

621.313.8  
621.313.323  
621.316.016.45

Michał JANASZEK

## BEZPOŚREDNIA REGULACJA ENERGII BIERNEJ I MOMENTU SILNIKA SYNCHRONICZNEGO O MAGNESACH TRWAŁYCH

**STRESZCZENIE** *Prezentowana nowa metoda bezpośredniej regulacji energii biernej i momentu (ang. DRET\_Control – Direct Reactive Energy and Torque Control) przeznaczona dla silników synchronicznych o magnesach trwałych (PMSM – Permanent Magnet Synchronous Motors) oraz silników bezszczotkowych (BLDC\_Motors – Brushless Direct Current Motors). W analizie matematycznej zastosowano teorię wektorów przestrzennych określonych za pomocą wartości chwilowych wielkości fazowych. Pozwoliło to na estymację chwilowych wartości: energii biernej w układzie trójfazowym zasilającym silnik i momentu elektromagnetycznego. Opisano strukturę układu regulacyjnego zawierającego dwie pętle sprzężeń zwrotnych: energii biernej i momentu. Przedstawiono wyniki badań symulacyjnych dla dwóch silników o magnesach trwałych synchronicznego (PMSM) i bezszczotkowego (BLDC) przeprowadzonych z wykorzystaniem systemu dSPACE typ DS1103.*

---

**Dr inż. Michał JANASZEK**

Zakład Elektrycznych Napędów Obrabiarkowych  
Instytut Elektrotechniki

PRACE INSTYTUTU ELEKTROTECHNIKI, zeszyt 218, 2003

## OZNACZENIA

<b>a</b>	– operator Eulera	
<b>A, B, C</b>	– trójfazowy stacjonarny układ odniesienia	
<b>a, b, c</b>	– fazy stojana	
<b>dT<sub>e</sub></b>	– sygnał wyjściowy komparatora momentu	
<b>dW<sub>R</sub></b>	– sygnał wyjściowy komparatora energii biernej	
<b>E</b>	– wektor siły elektromotorycznej	V
<b>E</b>	– amplituda siły elektromotorycznej	V
<b>e<sub>α</sub> e<sub>β</sub></b>	– podłużna i poprzeczna składowa wektora siły elektromotorycznej	V
<b>E<sub>f</sub></b>	– wektor siły elektromotorycznej wzbudzenia	V
<b>E<sub>f</sub></b>	– amplituda siły elektromotorycznej wzbudzenia	V
<b>i</b>	– wektor prądu	A
<b>i*</b>	– wektor sprzężony prądu	A
<b>I</b>	– moduł wektora prądu	A
<b>i<sub>a</sub> i<sub>b</sub> i<sub>c</sub></b>	– wartości chwilowe prądów fazowych	A
<b>i<sub>α</sub> i<sub>β</sub></b>	– podłużna i poprzeczna składowa wektora prądu	A
<b>J</b>	– moment bezwładności	kgm <sup>2</sup>
<b>k</b>	– numer wektora napięcia	
<b>k<sub>t</sub></b>	– współczynnik tarcia	Nm <sub>/rd/s</sub>
<b>n</b>	– numer sektora	
<b>p</b>	– liczba par biegunów	
<b>R</b>	– macierz rezystancji	ohm
<b>R</b>	– rezystancja stojana	ohm
<b>S<sub>e</sub></b>	– moc pozorna elektryczna	VA
<b>S<sub>1</sub>...S<sub>n</sub>...S<sub>6</sub></b>	– sektor położenia wektora strumienia	
<b>t</b>	– czas	s
<b>T</b>	– stała czasu filtru całkującego	s
<b>T<sub>e</sub></b>	– moment elektromagnetyczny	Nm
<b>T<sub>ez</sub></b>	– wartość zadana momentu elektromagnetycznego	Nm
<b>T<sub>emax</sub></b>	– maksymalna wartość momentu elektromagnetycznego	Nm
<b>T<sub>o</sub></b>	– moment obciążenia	Nm
<b>u</b>	– wektor napięcia	V
<b>U</b>	– moduł wektora napięcia	V
<b>u<sub>a</sub> u<sub>b</sub> u<sub>c</sub></b>	– chwilowe wartości fazowe napięcia	V
<b>u<sub>α</sub> u<sub>β</sub></b>	– podłużna i poprzeczna składowa wektora napięcia	V
<b>u<sub>1</sub> ...u<sub>k</sub>... u<sub>6</sub></b>	– wektory przełączalne napięcia	V
<b>W<sub>m</sub></b>	– energia silnika	J
<b>W<sub>R</sub></b>	– energia bierna	J
<b>W<sub>Rmax</sub></b>	– maksymalna wartość energii biernej	J
<b>W<sub>Rz</sub></b>	– wartość zadana energii biernej	J
<b>x</b>	– wektor przestrzenny	
<b>x<sub>ABC</sub></b>	– wektor przestrzenny w stacjonarnym trójfazowym układzie odniesienia	
<b>x</b>	– moduł wektora przestrzennego	

$x_a \ x_b \ x_c$	– chwilowe wartości fazowe wektora przestrzennego	
$x_\alpha \ x_\beta$	– podłużna i poprzeczna składowa wektora przestrzennego	
$\alpha, \beta$	– współrzędne prostokątne w stacjonarnym układzie odniesienia	
$\Theta$	– kąt fazowy wektora przestrzennego	rd
$\delta$	– kąt fazowy wektora prądu	rd
$\lambda$	– kąt fazowy wektora strumienia stojana	rd
$\mu$	– kąt fazowy wektora napięcia	rd
$\tau$	– współczynnik kąta położenia	
$\Psi$	– wektor strumienia stojana	Wb
$\Psi$	– moduł wektora strumienia stojana	Wb
$\Psi_f$	– wektor strumienia wzbudzenia	Wb
$\Psi_f$	– moduł wektora strumienia wzbudzenia	Wb
$\psi_\alpha \ \psi_\beta$	– chwilowe wartości składowych prostokątnych strumienia stojana	Wb
$\omega$	– prędkość kątowna	rd/s
$\omega_n$	– prędkość kątowna znamionowa	rd/s

Symbole matematyczne:

$d$	– różniczka,
$e$	– liczba Euler'a,
$j$	– jednostka urojona,
$\int$	– całka,
$\sum$	– suma algebraiczna,
$\sqrt{\quad}$	– pierwiastek kwadratowy,
$\times$	– iloczyn wektorowy,
$\cdot$	– iloczyn skalarny,
$*$	– liczba zespolona sprzężona.

## 1. WSTĘP

---

Metody wektorowego sterowania napędów z silnikami prądu przemiennego znane są i stosowane od ponad 20 lat. Pomysł bezpośredniej regulacji momentu w napędach z silnikami indukcyjnymi związany jest z nazwiskami Depenbrocka [4] oraz Takahashi i Noguchi [9, 11]. Jest to tzw. metoda DTC – skrót od angielskiej nazwy Direct Torque Control. Zasada jej polega na zastosowaniu dwóch pętli regulacyjnych: momentu i strumienia stojana, przy czym najczęściej wartość zadana strumienia jest stała (regulacja stałowartościowa) a wartość zadana momentu zmienna (regulacja nadążna). Dlatego metoda zwana jest też DTFC – Direct Torque and Flux Control, bezpośrednia regulacja momentu i strumienia [3]. Metoda została opracowana i dostosowana specjalnie

dla silników indukcyjnych. Związane było to z charakterystycznymi cechami tych silników, a mianowicie koniecznością wzbudzenia pola magnetycznego. Dlatego układ sterowania zawiera pętlę regulacji strumienia [12, 13].

Zalety silników synchronicznych o magnesach trwałych (ang. PMSM – Permanent Magnet Synchronous Motor), w porównaniu z silnikami indukcyjnymi, takie jak wyższa sprawność, większy współczynnik mocy, małe wymiary i większy stosunek moc/ciężar powodują, że zakres zastosowań przemysłowych napędów z PMSM szybko wzrasta. Mogłoby się wydawać, że zastosowanie metody DTC do napędów z silnikami synchronicznymi o magnesach trwałych jest tylko kwestią czasu. Jednak publikacje dotyczące metody DTC zastosowanej do napędów z silnikami synchronicznymi są dotychczas nieliczne i rozproszone. Dotychczasowe prace autora wykazały, że możliwe jest zastosowanie tej metody do napędów z PMSM. Jednak stosując tą metodę napotyka się na poważne trudności techniczne związane z charakterystycznymi cechami silników synchronicznych [5, 6]:

- mniejszą indukcyjnością uzwojeń fazowych,
- mniejszym momentem bezwładności wirnika,
- prawie stałą wartością amplitudy strumienia magnetycznego; oddziaływanie prądów twornika jest niewielkie, a strumień pochodzi przede wszystkim od magnesów trwałych.

Wydaje się więc wskazane opracowanie i zastosowanie oryginalnej metody sterowania dostosowanej specjalnie do silników PMSM, wykorzystującej ich specyficzne cechy a przede wszystkim stałość strumienia magnetycznego pochodzącego od magnesów trwałych.

## 2. PODSTAWY MATEMATYCZNE METODY

Przy wykorzystaniu zapisu wektorowego sygnałów, dynamikę silnika synchronicznego opisują macierzowe równania różniczkowe [7, 8]:

Równanie napięć:

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\Psi} = -\mathbf{R}\mathbf{i} + \mathbf{u} \quad (1)$$

Równanie momentów:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} \cdot p \cdot (\boldsymbol{\Psi} \times \mathbf{i}) - \frac{k_t}{J} \omega + \frac{1}{J} T_0 \quad (2)$$

Poszczególne wielkości fizyczne tzn.: prąd, napięcie, strumień magnetyczny skojarzony z uzwojeniem stojana określane są jako wektory przestrzenne położone na płaszczyźnie prostopadłej do osi silnika. Chwilowa wielkość i położenie wektora opisana jest przez wartości chwilowe danej wielkości fizycznej w poszczególnych fazach.

$$\mathbf{x}_{ABC} = \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} = \mathbf{x}(t) \cdot \begin{bmatrix} \cos(p\omega(t)t + \theta(t)) \\ \cos\left(p\omega(t)t + \theta(t) + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(p\omega(t)t + \theta(t) - \frac{2}{3}\pi\right) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Amplituda  $x(t)$ , pulsacja  $\omega(t)$  oraz faza  $\Theta(t)$  wektora są funkcjami czasu i mogą określać przebiegi czasowe niesinusoidalne. Jedynym warunkiem, jaki musi być spełniony, aby można było określić wektor przestrzenny jest taki, aby suma wartości chwilowych w poszczególnych fazach była równa zero:

$$x_a(t) + x_b(t) + x_c(t) = 0 \quad (4)$$

Do opisu dynamiki silnika synchronicznego stosuje się najczęściej wektory przestrzenne zapisane we współrzędnych prostokątnych na płaszczyźnie zespolonej. Dla przekształcenia wektora reprezentowanego w układzie współrzędnych trójfazowych **A**, **B**, **C** do układu współrzędnych symetrycznych związanych ze stojanem  $\alpha$ ,  $\beta$ , wprowadza się operator obrotu zdefiniowany wzorem Eulera:

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) + j\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right) = -0.5 + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (5)$$

$$a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = \cos\left(\frac{4}{3}\pi\right) + j\sin\left(\frac{4}{3}\pi\right) = -0.5 - j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (6)$$

Wówczas wektor opisany przez wartości fazowe (3) przy spełnieniu wa-

runku (4) może być przedstawiony w postaci wektora przestrzennego na płaszczyźnie zespolonej:

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta} = \frac{2}{3} \cdot (x_a(t) + a \cdot x_b(t) + a^2 \cdot x_c(t)) \quad (7)$$

Po przekształceniach otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\alpha\beta} &= x_\alpha + jx_\beta = x_a(t) + j \frac{1}{\sqrt{3}} (x_a(t) + 2x_b(t)) = \\ &= x(t) \cdot (\cos(p\omega(t)t + \theta(t)) + j \sin(p\omega(t)t + \theta(t))) = x(t) \cdot e^{j(p\omega(t)t + \theta(t))} \end{aligned} \quad (8)$$

Pod wyrażenie (8) można podstawić wielkości opisujące dynamikę silnika (tab.1).

Bilans mocy chwilowej silnika synchronicznego wyprowadza się mnożąc obie strony równania napięć zapisanego we współrzędnych prostokątnych  $\alpha, \beta$  przez wektor sprzężony prądu i uwzględniając współczynnik skali [1, 2]:

$$\frac{3}{2} p \cdot \frac{d}{dt} \Psi \cdot \mathbf{i}^* = \frac{3}{2} p \cdot (-\mathbf{Ri} \cdot \mathbf{i}^* + \mathbf{u} \cdot \mathbf{i}^*) = \mathbf{S} \quad (9)$$

Moc chwilową określa się jako pochodną energii [7]. A więc aby obliczyć energię dostarczaną do silnika należy scałkować równanie (9):

$$\int \mathbf{S} dt = \frac{3}{2} p \cdot \int d\Psi \cdot \mathbf{i}^* \quad (10)$$

Tak więc wartość chwilowa energii silnika jest określona iloczynem strumienia i prądu:

$$\mathbf{W}_m = \frac{3}{2} p \cdot \Psi \cdot \mathbf{i}^* \quad (11)$$

Podstawiając wyrażenia na wektor strumienia i wektor sprzężony prądu otrzymujemy:

$$\mathbf{W}_m = \frac{3}{2} p \cdot (\psi_\alpha + j\psi_\beta) \cdot (i_\alpha - ji_\beta) = \frac{3}{2} p \cdot (\psi_\alpha i_\beta + \psi_\beta i_\alpha) - j \frac{3}{2} p \cdot (\psi_\alpha i_\beta - \psi_\beta i_\alpha) \quad (12)$$

Otrzymana wielkość zawiera w sobie dwie składowe:

- Wartość chwilowa energii biernej:

$$W_R = \frac{3}{2} p \cdot (\psi_\alpha i_\alpha + \psi_\beta i_\beta) \quad (13)$$

- Wartość chwilowa momentu:

$$T_e = \frac{3}{2} p \cdot (\psi_\alpha i_\beta - \psi_\beta i_\alpha) \quad (14)$$

Dynamikę silnika PMSM określają dwie wielkości, moment elektromagnetyczny i energia bierna obwodu magnetycznego, dlatego powinny być one regulowane. W przeciwieństwie do metody DTFC w której reguluje się moment i strumień w opisywanej metodzie regulacji zastosowano dwie pętle: momentu i energii biernej. Można ją więc nazwać metodą bezpośredniej regulacji energii biernej i momentu (ang. Direct Reactive Energy and Torque Control – DRET Control method).

**TABELA 1**

Zapisy wektorów opisujących dynamikę silnika w prostokątnym układzie odniesienia związanym ze stojanem  $\alpha, \beta$

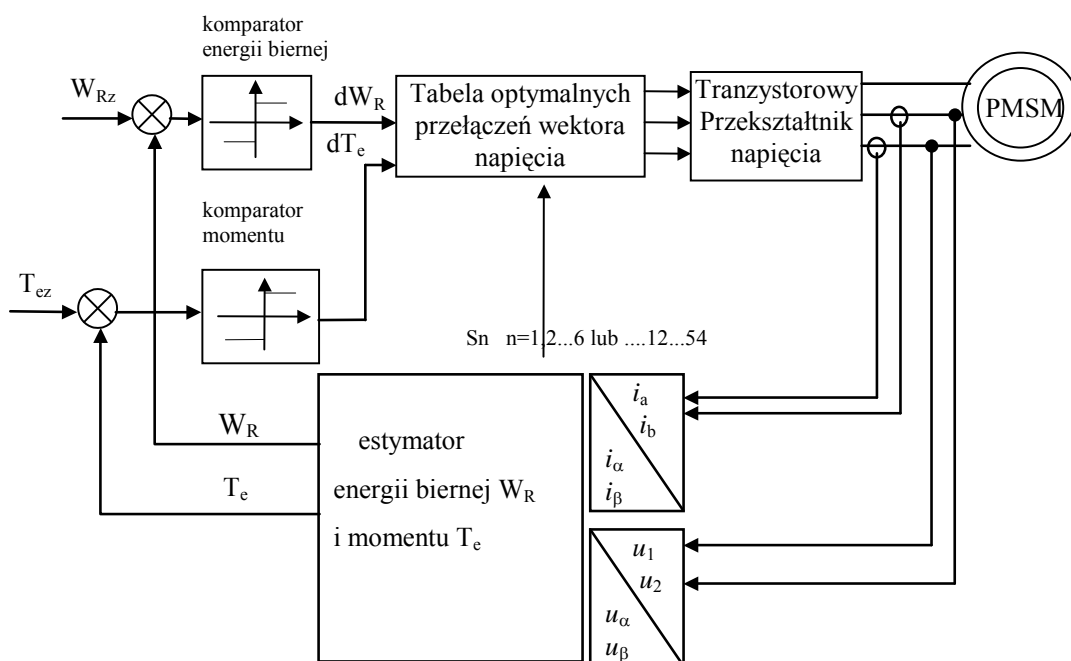
Wypadkowy strumień stojana	$\Psi_{\alpha\beta} = \Psi_\alpha + j\Psi_\beta = \Psi \cdot [\cos(p\omega t + \lambda) + j\sin(p\omega t + \lambda)] = \Psi \cdot e^{j(p\omega t + \lambda)}$
Strumień magnesów trwałych	$\Psi_{f\alpha\beta} = \Psi_{f\alpha} + j\Psi_{f\beta} = \Psi_f \cdot [\cos(p\omega t) + j\sin(p\omega t)] = \Psi_f \cdot e^{jp\omega t}$
Napięcie zasilające	$\mathbf{u}_{\alpha\beta} = u_\alpha + ju_\beta = U \cdot [\cos(p\omega t + \mu) + j\sin(p\omega t + \mu)] = U \cdot e^{j(p\omega t)}$
Siła elektromotoryczna od magnesów trwałych	$\mathbf{E}_{f\alpha\beta} = e_{f\alpha} + je_{f\beta} = E_f \cdot [-\sin(p\omega t) + j\cos(p\omega t)] = E_f \cdot e^{j\left(p\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$
Siła elektromotoryczna od strumienia stojana	$\mathbf{E}_{\alpha\beta} = e_\alpha + je_\beta = E \cdot [-\sin(p\omega t + \lambda) + j\cos(p\omega t + \lambda)] = E \cdot e^{j\left(p\omega t + \lambda + \frac{\pi}{2}\right)}$ $\mathbf{E}_{\alpha\beta} = \mathbf{E}_f + L_s \frac{d}{dt} \mathbf{i}$
Prąd	$\mathbf{i}_{\alpha\beta} = i_\alpha + ji_\beta = I \cdot [\cos(p\omega t + \delta) + j\sin(p\omega t + \delta)] = I \cdot e^{j(p\omega t + \delta)}$
Wektor sprzężony prądu	$\mathbf{i}_{\alpha\beta}^* = i_\alpha - ji_\beta = I \cdot [\cos(p\omega t + \delta) - j\sin(p\omega t + \delta)] = I \cdot e^{-j(p\omega t + \delta)}$

### 3. OPIS BEZPOŚREDNIEJ REGULACJI ENERGII BIERNEJ I MOMENTU

#### 3.1. Schemat układu regulacji i zasada działania

Układ regulacji składa się z dwóch pętli regulacyjnych pracujących równolegle: (rys.1)

- Pętli regulacji energii biernej obejmującej estymator strumienia, estymator energii biernej, komparator energii oraz tabelę przełączeń wektora napięcia.
- Pętli regulacji momentu obejmującej estymator strumienia, estymator momentu, komparator momentu oraz tabelę przełączeń wektora napięcia.



Rys.1. Schemat blokowy sterowania wg metody bezpośredniej regulacji energii biernej i momentu silnika synchronicznego o magnesach trwałych zasilanego z przekształtnika napięcia.

Podstawą do określenia momentu i energii biernej są mierzone wartości napięć i prądów fazowych z których wyliczane są składowe wektorów napięcia i prądu. Podobnie jak w metodzie DTFC na dokładność metody DRET-Control



wpływa estymacja składowych wektora strumienia poprzez całkowanie składowych wektora napięcia. W wyniku otrzymuje się moduł wektora strumienia i numer sektora w którym ten wektor znajduje się. Mnożąc wektor strumienia przez wektor prądu oblicza się energię bierną i moment. Wartości estymowane energii biernej i momentu porównywane są z wartościami zadanymi przez komparatory dwupołożeniowe. Sygnały z komparatorów energii i momentu oraz sygnał określający numer sektora wprowadzane są na wejścia tabeli przełączeń wektora napięcia. Tabela, tak jak w metodzie DTFC może być 6, 12, 54 lub więcej wektorowa. W tabeli wybierany jest odpowiedni wektor napięcia – analogicznie jak w metodzie DTFC i podawany do obwodu energoelektronicznego zasilającego silnik PMSM.

Program realizujący sterowanie wg metody bezpośredniej regulacji energii biernej i momentu silnika synchronicznego napisano w języku C<sup>++</sup>. Składa się on z następujących procedur regulacyjnych przedstawionych w postaci bloków funkcjonalnych:

### 3.2. Blok pomiarowo – obliczeniowy

mierzący wartości chwilowe sygnałów prądów ( $i_a, i_b$ ) w dwóch fazach silnika i dwóch napięć przewodowych ( $u_1 = u_A - u_C; u_2 = u_B - u_C$ ) i obliczający na tej podstawie składowe wektora prądu i napięcia w stacjonarnym układzie współrzędnych  $\alpha, \beta$ . Przekształcenia następują wg zależności:

$$u_\alpha = \frac{1}{3} \cdot (-2u_1 + u_2) \quad u_\beta = -\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot u_2 \quad (15)$$

$$i_\alpha = i_a \quad i_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}} (i_a + 2i_b) \quad (16)$$

### 3.3. Estymator energii biernej i momentu

Podstawą do obliczenia wartości chwilowych energii biernej  $W_R$  i momentu elektromagnetycznego  $T_e$  jest estymacja strumienia skojarzonego z uzwojeniem stojana. Składowe strumienia stojana można obliczyć całkując wartości chwilowe składowych napięcia i prądu wg zależności:

$$\psi_\alpha = \int (u_\alpha - Ri_\alpha) dt \quad \psi_\beta = \int (u_\beta - Ri_\beta) dt \quad (17)$$

Ten sposób wymaga znajomości jedynie rezystancji  $R$  uzwojenia stojana silnika. Występują jednak problemy z jednoznacznym określeniem wartości początkowej strumienia. Położenie wirnika, w więc i strumienia od magnesów trwałych w chwili początkowej jest przypadkowe. Mierzone napięcia fazowe lub przewodowe stojana przy małej prędkości obrotowej silnika są silnie zakłócone przez szумы. Występuje również dryft sygnałów oraz uchyby pomiarów. Aby przeciwdziałać tym problemom zamiast idealnego integratora (sumatora) zastosowano cyfrowy filtr dolnoprzepustowy, tzn. użyto człon inercyjny o transmi-tancji  $G = \frac{T}{1sT}$  i stąd uzyskano zależności:

$$\psi_{\alpha} = \sum \left( u_{\alpha} - R_s i_{\alpha} - \frac{1}{T} \psi_{\alpha} \right) \Delta t \quad \psi_{\beta} = \sum \left( u_{\beta} - R_s i_{\beta} - \frac{1}{T} \psi_{\beta} \right) \Delta t \quad (18)$$

Amplituda wektora strumienia równa się

$$\Psi = \sqrt{\psi_{\alpha}^2 + \psi_{\beta}^2} \quad (19)$$

a faza:

$$\sigma = \arcsin \frac{\psi_{\beta}}{\Psi} \quad (20)$$

Znając składowe strumienia i prądu tego samego okresu próbkowania oblicza się

- wartość chwilową energii biernej:

$$W_R = \frac{3}{2} p(\psi_{\alpha} i_{\beta} + \psi_{\beta} i_{\alpha}) \quad (21)$$

- wartość chwilową momentu:

$$T_e = \frac{3}{2} p(\psi_{\alpha} i_{\beta} - \psi_{\beta} i_{\alpha}) \quad (22)$$

### 3.4. Komparator energii biernej

Sygnałem wejściowym jest wartość zadana energii biernej  $W_{Rz}$ . Wartość ta może zawierać się w zakresie od  $-W_{Rmax}$  do  $W_{Rmax}$ , przy czym na rozważenie zasługują trzy przypadki:

- Sterowanie optymalne przy zadanej zerowej wartości energii biernej  $W_{Rz} = 0$
- Praca w zakresie osłabienia pola silnika gdy wartość energii biernej jest ujemna  $W_{Rz} < 0$
- Praca w zakresie dowzbudzenia gdy wartość energii biernej jest dodatnia  $W_{Rz} > 0$

Uchyb energii biernej – różnica między wartością zadaną  $W_{Rz}$  a estymowaną  $W_R$  wprowadzana jest na histerezowy komparator energii biernej, na wyjściu którego uzyskuje się dwustanowy sygnał  $dW_R = -1$  lub  $1$ .

### 3.5. Komparator momentu

Sygnałem wejściowym jest wartość zadana momentu elektromagnetycznego  $T_{ez}$  zawierająca się w zakresie od  $-T_{emax}$  do  $T_{emax}$ . Uchyb momentu elektromagnetycznego – różnica między wartością zadaną  $T_{ez}$  a estymowaną  $T_e$  wprowadzana jest na histerezowy komparator momentu, na wyjściu którego uzyskuje się dwustanowy sygnał  $dT = -1$  lub  $1$ .

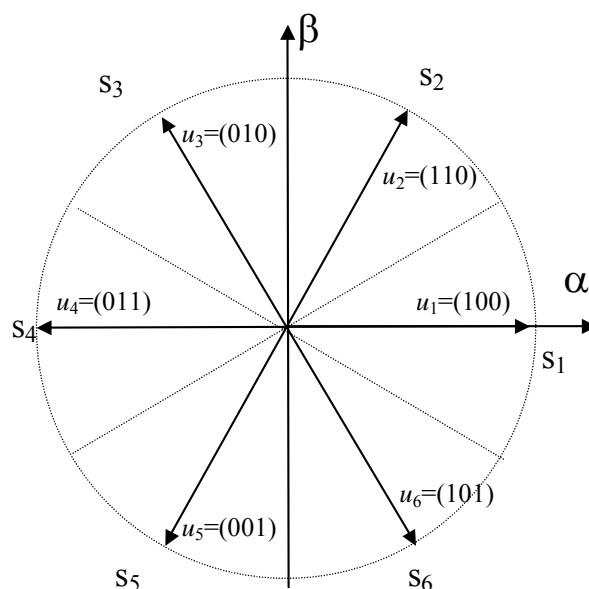
Dwustanowe sygnały wyjściowe komparatorów  $dW$ ,  $dT_e$  oraz numer sektora  $S_n$ , w którym znajduje się wektor strumienia decydują o wyborze wektora napięcia.

### 3.6. Tabela optymalnych przełączeń wektora napięcia

Tabela zawiera w sobie współrzędne wektorów napięć, z których wybierany jest ten właściwy (optymalny), w danej chwili samplingu podawany na wejście przekształtnika napięcia. Przy wyborze wykorzystuje się informację o położeniu wektora strumienia, oraz sygnały wyjściowe z komparatorów energii biernej i momentu.

W napędzie przetestowano tabelę przełączeń z wykorzystaniem 6 wektorów napięcia i 6 sektorów, na który podzielono okres. Kąt fazy  $\sigma$  określa numer sektora, w którym znajduje się wektor strumienia (tab.2). Każdy sektor

obejmuje 60 stopni elektrycznych (sektor 1 rozciąga się od  $-30^{\circ}$  do  $30^{\circ}$ ) i dla sześciogłęziowego przekształtnika minimalna liczba sektorów wynosi sześć.



Rys.2. Sześć sektorów ( $S_1, S_2, \dots, S_6$ ) i sześć wektorów napięcia ( $u_1, u_2, \dots, u_6$ ).

TABELA 2

Zakresy sektorów dla 6 wektorów napięcia.

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
$\sigma =$	od $-\frac{\pi}{6}$ do $\frac{\pi}{6}$	od $\frac{\pi}{6}$ do $\frac{\pi}{2}$	od $\frac{\pi}{2}$ do $\frac{5\pi}{6}$	od $\frac{5\pi}{6}$ do $\frac{7\pi}{6}$	od $\frac{7\pi}{6}$ do $\frac{3\pi}{2}$	od $\frac{3\pi}{2}$ do $\frac{11\pi}{6}$

Przyjmijmy dla przykładu, (rys.2) że wektor strumienia stojana znajduje się w pierwszym sektorze. Wówczas możemy rozpatrzeć cztery przypadki:

- energia bierna ma być zwiększona, a moment ma być dodatni ( $dW_R = 1$ ,  $dT_e = 1$ ) wówczas wybierany jest wektor napięcia  $u_2$ .
- energia bierna ma być zwiększona, ale moment ma być ujemny ( $dW_R = 1$ ,  $dT_e = -1$ ), wówczas wybierany jest wektor napięcia  $u_6$ .
- energia bierna ma być zmniejszona, ale moment ma być dodatni ( $dW_R = -1$ ,  $dT_e = 1$ ), należy wybrać  $u_3$ ,
- energia bierna ma być zmniejszona, ale moment ma być ujemny ( $dW_R = -1$ ,  $dT_e = -1$ ), to może być zastosowany  $u_5$ .

Tabela 3 zawiera optymalne przełączenia wektora napięcia dla pozostałych sektorów.

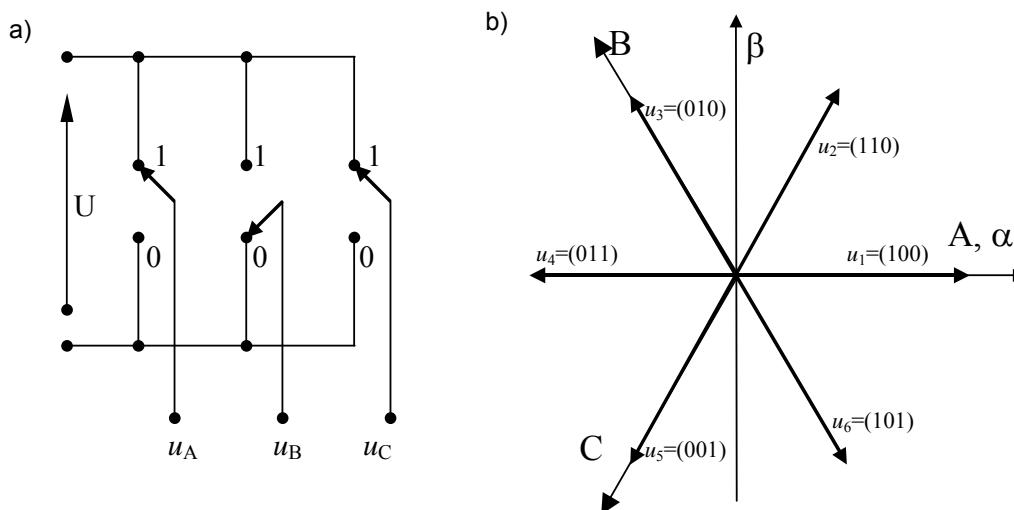
**TABELA 3**

Tabela optymalnych przełączeń wektora napięcia dla kolejnych 6 sektorów.

$dW_R$	$dT_e$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
1	1	$u_2=(110)$	$u_3=(010)$	$u_4=(011)$	$u_5=(001)$	$u_6=(101)$	$u_1=(100)$
-1	1	$u_3=(010)$	$u_4=(011)$	$u_5=(001)$	$u_6=(101)$	$u_1=(100)$	$u_2=(110)$
1	-1	$u_6=(101)$	$u_1=(100)$	$u_2=(110)$	$u_3=(010)$	$u_4=(011)$	$u_5=(001)$
-1	-1	$u_5=(001)$	$u_6=(101)$	$u_1=(100)$	$u_2=(110)$	$u_3=(010)$	$u_4=(011)$

### 3.7. Tranzystorowy przekształtnik napięcia

W napędzie przewidziano tranzystorowy sześciogałęziowy przekształtnik napięcia zasilający silnik synchroniczny o magnesach trwałych.



**Rys.3. Wektorowe przedstawienie napięcia wyjściowego przekształtnika z wyborem 6 wektorów.** a) Schemat zastępczy przekształtnika, b) sześć aktywnych wektorów przełączalnych ( $u_1, u_2, \dots, u_6$ ).

Wektor określa się jako:

$$u_k = \begin{cases} \frac{2}{3} U e^{j \frac{(k-1)\pi}{3}} & \text{dla } k = 1, \dots, 6 \\ 0 & \text{dla } k = 0, 7 \end{cases} \quad (23)$$

gdzie:

U – napięcie obwodu pośredniczącego przekształtnika;  
k – numer wektora.

Na wejście przekształtnika podawane są liczby zerojedynkowe określające współrzędne wektora przestrzennego napięcia. Przekształcane są one na wartości fazowe napięcia zasilającego silnik (tab.4).

**TABELA 4**

Zestawienie wektorów przestrzennych napięcia przekształtnika 6 wektorowego i odpowiadających im napięć fazowych

nr wektora	Wektory przestrzenne przekształtnika	Napięcia fazowe przekształtnika
k=1	$u_1 = (u_\alpha + j u_\beta) = \frac{2}{3} U(1 + j0)$	$u_A = \frac{2}{3} U; \quad u_B = -\frac{1}{3} U; \quad u_C = -\frac{1}{3} U$
k=2	$u_2 = (u_\alpha + j u_\beta) = \frac{2}{3} U \left( 0.5 + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$	$u_A = \frac{1}{3} U; \quad u_B = \frac{1}{3} U; \quad u_C = -\frac{2}{3} U$
k=3	$u_3 = (u_\alpha + j u_\beta) = \frac{2}{3} U \left( -0.5 + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$	$u_A = -\frac{1}{3} U; \quad u_B = \frac{2}{3} U; \quad u_C = -\frac{1}{3} U$
k=4	$u_4 = (u_\alpha + j u_\beta) = \frac{2}{3} U(-1 + j0)$	$u_A = -\frac{2}{3} U; \quad u_B = \frac{1}{3} U; \quad u_C = \frac{1}{3} U$
k=5	$u_5 = (u_\alpha + j u_\beta) = \frac{2}{3} U \left( -0.5 - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$	$u_A = -\frac{1}{3} U; \quad u_B = -\frac{1}{3} U; \quad u_C = \frac{2}{3} U$
k=6	$u_6 = (u_\alpha + j u_\beta) = \frac{2}{3} U \left( 0.5 - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$	$u_A = \frac{1}{3} U; \quad u_B = -\frac{2}{3} U; \quad u_C = \frac{1}{3} U$

### 3.8. Silnik synchroniczny o magnesach trwałych

Metoda bezpośredniej regulacji energii biernej i momentu pozwala na zastosowanie w napędzie dwóch rodzajów silników: z sinusoidalnym i trapezowym przebiegiem siły elektromotorycznej. Układ regulacyjny dostosowuje wartości fazowe napięcia zasilającego do przebiegów siły elektromotorycznej.

#### 3.8.1. Silnik o sinusoidalnych przebiegach SEM

Sinusoidalne przebiegi siły elektromotorycznej przy stałej prędkości kątowej wirnika wynikają z sinusoidalnego rozkładu strumienia wzbudzenia

$$\Psi_{ABC} = \begin{bmatrix} \Psi_a(t) \\ \Psi_b(t) \\ \Psi_c(t) \end{bmatrix} = \Psi_f \cdot \begin{bmatrix} \cos(p\omega t) \\ \cos\left(p\omega t + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(p\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \end{bmatrix} \quad (24)$$

Co można zapisać w postaci wektora przestrzennego w prostokątnym układzie odniesienia:

$$\Psi_{f\alpha\beta} = \Psi_{f\alpha} + j\Psi_{f\beta} = \Psi_f \cdot [\cos(p\omega t) + j\sin(p\omega t)] = \Psi_f \cdot e^{j(p\omega t)} \quad (25)$$

Podczas pracy silnika koniec wektora strumienia zakreśla okrąg.

#### 3.8.2. Silnik o trapezowych przebiegach SEM

Przebiegi sił elektromotorycznych w poszczególnych fazach silnika mają kształt trapezowy. Na tej podstawie można obliczyć składowe wektora strumienia (tab.5). Gdy suma wartości chwilowych strumieni jest równa zeru to wektor strumienia określony przez wartości fazowe może być przedstawiony w postaci:

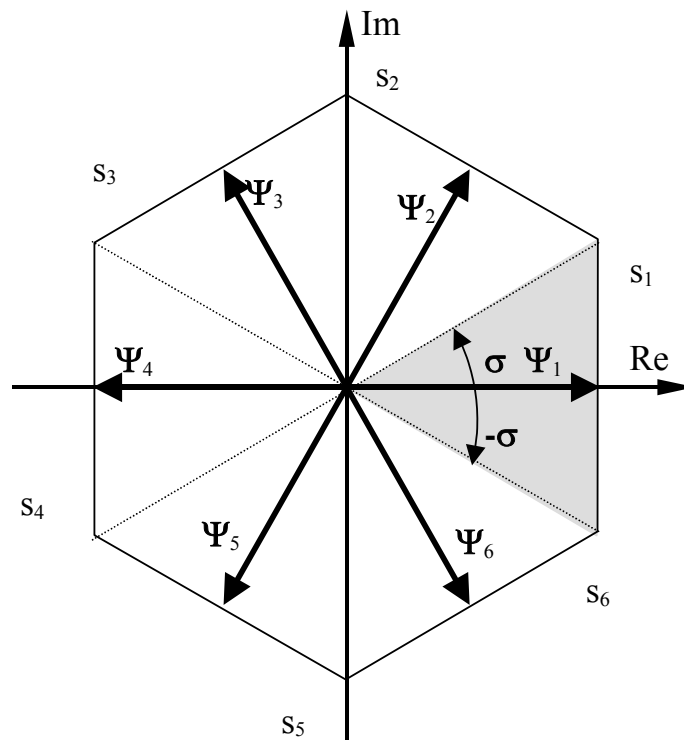
$$\Psi = \frac{2}{3}(\Psi_a + a \cdot \Psi_b + a^2 \Psi_c) \quad (26)$$

Dokonując przekształceń otrzymujemy:

$$\Psi = \psi_a + j \frac{1}{\sqrt{3}} (\psi_a + 2\psi_b) = \psi_\alpha + j\psi_\beta \quad (27)$$

Przebiegi strumienia w poszczególnych fazach mają charakter trapezowy. Wartości strumienia zmieniają się od  $-\Psi$  do  $\Psi$ ; nachylenie  $\psi = \frac{3\alpha}{\pi} \Psi$  lub  $\psi = -\frac{3\alpha}{\pi} \Psi$ .

Moduł wektora strumienia zmienia się w funkcji kąta  $\alpha$  tak, że wektor strumienia zakreśla sześciokąt. Dla początku i końca sektora  $|\Psi| = \frac{2}{\sqrt{3}} \Psi$ ; dla połowy sektora przyjmuje wartość minimalną  $|\Psi| = \Psi$ .



Rys.4. Wektory przestrzenne strumienia stojana.



**TABELA 5**

Wektory przestrzenne strumienia silnika bezszczotkowego o magnesach trwałych.

Sektor	Zakres kąta	Wartości fazowe strumienia	Składowe wektora przestrzennego strumienia
S <sub>1</sub>	$\sigma = -\frac{\pi}{6} \div \frac{\pi}{6}$ $\tau = \frac{3\alpha}{\pi} = -0.5 \div 0.5$	$\psi_a = \Psi$ $\psi_b = (\tau - 0.5)\Psi$ $\psi_c = -(0.5 + \tau)\Psi$	$\psi_\alpha = \Psi$ $\psi_\beta = \frac{2}{\sqrt{3}}\tau\Psi$
S <sub>2</sub>	$\sigma = \frac{\pi}{6} \div \frac{3\pi}{6}$ $\tau = \frac{3\alpha}{\pi} = 0.5 \div 1.5$	$\psi_a = (1.5 - \tau)\Psi$ $\psi_b = (\tau - 0.5)\Psi$ $\psi_c = -\Psi$	$\psi_\alpha = (1.5 - \tau)\Psi$ $\psi_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}(0.5 + \tau)\Psi$
S <sub>3</sub>	$\sigma = \frac{3\pi}{6} \div \frac{5\pi}{6}$ $\tau = \frac{3\alpha}{\pi} = 1.5 \div 2.5$	$\psi_a = (1.5 - \tau)\Psi$ $\psi_b = \Psi$ $\psi_c = (\tau - 2.5)\Psi$	$\psi_\alpha = (1.5 - \tau)\Psi$ $\psi_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}(3.5 - \tau)\Psi$
S <sub>4</sub>	$\sigma = \frac{5\pi}{6} \div \frac{7\pi}{6}$ $\tau = \frac{3\alpha}{\pi} = 2.5 \div 3.5$	$\psi_a = -\Psi$ $\psi_b = (3.5 - \tau)\Psi$ $\psi_c = (\tau - 2.5)\Psi$	$\psi_\alpha = -\Psi$ $\psi_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}(6 - 2\tau)\Psi$
S <sub>5</sub>	$\sigma = \frac{7\pi}{6} \div \frac{9\pi}{6}$ $\tau = \frac{3\alpha}{\pi} = 3.5 \div 4.5$	$\psi_a = (\tau - 4.5)\Psi$ $\psi_b = (3.5 - \tau)\Psi$ $\psi_c = \Psi$	$\psi_\alpha = (\tau - 4.5)\Psi$ $\psi_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}(2.5 - \tau)\Psi$
S <sub>6</sub>	$\sigma = \frac{9\pi}{6} \div \frac{11\pi}{6}$ $\tau = \frac{3\alpha}{\pi} = 4.5 \div 5.5$	$\psi_a = (\tau - 4.5)\Psi$ $\psi_b = -\Psi$ $\psi_c = (5.5 - \tau)\Psi$	$\psi_\alpha = (\tau - 4.5)\Psi$ $\psi_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}(\tau - 6.5)\Psi$

## 4. PORÓWNANIE METODY DTFC I DRET-CONTROL

### 4.1. Metoda DTFC

Silniki indukcyjne wymagają wymuszonego wzbudzenia. Dlatego metoda DTFC w której zastosowano pętlę regulacji strumienia dostosowana jest do tych silników. Strumień stojana silnika określany jest przez wartość zadaną stru-

mienia narzuconą przez układ sterowania lub obsługę napędu, i pozwala na pracę przy pełnym wzbudzeniu jak i przy osłabieniu pola. Zastosowanie tej metody do silników synchronicznych o magnesach trwałych nastręcza trudności przede wszystkim ze względu na konieczność dokładnego ustalania wartości strumienia w danym silniku. Wartość zadana strumienia musi być bliska wartości rzeczywistej, narzuconej konstrukcją silnika.

---

## 4.2. Metoda DRET-Control

Silniki synchroniczne o magnesach trwałych mają własny strumień pochodzący od tych magnesów. Dlatego stosowanie pętli regulacji strumienia nie jest wskazane. Zastosowanie pętli bezpośredniej regulacji energii biernej powoduje, że układ regulacji dostosowuje się do stałej silnika i synchronizuje się względem strumienia stojana (metoda zorientowana polowo). Tak więc metoda DRET-Control dostosowana jest do silników synchronicznych o magnesach trwałych.

Przy zadaniu energii biernej równej zero uzyskuje się sterowanie optymalne wg kryteriów maksimum moment/strumień lub  $\cos(\phi)=1$ . Układ regulacji utrzymuje kąt prosty między prądem a strumieniem. Wartość strumienia może być regulowana w sposób pośredni, poprzez zmianę wartości energii biernej. Odpowiednie zadawanie wartości energii biernej, dodatniej lub ujemnej pozwala na pracę przy dowzbudzonym lub odwzbudzonym silniku.

Metoda DRET-Control nie nadaje się dla silników indukcyjnych, gdyż przy zadaniu energii biernej równej zero brak pętli regulacji strumienia może spowodować całkowite odwzbudzenie silnika indukcyjnego i niemożność jego prawidłowej pracy.

---

## 5. PRZYKŁADOWE WYNIKI BADAŃ NAPĘDU Z BEZPOŚREDNIĄ REGULACJĄ ENERGII BIERNEJ I MOMENTU

Badania symulacyjne napędu wykonano za pomocą sterownika DS1103 firmy dSPACE. Symulowany napęd sterowano metodą bezpośredniej regulacji energii biernej i momentu silnika. Program obliczeń symulacyjnych napisany został w języku C<sup>++</sup>. Poszczególne bloki regulacyjne określone w strukturze układu napędowego opisane zostały oddzielnymi procedurami. Obliczenia

wykonano przyjmując dane liczbowe jak w tab.6 dla silnika synchronicznego typu RTMes115-7 oraz bezszczotkowego typu RTMet 115-3. Założono czas przełączania wektorów (czas samplingu)  $t_{\text{samp}} = 50 \mu\text{s}$ , krok całkowania układu równań stanu silnika  $\Delta t = 10 \mu\text{s}$ . Użyto tabeli przełączeń z 6 wektorami napięcia.

### Przedstawiono wyniki badań symulacyjnych:

Dla silnika synchronicznego:

1. nawrót prędkości od  $\omega = -200 \text{ rd/s}$  do  $\omega = 200 \text{ rd/s}$  przy skokowej zmianie sygnału zadającego prędkość i ograniczeniu momentu do  $-14 \text{ Nm}$  i  $14 \text{ Nm}$  (rys.5),
2. odpowiedź na skok sygnału zadającego energię bierną od  $-7 \text{ J}$  do  $7 \text{ J}$  (rys.6),
3. odpowiedź na skok momentu obciążenia od  $T_{o=} -7 \text{ Nm}$  do  $T_o = 7 \text{ Nm}$  (rys.7).

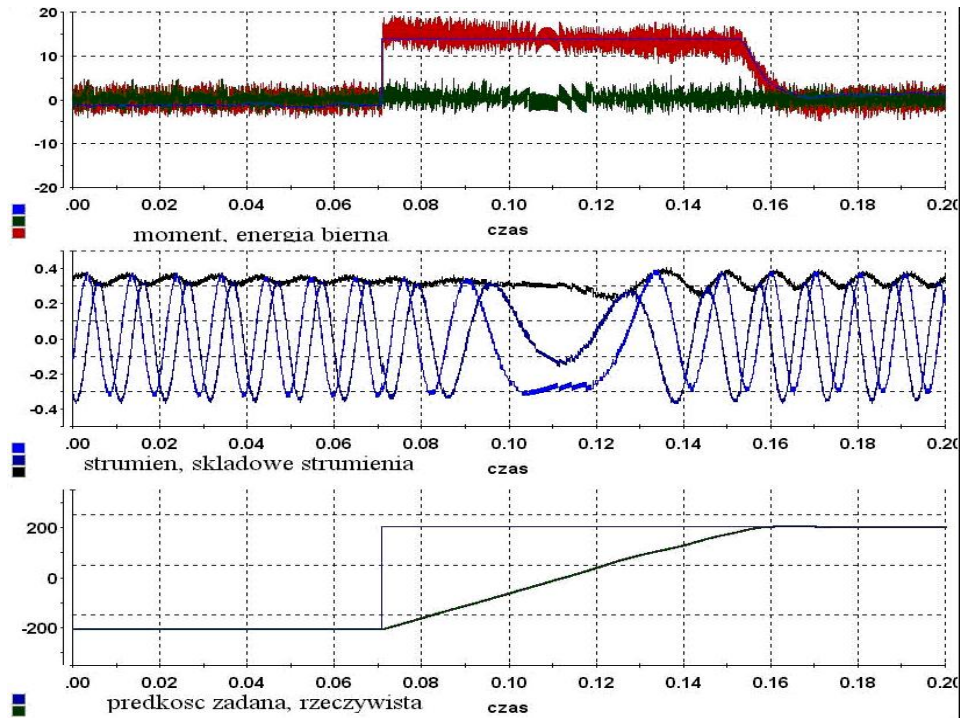
Dla silnika bezszczotkowego:

4. nawroty prędkości od  $\omega = -200 \text{ rd/s}$  do  $\omega = 200 \text{ rd/s}$  przy skokowej zmianie sygnału zadającego prędkość i ograniczeniu momentu do  $-6 \text{ Nm}$  i  $6 \text{ Nm}$  (rys.8),
5. odpowiedź na skok sygnału zadającego energię bierną od  $-3 \text{ J}$  do  $3 \text{ J}$  (rys.9),
6. odpowiedź na skok momentu obciążenia od  $T_o = -3 \text{ Nm}$  do  $T_o = 3 \text{ Nm}$  (rys.10).

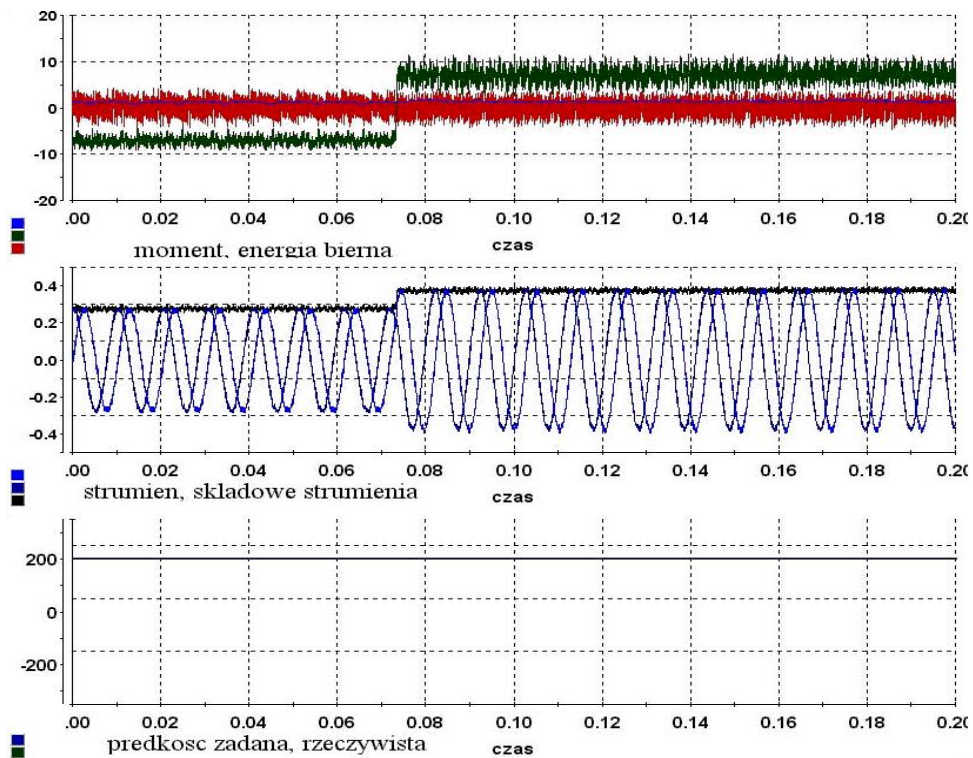
**TABELA 6**

Parametry znamionowe silników: synchronicznego typ RTMes115-7 i bezszczotkowego typ RTMet 115-3.

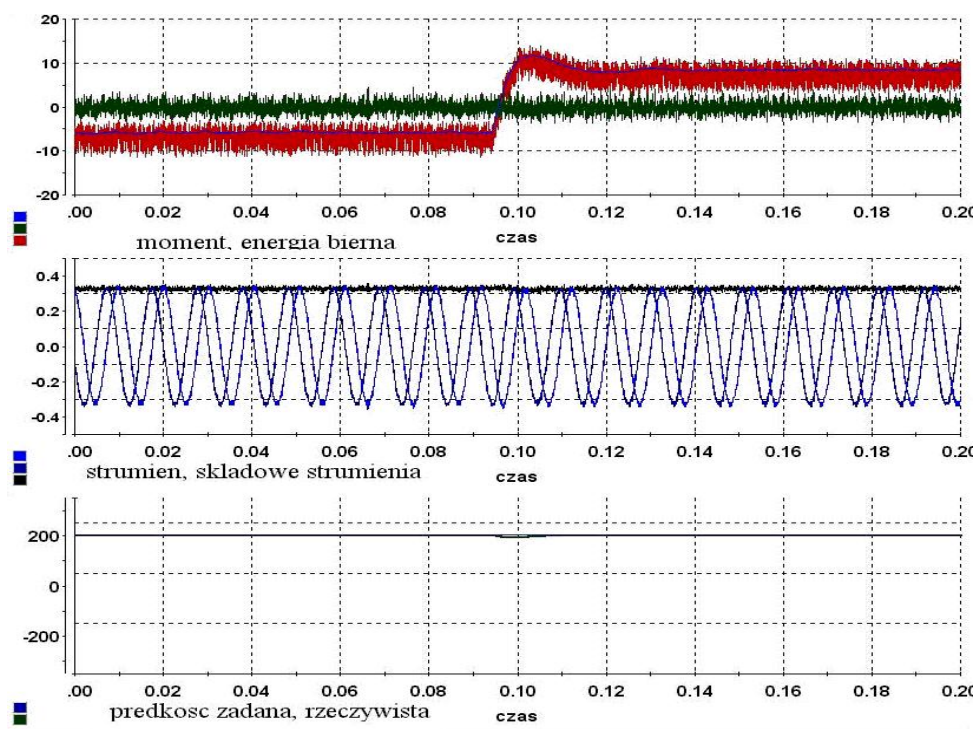
Parametr	PMSM typ RTMes115-7	BLDC typ RTMet 115-3
moment długotrwały	7 Nm	3 Nm
moment maksymalny	14 Nm	6 Nm
prędkość	$314 \text{ rd/s}$	$314 \text{ rd/s}$
napięcie	380 V	220 V
prąd	3,5 A	5,5 A
rezystancja fazy	$1,5 \Omega$	$2,4 \Omega$
indukcyjność	10 mH	10 mH
moment bezwładności	$30 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$	$10 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$
napięcie obwodu pośredniczącego	560 V	325 V



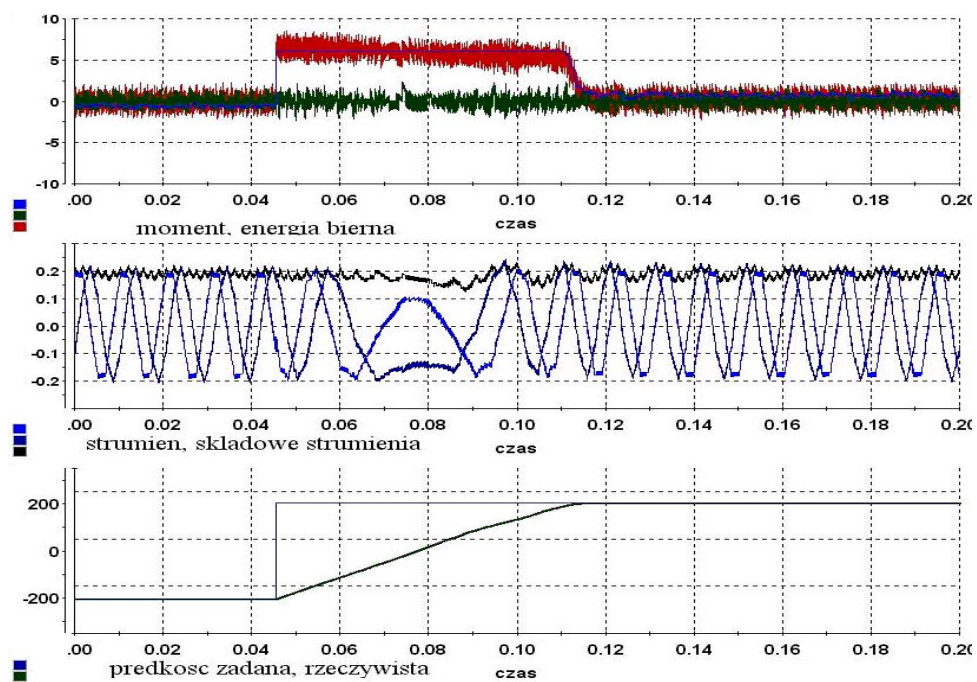
Rys.5. Nawrót prędkości od  $\omega = -200 \text{ rd/s}$  do  $\omega = 200 \text{ rd/s}$  przy skokowej zmianie sygnału zadającego prędkość i ograniczeniu momentu do  $-14 \text{ Nm}$  i  $14 \text{ Nm}$ . Silnik synchroniczny.



Rys.6. Odpowiedź na skok sygnału zadającego energię bierną od  $-7 \text{ J}$  do  $7 \text{ J}$ . Silnik synchroniczny.

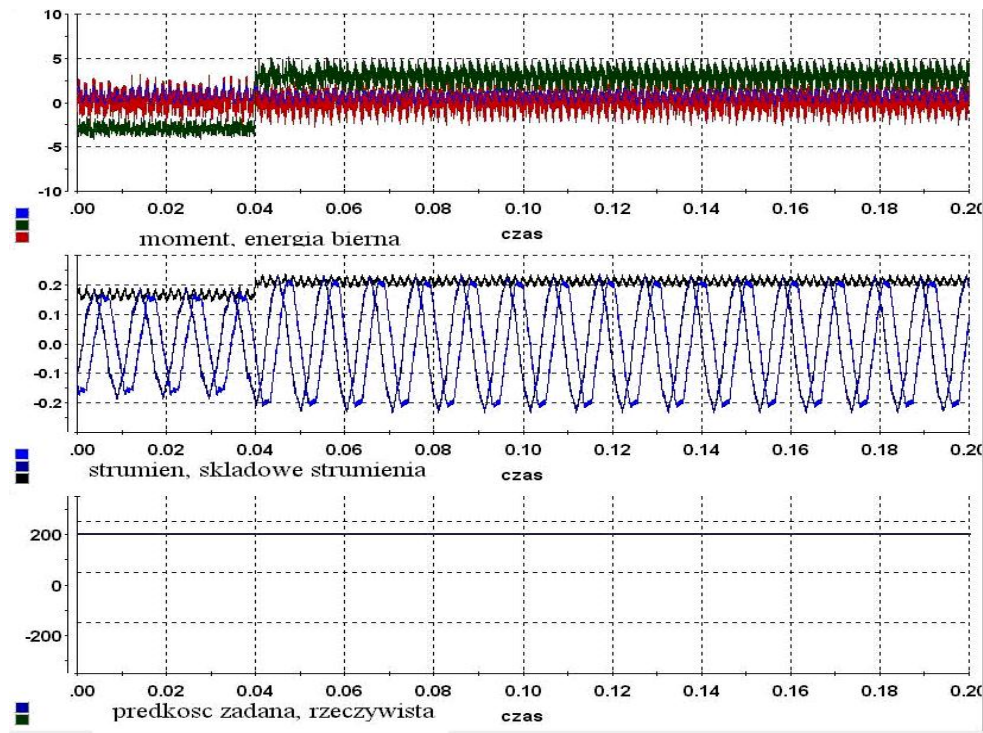


Rys.7. Odpowiedź na skok momentu obciążenia od  $T_0 = -7$  Nm do  $T_0 = 7$  Nm. Silnik synchroniczny.

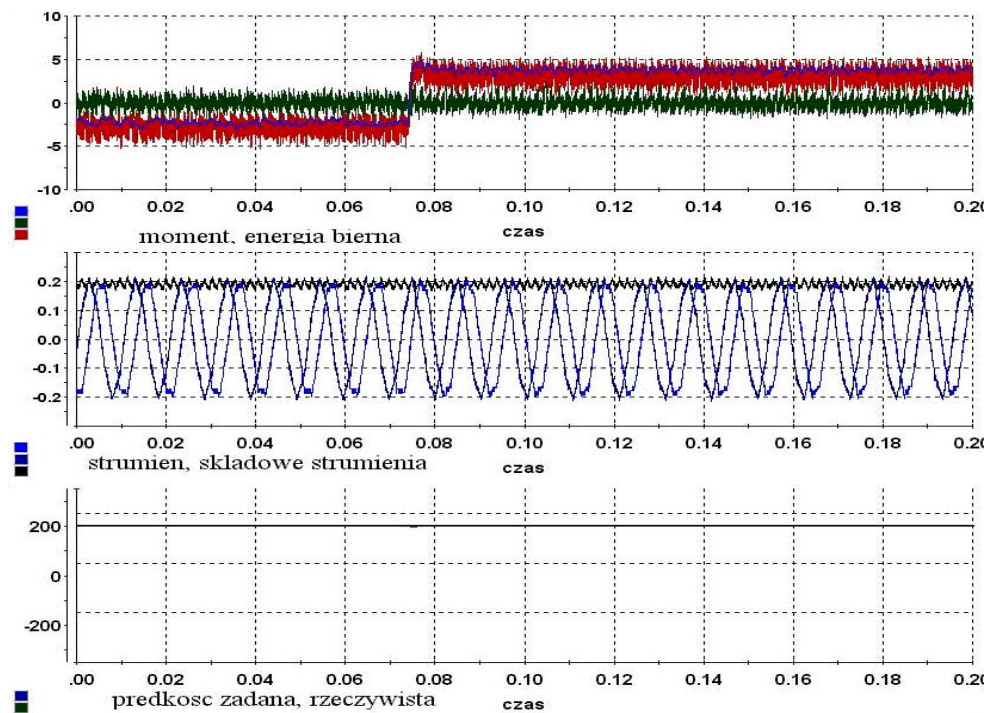


Rys.8. Nawrót prędkości od  $\omega = 200$   $\text{rd/s}$  do  $\omega = 200$   $\text{rd/s}$  przy skokowej zmianie sygnału zadającego prędkość i ograniczeniu momentu do  $-6$  Nm i 6 Nm. Silnik bezszczotkowy.





Rys.9. Odpowiedź na skok sygnału zadającego energię bierną od  $-3\text{ J}$  do  $3\text{ J}$ . Silnik bezszczotkowy.



Rys.10. Odpowiedź na skok momentu obciążenia od  $T_0 = -3\text{ Nm}$  do  $T_0 = 3\text{ Nm}$ . Silnik bezszczotkowy.

## 6. WNIOSKI

---

Przedstawiona analiza matematyczna i badania symulacyjne pozwalają stwierdzić, że zastosowanie teorii wektorów przestrzennych pozwala na estymację chwilowych wartości momentu elektromagnetycznego wytwarzanego w silniku oraz energii biernej zasilającej silnik. Możliwa jest więc jednoczesna regulacja w napędzie elektrycznym chwilowych wartości energii biernej i momentu silnika. Analogicznie do metody bezpośredniej regulacji momentu i strumienia (DTFC) stosowanej w napędach z silnikami indukcyjnymi, zaproponowano metodę bezpośredniej regulacji energii biernej i momentu (DRET-Control) dostosowaną do silników synchronicznych o magnesach trwałych.

Metoda ta dostosowana jest do charakterystycznych cech tych silników:

- Silniki synchroniczne o magnesach trwałych mają własny strumień pochodzący od tych magnesów. Dlatego stosowanie pętli regulacji strumienia nie jest wskazane.
- Zastosowanie pętli bezpośredniej regulacji mocy biernej powoduje, że układ regulacji dostosowuje się do stałej silnika i synchronizuje się względem strumienia stojana (metoda zorientowana polowo).
- Przy zadaniu energii biernej równej zero uzyskuje się sterowanie optymalne wg kryteriów maksimum moment/strumień lub  $\cos(\phi)=1$ . Układ regulacji utrzymuje kąt prosty między prądem a strumieniem.
- Wartość strumienia może być regulowana w sposób pośredni, poprzez zmianę wartości energii biernej. Odpowiednie zadawanie wartości energii biernej, dodatniej lub ujemnej pozwala na pracę przy dowzbudzonym lub odwzbudzonym silniku.

Tak więc w napędach z silnikami indukcyjnymi można stosować metodą bezpośredniej regulacji momentu i strumienia, natomiast w napędach z silnikami synchronicznymi o magnesach trwałych wskazane jest stosować bezpośrednią regulację energii biernej i momentu.

## LITERATURA

1. Akagi H., Kanazawa Y., Nabae A.: Generalized theory of the instantaneous reactive power in three-phase circuits. Proc. JIEE IPEC-Tokyo, s. 1375, 1983.
2. Akagi H., Kanazawa Y., Nabae A.: Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices without Energy Storage Components. IEEE Trans. on Industry Applications, vol. IA-20, nr 3, May/June, 1984.
3. Boldea I., Nasar S. A.: *Vector control of AC Drives*. CRC Press, 2000.

4. Depenbrock M.: *Direct self control (DSC) of inverter-fed induction machine*. IEEE Trans. on Power Electronics, vol. 3, nr 4, s. 420-429, 1988.
5. Janaszek M.: Experimental drive with direct torque control of permanent magnet synchronous motor. Archives of Electrical Engineering, vol.1, 2001.
6. Janaszek M.: *Problemy bezpośredniej regulacji momentu i strumienia silnika synchronicznego o magnesach trwałych*. Rozprawa doktorska, 2001.
7. Kaźmierkowski M. P., Krishnan R. and Blaabjerg F.: *Control in Power Electronics*. Academic Press, 2002.
8. Krishnan R.: *Electric Motor Drives - Modeling, Analysis, and Control*. Prentice Hall, 2001.
9. Noguchi T., Yamamoto M., Kondo S., Takahashi I.: *Enlarging Switching Frequency in Direct Torque-Controlled Inverter by Means of Dithering*. IEEE Trans. on Ind. App. vol. 35 nr 6, 1999.
10. Rawa H.: *Zmienność w czasie energii w układach elektrycznych, oscylacja mocy, pulsacja energii*. Przegląd Elektrotechniczny, nr 6, 2001r.
11. Takahashi I., Noguchi T.: *A New Quick-Response and High-Efficiency Control Strategy of an Induction Motor*. IEEE-Trans of Industry Appl. vol. IA-22, nr 5, s. 820-827, 1986.
12. Vas P.: *Sensorless vector and direct torque control*. Oxford University Press, 1998.
13. Vas P.: *Electrical Machines and Drives. A Space-Vector Theory Approach*. Clarendon Press – Oxford, 1992.

Rękopis dostarczono, dnia 18.09.2003 r.

**Opiniował: prof. dr hab. Marian P. Kaźmierkowski**

## DIRECT REACTIVE ENERGY AND TORQUE CONTROL FOR PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MOTOR

M. JANASZEK

**ABSTRACT** *The new method called Direct Reactive Energy and Torque Control (DRET-Control) for Permanent Magnet Synchronous Motor (PMSM) and Brushless DC Motor is presented. Space vector theory determine by instantaneous values phase quantities is applied in mathematical analysis. It makes possible the estimation instantaneous value: reactive energy in three-phase system and electromagnetic torque. New structure of reactive energy and torque control system as well as block diagram containing all basic elements and operating modes of specific blocks are described. Simulation studies for two kinds of motors: PMSM and BLDC were performed based on the dSPACE development system DS1103.*



**Dr inż. Michał Janaszek** urodzony w 1951 r w Warszawie, w roku 1974 ukończył studia na wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej uzyskując dyplom mgr inż. elektryka ze specjalnością automatyka. W październiku 1974 rozpoczął pracę w Instytucie Elektrotechniki w Zakładzie Elektrycznych Napędów Obrabiarkowych. Specjalizował się w napędach prądu stałego z tranzystorowymi wzmacniaczami mocy dla obrabiarek sterowanych numerycznie i robotów przemysłowych. Zajmował się identyfikacją parametrów dynamicznych maszyn prądu stałego, oraz numerycznym modelowaniem dynamiki w syntezie układów napędowych. Brał udział w opracowaniu i przygotowaniu do produkcji napędów dla robotów przemysłowych typu IRb, za co otrzymał nagrodę zespołową stopnia III MHiPM za rok 1986. Od lat osiemdziesiątych zajmuje się napędami z silnikami synchronicznymi, w szczególności problemami optymalizacji sterowania. Stopień doktora uzyskał w roku 2001. Autor lub współautor ponad trzydziestu publikacji z zakresu napędu elektrycznego.

