. Zasadnicza idea polega na założeniu, że wyjściowy wektor przestrzenny przekształtnika jest formowany jako określony zestaw wektorów przestrzennych generowanych przez dwa lub trzy dwupoziomowe falowniki napięcia, przy czym wektory falowników pomocniczych są ortogonalne względem odpowiadających im wektorów falownika głównego. Jeśli falowniki składowe są wzajemnie sprzężone za

pomocą transformatorów, to przekształtniki mogą być zasilane z jednego obwodu pośredniczącego. Schodkowa struktura przebiegu wyjściowego sprawia, że indeks modulacji przekształtnika, zdefiniowany jako stosunek amplitudy harmonicznej podstawowej napięcia międzyprzewodowego do napięcia obwodu pośredniczącego, osiąga wysoką wartość  $\lambda \approx 1,20$ . Współczynnik zawartości wyższych harmonicznych przebiegów wyjściowych przyjmuje wartości odpowiednio – THD=10,76% dla OVT i THD=5,28% dla RECOVT.

Przekształtniki OVT i RECOVT cechuje wyraźny podział zadań wykonywanych przez poszczególne falowniki. W trakcie badań stwierdzono, że niemal całą moc czynną – od 93 do 97% w zależności od charakteru obciążenia – dostarcza falownik główny, podczas gdy falowniki pomocnicze redukują w znacznym stopniu moc odkształceń przejmując zadanie filtracji przebiegu wyjściowego falownika głównego. Stanowi to nowe podejście do zagadnienia filtracji napięcia wyjściowego falownika. Można tu mówić o filtracji aktywnej albo nawet o „filtracji półprzewodnikowej”, zastępującej klasyczny sposób filtrowania napięcia z wykorzystaniem elementów pasywnych. Dla przekształtników nie przeznaczonych do sterowania układów napędowych, taka filtracja może okazać się lepszym i – w zależności od poziomu mocy przekształtnika – tańszym sposobem eliminacji wyższych harmonicznych napięcia wyjściowego. Rozwiązałyby to szereg problemów z zakresu EMC, które są nieuchronnie związane z zastosowaniem standardowych falowników, a walka z nimi pochłania znaczne środki materialne i sprzętowe. Przekształtniki OVT i RECOVT stanowią propozycję oryginalnego tym zakresie rozwiązania. Podsumowanie właściwości przekształtników wykorzystujących wektory ortogonalne jest następujące:

- schodkowy przebieg wyjściowy,
- jeden, nie podzielony obwód pośredniczący,
- 18 lub 54 wektory przestrzenne napięcia wyjściowego o zbliżonej długości,
- 49 lub 343 wektory przestrzenne do dyspozycji,
- mała zawartość harmonicznych napięcia wyjściowego: 10,78% (OVT), 5,28% (RECOVT),
- wysoki indeks modulacji  $\lambda \approx 1,20$ ,
- mała częstotliwość przełączania wszystkich trzech falowników,
- relatywnie mała moc falownika pomocniczego i rekurencyjnego,
- prosty układ sterowania.

Obszar zastosowań przekształtników obejmuje zasilacze bezprzerwowe, regulatory napięcia sieci oraz przekształtniki energii elektrycznej DC/AC, pracujące na częstotliwości sieciowej lub wyższej. W napędach prądu przemiennego przydatność przekształtników z transformatorowym sprzężeniem falowników składowych jest ograniczona ze względu na problemy z nastawianiem charakterystyki  $U/f$ . Związane to jest z ograniczeniem możliwości przenoszenia dłuższych impulsów napięcia falownika pomocniczego. Tym niemniej regulacja częstotliwości i poziomu podstawowej harmonicznej przebiegu wyjściowego jest możliwa. Można to osiągnąć na przykład poprzez wprowadzenie odstępów czasowych pomiędzy kolejnymi impulsami, wymagałoby to jednak kluczowania przebiegów falownika głównego. Innym istotnym problemem na etapie badań laboratoryjnych okazało się zabezpieczenie transformatorów przed pojawieniem się składowej stałej.

## 7. PODSUMOWANIE

---

Zasadniczy cel rozprawy polegał na przedstawieniu nowych modeli matematycznych wielopoziomowych przekształtników napięcia i prądu. Po omówieniu modelu matematycznego przekształtnika dwupoziomowego zaprezentowano nowe modele matematyczne falowników wielopoziomowych (model falownika trójpoziomowego i pięciopoziomowego z uogólnieniem na falowniki  $n$ -poziomowe), modele opisujące syntezę wyjściowych przebiegów schodkowych jak model fourierowski i model falkowy oraz modele przekształtnika ortogonalnego i rekurencyjnego. Pracę wzbogacono o przykłady rozwiązań układowych odpowiadających zdefiniowanym modelom oraz wyniki badań symulacyjnych i eksperymentalnych wybranych przekształtników. Daje to podstawę do stwierdzenia, że zaprezentowane modele stanowią efektywne narzędzia wspomagające analizę i projektowanie przekształtników wielopoziomowych i złożonych.

W kolejnych rozdziałach omówiono podstawy teoretyczne opracowanych modeli. Model matematyczny dwupoziomowego przekształtnika trójfazowego dla przebiegów dyskretnych pozwala określić przebiegi wyjściowe napięcia lub prądu przekształtnika dla wybranego wektora w funkcji czasu oraz podaje wyrażenia analityczne, opisujące w dziedzinie czasu związki między przebiegami wyjściowymi, a prądem lub napięciem na obciążeniu. Wyrażenia zachowują ważność w określonym przedziale czasu, który odpowiada czasowi dyskretyzacji, przyjętemu w systemie cyfrowego sterowania. Ponieważ wiążą one w sposób ogólny przebiegi wyjściowe z przebiegami obciążenia, znajdują zastosowanie w każdym, prezentowanym w tej rozprawie, modelu przekształtnika. Wyrażenia opisujące model matematyczny zawierają funkcje eksponencjalne, których dokładne obliczanie numeryczne zajmuje stosunkowo dużo czasu jednostki centralnej sterownika. Nie stanowi to przeszkody w programach symulacyjnych, natomiast w sytuacji, w której zachodzi potrzeba przyspieszenia działania algorytmu sterującego, pracującego w czasie rzeczywistym, korzystne okazało się zastosowanie wyrażen zlinearyzowanych. Błędy obliczeniowe powstałe w wyniku linearyzacji nie odgrywają większej roli w systemach cyfrowych, w których czas dyskretyzacji nie przekracza kilkudziesięciu mikrosekund, a wykorzystanie wyrażen zlinearyzowanych przynosi skrócenie czasu wykonywania pętli głównej algorytmu o kilkanaście procent. Postaci analitycznej wyrażen zlinearyzowanych nie podano w rozprawie. Tym niemniej takie wyrażenia wprowadzono z powodzeniem do algorytmów przeznaczonych do badań eksperymentalnych, w tym do algorytmu sterującego przekształtnika AC – DC – AC o mocy 100 kW, wyniki badań którego przedstawiono w części końcowej rozdz. 2.

Rozdział 3 poświęcony został analizie wielopoziomowych falowników napięcia z diodami poziomującymi. Wybrano falowniki trójpoziomowe i pięciopoziomowe chociaż uogólniony model dla falowników  $n$ -poziomowych obejmuje także falowniki o parzystej liczbie poziomów napięcia. W rozdziale omówiono w sposób skrócony układ oraz zasadę działania trójpoziomowego falownika, a następnie opisano możliwości formowania przebiegów napięć wyjściowych w oparciu o wektory przestrzenne napięć biegunowych. Sformułowane zostały wyrażenia opisujące modele falowników trójpoziomowego i pięciopoziomowego w dziedzinie czasu. Zastosowano w tym celu, opracowany jako wspólny dla wektorów przestrzennych i wektorów w dziedzinie czasu, jednolity system oznaczania wektorów, w którym wykorzystano właściwości pozy-



cyjnych systemów liczbowych. Zasadnicza idea polega na tym, że podstawa systemu liczbowego odpowiada liczbie poziomów falownika, odpowiednio oznaczonych ustalonymi cyframi przyjętego systemu. Taki jednolity system oznaczania wektorów falowników wielopoziomowych pozwala na szybkie ustalenie rozkładu wektorów i określenie liczby wektorów wielokrotnych. Jako podsumowanie rozdziału przedstawiono rozwinięcie tego systemu do postaci uniwersalnej obejmującej falowniki od dwupoziomowego do falownika  $n$ -poziomowego.

W rozdziałach 4, 5 i 6 zdefiniowano nowe narzędzia – modele matematyczne, służące do opisu falowników wielopoziomowych. Przedstawiono modele matematyczne przekształtników wytwarzających przebiegi wyjściowe w postaci funkcji schodkowych. Modele stanowią wynik rozwiązania zagadnienia aproksymacyjnego polegającego na aproksymacji funkcji  $f(x) = \sin(x)$  za pomocą ciągu funkcji opisujących przebiegi dostępne w układach energoelektronicznych. Modele opisane w rozdz. 4 i 5 spełniają kryterium najlepszej aproksymacji.

W modelu fourierowskim rozwiązanie zagadnienia aproksymacyjnego polega na zastosowaniu ciągu ortogonalnego funkcji  $g_n(x)$ , opisujących jednokierunkowe impulsy prostokątne. Model stanowi rozwinięcie w szereg Fouriera funkcji  $f(x) = \sin(x)$  względem układu funkcji  $g_n(x)$ . Przebieg aproksymujący powstaje w wyniku konkatencji impulsów, których długość (czas trwania) wynika z założenia, a amplitudę określa znormalizowany iloczyn skalarny funkcji sinus i funkcji  $g_n(x)$ .

W modelu falkowym przebieg schodkowy, aproksymujący funkcję  $f(x) = \sin(x)$ , powstaje w wyniku syntezy ciągu falek, określonych przez zdefiniowane przekształcenie falkowe, zbliżone do przekształcenia Haara. Zastosowano przekształcenie o skalowaniu diadycznym, tworzące bazę ortogonalną falek. Amplitudy poszczególnych falek wyznacza transformata falkowa funkcji aproksymowanej, a model falkowy przekształtnika stanowi wynik dyskretnej odwrotnej transformaty falkowej tej funkcji.

Synteza falkowa przebiegu sinusoidalnego prowadzi automatycznie do uzyskania przebiegów, których kształt odpowiada przebiegom generowanym przez przekształtniki określane w literaturze przedmiotu jako falowniki asymetryczne. Zastosowanie falek zapewnia szybką adaptację przebiegu aproksymującego do kształtu przebiegu aproksymowanego. Dlatego model falkowy jest efektywny zwłaszcza w zastosowaniu do falowników trójpoziomowych i czteropoziomowych, jak wykazała to analiza porównawcza przeprowadzona w rozdziale 5.

Aproksymacja funkcji  $f(x) = \sin(x)$  w modelu ortogonalnym oraz rekurencyjnym polega na formowaniu przebiegu wyjściowego z takich przebiegów składowych, których wektory przestrzenne są wzajemnie ortogonalne. Wektor przestrzenny przebiegu wyjściowego powstaje w wyniku kombinacji wektorów ze zbioru zawierającego dwa (w przekształtniku ortogonalnym), trzy lub więcej wektorów (w przekształtniku rekurencyjnym). Przebieg wyjściowy uzyskuje się łączyjąc sukcesywnie kombinacje wektorów tworzących wektor przestrzenny przekształtnika. W pracy ograniczono się do analizy takiej metody formowania przebiegów wyjściowych, która opiera się na założeniu, że wyjściowe wektory przestrzenne przekształtnika są łączone w jednakowych odstępach czasowych. Modele matematyczne przekształtnika ortogonalnego i rekurencyjnego, zdefiniowane w dziedzinie czasu, zawierają wyrażenia opisujące zależności pomiędzy przebiegami wyjściowymi, a przebiegami składowymi, odpowiadającymi poszczególnym kombinacjom wektorów. Wyrażenia uzyskano poprzez rzutowanie kolej-

nych wektorów przestrzennych przebiegu wyjściowego na oś rzeczywistą układu współrzędnych stacjonarnych ( $\alpha, \beta$ ).

Modele matematyczne zdefiniowane w rozdz. 4, 5, 6 opisują przebiegi wyjściowe falowników wielopoziomowych jako wynik kombinacji funkcji ortogonalnych – w modelach fourierowskim i falkowym lub wektorów ortogonalnych – w modelach ortogonalnym i rekurencyjnym. Takie podejście sprawia, że zaprezentowane modele ukazują w jasny sposób relacje między przebiegami falowników składowych, a przebiegiem wyjściowym całego przekształtnika. Ułatwia to projektowanie struktur i algorytmów sterowania oraz pozwala na całościowe spojrzenie na przekształtnik wielopoziomowy.

Formowanie przebiegów schodkowych z impulsów prostokątnych znalazło zastosowanie w wielu rozwiązaniach falowników wielopoziomowych. Znane rozwiązania opierają się głównie o zasadę dodawania impulsów napięcia lub prądu określonych w zachodzących na siebie przedziałach kątowych. Synteza przebiegu wyjściowego polega w takim przypadku na przekształcaniu ciągu impulsów, który nie jest układem ortogonalnym. Natomiast w rozprawie podano podstawy teoretyczne syntezy przebiegów przemiennych za pomocą przekształcania ciągów impulsów, falek lub wektorów ortogonalnych. Można przyjąć, że wymienione funkcje tworzą bazę ortogonalną elementów przeznaczonych do modelowania przebiegów przekształtników energoelektronicznych. Poszczególne modele matematyczne tworzone są z wybranych i zdefiniowanych elementów utworzonej bazy. Zestaw tych elementów nie został bynajmniej wyczerpany; otwiera się tu pole do wprowadzenia innych ciągów ortogonalnych, na przykład ciągu falek lub impulsów trójkątnych odwzorowujących prąd w dławiku albo też ciągu impulsów o kształcie odpowiadającym połówce sinusoidy – takim jak przebiegi w falownikach rezonansowych. Jako kolejne elementy bazy ortogonalnej można rozważać funkcje złożone, zbudowane z kombinacji elementów wymienionych wyżej. Bazy ortogonalne wybrano ponieważ stanowią one wygodne narzędzie matematyczne, przydatne zwłaszcza do analizy i aproksymacji sygnałów. Jako interesujące zagadnienie komplementarne nasuwa się tu zastosowanie baz nieortogonalnych do rozwiązania zagadnienia aproksymacyjnego stanowiącego przedmiot tej pracy.

Przykłady zastosowania opracowanych modeli matematycznych potwierdzają przydatność zaprezentowanej teorii w procesie projektowania struktur i algorytmów sterowania falowników wielopoziomowych. Stanowi ona wygodne narzędzie matematyczne przeznaczone dla energoelektroniki, a także implikuje nowe alternatywne możliwości w stosunku do znanych rozwiązań. Wprowadzenie do modeli matematycznych funkcji sterujących, takich jak np. modulacja szerokości impulsów PWM, pozwala uzyskać regulację częstotliwości i poziomu podstawowej harmonicznej, niezbędną w napędach prądu przemiennego.

Porównanie zawartości wyższych harmonicznych przebiegów schodkowych, otrzymanych przy zastosowaniu poszczególnych modeli, wskazuje na znaczenie doboru parametrów elementów ortogonalnych użytych do syntezy przebiegu wyjściowego. Tak na przykład przekształcenie falkowe sprawia, że dobrane elementy są lepiej dostosowane do charakteru zmian przebiegu analizowanego niż elementy modelu fourierowskiego. Jednakże zalety przekształcenia falkowego maleją relatywnie wraz ze wzrostem liczby schodków przebiegu przekształtnika. Aproksymacja przebiegu harmonicznego według modelu falkowego jest rozwiązaniem konkurencyjnym w stosunku do aproksymacji zastosowanej w modelu fourierowskim wtedy gdy dysponuje się małą

liczbą źródeł zasilających, a więc przy założonym niskim poziomie aproksymacji. Natomiast przekształtniki, w których elementami ortogonalnymi są wektory przestrzenne – OVT i RECOVT, cechuje niska zawartość wyższych harmonicznych przebiegu wyjściowego aczkolwiek ich rozwiązania układowe trudno uznać za konkurencyjne. Niemniej można je z powodzeniem stosować w zasilaczach bezprzerwowych, regulatorach napięcia sieci oraz przekształtnikach energii elektrycznej DC/AC, pracujących przy częstotliwości sieciowej lub wyższej, z możliwością podwyższenia częstotliwości przetwarzania do kilkudziesięciu i więcej kHz.

Jednakże, jak wykazano w rozdz. 4, kryterium minimalnej zawartości wyższych harmonicznych (najmniejszego THD), nie daje automatycznie odpowiedzi na pytanie o najlepszy kształt przebiegu wyjściowego pod kątem filtracji. Analiza widmowa przebiegów wyjściowych, możliwych do uzyskania w falowniku trójpoziomowym, wykazała, że sam dobór właściwego zestawu parametrów opisujących elementy ortogonalne może przynieść zmniejszenie wartości THD o więcej niż 10 %, tj. od wartości około 31 % do wartości poniżej 21 %. Natomiast analiza prowadzona pod kątem oceny kosztów filtracji, skłoniła autora do przedstawienia propozycji nowej definicji współczynnika pasmowego  $THD_B$ , zgodnie z którą wszystkim wyższym harmonicznym przypisane są logarytmiczne współczynniki wagi. Rząd harmonicznej stanowi liczbę logarytmowaną, a pasmo B – podstawę logarytmu. Wartość współczynnika pasmowego okazała się przydatnym kryterium oceny przebiegu schodkowego pod kątem filtracji. W przedstawionym w pracy zastosowaniu współczynnika  $THD_B$ , pasmo B oznacza pasmo filtru dolnoprzepustowego. W ogólności współczynnik pasmowy może być stosowany do oceny przebiegów zawierających harmoniczne w dowolnym paśmie np. przebiegów wyjściowych falowników sterowanych według metody PWM.

Przedstawione modele przekształtników mają charakter uniwersalny dzięki zapisowi matematycznemu i mogą być swobodnie rozwijane dając impuls rozwojowy w dziedzinie falowników wielopoziomowych. Jednym z kierunków rozwojowych może być np. poszerzenie bazy elementów ortogonalnych o nowe funkcje, jak na przykład wspomniane funkcje trójkątne czy trygonometryczne. Inny kierunek polega na wprowadzeniu do modeli matematycznych funkcji sterujących i poszukiwaniu optymalnych rozwiązań pod względem zawartości wyższych harmonicznych. Użyteczne tu może być kryterium najmniejszej wartości współczynnika pasmowego  $THD_B$ .

Wszystkie opisane w niniejszej pracy modele matematyczne przekształtników implikują proste rozwiązania układów sterowania i niską częstotliwość przełączania łączników w poszczególnych falownikach. Obszar zastosowań przekształtników odpowiadających zaprezentowanym modelom obejmuje szeroką gamę urządzeń takich jak zasilacze bezprzerwowe, regulatory napięcia sieci, układy FACTS, UPQC i rozmaite przekształtniki energii elektrycznej AC/DC oraz DC/AC.

Dążeniem autora było opracowanie przydatnych i nieskomplikowanych modeli matematycznych stanowiących użyteczne narzędzia w procesie projektowania przekształtników wielopoziomowych. Aby ten cel osiągnąć zostały wykonane następujące zadania:

- opracowanie uniwersalnego modelu matematycznego wielopoziomowych falowników prądu i napięcia wykorzystującego jednolity system oznaczeń wektorów przestrzennych i wektorów napięć,
- przeprowadzenie analizy zagadnienia aproksymacji funkcji  $f(x) = \sin(x)$  za pomocą rozwinięcia w szereg Fouriera względem ciągu ortogonalnego funkcji

- $g_n(x)$ , z uwzględnieniem kryterium najlepszej aproksymacji oraz opracowanie modelu fourierowskiego przekształtnika wielopoziomowego,
- znalezienie optymalnego, w sensie minimum THD, kształtu przebiegu przemiennej falownika trójpoziomowego,
  - wprowadzenie definicji współczynnika pasmowego  $\text{THD}_B$  uwzględniającego zagadnienia filtracji,
  - przeprowadzenie analizy możliwości zastosowania przekształcenia falkowego do syntezy układów wielopoziomowych,
  - opracowanie modelu falkowego przekształtnika w oparciu o dyskretną odwrotną transformatę falkową,
  - porównanie właściwości modelu fourierowskiego i falkowego,
  - opracowanie struktury i sposobu sterowania przekształtnika rekurencyjnego RECOVT,
  - budowa i przeprowadzenie badań eksperymentalnych przekształtnika RECOVT.

W jakim stopniu cel rozprawy został osiągnięty? Ocena należy do Czytelnika.

## LITERATURA

### I. Książki i monografie

1. **Barlik R., Nowak M.**: Technika tyrystorowa. WNT, Warszawa 1997.
2. **Barlik R., Nowak M.**: Układy sterowania i regulacji urządzeń energoelektronicznych. WSiP, Warszawa 1998.
3. **Białasiewicz J. T.**: Falki i aproksymacje. Wydawnictwa Naukowo–Techniczne, Wyd. drugie, Warszawa 2004.
4. **Bolkowski S.**: Teoria obwodów elektrycznych, Wydawnictwa Naukowo–Techniczne, Warszawa 2005.
5. **Bronsztejn I. N., Siemiendajew K. A., Musiol G., Muhlig H.**: Nowoczesne kompendium matematyki, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004.
6. **Bubnicki Z.**: Teoria i algorytmy sterowania, Państwowe Wydawnictwa Naukowe, Warszawa 2002.
7. **Citko T., Tunia H.**: Przemienniki częstotliwości – metody analizy. PWN, Warszawa 1993.
8. **Citko T., Tunia H., Winiarski B.**: Układy rezonansowe w energoelektronice. Wydawnictwa Politechniki Białostockiej, Białystok 2001.
9. **Fichtenholz G. M.**: Rachunek różniczkowy i całkowy, Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 2003.
10. **Frąckowiak L.**: Energoelektronika. Część 2: Przekształtniki i łączniki energoelektroniczne o komutacji sieciowej, Wydawnictwa Politechniki Poznańskiej, Poznań 1994.
11. **Gyugyi L., Pelly B. R.**: Static Power Frequency Changers, A. Willey Interscience Publication, John Willey and Sons, New York 1976.

12. **Kaźmierkowski M. P., Tunia H.:** Automatic control of converter-fed drives, Amsterdam-London, Elsevier Publisher 1994.
13. **Kaźmierkowski M. P., Krishnan R., Blaabjerg F.:** Control in Power Electronics- Selected Problems, Elsevier Science, USA 2002.
14. **Koczara W.:** Teoria uogólnionej kaskady zaworowej, WPW, Warszawa 1976.
15. **Kulesza W.:** Systemy widmowej analizy danych cyfrowych, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności, Warszawa, 1984.
16. **Mohan N., Undeland T. M., Robbins W. P.:** Power Electronics Converters Applications and Design, John Willey and Sons, New York 1989.
17. **Nieznański J.:** Pulse Density Modulation for Power Electronics Applications, Zeszyt Naukowe Politechniki Gdańskiej, nr 567, Elektryka LXXXIV, 1998.
18. **Nowacki Z.:** Modulacja szerokości impulsów w napędach przekształtnikowych prądu przemiennego. PWN, Warszawa 1991.
19. **Nowak M., Kaźmierowski M., Wójciak A.:** Układy przekształtnikowe w elektronice przemysłowej. WKiŁ, Warszawa 1980.
20. **Orłowska-Kowalska T.:** Bezczujnikowe układy napędowe z silnikami indukcyjnymi, Oficyna Wyd. Polit. Wrocławskiej, Seria Wydawnicza PAN Postępy Napędu Elektrycznego i Energoelektroniki T. 48, 2003.
21. **Osiowski J.:** Teoria obwodów, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1971.
22. **Rajski C.:** Teoria obwodów, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1971.
23. **Rudnicki R.:** Wykłady z analizy matematycznej, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2001.
24. **Sikorski A.:** Problemy dotyczące minimalizacji strat łączeniowych w przekształtniku AC/DC/AC-PWM zasilającym maszynę indukcyjną, Rozprawy Naukowe nr 58, Politechnika Białostocka 1998.
25. **Skarpetowski G.:** Uogólniona teoria przekształtników statycznych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1997.
26. **Strzelecki R., Supronowicz H.:** Współczynnik mocy w systemach zasilania prądu przemiennego i metody jego poprawy. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2000.
27. **Strzelecki R., Supronowicz H.:** Filtracja harmonicznych w sieciach zasilających prądu przemiennego. Wydawnictwo Adam Marszałek, Toruń 1998
28. **Szabatin J.:** Podstawy teorii sygnałów, Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, 2003
29. **Tunia H., Barlik R.:** Teoria przekształtników. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2003.
30. **Tunia H., Kaźmierowski M.:** Automatyka napędu przekształtnikowego. PWN, Warszawa 1987.
31. **Tunia H., Winiarski B.:** Energoelektronika. WNT, Warszawa 1994.
32. **Wojtaszczyk P.:** Teoria falek, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2000.

## II. Publikacje przywołane, patenty, referaty i opracowania

33. **Akagi H.:** Control Strategy and Sections of a Shunt Active Filter for Damping of Harmonic Propagation in Power Distribution Systems. IEEE Transactions on Power Delivery, January 1997.
34. **Asumadu J.A., Hoft R.G.:** Microprocessor-Based Sinusoidal Waveform Synthesis Using Walsh and Related Orthogonal Functions, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 4, No. 2, April 1989, pp. 234-241.
35. **Baker R. H.:** High-Voltage Converter Circuit, U.S. Patent Number 4,203,151, May 1980.

36. **Baker R. H.**: Electric Power Converter, U.S. Patent Number 3,867,643, February 1975.
37. **Barlik R., Hartman M., Iwaszkiewicz J.**: Current Control of the AC–DC–AC Converter with the Help of a Floating Point DSP – 9<sup>th</sup> International Conference and Exhibition on Power Electronics and Motion Control PEMC’2000, Koszyce, Slovak Republic 2000.
38. **Benysek G.**: Influence of the Asymmetrical Load on Hybrid Filter Behaviour: IV Krajowa Konferencja Naukowa Sterowanie w Energoelektronice i Napędzie Elektrycznym. SENE ’99.
39. **Bernet S., Bruckner T. and Stiemer P.**: Three–Point Converter and Method for its Operation, U.S. patent number 06,219,265, assigned to ABB Research Limited, April 2001.
40. **Biskup T., Buhner C., Grzesik B., Krijgsman J., Michalak J., Pasko S., Zygmanski M.**: Multilevel Converter for Power Conditioning System with SMES, *Przegląd Elektrotechniczny* R. 80, Nr 6/2004, pp. 609-614.
41. **Boost M.A., Ziogas P.D.**: State-of-the-Art Carrier PWM Techniques: A Critical Evaluation, *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 24, No. 2, March/April 1988, pp. 271-280.
42. **Bruckner T., Holmes D. G.**: Optimal Pulse Width Modulation for Three–Level Inverters, *Proceedings of the IEEE Power Electronics Specialist Conference*, volume 1, pp 165–170, June 2003.
43. **Bruckner T., Holmes D.G.**: Optimal Pulse-Width Modulation for Three-Level Inverters, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 20, No. 1, January 2005, pp. 82-89.
44. **Capitaneanu S., Fornela B., Fadel M., Faucher J., Almeida A.**: Graphical and Algebraic Synthesis for PWM Methods. *EPE Journal*, August 2001. I. Prace przywołane PWM.
45. **Carrara G., Gardella S., Marchesoni M., Salutari R., Sciotto G.**: A New Multilevel PWM Method: A Theoretical Analysis, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 7, No 3, July 1992, pp. 497-505.
46. **Cengeleci E., Sulistijo U., Woo O., Enjeti P., Teodorescu R., Blaabjerg F.**: A New Medium–Voltage PWM Inverter Topology for Adjustable Speed Drives, *IEEE Transaction on Industry Applications*, Vol. 35, No. 3, May/June 1999.
47. **Cheng Y. and Crow M. L.**: A Diode–Clamped Multi–Level Inverter for the StatCom/BESS, *IEEE Power Engineering Society Winter Meeting*, volume 1 pages 470–475, January 2002.
48. **Chiasson J. N., Tolbert L. M., McKenzie K. J., Zhong Du.**: A Complete Solution to the Harmonic Elimination Problem, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 19, no. 2, March 2004, pp. 491–499.
49. **Chiasson J. N., Tolbert L. M., McKenzie K. J., Zhong Du.**: Control of a Multilevel Converter Using Resultant Theory, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 11, no. 3, May 2003, pp. 345–353.
50. **Corzine K. A.**: A Hysteresis Current–Regulated Control For Multi–Level Converters, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, volume 15, number 2, pages 169–175, June 2000.
51. **Corzine K. A., Baker J. R.**: Multi–Level Voltage–Source Duty–Cycle Modulation: Analysis and Implementation, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, volume 49, number 5, pages 1009–1016. October 2002.
52. **Corzine K. A., Familiant Y. L.**: A New Cascaded Multi–Level H–Bridge Drive, *IEEE Transactions on Power Electronics*, volume 17, number 1, pages 125–131, January 2002.
53. **Czarkowski D., Chudnovsky D.V., Hudnovsky G.V., Selesnick I.W.**: “Solving the Optimal PWM Problem for Single-Phase Inverters”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 49, No. 4, April 2002, pp. 465-475.
54. **Daubechies I.**: The wavelet Transform, time–frequency localization and signal analysis, *IEEE Transactions on Informatics Theory.*, 1990, Vol. 36, s. 961–1005.

55. **Duba G.A., Thaxton E.S. and Walter J.:** Modular Static Power Converter Connected in a Multi-Level, Multi-Phase, Multi-Circuit Configuration, U.S. patent number 05,933,339, assigned to Electric Boat Corporation, August 1999.
56. **Enjeti P.N., Ziogas P.D., Lindsay J.F.:** Programmed PWM Techniques to Eliminate Harmonics: A Critical Evaluation, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 26, No. 2, March/April 1990, pp. 302-316.
57. **Espinoza J., Moran L. and Sbarbaro D.:** A Systematic Controller Design Approach for Neutral-Point-Clamped Three-Level Inverters, Proceedings of the IEEE Industrial Electronics Conference, pages 2191-2196, November 2003.
58. **Faranda R., Valade I.:** UPQC Compensation Strategy and Design Aimed at Reducing Losses, IEEE International Symposium on Industrial Electronics ISIE 2002, vol. 4, pp. 1264-1270.
59. **Finlayson P. T.:** Output Filters for PWM Drives with Induction Motors, IEE Industry Applications Magazine, January/February 1998, pp. 46-52.
60. **Fracchia M., Ghiara T., Marchesoni M. and Mazzucchelli M.:** Optimized Modulation Techniques for the Generalized N-Level Converter, Proceedings of the IEEE Power Electronics Specialist Conference, volume 2, pages 1205-1213, 1992.
61. **Frąckowiak L., Gwóźdź M., Porada R.:** 3 Phase Inverter with Sinusoidal Output Voltage, 3rd International Workshop Compatibility in Power Electronics CPE'2003, Gdańsk, Poland 28-30 V 2003, p. 103, full paper on CD.
62. **Frąckowiak L., Muszyński R.:** Zastosowania uogólnionej metody analizy oddziaływania przekształtników na sieć i syntezy układów kompensująco-filtrujących, Materiały VIII Sympozjum Podstawowe Problemy Energoelektroniki i Elektromechaniki, PPEE'99, Wisła, marzec 1999, s. 40-47.
63. **Fukuta Y., Venkataramanan G.:** DC Bus Ripple Minimization in Cascaded H-Bridge Multilevel Converters under Staircase Modulation, Proceedings of the IEEE Industry Applications Society Conference, volume 3, pages 1988-1993, October 2002.
64. **Gholipour E., Saadate S.:** A New Method for Improving Transient Stability of Power System by Using UPQC. EPE 2003 Toulouse.
65. **Greczko E.:** Falowniki trójfazowe o ulepszonych charakterystykach, IV EPN'98, Zielona Góra, tom II, str. 165-172, 1998.
66. **Haar A.:** Zur Theorie der orthogonalen Funktionensysteme. Mathematische Annalen, 1910, Vol. 69, pp. 331-371.
67. **Halasz S., Hassan A., Huu B.:** Optimal Control of Three-Level PWM Inverters, IEEE Transaction on Industrial Electronics, Vol. 44, No. 1, February 1997.
68. **Hammond P. W.:** Medium Voltage PWM Drive and Method, U.S. patent number 05,625,545, assigned to Halmar Robicon Group, April 1997.
69. **Hartman M., Hashad M., Iwaszkiewicz J.:** Developing Inverter Output Voltage Waveforms with the Help of Orthogonal Space Vectors, IEE Conference Power Electronics and Variable Speed Drives PEVD'2000, London, United Kingdom, 18-19 IX 2000.
70. **Hartman M., Iwaszkiewicz J., Perz J.:** A floating point DSP TMS 320C31 based control of the complex inverter structures, Konferencja PEMC'96 Budapeszt 1996.
71. **Hartman M., Iwaszkiewicz J., Perz J.:** DSP based control for the new generation of complex convertors, Konferencja PEVD'96 Nottingham 1996.
72. **Hartman M., Iwaszkiewicz J., Perz J., Wolski L.:** Zastosowanie metody obiektu wirtualnego w procesie uruchamiania algorytmów sterowania przekształtników, rozdz. pracy zbiorowej: Sterowanie w napędzie elektrycznym i energoelektronice, wyd. PAN Komitet Elektrotechniki, 1999, nr inw. 3603, s.103÷110.

73. **Hashad M.**: Kształtowanie przebiegu czasowego napięcia wyjściowego falownika, Praca doktorska, Instytut Elektrotechniki, Warszawa, grudzień 2000.
74. **Hashad M., Iwaszkiewicz J.**: A Novel Orthogonal–Vectors–Based Topology of Multilevel Inverters, IEEE Transactions on Industrial Applications, vol. 49, no. 4, pp. 868–874, August 2002.
75. **Hava A. M., Kerkman R. J. and Lipo T. A.**: Carrier–based PWM–VSI Overmodulation Strategies: Analysis, Comparison, and Design, IEEE Transactions on Power Electronics, volume 13, number 4, pages 674–689, July 1998.
76. **Holtz J. and Beyer B.**: Optimal Pulsewidth Modulation for AC Servos and Low–Cost Industrial Drives, Proceedings of the Industry Applications Society Conference, volume 1, pages 1010–1017, October 1992.
77. **Iwaszkiewicz J.**: Wybrane zagadnienia sterowania kaskadą dwóch przekształtników trójfazowych sterowanych prądowo, II Krajowa Konferencja Naukowa Sterowanie w Energoelektronice i Napędzie Elektrycznym – SENE'95, ŁÓDŹ 1995, ss. 270–275.
78. **Iwaszkiewicz J.**: Predykcyjne sterowanie przekształtników prądu przemiennego z wykorzystaniem zmiennoprzecinkowych procesorów sygnałowych – Praca doktorska, IEL Warszawa, 1997.
79. **Iwaszkiewicz J.**: A Novel Recurrent Approach to the Output Voltage Filtering of the Inverter, Electrical Power Quality and Utilization EPQU PAN, Volume 9, No. 1, September 2003, pp. 59–65.
80. **Iwaszkiewicz J.**: Improvement of Inverter Output Voltage Waveforms by Use of the Recurrence Topology and Control Method, 3rd International Workshop Compatibility in Power Electronics CPE'2003, Gdańsk, Poland 28–30 V 2003, p. 103, full paper on CD.
81. **Iwaszkiewicz J.**: Przekształtnik rekurencyjny jako alternatywny sposób filtracji napięcia przemiennego falownika, VI Krajowa Konferencja Naukowa Sterowanie w Energoelektronice i Napędzie Elektrycznym– SENE'2003, Łódź, 2003, ss. 161–166, tom I.
82. **Iwaszkiewicz J.**: Model matematyczny przekształtnika trójfazowego dla przebiegów dyskretnych, Prace Instytutu Elektrotechniki, zeszyt 222, ss. 25–51, Warszawa, 2005.
83. **Iwaszkiewicz J.**: Wavelet Transform as a Useful Tool in Power Electronics, PELINCEC'2005, Warszawa, 16–19.10.2005, full paper on CD.
84. **Iwaszkiewicz J.**: Zastosowanie przekształcenia falkowego w energoelektronice, VII Krajowa Konferencja Naukowa Sterowanie w Energoelektronice i Napędzie Elektrycznym– SENE'2005, t. I, ss. 169–176, Łódź, 2005.
85. **Iwaszkiewicz J., Hashad M.**: Converter Control with the Help of Orthogonal Space Vectors – Novel Control Strategy and Novel Topology, Power Conversion Conference PCC OSAKA 2002, Japan, pp. 659–665.
86. **Iwaszkiewicz J. i wykonawcy**: Projekt badawczy nr 8T10A 06421 pt. Nowa struktura i sposób sterowania wielopoziomowego falownika napięcia, Sprawozdanie, Gdańsk, wrzesień 2003.
87. **Iwaszkiewicz J., Perz J.**: Amplitude Modulation – an Alternative Method of Generating the Converter Output Waveforms, International Conference on Renewable Energy and Power Quality ICREPQ'04, Barcelona, 31 March 2 April, 2004, Spain, full paper on CD.
88. **Iwaszkiewicz J., Perz J.**:– Multilevel Converters for Distributed Power Generation Systems with DC Voltage Sources, International Conference on Renewable Energy and Power Quality ICREPQ'05, Zaragoza, 16 March 18 March, 2005, Spain, full paper on CD.
89. **Iwaszkiewicz J., Witkowski S., Perz J.**: Wybrane modele wielopoziomowych falowników napięcia, VII Krajowa Konferencja Naukowa, SENE'2005, t. I, ss. 177–184, Łódź, 2005.
90. **Iwaya K. and Takahashi I.**: Novel Multilevel PWM Wave Control Method using Series Connected Full Bridge Inverters, Proceedings of the IEEE Electric Machines and Drives Conference, volume 3, pages 1543–1548, June 2003.



91. **Kawabata T., Kawabata Y., Nishiyama K.:** New Configuration of High-Power Inverter Drives, Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics, volume 2, pages 850–855, June 1996.
92. **Kaźmierkowski M. P., Blaabjerg F.:** Impact of Emerging Technologies on PWM Control of Power Electronic Converters, IEEE Industrial Electronics Society Newsletter, December, 1995.
93. **Kaźmierkowski M. P., Dzieniakowski M. A.:** Review of Current Regulation Methods for VS-PWM Inverters – in Proc. IEEE/IES International Symposium, Budapest, pp. 448–456, 1993.
94. **Kaźmierkowski M. P., Sulkowski W.:** A Novel Vector Control Scheme for Transistor PWM Inverter-Fed Induction Motor Drive – IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 38, No. 1, pp. 41–47, 1991.
95. **Kaźmierowski M. P.:** Metody sterowania silników klatkowych zasilanych z falowników napięcia o modulowanej szerokości impulsów, IV Seminarium Napędy i Sterowanie, Gdańsk 1998.
96. **Khersonsky Y.:** Step Switched PWM Sine Generator, U.S. patent number 06,556,461, assigned to Power Paragon Incorporated, April 2003.
97. **Koczara W., Dakyo B., Protin L.:** AC/AC three-phase converter operating with unity power factor and sinusoidal input current, EPE'95, Sevilla, pp. 1920–1924, 19–21 September 1995.
98. **Kosicka M.:** Transformaty i ich twórcy, Przegląd Elektrotechniczny, 2003, nr 7–8, ss. 482–485.
99. **Lai J.S., Peng F.Z.:** Multilevel Converters-A New Breed of Power Converters IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 32, No. 3, May/June 1996, pp. 509-517.
100. **Lee Y. H., Suh B. S. and Hyun D. S.:** A Novel PWM Scheme for a Three-Level Voltage Source Inverter with GTO Thyristors, IEEE Transactions on Industry Applications, volume 32, number 2, pages 260–268, March/April 1996.
101. **Liang T.J., O'Connel R.M., Hoft R.G.:** Inverter Harmonic Reduction Using Walsh Function Harmonic Elimination Method, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 12, No. 6, November 1997, pp. 971-982.
102. **Lida S., Masukawa S., and Kubota Y.:** Improved Voltage Source Inverter With 18-Step Output Waveforms, IEEE Industry Applications Magazine, January/February 1998.
103. **Lipo T. A. and Manjrekar M. D.:** Hybrid Topology for Multilevel Power Conversion, U.S. patent number 06,005,788, assigned to Wisconsin Alumni Research Foundation, December 1999.
104. **Loh P. C., Bode G. H., Holmes D. G. and Lipo T. A.:** A Time-Based Double-Band Hysteresis Current Regulation Strategy for Single-Phase Multilevel Inverters, IEEE Transactions on Industry Applications, volume 39, number 3, pages 883–892, May/June 2003.
105. **Lyons J. P., Vlatkovic V., Espelange P. M., Esser A.A.M., Want F.F.:** Five Level High Power Motor Drive Converter and Control System, U.S. patent number 06,058,031, assigned to General Electric Company, May 2000.
106. **Marchesoni M.:** High performance current control techniques for applications to multilevel high power voltage source inverters, Proceedings of the IEEE Power Electronics Specialists Conference, volume 2, pp. 672–682, June 1989.
107. **McGrath B. P., Holmes D. G., Lipo T.A.:** Optimized Space Vector Switching Sequences for Multilevel Inverters, IEEE Transactions on Power Electronics, volume 18, number 6, pages 1293–1301, November 2003.
108. **McGrath B. P., Holmes D. G.:** Multicarrier PWM Strategies for Multilevel Inverters, IEEE Transactions on Industrial Electronics, volume 49, number 4, pages 858–867, August 2002.
109. **Menzies R. W., Zhuang Y.:** Advanced Static Compensation Using a Multilevel GTO Thyristor Inverter, IEEE Transactions on Power Delivery, volume 10, number 2, pages 732–738, April 1995.

110. **Meynard T. A., Foch H.:** Multi-level Conversion: High Voltage Choppers and Voltage-source Inverters, Proceedings of the IEEE Power Electronics Specialist Conference, pages 397–403, 1992.
111. **Mouton H. du Toit:** Natural Balancing of Three-Level Neutral-Point-Clamped PWM Inverters, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 49, No. 5, October 2002, pp. 1017-1025.
112. **Nabae A. Takahashi I., Akagi H.:** A New Neutral-Point Clamped PWM Inverter, Proceedings of the Industry Applications Society Conference, pages 761–766, September/October 1980.
113. **Nabae A., Ogasawara S., Akagi H.:** A Novel Control Scheme for Current-Controlled PWM Inverters, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. IA-22, No. 4, 1986.
114. **Nagy I.:** Novel Adaptive Tolerance Band Based PWM for Field-Oriented Control of Induction Machines, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 4, No. 4, August 1994.
115. **Nagy I.:** Current Controlled PWM-IM Drives – Link with the Theory of Chaos, International Conference on Electrical Drives and Power Electronics, EDPE'94, Kosice 1994.
116. **Newton C., Sumner M.:** Multi-level convertors, a real solution to medium/high-voltage drives?, Power Engineering Journal, February 1998.
117. **Newton C., Sumner M.:** Novel technique for maintaining balanced internal DC link voltage in diode clamped five-level inverters, IEE Proceedings on Electric Power Applications, vol. 146, no. 3, May 1999.
118. **Normy:** PN-EN 50160: Parametry napięcia zasilającego w publicznych sieciach rozdzielczych, Polski Komitet Normalizacyjny, 10.1998 r; PN-IEC 60038: Napięcie znormalizowane, IEC, 03.1998; PN-EN 61800-1, 2, 3: Elektryczne układy napędowe mocy o regulowanej prędkości; PN-IEC 146-1-1+AC: Przekształtniki półprzewodnikowe; IEC 60050-551-20: Power Electronics – Harmonic Analysis.
119. **Orłowska-Kowalska T.:** Artificial neural networks in the electrical drives control – a survey, Archiwum Elektrotechniki, 1998, vol. XLVII, nr 184, 2/1998, pp.127–143
120. **Ozpineci B., Tolbert L.M, Du Z.:** “Optimal Fuel Cell Utilization with Multilevel Inverters”, IEEE Power Electronics Specialists Conference, Aachen, Germany, 2004, pp. 4798-4802.
121. **Pawłuk K.:** Jak pisać teksty techniczne poprawnie, Przegląd Elektrotechniczny 9'2003
122. **Penczek A., Mondzik A.:** Jednofazowy poprzeczny filtr aktywny – wyniki badań laboratoryjnych. IV Krajowa Konferencja Naukowa Sterowanie w Energoelektronice i Napędzie Elektrycznym. SENE '99.
123. **Peng F. Z.:** A Generalized Multilevel Inverter Topology with Self Voltage Balancing, Proceedings of the IEEE Industry Applications Society Conference, volume 3, pages 2024–2031, October
124. **Perz J.:** A novel active filter approach with the DSP application, Konferencja ISIE'96 Warszawa 1996.
125. **Perz J.:** Sterowanie filtrem aktywnym dla poprawy przebiegów prądów wyjściowych falownika napięcia sterowanego prądowo, Praca doktorska, IEL 2000.
126. **Piróg S.:** Przekształtniki wielokomórkowe – Multicells converters, Przegląd Elektrotechniczny nr 9, 2003, cz. I, ss. 537 – 543, Przekształtniki wielokomórkowe cz. I t. II, ss. 429 – 437, cz. II, ss. 439 – 443, VI Krajowa Konferencja SENE'2003, Łódź 2003.
127. **Pou J., Boroyevich D., Pindado R.:** New Feedforward Space-Vector PWM Method to Obtain Balanced AC Output Voltages in a Three-Level Neutral-Point-Clamped Converter, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 49, No. 5, October 2002, pp. 1026-1034.
128. **Projekt badawczy Nr 8T10A 01410:** Nowe metody sterowania złożonych struktur przekształtnikowych AC/DC/AC z wykorzystaniem współczesnych narzędzi cyfrowych (DSP, FPGA), Opracowanie IEL OG nr 657/NK-198/1998.

129. **Rademacher H.**: Einige Satze von allgemeinen orthogonalfunktionen. *Mathematische Annalen*, 1922, pp. 122–138.
130. **Rodriguez J., Correa P., Moran L.**: A Vector Control Technique for Medium Voltage Multilevel Inverters, *Proceedings of the IEEE Applied Power Electronics Conference*, volume 1, pages 173–178, March 2001.
131. **Rodriguez J., Lai J.-S., Peng F. Z.**: Multilevel Inverters: A Survey of Topologies, Controls and Applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 2002 August, Vol. 49, no. 4, pp. 724–739.
132. **Saedifard M., Bakhshai A. R., Jain P.**: Introducing the low switching frequency space vector modulated multimodular three-level converters for high power applications, *Power Electronics Specialist Conference, 2003. PESC '03. 2003 IEEE 34th Annual Volume 4*, 15–19 June 2003 Page (s):1639 – 1644 vol.4.
133. **Sahali Y., Fellah M. K.**: Selective harmonic eliminated pulse-width modulation technique (SHE PWM) applied to three-level inverter/converter, *Industrial Electronics, 2003. ISIE '03. 2003 IEEE International Symposium on Volume 2*, 9–11 June 2003 Page(s):1112 – 1117 vol. 2.
134. **Sinha G., Lipo T. A.**: A Four Level Rectifier Inverter System for Drive Applications, *IEEE Industry Applications Magazine*, volume 4, number 1, pages 66–74, January/February 1998.
135. **Sirisukprasert S., Lai J.-S., Liu T.-H.**: Optimum Harmonic Reduction with a Wide Range of Modulation Indexes for Multilevel Converters, *IEEE Transactions on Industrial Applications*, vol. 49, no. 4, pp. 868–874, August 2002.
136. **Sozański K.**: Implementation of Modified Wave Digital Filters Using Digital Signal Processors, 9<sup>th</sup> IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems ICECS 2002, *Proceedings, Dubrovnik, Croatia, 2002*.
137. **Sozański K., Strzelecki R., Kempski A.**: Digital Control Circuit for Active Power Filter with Modified Instantaneous Reactive Power Control Algorithm, 2002 IEEE 33<sup>rd</sup> Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference – PESC '02, *Conference proceedings. Cairns, Australia, 2002*.
138. **Steimer P.**: Operating a Power Electronic Circuit Arrangement Having Multiple Power Converters, U.S. patent number 06,009,002, assigned to Asea Brown Boveri, December 1999.
139. **Steinke J.K.**: Switching Frequency Optimal PWM Control of a Three-Level Inverter, *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 7, No. 3, July 1992, pp. 487-496.
140. **Stemmler H., and Guggenbach P.**: Configurations of High-Power Voltage Source Inverter Drives, *Proceedings of the European Conference on Power Electronics and Applications*, volume 5, pages 7–14, September 1993.
141. **Sten K., Stacey E.**: UPFC–Unified Power Flow Controller: Theory, Modeling, and Applications, *IEEE Transactions on Power Delivery*. Vol. 13. No. 4. October 1998.
142. **Strzelecki R., Kukluk J., Klytta M.**: Single Phase Active Power Line Conditioners, *All Electric Ship Civil or Military – AES 2000, Third International Symposium. Paris, Francja, 2000*, pp. 379–384
143. **Strzelecki R., Sozański K.**: Digital Control Circuit for Current – Fed Active Power Filter. *EPE–PEMC 2002 Cavtat&Dubrovnik*.
144. **Strzelecki R., Supronowicz H., Benysek G., Bojarski J., Klytta M.**: Selection of the Parallel Active Filter's Power Rating When It Is Applied in Distribution Systems, 10<sup>th</sup> International Power Electronics and Motion Control Conference – EPE–PEMC 2002. Cavtat – Dubrovnik 2002.
145. **Teichmann R., Bernet S.**: A Comparison of Three-Level Converters Versus Two-Level Converters for Low-Voltage Drives, *IEEE Transactions on Traction, and Utility Applications*, vol. 41, Issue 3, May–June 2005 Page (s):855 – 865.
146. **Tolbert L. M., Habetler T. G.**: Novel Multilevel Inverter Carrier-Based PWM Method, *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 35, no. 5, pp. 1098–1107, September/October 1999.

147. **Tolbert L. M., Chiasson J., McKenzie K., Zhong Du:** Elimination of harmonics in a multilevel converter with nonequal DC sources, Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2003. APEC '03. Eighteenth Annual IEEE, vol. 9–13 Feb., 2003, pp. 589 – 595.
148. **Tolbert L.M., Peng F.Z., Habetler T.G.:** Multilevel PWM Methods at Low Modulation Indices, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 15, No. 4, July 2000, pp. 719-725.
149. **Ueda F., Asao M., Tsuboi K.:** Parallel–Connections of Pulsewidth Modulated Inverters Using Current Sharing Reactors, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 10, no 6, pp. 673–679, November 1995.
150. **Venkataramanan G., Bendre A.:** Reciprocity–Transposition–Based Sinusoidal Pulsewidth Modulation for Diode–Clamped Multilevel Converters, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 49, no. 5, October 2002, pp. 1035–1047.
151. **Wajs K.:** Funkcje Walsh'a i ich zastosowanie w elektrotechnice. Przegląd Elektrotechniczny, 1976, nr 11, ss. 413–418.
152. **Walsh J. L.:** A closed set of orthonormal functions. Amer. Journal of Mathematics, 1923, no. 1 pp. 5–24.
153. **Wang F.:** Sine–Triangle Versus Space–Vector Modulation for Three–Level PWM Voltage–Source Inverters, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 38, no. 2, pp. 500–506, March/April 2002.
154. **Yamanaka K., Yamada K., Kumagae A., Terada T.:** Three–Level Neutral Point Clamping Type Inverter Circuit, U.S. patent number 06,226,192, assigned to Kabushiki Kaisha Yasukawa Denki, May 2001.
155. **Yin Y., Wu A.Y.:** A Low-Harmonic Electric Drive System Based on Current-Source Inverter, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 34, No. 1, January/February 1998, pp. 227-235.
156. **Yuan X., Barbi I.:** Fundamentals of a New Diode Clamping Multilevel Inverter, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 15, no. 4, pp. 711–718, July 2000.
157. **Zare F., Ledwich G.:** Hysteresis Current Control for Single–Phase Multilevel Voltage Source Inverters: PLD Implementation, IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 17, no 5, pp. 731–738, Sept. 2002.

*Rękopis dostarczono, dnia 08.09.2005 r.*

***Opiniowali: prof. dr hab. inż. Roman Barlik,  
prof. dr hab. inż. Krystyn Pawluk***

## MATHEMATICAL MODELS OF POWER ELECTRONICS MULTILEVEL CONVERTERS ANALYSIS AND APPLICATIONS

Jan IWASZKIEWICZ

**ABSTRACT** *The monograph is dedicated to mathematical models which can be useful in analysis and designing of structures and control strategies of multilevel converters. The selected models are based on synthesis of the step waveforms which comply to the best approximation criterion. The following models have been discussed:*

*The analytical model of the two-level three-phase converter for discrete waveforms, based on a set of expressions describing in time domain voltage and current waveforms in the converter-load circuitry. The model is useful in analysis of stationary and transitory states of digitally controlled voltage and current source converters and also for research in the field of real-time control algorithms. The idea of this model has been used for elaborating the models of multilevel converters.*

*The model of three-level converter with the discussion concerning output voltage waveforms formed by use the transformation of polar voltages to complex stationary coordinates system  $(\alpha, \beta)$ . The expressions describing the three-level and five-level converter models in time domain have been formulated. The further development of the presented ideas enabled the construction of universal  $n$ -level converter model. The proposed unified denoting system for output voltage space vectors of multilevel converters makes possible the fast analysis of space vectors positions on complex plane and finding the number of multiplied vectors.*

*The Fourier-style model is based on the approximation of the function  $f(x) = \sin(x)$  using series of the square-wave pulses described by series of  $g_n(x)$  functions. The parameters of this series have been calculated with Fourier factors of the orthogonal series composed from the  $g_n(x)$  functions. The harmonic spectra of the converter's output voltages have been analyzed. As a result of this analysis the proposal of a new THD factor has been presented. The new THD factor facilitates the estimation of the step waveforms from the filtration point of view. The examples of the converter structures using Fourier-style model for synthesis of alternating voltage waveforms have been presented.*

*The wavelet-style model is using the new mathematical tool – a wavelet transform for the step waveforms synthesis. The defined wavelet-style model of the converter is based on transform similar to the Haar transform. By properties comparison of Fourier-style and wavelet-style models it was proved, that approximation method, based on wavelet theory is a useful mathematical tool in developing the structures and control algorithms of the multilevel converters.*

*The orthogonal model is based on adding the orthogonal vectors and further development of this idea resulted in the recurrent model. The structures and control methods of these converters are promising alternatives for other well known multilevel converters' solutions.*

*The defined mathematical models are describing the output voltages of multilevel converters as results of the combination of the orthogonal functions (Fourier-style and wavelet-style models) or orthogonal vectors (recurrent model). Thanks to this approach the presented models show cleanly the relations between the component voltage waveforms and output voltage waveform of the whole converter. It facilitates designing the structures and control algorithms and allows to treat the multilevel converter as one unit.*

*The examples of circuitry solutions based on defined models as well as simulation and experimental results of the chosen converters are also presented in the monograph.*



**Dr inż. Jan Iwaszkiewicz** urodził się w 1943 roku w Wilnie. Ukończył Wydział Elektroniki Politechniki Gdańskiej w 1966 roku i podjął pracę w Instytucie Elektrotechniki w Oddziale w Gdańsku. W IEL OG pracował do 1977 roku, po czym przeszedł do Morskiego Instytutu Rybackiego, a następnie Instytutu Okrętowego Politechniki Gdańskiej. W 1991 roku powrócił do Oddziału Gdańskiego IEL, gdzie zajął się problematyką sterowania przekształtników, a zwłaszcza prądowym sterowaniem falowników napięcia. Pracę doktorską na temat predykcyjnego sterowania przekształtników obronił w roku 1997. W Oddziale Gdańskim prowadził liczne projekty badawcze. Jest autorem wielu patentów i publikacji w dziedzinie energoelektroniki. Jego zainteresowania obejmują teorię sterowania falowników napięcia i prądu, algorytmy sterowania i struktury falowników wielopoziomowych,

a także zagadnienia aproksymacji przebiegów przemiennych przekształtników. Obecnie jest dyrektorem Oddziału Gdańskiego Instytutu Elektrotechniki.