

Michał JANASZEK

BILANS MOCY SILNIKA SYNCHRONICZNEGO O MAGNESACH TRWAŁYCH

STRESZCZENIE *Przedstawiono bilans mocy przekształcanej w trójfazowym silniku synchronicznym o magnesach trwałych opierając się na prawie zachowania energii. W analizie zastosowano teorię wektorów przestrzennych określonych przez chwilowe wartości wielkości fazowych. Wykazano, że kryteria sterowania optymalnego a) maksimum stosunku moment/strumień i b) zerowej wartości mocy biernej, są sobie równoważne i realizowane są przez strategię sterowania zorientowaną połowo. Zaproponowano nową strukturę regulacyjną mocy biernej silnika synchronicznego wykorzystującą metodą bezpośredniej regulacji momentu i strumienia.*

1. WSTĘP

W napędach elektrycznych elementem wykonawczym jest silnik zasilany z przekształtnika energoelektronicznego i sterowany przez układ regulacyjny. Silnik można uważać za źródło momentu mechanicznego i prędkości kątowej. Iloczyn momentu i prędkości stanowi moc mechaniczną. Silnik zasilany jest napięciem oraz prądem, których iloczyn określa moc elektryczną. Przekształcanie mocy elektrycznej w moc mechaniczną zależy rodzaju od silnika elektrycznego, struktury układu regulacyjnego i od zastosowanej strategii sterowania silnikiem

Dr inż. Michał JANASZEK

Zakład Elektrycznych Napędów Obrabiarkowych
Instytut Elektrotechniki

elektrycznym. W pracy przedstawiono bilans mocy przekształcanej w silniku synchronicznym o magnesach trwałych. Przyjęto przy tym następujące założenia: [3, 4, 5]

- Silnik jest synchroniczny o magnesach trwałych zamontowanych na powierzchni wirnika.
- Silnik jest trójfazowy z uzwojeniem połączonym w gwiazdę, mający p par biegunów.
- Silnik ma sinusoidalny rozkład strumienia magnetycznego oraz sinusoidalny przebieg SEM w poszczególnych fazach przy stałej prędkości kątowej.
- Silnik jest symetryczny, tzn.:
indukcyjności własne faz silnika są stałe $L_a = L_b = L_c = L$
indukcyjności wzajemne faz są stałe $M_{ab} = M_{ac} = M_{bc} = M$
rezystancje faz $R_a = R_b = R_c = R$.
- Parametry silnika są stałe niezależne od czasu, obciążenia i prędkości kątowej.
- Obwód magnetyczny silnika synchronicznego jest liniowy.
- Pominięty został wpływ anizotropii, nasycenia magnetycznego, histerezy i prądów wirowych.
- Uwzględniona została tylko harmoniczna podstawowa przestrzennego rozkładu pola w szczelinie, a wyższe harmoniczne zostały pominięte.

2. OPIS MATEMATYCZNY SILNIKA SYNCHRONICZNEGO

Do opisu dynamiki silnika synchronicznego stosuje się najczęściej wektory przestrzenne zapisane we współrzędnych prostokątnych. Dla przekształcenia wektora reprezentowanego w układzie współrzędnych trójfazowych \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} do układu współrzędnych symetrycznych związanych ze stojanem, wprowadza się operator obrotu zdefiniowany wzorem Eulera:

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) + j\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right) = -0.5 + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = \cos\left(\frac{4}{3}\pi\right) + j\sin\left(\frac{4}{3}\pi\right) = -0.5 - j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

Wówczas wektor opisany przez wartości fazowe:

$$\mathbf{x}_{ABC} = \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} = x(t) \cdot \begin{bmatrix} \cos(p\omega(t)t + \theta(t)) \\ \cos\left(p\omega(t)t + \theta(t) + \frac{2}{3}\pi\right) \\ \cos\left(p\omega(t)t + \theta(t) - \frac{2}{3}\pi\right) \end{bmatrix} \quad (3)$$

których suma równa się zeru:

$$x_a(t) + x_b(t) + x_c(t) = 0 \quad (4)$$

może być przedstawiony w postaci wektora przestrzennego:

$$\mathbf{x} = \frac{2}{3} \cdot (x_a(t) + a \cdot x_b(t) + a^2 \cdot x_c(t)) \quad (5)$$

Po przekształceniach otrzymujemy:

$$\mathbf{x} = x(t) \cdot e^{j(p\omega(t)t + \theta(t))} = x(t) \cdot (\cos(p\omega(t)t + \theta(t)) + j\sin(p\omega(t)t + \theta(t))) \quad (6)$$

Pod wyrażenie (6) można podstawić wielkości opisujące dynamikę silnika (tab.1).

TABELA 1

Zapisy wektorów opisujących dynamikę silnika w prostokątnym układzie odniesienia związanym ze stojanem α, β .

Wypadkowy strumień stojana	$\Psi = \psi_\alpha + j\psi_\beta = \Psi \cdot [\cos(p\omega t + \lambda) + j\sin(p\omega t + \lambda)] = \Psi \cdot e^{j(p\omega t + \lambda)}$
Strumień magnesów trwałych	$\Psi_f = \psi_{f\alpha} + j\psi_{f\beta} = \Psi_f \cdot [\cos(p\omega t) + j\sin(p\omega t)] = \Psi_f \cdot e^{j p\omega t}$
Napięcie	$\mathbf{u} = u_\alpha + ju_\beta = U \cdot [\cos(p\omega t + \mu) + j\sin(p\omega t + \mu)] = U \cdot e^{j(p\omega t + \mu)}$
Siła elektromotoryczna od magnesów trwałych	$\mathbf{E}_f = e_{f\alpha} + je_{f\beta} = E_f \cdot [-\sin(p\omega t) + j\cos(p\omega t)] = E_f \cdot e^{j\left(p\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$
Siła elektromotoryczna od strumienia stojana	$\mathbf{E} = e_\alpha + je_\beta = E \cdot [-\sin(p\omega t + \lambda) + j\cos(p\omega t + \lambda)] = E \cdot e^{j\left(p\omega t + \lambda + \frac{\pi}{2}\right)}$ $\mathbf{E} = \mathbf{E}_f + L_s \frac{d}{dt} \mathbf{i}$
Prąd	$\mathbf{i} = i_\alpha + ji_\beta = I \cdot [\cos(p\omega t + \delta) + j\sin(p\omega t + \delta)] = I \cdot e^{j(p\omega t + \delta)}$

Wykorzystując zapis wektorowy sygnałów, dynamikę silnika synchronicznego opisują macierzowe równania różniczkowe:

Równanie napięć:

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\Psi} = -\mathbf{R}\mathbf{i} + \mathbf{u} \quad (7)$$

Równanie momentów:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} \cdot \mathbf{p} \cdot (\boldsymbol{\Psi} \times \mathbf{i}) - \frac{k_t}{J} \omega + \frac{1}{J} M_0 \quad (8)$$

Dyskusje nad sposobami określania mocy biernej, czynnej i pozornej w obwodach elektrycznych, szczególnie dla przebiegów odkształconych od sinusoidy trwają od lat i jak można rozumieć cykl ostatnich publikacji dalekie są od zakończenia [2, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13]. Istotnie w obwodzie jednofazowym przy nieokresowych przebiegach napięcia i prądu można jednoznacznie określić jedynie moc chwilową

$$p(t) = u(t)i(t) \quad (9)$$

natomiast określenie składowej czynnej, biernej i wartości pozornej mocy jest trudne lub niemożliwe. W przypadku dwójnika szeregowego RLC moc chwilowa może być rozłożona na składowe:

$$p(t) = u(t)i(t) = [u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)] \cdot i(t) \quad (10)$$

gdzie moce chwilowe poszczególnych elementów wyrażają szybkość zmian: energii dostarczonej

$$p = ui = \frac{\partial}{\partial t} w(t) \quad (11)$$

energii rozpraszanej w rezystancji

$$p_R = u_R i = \frac{\partial}{\partial t} w_R(t) \quad (12)$$

energii pola magnetycznego

$$p_L = u_L i = \frac{\partial}{\partial t} w_L(t) \quad (13)$$

energii pola elektrycznego

$$p_C = u_C i = \frac{\partial}{\partial t} w_C(t) \quad (14)$$

Bilans mocy (10) może być uogólniony na dowolny układ elektryczny. Prawo zachowania energii wyrażone przez bilans mocy można określić tak: **W układzie elektrycznym, w każdej chwili t , suma chwilowych wartości mocy w elementach pasywnych jest równa wartościom chwilowym mocy źródeł** [9].

Inaczej jest w układzie trójfazowym, w którym suma wartości fazowych jest równa zero. (4) Przebiegi wartości chwilowych mogą być nieokresowe lub okresowe odkształcone od sinusoidy. Określają one wektory przestrzenne tzn. określają jednoznacznie chwilową amplitudę i kąt fazowy wektora. Tak więc w każdej chwili znane są amplitudy napięcia i prądu oraz ich przesunięcia fazowe. Pozwala to na określenie chwilowych wartości mocy biernej, czynnej i pozornej.

Do opisu mocy elektrycznej zasilającej silnik wykorzystujemy wektory przestrzenne:

- wektor napięcia:

$$\mathbf{u} = u_\alpha + j u_\beta = U \cdot [\cos(p\omega t + \mu) + j \sin(p\omega t + \mu)] \quad (15)$$

- wektor prądu:

$$\mathbf{i} = i_\alpha + j i_\beta = I \cdot [\cos(p\omega t + \delta) + j \sin(p\omega t + \delta)] \quad (16)$$

- wektor sprzężony prądu:

$$\mathbf{i}^* = i_\alpha - j i_\beta = I \cdot [\cos(p\omega t + \delta) - j \sin(p\omega t + \delta)] \quad (17)$$

Bilans mocy silnika synchronicznego wyprowadzamy mnożąc obie strony równania (7) przez wektor sprzężony prądu:

$$\frac{d}{dt} \Psi \cdot \mathbf{i}^* = -\mathbf{R} \mathbf{i} \cdot \mathbf{i}^* + \mathbf{u} \cdot \mathbf{i}^* \quad (18)$$

Zauważając, że

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i}^* = (i_\alpha + j i_\beta)(i_\alpha - j i_\beta) = i_\alpha^2 + i_\beta^2 = I^2 \quad (19)$$

Otrzymujemy:

$$\frac{d}{dt} \Psi \cdot \mathbf{i}^* + \mathbf{R} \cdot I^2 = \mathbf{u} \cdot \mathbf{i}^* \quad (20)$$

Wynika z tego, że moc elektryczna zasilająca silnik równa się sumie mocy silnika i mocy strat. Jeżeli można założyć, że straty są niewielkie i możliwe do pominięcia to równanie (20) upraszcza się do postaci:

$$\frac{d}{dt} \Psi \cdot \mathbf{i}^* = \mathbf{u} \cdot \mathbf{i}^* \quad (21)$$

3. MOC ELEKTRYCZNA ZASILAJĄCA SILNIK

Moc elektryczna zasilająca silnik w układzie trójfazowym symetrycznym, przy opisie bazującym na zespolonych wektorach przestrzennych może być wyrażona jako iloczyn wektora napięcia i wektora sprzężonego z wektorem prądu: iloczyn ten zapisujemy:

$$\mathbf{s}_e = \frac{3}{2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{i}^* = \frac{3}{2} (u_\alpha + j u_\beta)(i_\alpha - j i_\beta) = \frac{3}{2} [u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta + j(u_\beta i_\alpha - u_\alpha i_\beta)] \quad (22)$$

Moc pozorna jest sumą geometryczną dwóch składowych:

- mocy czynnej

$$P_e = \operatorname{Re}(\mathbf{S}_e) = \frac{3}{2}(u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta) \quad (23)$$

- mocy biernej

$$Q_e = \operatorname{Im}(\mathbf{S}_e) = \frac{3}{2}(u_\beta i_\alpha - u_\alpha i_\beta) \quad (24)$$

Podstawiając zależności trygonometryczne:

$$\mathbf{S}_e = \frac{3}{2}UI \left[\begin{array}{l} \cos(p\omega t + \mu)\cos(p\omega t + \delta) + \sin(p\omega t + \mu)\sin(p\omega t + \delta) + \\ + j(\sin(p\omega t + \mu)\cos(p\omega t + \delta) - \cos(p\omega t + \mu)\sin(p\omega t + \delta)) \end{array} \right] \quad (25)$$

i wykonując przekształcenia otrzymujemy wyrażenie opisujące moc pozorną:

$$\mathbf{S}_e = \frac{3}{2}UI[\cos(\varphi) + j\sin(\varphi)] \quad (26)$$

gdzie

$$\varphi = \mu - \delta \quad (27)$$

Ostatecznie otrzymujemy zależności opisujące składowe mocy pozornej:

- moc czynna

$$P_e = S_e \cos(\varphi) \quad (28)$$

- moc bierna

$$Q_e = S_e \sin(\varphi) \quad (29)$$

Kiedy $\varphi > 0$ $\sin(\varphi) > 0$ to $Q_e > 0$ moc bierna jest dodatnia – indukcyjna.

Kiedy $\varphi < 0$ $\sin(\varphi) < 0$ to $Q_e < 0$ moc bierna jest ujemna – pojemnościowa.

Moduł mocy pozornej

$$S_e = \sqrt{P_e^2 + Q_e^2} = \frac{3}{2} UI \quad (30)$$

4. MOC SILNIKA SYNCHRONICZNEGO

Moc elektryczna dostarczana do silnika ma dwie składowe, moc czynną i moc bierną. W silniku przekształcane są one w moc mechaniczną i moc pola magnetycznego.

$$\mathbf{s}_m = \frac{3}{2} \left(\frac{d}{dt} \boldsymbol{\Psi} \cdot \mathbf{i}^* \right) \quad (31)$$

Pochodną strumienia obliczamy:

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\Psi} = \frac{d}{dt} (\Psi \cdot e^{j(p\omega t + \lambda)}) = \frac{d}{dt} \Psi \cdot e^{j(p\omega t + \lambda)} + \Psi \cdot \frac{d}{dt} e^{j(p\omega t + \lambda)} + \frac{d}{dt} \Psi \cdot \frac{d}{dt} e^{j(p\omega t + \lambda)} \quad (32)$$

Przy założeniu stałej wartości modułu strumienia $\Psi = \text{const}$:

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\Psi} = j p \omega \cdot \Psi \cdot e^{j(p\omega t + \mu)} = j p \omega \cdot (\psi_\alpha + j \psi_\beta) \quad (33)$$

Moc silnika definiujemy jako iloczyn pochodnej wektora strumienia i wektora sprzężonego prądu:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_m &= \frac{3}{2} j p \omega (\psi_\alpha + j \psi_\beta) (i_\alpha - j i_\beta) = \frac{3}{2} j p \omega [\psi_\alpha i_\alpha + \psi_\beta i_\beta - j(\psi_\alpha i_\beta - \psi_\beta i_\alpha)] = \\ &= \frac{3}{2} p \omega [\psi_\alpha i_\beta - \psi_\beta i_\alpha + j(\psi_\alpha i_\alpha + \psi_\beta i_\beta)] \end{aligned} \quad (34)$$

Moc silnika jest sumą geometryczną dwóch składowych:

- Mocy mechanicznej (czynnej)

$$P_m = \operatorname{Re}[\mathbf{S}_m] = \frac{3}{2} p \omega (\psi_\alpha i_\beta - \psi_\beta i_\alpha) \quad (35)$$

- Mocy elektromagnetycznej (biernej)

$$Q_m = \operatorname{Im}[\mathbf{S}_m] = \frac{3}{2} p \omega (\psi_\alpha i_\alpha + \psi_\beta i_\beta) \quad (36)$$

Podstawiając zależności trygonometryczne:

$$\mathbf{S}_m = \frac{3}{2} p \omega \Psi I \left[\begin{array}{l} \cos(p\omega t + \lambda) \sin(p\omega t + \delta) - \sin(p\omega t + \lambda) \cos(p\omega t + \delta) \\ + j [\cos(p\omega t + \lambda) \cos(p\omega t + \delta) + \sin(p\omega t + \lambda) \sin(p\omega t + \delta)] \end{array} \right] \quad (37)$$

i wykonując przekształcenia otrzymujemy wyrażenie opisujące moc pozorną:

$$\mathbf{S}_m = \frac{3}{2} p \omega \Psi I [\sin(\eta) + j \cos(\eta)] \quad (38)$$

gdzie:

$$\eta = \delta - \lambda \quad (39)$$

Ostatecznie otrzymujemy zależności opisujące składowe mocy pozornej:

- moc czynna

$$P_m = S_m \sin(\eta) \quad (40)$$

- moc bierna

$$Q_m = S_m \cos(\eta) \quad (41)$$

Moduł mocy pozornej

$$S_m = \sqrt{P_m^2 + Q_m^2} = \frac{3}{2} p\omega\Psi I \quad (42)$$

5. BILANS MOCY SILNIKA SYNCHRONICZNEGO

Równanie (18) można zapisać w postaci:

$$P_m + P_s + jQ_m = P_e + jQ_e \quad (43)$$

Wówczas

- Moc elektryczna czynna równa się sumie mocy mechanicznej i mocy strat:

$$P_e = P_m + P_s \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot (u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta) = \frac{3}{2} p\omega \cdot (\psi_\alpha i_\beta - \psi_\beta i_\alpha) + \frac{3}{2} RI^2 \quad (44)$$

- Moc elektryczna bierna równa się mocy pola magnetycznego:

$$Q_e = Q_m \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot (u_\beta i_\alpha - u_\alpha i_\beta) = \frac{3}{2} p\omega \cdot [\psi_\alpha i_\alpha + \psi_\beta i_\beta] \quad (45)$$

6. KRYTERIA STEROWANIA OPTYMALNEGO

Bilans mocy pozornych związany jest z dwoma kryteriami optymalności:

1. Kryterium maksymalizacji momentu w stosunku do strumienia stojana (*moment/strumień*)

$$K = \max\left(\frac{M_e}{\Psi}\right) \quad \text{przy: } I = \text{const} \quad (46)$$

Wzór na moment rozwijany przez silnik ma postać:

$$M_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \Psi \cdot I \cdot \sin(\eta) \quad (47)$$

co po podstawieniu do (46) daje:

$$K = \max\left(\frac{M_e}{\Psi}\right) = \max\left(\frac{3}{2} \cdot p \cdot I \cdot \sin(\eta)\right) \quad (48)$$

Przy przyjęciu stałej amplitudy prądu $I = \text{const}$ kryterium osiąga wartość maksymalną $K = \frac{3}{2} \cdot p \cdot I$ dla kąta prostego między strumieniem a prądem $\eta = \frac{\pi}{2}$; czyli gdy $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

Wówczas:

$$M_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \Psi \cdot I \quad (49)$$

2. Kryterium zerowej mocy biernej

$$Q_e = 0 \quad (50)$$

Aby zminimalizować moc pozorną przy danej wartości mocy czynnej dostarczanej do silnika należy tak sterować silnikiem aby moc bierna Q_e była równa zero.

Współczynnik mocy definiowany jest jako:

$$\cos \varphi = \frac{P_e}{S_e} = \frac{P_e}{\sqrt{P_e^2 + Q_e^2}} \quad (51)$$

co dla sterowania $Q=0$ daje wartość współczynnika mocy $\cos \varphi = 1$.

Porównując te dwa kryteria optymalności należy zauważyć, że:

1. gdy $\sin(\eta) = 1$ to $\cos(\eta) = 0$ czyli moc bierna silnika $Q_m = 0$
2. gdy $\cos(\varphi) = 1$ to $\sin(\varphi) = 0$ czyli moc bierna elektryczna $Q_e = 0$.

Z czego wynika, że te dwa kryteria sterowania optymalnego są ze sobą tożsame i sprowadzają się do tej samej strategii sterowania zorientowanego polowo.

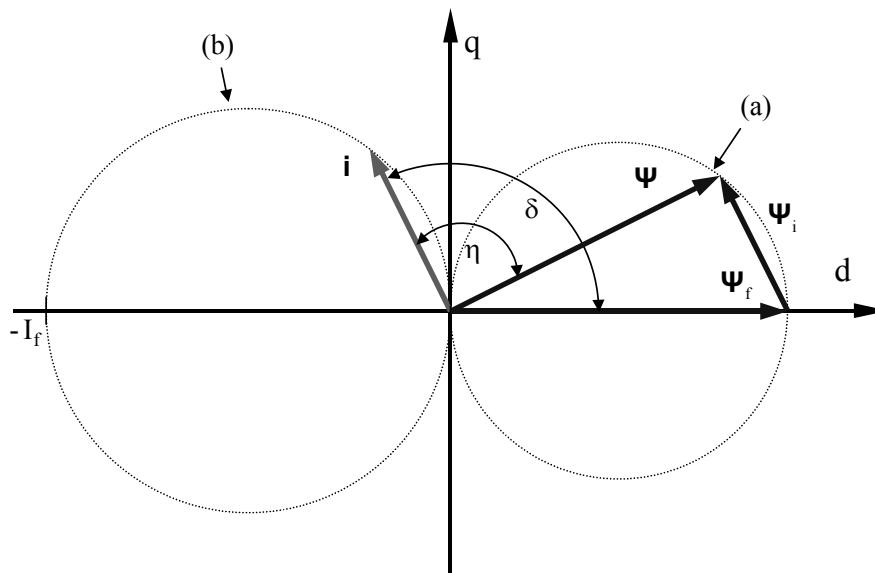
Dla przeprowadzenia analizy sterowania optymalnego należy przyjąć ograniczenia wynikające z tego, że dopuszczalna wartość prądu silnika, mogąca spowodować rozmagnesowanie magnesów trwałych wynosi:

$$I_f = \frac{\Psi_f}{L_s} \quad (52)$$

a maksymalny moment, jaki może rozwinąć silnik synchroniczny o magnesach trwałych wynosi:

$$M_{e\max} = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \Psi_f \cdot I_f \quad (53)$$

Dla obu kryteriów sterowania optymalnego prąd silnika jest prostopadły do strumienia i wpływa na wartość momentu rozwijanego przez silnik i wielkość strumienia stojana.



Rys.1. Położenie wektorów strumienia i prądu dla strategii sterowania zorientowanej polowo. Kąt $\eta = \frac{\pi}{2}$. Koniec wektora strumienia przesuwają się po okręgu (a). Koniec wektora prądu przesuwają się po okręgu (b).

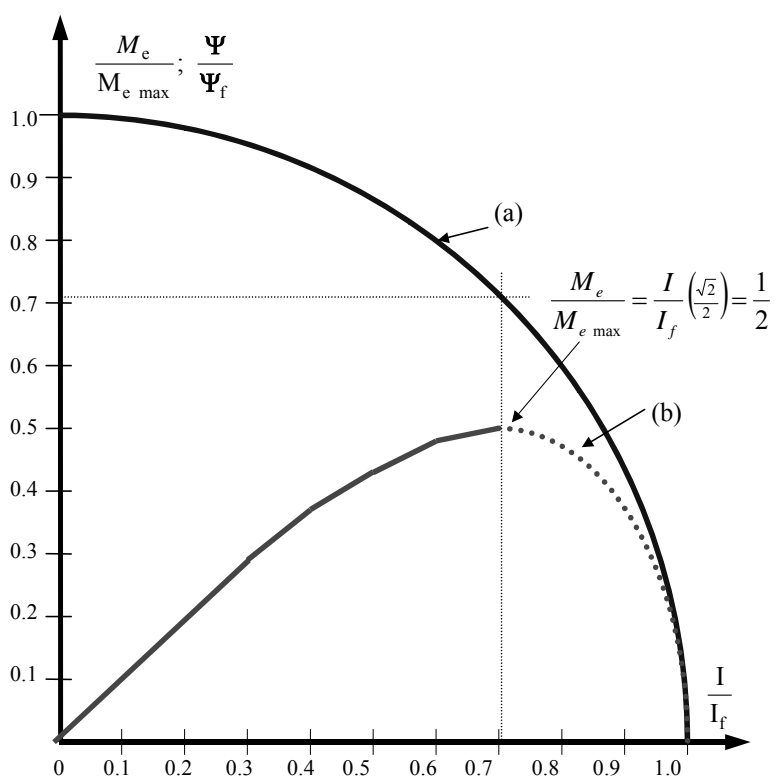
Należy zauważyć, że w tym przypadku wzór na strumień jest równaniem okręgu: (rys.1)

$$\Psi = \sqrt{\Psi_f^2 - (L_s I)^2} = \Psi_f \sqrt{1 - \left(\frac{I}{I_f}\right)^2} \quad (54)$$

Co daje zależność między strumieniem a prądem opisaną równaniem:

$$\frac{\Psi}{\Psi_f} = \sqrt{1 - \left(\frac{I}{I_f}\right)^2} \quad (55)$$

Moment rozwijany przez silnik jest w tym przypadku opisany równaniem (49).



Rys.2. Zależność strumienia i momentu od prądu przy zastosowaniu kryteriów sterowania optymalnego:

a) strumień $\frac{\Psi}{\Psi_f} = \sqrt{1 - \left(\frac{I}{I_f}\right)^2}$, b) moment $\frac{M_e}{M_{e \max}} = \frac{I}{I_f} \sqrt{1 - \left(\frac{I}{I_f}\right)^2}$.

Podstawiając wyrażenie na strumień (54) do (49) i uwzględniając (53) uzyskuje się zależność momentu od prądu:

$$\frac{M_e}{M_{e\max}} = \frac{I}{I_f} \sqrt{1 - \left(\frac{I}{I_f}\right)^2} \quad (56)$$

Funkcja ta osiąga maksimum dla prądu:

$$I = \frac{\sqrt{2}}{2} I_f \quad (57)$$

Wówczas moment osiąga wartość maksymalną

$$M_e = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot k_m \cdot I_f\right) = \frac{1}{2} \cdot M_{e\max} \quad (58)$$

strumień:

$$\Psi_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Psi_f \quad (59)$$

dla tych wartości prądu i strumienia kąt między prądem a strumieniem od magnesów trwałych wynosi:

$$\sin(\delta) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \delta = \frac{3}{4} \pi \quad (60)$$

Zakres pracy stabilnej zawiera się więc w zakresie wartości prądu $0 < I < 0.707 I_f$. Wymuszenie większej wartości prądu powoduje gwałtowny spadek strumienia stojana i momentu silnika.

Wypadkowa siła elektromotoryczna (SEM) indukowana w uzwojeniach stojana jest prostopadła do wypadkowego strumienia stojana.

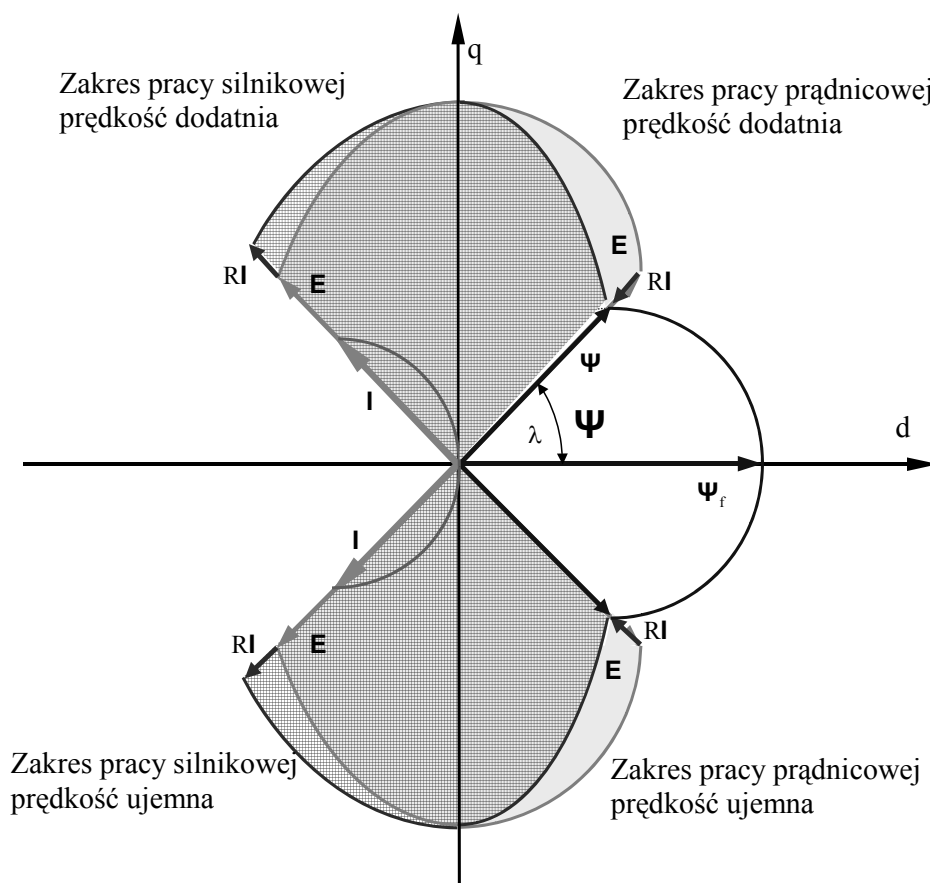
$$\mathbf{E} = \frac{d}{dt} \Psi = \frac{d}{dt} (L_s \mathbf{i} + \Psi_f) = L_s \frac{d}{dt} \mathbf{i} + \frac{d}{dt} \Psi_f = \mathbf{u}_i + \mathbf{E}_f \quad (61)$$

Amplituda jej jest proporcjonalna do iloczynu prędkości kątowej i amplitudy strumienia:

$$E = \rho\omega\Psi \quad (62)$$

Napięcie zasilające silnik jest sumą siły elektromotorycznej i spadku napięcia na rezystancji:

$$\mathbf{U} = \mathbf{E} + R\mathbf{i} \quad (63)$$



Rys.3. Położenie wektorów strumienia, prądu i siły elektromotorycznej i spadków napięć na rezystancji stojana dla strategii sterowania zorientowanego połowo.

Zakres kąta sterowania $-\frac{3}{4}\pi < \delta < \frac{3}{4}\pi$.

Na rysunku 3 pokazano zakresy strumienia stojana, SEM i prądu oraz spadków napięć na rezystancji stojana. Przyjęto przy tym założenia, że

- Maksymalna siła elektromotoryczna indukowana od magnesów trwałych wynosi:

$$E_{\max} = \rho \omega_n \Psi_f \quad (64)$$

gdzie

ω_n – prędkość znamionowa.

- Dopuszczalny zakres wartości prądu

$$0 < I < 0.707 I_f \quad (65)$$

Dla rozpatrywanych kryteriów optymalności wektory: prądu, napięcia zasilającego, SEM oraz spadku napięcia na rezystancji leżą na jednej prostej. Spełnione są więc założenia, że moce bierne $Q_e = 0$ i $Q_m = 0$ oraz jednocześnie stosunek $\frac{M_e}{\Psi}$ przy: $I = \text{const}$ przyjmuje wartość maksymalną.

7. STRUKTURY UKŁADÓW REGULACYJNYCH

Powyższe kryteria sterowania optymalnego można realizować za pomocą struktur regulacyjnych, które możemy podzielić na dwa rodzaje:

- sterowanie zorientowane polowo: $\cos(\eta) = 0$ lub $i_d = 0$
- regulacja mocy biernej silnika $Q_e = Q_m = 0$ lub $\cos(\phi) = 1$.

7.1. Sterowanie zorientowane polowo: $\cos(\eta) = 0$ lub $i_d = 0$

Zasada sterowania zorientowanego polowo wynika z ogólnej zależności:

$$M_e = \Psi_d i_q - \Psi_q i_d, \quad (66)$$

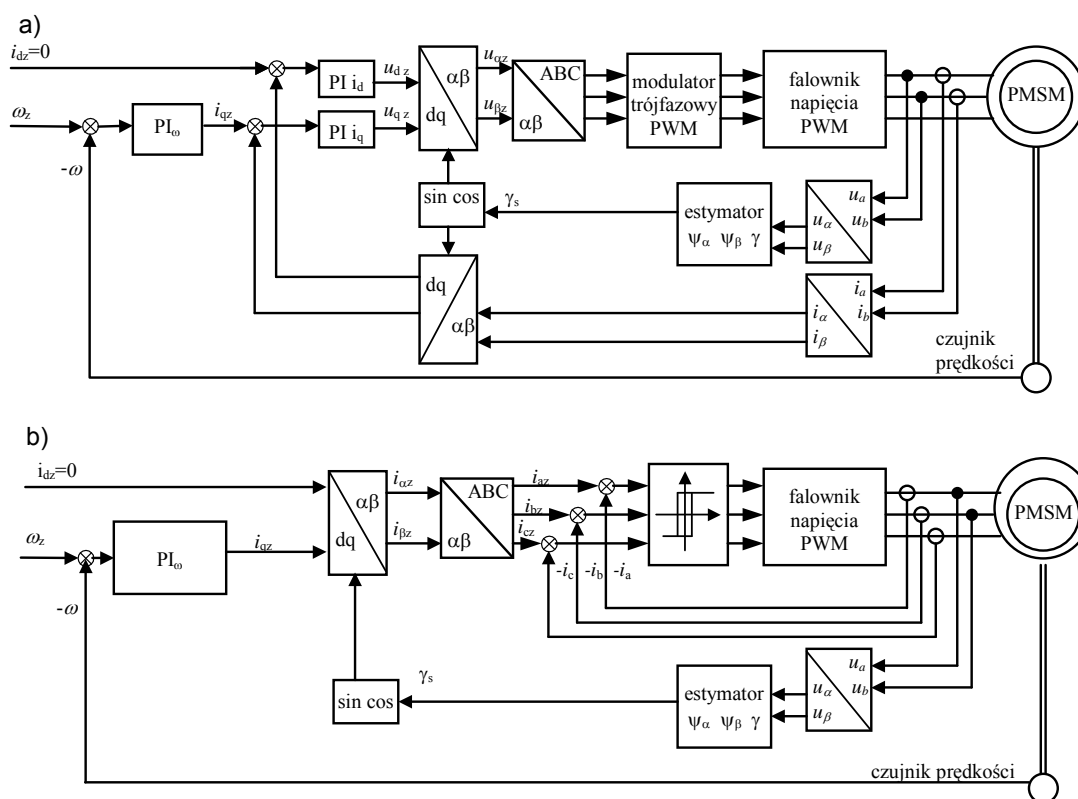
według której moment elektromagnetyczny wytwarzany w silniku synchronicznym o magnesach trwałych jest iloczynem wektorowym wektora strumienia i wektora prądu. Maksymalny moment uzyskuje się, gdy wektory strumienia i prądu są prostopadłe, czyli gdy:

$$\cos(\eta) = 0 \quad \text{lub} \quad i_d = 0 \quad (67)$$

W metodzie tej dogodnie jest stosować zapis we współrzędnych wirujących związanych ze strumieniem d, q . Najczęściej stosowane są dwa układy pokazane na rys 4. Różnią się one sposobem regulacji wektora prądu.

a) Układ z modulatorem PWM i regulatorami prądu typu PI

Regulatory prądu PI po porównaniu wartości zadanych i_{dz} , i_{qz} z wartościami mierzonymi i_d , i_q generują odpowiednio wartości zadane składowych napięć silnika u_{dz} , u_{qz} , które po transformacji współrzędnych $(d-q)/(\alpha-\beta)$ oraz $(\alpha-\beta)/(ABC)$ sterują modulatorem trójfazowym. Modulator generuje impulsy sterujące tranzystorami mocy falownika zasilającego uzwojenia stojana silnika. Potrzebny do transformacji kąt położenia strumienia γ_s dostarczany jest z estymatora strumienia. Estymowany strumień wyznaczany jest na podstawie zmierzonych napięć fazowych przeliczonych do współrzędnych α, β . Estymacja polega na całkowaniu (różnymi metodami) napięcia zasilającego silnik. Składowa poprzeczna prądu określa wartość momentu elektromagnetycznego wytwarzanego przez silnik. Składowa podłużna $i_d=0$ określa kąt prosty między strumieniem a prądem.



Rys.4. Schemat regulacji dla strategii polowo – zorientowanej:

a) układ z modulatorem PWM i regulatorami prądu typu PI, b) układ z regulatorami histeryzowymi prądów.

b) Układ z regulatorami histerezyowymi prądów.

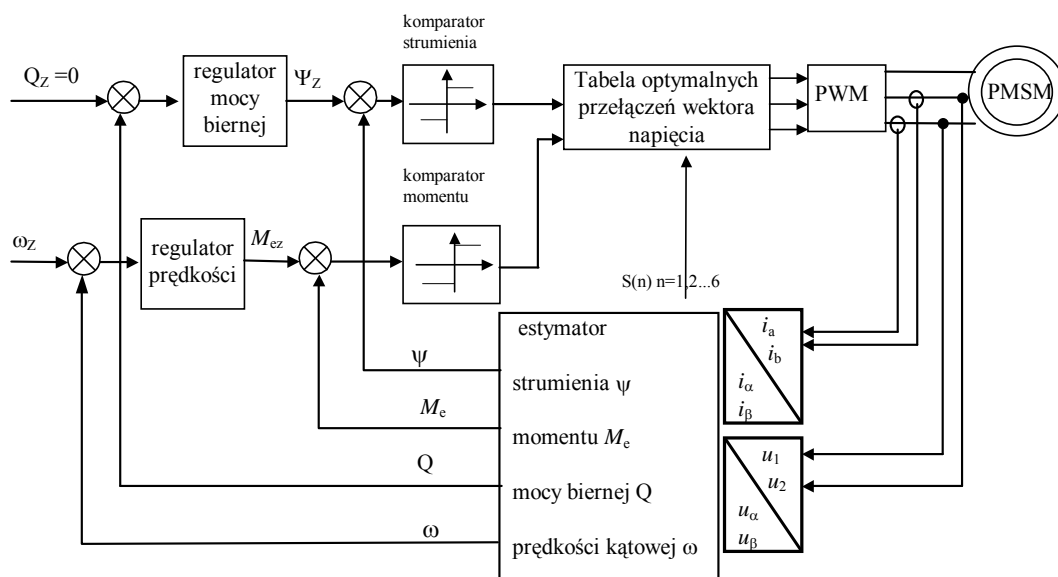
Zastosowane są regulatory histerezyowe prądów fazowych. W tym przypadku stosuje się transformację współrzędnych wektora prądu z układu prostokątnego do trójfazowego (d-q)/(ABC). Reguluje się wartości chwilowe prądów fazowych za pomocą regulatorów histerezyowych. Zadawane są składowe prądu i_d i_q . Składowa poprzeczna prądu określa wartość momentu elektromagnetycznego wytwarzanego przez silnik. Składowa podłużna określa kąt prosty między strumieniem a prądem.

7.2. Regulacja mocy biernej silnika:

$$Q_e = Q_m = 0 \text{ lub } \cos(\phi) = 1$$

Sterowanie wg $\cos(\phi) = 1$ jest szczególnym przypadkiem regulacji mocy biernej silnika synchronicznego, tzn. regulacji stałowartościowej gdy moc bierna równa się zeru.

Zasada działania układu regulacji polega na objęciu pętli bezpośredniej regulacji momentu i strumienia (DTFC) pętlą regulacji mocy biernej złożonej z estymatora i regulatora typu PI mocy biernej. Sygnał wyjściowy regulatora mocy stanowi wartość zadającą strumień. Układ regulacji tak zadaje strumień Ψ_Z aby moc bierna dostarczana do silnika była równa zeru [3, 4].



Rys.5. Regulacja mocy biernej silnika synchronicznego o magnesach trwałych zasilanego z przekształtnika napięcia.

Układ regulacji składa się z dwóch par pętli regulacyjnych pracujących równolegle (rys 5):

- Pętli regulacji prędkości z podporządkowaną jej pętlą regulacji momentu.
- Pętli regulacji mocy biernej z podporządkowaną jej pętlą regulacji strumienia.

Estymacja mocy biernej

Istotnym problemem w tej metodzie jest estymacja mocy biernej silnika synchronicznego. Można tego dokonać na dwa sposoby:

- Estymacja mocy biernej elektrycznej określona jest wzorem (24) z którego wynika, że:

$$Q_e = \frac{3}{2}(u_\beta i_\alpha - u_\alpha i_\beta) \quad (68)$$

Ze względu na impulsowy charakter napięcia oraz zmienne wartości prądu występują tu problemy dokładnym określeniem wartości chwilowej mocy. Mierzone napięcia fazowe lub przewodowe stojana są silnie zakłócane przez szumy. Jedną z możliwości przeciwdziałania jest użycie filtra cyfrowego.

- Estymacja mocy biernej silnika określona jest wzorem (36) z którego wynika, że:

$$Q_m = \frac{3}{2}p\omega(\psi_\alpha i_\alpha + \psi_\beta i_\beta) \quad (69)$$

Strumień magnetyczny estymowany jest poprzez obliczenie składowych napięcia u_α u_β na podstawie zmierzonych wartości napięć fazowych, a następnie numeryczne ich scałkowanie. Proces całkowania powoduje, że wartości chwilowe strumienia są w mniejszym stopniu zakłócone niż chwilowe wartości napięcia. Ułatwia to określanie estymowanych wartości mocy biernej.

8. PRZYKŁADOWE WYNIKI BADAŃ SYMULACYJNYCH NAPĘDU Z REGULACJĄ MOCY BIERNEJ SILNIKA

Badania symulacyjne napędu wykonano za pomocą sterownika DS1102 firmy dSPACE. Jest to układ zbudowany na pojedynczej płycie montażowej

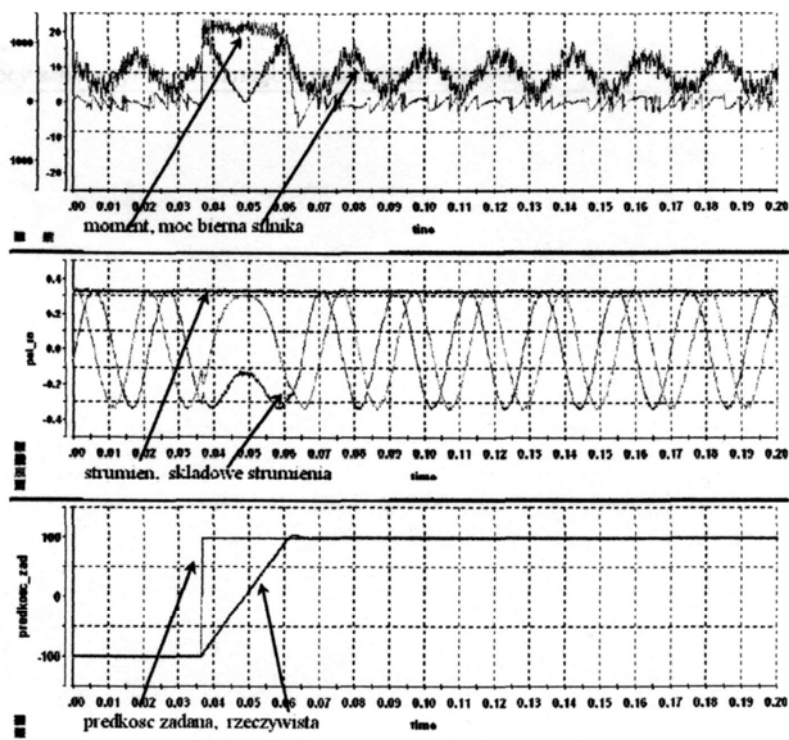
dostosowanej do umieszczenia na płycie głównej komputera PC. Przeznaczony jest do budowy bardzo szybkich regulatorów cyfrowych pracujących w czasie rzeczywistym oraz ogólnie w procesach przetwarzania sygnałów cyfrowych. Symulowany napęd sterowano wg strategii minimalizacji mocy biernej silnika, co jest równoznaczne z ustaleniem wartości współczynnika mocy $\cos(\varphi)=1$. Dla osiągnięcia powyższego celu zastosowano metodę bezpośredniej regulacji momentu i strumienia silnika pozwalającą na oddziaływanie na chwilową wartość strumienia. Zastosowana została pętla regulacji mocy biernej, a wartość zadana strumienia określana była przez regulator mocy biernej. (rys.5) Program obliczeń symulacyjnych napisany został w języku C⁺⁺. Poszczególne bloki regulacyjne określone w strukturze układu napędowego opisane zostały oddzielnymi procedurami. Do obliczeń przyjęto założenia dotyczące opisu silnika synchronicznego podane we wstępie.

Obliczenia wykonano przyjmując dane liczbowe dla silnika typu RTMes115-7 o parametrach znamionowych: moment $M=7$ Nm, moment maksymalny $M=21$ Nm (chwilowa trzykrotna przeciążalność), prędkość $n=3000$ obr/min, napięcie 3×380 V, prąd $I=3,5$ A, rezystancja $R_s=1,5$ Ω , indukcyjność $L_s=10$ mH, sumaryczny moment bezwładności $J=30 \cdot 10^{-4}$ kgm². Założono wartość napięcia w obwodzie pośredniczącym falownika $U_{DC}=400$ V, czas przełączania wektorów (czas samplingu) $t_{\text{samp}}=50$ μs , krok całkowania układu równań stanu silnika $\Delta t=10$ μs . Moc bierną silnika estymowano wg zależności 69.

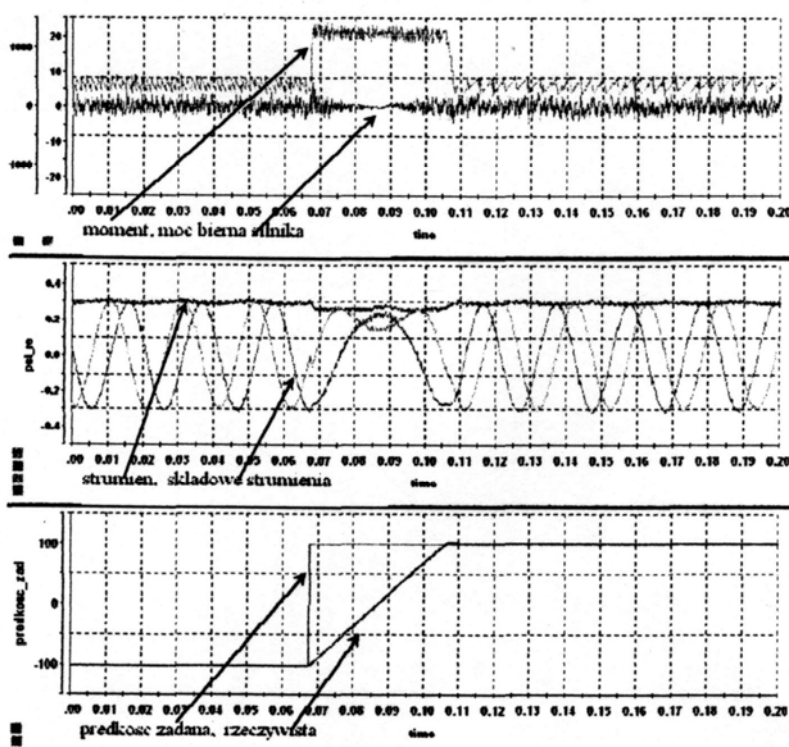
Symulowano: nawroty prędkości od $\omega=-100$ rd/s do $\omega=100$ rd/s przy skokowej zmianie sygnału zadającego prędkość i ograniczeniu momentu do -21 Nm i 21 Nm, odpowiedź na skok momentu obciążenia od $M_o=-10$ Nm do $M_o=10$ Nm, oraz odpowiedź na skok sygnału zadającego moc bierną od -1000 var do 1000 var.

Porównanie pracy układu bez regulacji mocy biernej – z zadaną stałą wartością strumienia, oraz układu z zamkniętą pętlą regulacji mocy biernej (rys.6 a, b) pokazuje, że silnik synchroniczny o magnesach trwałych ma duże skłonności do oscylacji mocy biernej. Dopiero objęcie pętli regulacji strumienia nadrzędną pętlą regulacji mocy biernej stabilizuje pracę silnika. Oczywiście stała wartość mocy biernej uzyskiwana jest przez zmiany chwilowych wartości strumienia silnika (rys.6a, 7).

a)

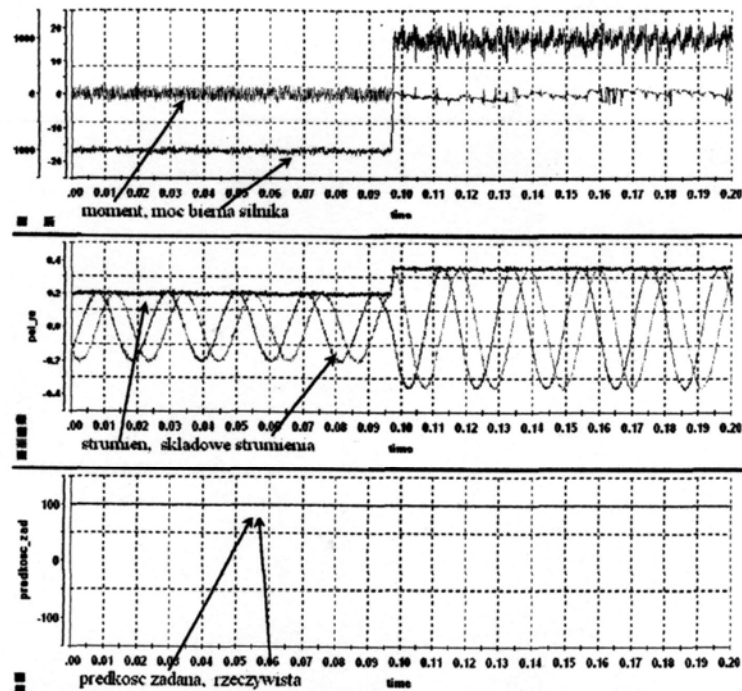


b)

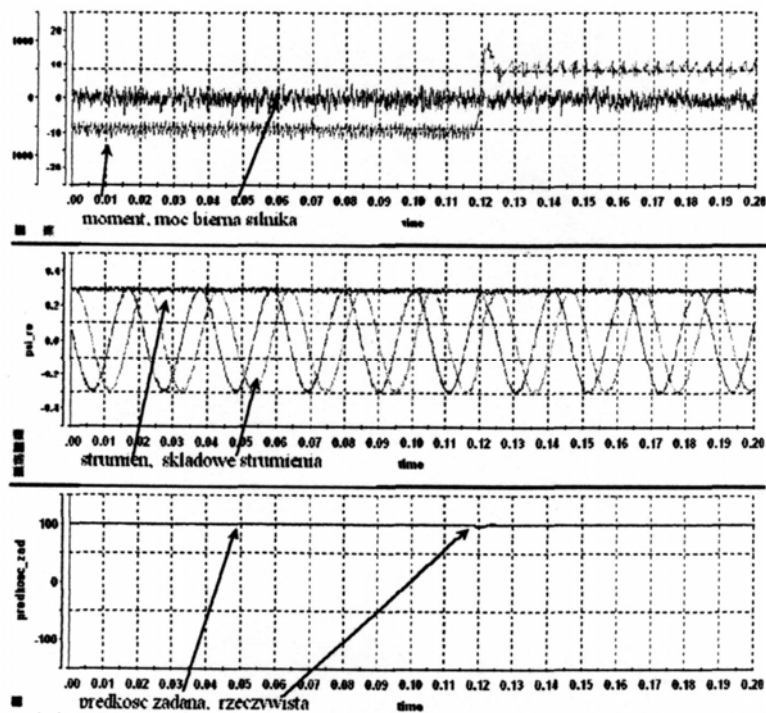


Rys.6. Wyniki badań symulacyjnych napędu: nawrót prędkości od $\omega = -100 \text{ }^{\text{rd}}/\text{s}$ do $\omega = 100 \text{ }^{\text{rd}}/\text{s}$. Moment obciążenia $M_o = 5 \text{ Nm}$, moc bierna $Q_m = 0 \text{ var}$.

a) Bez regulacji mocy biernej silnika synchronicznego – zadana stała wartość strumienia stojana, b) z pętlą regulacji mocy biernej silnika.



Rys.7. Wyniki badań symulacyjnych napędu z regulacją mocy biernej silnika. Odpowiedź na skok wymuszenia mocy biernej od -1000 var do 1000 var. Moment obciążenia $M_o = 5$ Nm, prędkość 100 rd/s .



Rys.8. Wyniki badań symulacyjnych napędu z regulacją mocy biernej silnika. Odpowiedź na skok wymuszenia momentu od -10 Nm do 10 Nm. Moc bierna $Q_m = 0$ var, prędkość 100 rd/s .

9. WNIOSKI

Analiza bilansu mocy silnika synchronicznego o magnesach trwałych pozwoliła wykazać, że:

- a) Kryteria sterowania optymalnego: maksimum stosunku moment/strumień oraz zerowej wartości mocy biernej, są sobie równoważne i realizowane są przez strategię sterowania zorientowaną połowo.
- b) Regulacja mocy biernej silnika przy zastosowaniu metody DTFC pozwala na uproszczenie układu regulacyjnego przez wyeliminowanie transformacji współrzędnych, obwodów regulacji prądów, bloku modulacji szerokości impulsów (PWM), oraz generatora sin/cos. Ponadto układ ten pozwala na pracę bez czujników prędkości i położenia.
- c) Na podstawie badań symulacyjnych można stwierdzić, że praca napędu z układem regulacji momentu i strumienia, z pętlą regulacji prędkości ale bez pętli regulacji mocy biernej powoduje w stanach dynamicznych tzn. podczas rozruchu, hamowania lub nawrotu silne oscylacje mocy biernej.
- d) Objęcie układu pętlą regulacji mocy biernej, powoduje utrzymywanie stałej wartości mocy biernej bliskiej zadanej. Przy sterowaniu optymalnym wartość mocy bierna jest bliska zeru.
- e) W układzie z zastosowaniem metody bezpośredniej regulacji momentu i strumienia osiągnięto bardzo dobre własności dynamiczne pętli regulacji mocy biernej.

LITERATURA

1. Boldea I., Nasar S. A.: *Vector control of AC Drives*. CRC Press 2000.
2. Czarnecki L., S.: *Moce i kompensacja w obwodach z okresowymi przebiegami prądu i napięcia*. Jakość i Użytkowanie Energii Elektrycznej, część I, nr 1, 1997 r., część II, nr 2, 1997 r., część III, nr 1, 1998 r., część IV, nr 2, 1998 r., część V, nr 1, 1999 r., część VI, nr 1, 2000 r., część VIII, nr 1, 2001 r.
3. Janaszek M.: *Experimental drive with direct torque control of permanent magnet synchronous motor*. Archives of Electrical Engineering, vol.1, 2001 r.
4. Janaszek M.: *Problemy bezpośredniej regulacji momentu i strumienia silnika synchronicznego o magnesach trwałych*. Rozprawa doktorska 2001 r.
5. Kaźmierkowski M. P., Tunia H.: *Automatic Control of Converter-Fed Drives*. PWM - Polish Scientific Publishers, Warszawa 1994 r.
6. Krishnan R.: *Electric Motor Drives. Modeling, Analysis and Control*. Prentice Hall. Inc. 2001.
7. Kuczewski Z., Walczak J., Pasko M.: *Moce w obwodach z przebiegami niesinusoidalnymi*. Jakość i Użytkowanie Energii Elektrycznej, nr 1, 1995 r.

8. Nowakowski R.: *O dobrych zamiarach elektryka względem biernej mocy i energii*. Przegląd Elektrotechniczny, nr 5, 2000 r.
9. Rawa H.: *Energia i moc w układach elektrycznych*. Przegląd Elektrotechniczny, nr 5, 2001r.
10. Siodelski A.: *Moc i moc bierna – fakty i mity*. Przegląd Elektrotechniczny, nr 1, 2000 r.
11. Sobczyk T.J.: *Power balance of electromechanical systems*. Archives of Electrical Engineering, vol.1, 2001 r.
12. Strzelecki R.: *Zastosowanie teorii mocy chwilowej do sterowania energetycznych filtrów aktywnych*. Jakość i Użytkowanie Energii Elektrycznej, nr 1, 1997 r.
13. Supronowicz H.: *Energoelektroniczne źródła mocy deformacji*. Jakość i Użytkowanie Energii Elektrycznej, nr 1, 1995 r.
14. Vas Peter: *Sensorless vector and direct torque control*. Oxford University Press 1998 r.
15. Vas Peter: *Electrical Machines and Drives. A Space-Vector Theory Approach*. Clarendon Press – Oxford 1992 r.

Rękopis dostarczono, dnia 30.09.2002 r.

Opiniował: prof. M. P. Kaźmierkowski

BALANCE OF POWER OF PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MOTOR

M. JANASZEK

SUMMARY *Balance of power inverted in three-phase permanent magnet synchronous motor based on conservation of energy law is presented. In analysis space vector theory determine by instantaneous value phases quantities is apply. To prove that optimal control criteria's a) maximum torque/flux ratio b) zero value reactive power are equivalent and could be realised by flux-oriented control strategy. New structure of control of reactive power used direct torque and flux control method is proposed.*

Dr inż. Michał Janaszek urodzony w 1951 r w Warszawie, w roku 1974 ukończył studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej uzyskując dyplom mgr inż. elektryka ze specjalnością automatyka. W październiku 1974 rozpoczął pracę w Instytucie Elektrotechniki w Zakładzie Elektrycznych Napędów Obrabiarkowych. Specjalizował się w napędach prądu stałego z tranzystorowymi wzmacniaczami mocy dla obrabiarek sterowanych numerycznie i robotów przemysłowych. Zajmował się identyfikacją parametrów dynamicznych maszyn prądu stałego, oraz numerycznym modelowaniem dynamiki w syntezie układów napędowych. Brał udział w opracowaniu i przygotowaniu do produkcji napędów dla robotów przemysłowych typu IRb, za co otrzymał nagrodę zespołową stopnia III MHiPM za rok 1986. Od lat osiemdziesiątych zajmuje się napędami z silnikami synchronicznymi, w szczególności problemami optymalizacji sterowania. Stopień doktora uzyskał w roku 2001. Autor lub współautor ponad 20 publikacji z zakresu napędu elektrycznego.

