

Andrzej POCHANKE
Jakub WIERCIAK

TRZY MODELE SILNIKA SKOKOWEGO HYBRYDOWEGO

STRESZCZENIE *W pracy podjęto porównanie funkcjonalnego działania trzech modeli silnika skokowego z punktu widzenia występowania i oddziaływania tłumienia elektromagnetycznego. Porównanie przeprowadzono na przykładzie silnika skokowego hybrydowego reprezentowanego kolejno przez model ruchu obrotowego o wymuszeniu dyskretnym, model elektromagnetyczny oraz model ruchu obrotowego z uwzględnieniem tłumienia elektromagnetycznego.*

1. WPROWADZENIE

Silniki skokowe należą do grupy silników synchronicznych, które przekształcają ciąg sterujących impulsów elektrycznych w ciąg kątowych przesunięć wału. Cechą charakterystyczną silnika skokowego jest kwantowanie

dr hab. inż. Andrzej POCHANKE
e-mail: bapo@ee.pw.edu.pl

Politechnika Warszawska, Instytut Maszyn Elektrycznych
pl. Politechniki 1,00-661 Warszawa

dr inż., Jakub WIERCIAK
e-mail: j.wierciak@mchtr.pw.edu.pl

Politechnika Warszawska, Instytut Mikromechaniki i Fotoniki
ul. Św. Andrzeja Boboli 8, 02-525 Warszawa

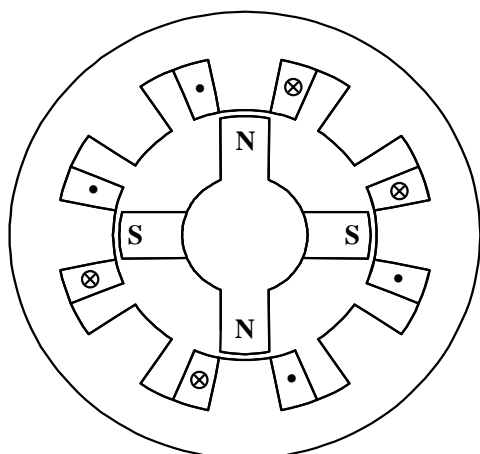
przemieszczeń mechanicznych przez zmianę układu sygnałów zasilających pasma uzwojenia. Częstotliwość impulsów elektrycznych powodujących zmianę układu sygnałów zasilających (częstotliwość komutacji) jest wymuszona zewnętrznymi i nie zależy od stanu pracy silnika. Oznacza to pracę silnika skokowego bez sygnału sprzężenia zwrotnego, np. od położenia wirnika względem stojana, a jego wirnik zajmuje kolejne położenia równowagi statycznej lub wykonuje drgania wokół chwilowego położenia punktu równowagi statycznej. Proces komutacji uzwojeń powoduje dyskretny ruch obszaru stabilnych położenia wirnika. Jeśli każdy chwilowy stan położenia wirnika będzie procesem stabilizacji wokół chwilowego położenia równowagi statycznej, to wirnik będzie realizował ruch synchroniczny. Utrata stabilności położenia decyduje o wypadnięciu silnika z synchronizmu.

Na przejściach między kolejnymi położeniami stabilnymi powstają kołysania prędkości, na które istotny wpływ mają bezwładności mechaniczne i elektromagnetyczne. Bezpośrednią przyczyną owych kołysań jest nierównomierność przebiegu momentu elektromagnetycznego wywołana dyskretnym zasilaniem pasm uzwojenia. Powstanie drgań układu mechanicznego tłumaczy się nadmiarem energii wprowadzanej do układu przy każdym przełączeniu zasilania. Nadwyżka energii, ponad wartość konieczną do wykonania pracy użytecznej, jest rozpraszana w trakcie trwania wywołanych przez nią drgań, w postaci strat mechanicznych, elektrycznych i magnetycznych. Nadwyżka energii, która musi być wytracona podczas drgań, jest tym większa, im większy jest skok obszaru położenia stabilnych wirnika i im większy jest przyrost częstotliwości sygnałów sterujących, a tym mniejsza, im większa jest bezwładność elektromagnetyczna zmniejszająca szybkość zmian przepływu pasm uzwojenia oraz im większe jest tłumienie elektromagnetyczne, które hamuje proces przetwarzania energii elektromagnetycznej w mechaniczną. Bardzo duży wpływ na tłumienie drgań mechanicznych ma obciążenie układu. Proces tracenia nadwyżki doprowadzonej energii zależy także od kształtu charakterystyki kątowej momentu elektromagnetycznego.

Ważnym czynnikiem wpływającym na właściwości układu napędowego jest sprzężenie elektromechaniczne, które objawia się na dwa sposoby: nierównomierność momentu elektromagnetycznego wywołuje nierównomierność prędkości wirowania wirnika, co z kolei oddziałuje na przebieg momentu elektromagnetycznego poprzez nierównomierność przebiegu wartości chwilowych napięć indukowanych.

Silnik skokowy jest, obok silnika prądu stałego z komutacją elektroniczną i obok elektromagnesu prądu stałego, najczęściej stosowanym elektromagnetycznym elementem wykonawczym urządzeń mechatroniki. Jest zatem także obiektem wymagającym modelowania jakie prowadzi się w procesie projektowania i symulacji urządzeń mechatroniki. Opisane wyżej zjawiska towarzyszące pracy silnika skokowego sprawiają, że dla sporej grupy badaczy silnik ten

nie jest łatwym do modelowania obiektem. W celu uproszczenia procesu modelowania bardzo często przyjmuje się założenie o pomijalności elektromagnetycznych stałych czasowych w porównaniu z elektromechaniczną stałą czasową. Założenie to prowadzi do pomijania stanów nieustalonych elektromagnetycznych, stanów tak charakterystycznych dla elektromagnetycznych elementów wykonawczych z komutacją elektroniczną.



Rys.1. Ilustracja zasady budowy silnika skokowego hybrydowego dwupasmowego. N-N oznacza polaryzację magnetyczną przedniego wieńca wirnika, a S-S oznacza polaryzację magnetyczną tylnego wieńca wirnika. Na rysunku zaznaczono przypadek zasilania jedynie pasma „1”, a wirnik znajduje się w położeniu równowagi stabilnej silnika nieobciążonego.

Praca ma charakter repetytorium i jest próbą uświadomienia badaczom zajmującym się urządzeniami mechatroniki na ile pomijanie stanów nieustalonych elektromagnetycznych w silniku skokowym może mieć wpływ na charakter ruchu urządzenia z silnikiem skokowym jako elementem wykonawczym. I czy w każdych warunkach pracy silnika wpływ ten jest jednakowy?

2. MODEL RUCHU OBROTOWEGO O WYMUSZENIU DYSKRETNYM (MODEL 1)

Najprostszym modelem funkcjonalnym silnika skokowego jest model ruchu obrotowego o wymuszeniu dyskretnym i niezależnym od stanu tego ruchu. Zakłada się, że jest to model o parametrach skupionych i o stałych wartościach, a charakterystyka momentu wymuszającego zależy jedynie od chwilowego położenia kąтового części ruchomej.

Zakładając, że silnik skokowy ma sinusoidalną charakterystykę kątową momentu elektromagnetycznego oraz, że pomija się stany nieustalone elektromagnetyczne zachodzące w pasmach uzwojenia w trakcie komutacji, to ruch obrotowy realizowany przez silnik skokowy hybrydowy (rys.1.) o dwóch pasmach uzwojenia zasilanych jednocześnie i bipolarnie, może być opisany następującym równaniem różniczkowym o stałych parametrach:

$$J \frac{d^2\gamma}{dt^2} + D \frac{d\gamma}{dt} + T_f \operatorname{sgn}\left\{\frac{d\gamma}{dt}\right\} + T_L = T_e \quad (1)$$

przy czym:

- t – czas;
- γ – kąt obrotu części wirującej względem stałej osi;
- J – moment bezwładności masy wirujących;
- D – współczynniki tarcia wiskotycznego;
- T_f – moment tarcia suchego lub moment obciążenia typu biernego, tzn. o zwrocie przeciwnym do zwrotu prędkości kątowej obciążenia;
- T_L – moment obciążenia typu czynnego, tzn. o zwrocie niezależnym od prędkości kątowej;
- T_e – moment wymuszający; w przypadku silnika elektrycznego -
- moment elektromagnetyczny.

Jeśli moment wymuszający reprezentowany jest przez podstawową harmoniczną, to w odniesieniu do silnika skokowego hybrydowego, może być opisany równaniem:

$$T_e = T_{\max}(-\sin Z_r \delta + \cos Z_r \delta) \quad (2)$$

przy czym: $\delta = \gamma - \gamma_u(t)$ jest różnicą między chwilowym położeniem kątowym części wirującej, a zadaniem położeniem równowagi stabilnej i nazywa się kątem niezgodności; Z_r - oznacza liczbę zębów na jednym wieńcu wirnika (por. rys.1).

Funkcja określająca zmianę położenia równowagi stabilnej stanowi wymuszenie dyskretne i przyjmowana jest jako:

$$\gamma_u(t) = \gamma_{u0} E(1 + f_k t) \quad (3)$$

przy czym:

- γ_{u0} – wartość skoku podstawowego;
- f_k – częstotliwość komutacji wyrażająca liczbę skoków na sekundę;
- E – funkcja *entier*.

W odniesieniu do silnika skokowego hybrydowego obowiązują dodatkowe zależności:

$T_{\max} = K_T(U/R)$ – moment maksymalny (przy czym: K_T – stała momentu; U – wartość napięcia stałego zasilającego pasmo uzwojenia; R – rezystancja pasma uzwojenia); $\gamma_{u0} = (\pi/2Z_r)$ – skok podstawowy; $\gamma_0 = (\pi/4Z_r)$ – stabilne położenie początkowe silnika nieobciążonego przy zasilaniu obu pasm napięciem tego samego znaku.

W przedstawionym modelu funkcjonalnym można zmienić sposób realizacji wymuszenia dyskretnego. W tym celu moment wymuszający zapisuje się za pomocą zależności:

$$T_e = K_T(-i_1 \sin Z_r \gamma + i_2 \cos Z_r \gamma) \quad (4)$$

a wymuszenie reprezentowane jest przez prostokątne fale prądów pasmowych:

$$i_1(t) = \frac{U}{R} \operatorname{sgn} \left\{ \cos \frac{\pi}{2} f_k t \right\}; \quad i_2(t) = \frac{U}{R} \operatorname{sgn} \left\{ \sin \frac{\pi}{2} f_k t \right\} \quad (5)$$

Przedstawiony model silnika skokowego nie uwzględnia przejściowych stanów elektromagnetycznych, występujących przy zmianach taktów komutacji, a związanych ze skończoną szybkością zmian wartości prądów pasmowych w warunkach niezerowych indukcyjności tych pasm i przy indukowaniu się sił elektromotorycznych, zwłaszcza typu rotacji.

Dla zbadania odpowiedniości podanego modelu należy porównać go z modelem uwzględniającym pominięte zjawiska, a więc z modelem możliwie najwierniej odwzorowującym zachowanie się silnika skokowego.

3. MODEL ELEKTROMAGNETYCZNY SILNIKA SKOKOWEGO HYBRYDOWEGO (MODEL 2)

Dla silnika skokowego hybrydowego o dwóch pasmach uzwojenia (rys.1.) zasilanych jednocześnie i bipolarnie, model elektromagnetyczny reprezentowany jest przez równania:

- ruchu obrotowego:

$$J \frac{d^2\gamma}{dt^2} + D \frac{d\gamma}{dt} + T_f \operatorname{sgn}\left\{\frac{d\gamma}{dt}\right\} + T_L = T_e \quad (1)$$

w którym moment wymuszający elektromagnetyczny, reprezentowany przez podstawową harmoniczną, opisany jest zależnością:

$$T_e = K_T(-i_1 \sin Z_r \gamma + i_2 \cos Z_r \gamma) \quad (4)$$

- napięciowe:

$$\begin{aligned} u_1 &= R i_1 + L_0 \frac{di_1}{dt} + \frac{d\gamma}{dt} (-K_U \sin Z_r \gamma) \\ u_2 &= R i_2 + L_0 \frac{di_2}{dt} + \frac{d\gamma}{dt} (K_U \cos Z_r \gamma) \end{aligned} \quad (6)$$

- wymuszenia:

$$u_1(t) = U \operatorname{sgn}\left\{\cos \frac{\pi}{2} f_k t\right\}; \quad u_2(t) = U \operatorname{sgn}\left\{\sin \frac{\pi}{2} f_k t\right\} \quad (7)$$

W równaniach obwodów elektrycznych i w równaniu momentu elektromagnetycznego pominięto składową przemienną indukcyjności pasm uzwojenia, która dla analizowanego silnika jest bardzo mała i stanowi ok. 0.035 wartości składowej stałej L_0 tej indukcyjności. Także celowo rozróżniono stałą momentu K_T oraz stałą napięciową K_U , choć fizycznie jest to ten sam parametr.

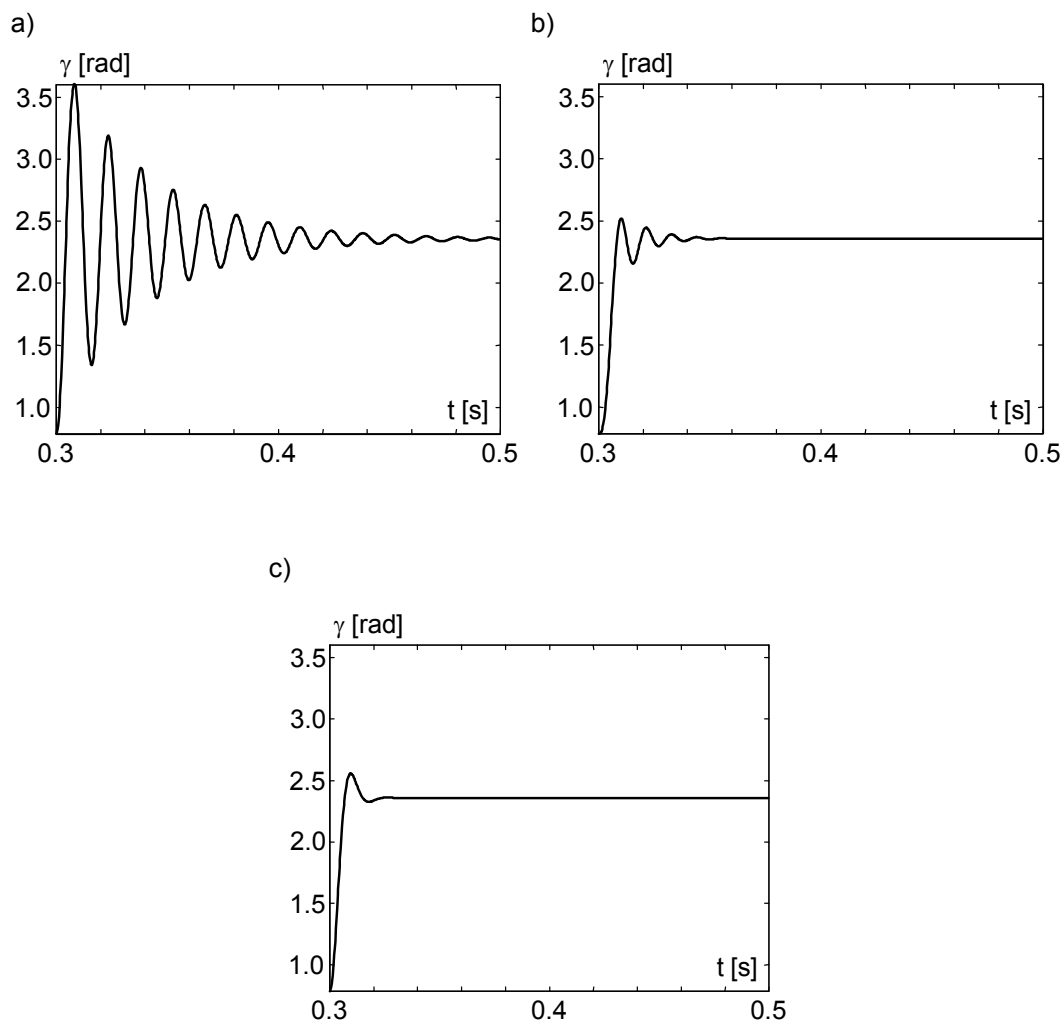
Porównanie przebiegów drogi kątowej w odpowiedzi na pojedyncze wymuszenie uzyskanych dla obu modeli wskazuje na znaczne różnice dla przypadku zasilania pasm parami (por. rys.2a i b) i znacznie mniejsze różnice przy zasilaniu pasm pojedynczo (por. rys.3a i b). Wynika to głównie z tłumiącego działania uzwojenia niekomutowanego, a zjawisko znane jest od dawna [1, 2, 3].

Uwaga. Wszystkie symulacje przedstawione na rys.2 i rys.3 przeprowadzono dla następujących wartości współczynników modeli:

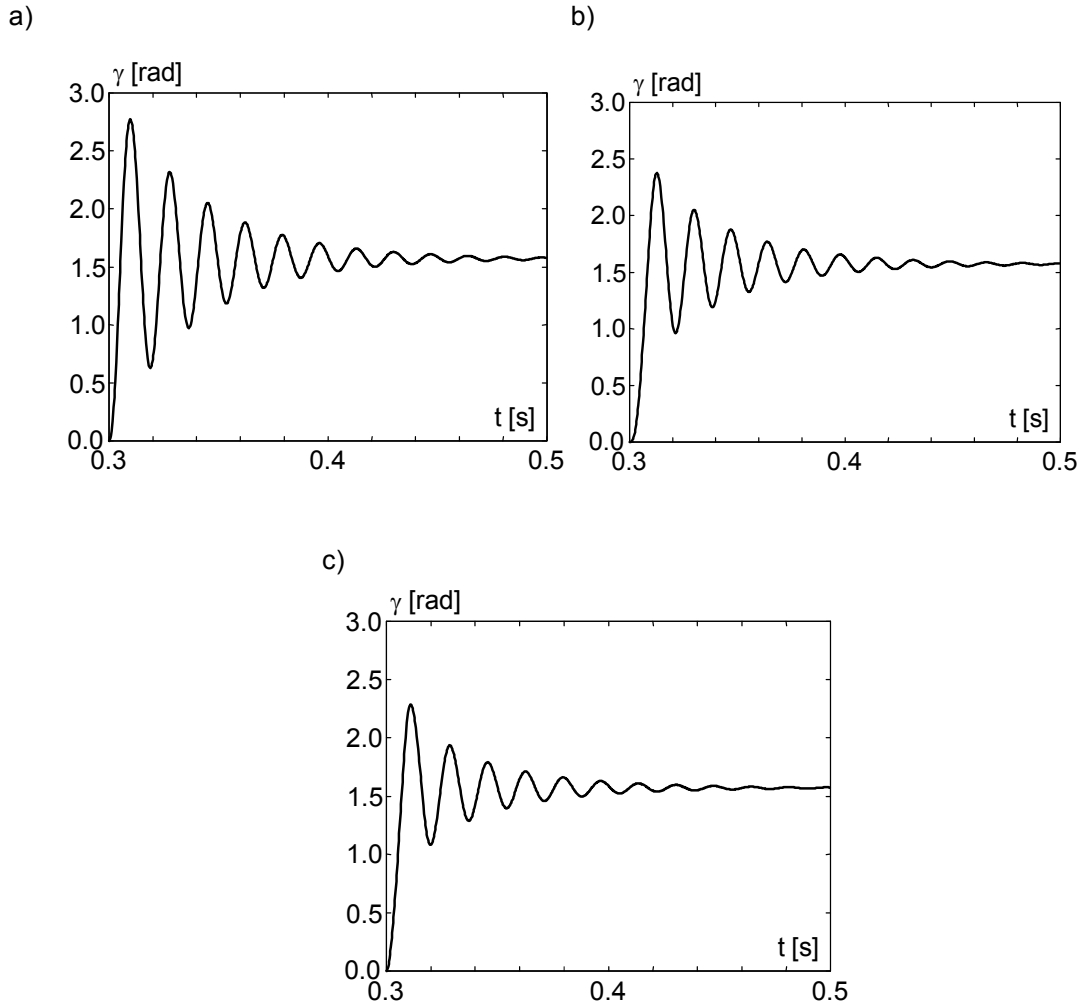
$$J = 0.0001 \text{ kg} \cdot \text{m}^2; D = 0.005 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}; T_f = 0; T_L = 0;$$

$$K_U = K_T = 0.554 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{A}; U = 3.85 \text{ V}; R = 7.7 \Omega; Z_T = 50; L_0 = 0.0217 \text{ H};$$

Czy istnieje możliwość takiego uproszczenia modelu elektromagnetycznego, aby w swej postaci zbliżony był do modelu jedynie ruchu obrotowego o wymuszeniu dyskretnym?



Rys.2. Porównanie drogi kątowej w odpowiedzi na pojedyncze wymuszenie dla modelu 1 (a), modelu 2 (b) i modelu 3 (c) przy zasilaniu pasm parami.



Rys.3. Porównanie drogi kątowej w odpowiedzi na pojedyncze wymuszenie dla modelu 1 (a), modelu 2 (b) i modelu 3 (c) przy zasilaniu tylko pasma „2”4. Model ruchu obrotowego o wymuszeniu dyskretnym i tłumieniu elektromagnetycznym (model 3).

Jeśli pominąć indukcyjność pasm uzwojenia (w rozpatrywanym przypadku składową L_0), to na podstawie równań napięciowych (6) uzyskuje się proste zależności określające prądy pasmowe:

$$i_1 = \frac{u_1}{R} + \frac{d\gamma}{dt} \frac{K_U}{R} \sin Z_r \gamma; \quad i_2 = \frac{u_2}{R} - \frac{d\gamma}{dt} \frac{K_U}{R} \cos Z_r \gamma \quad (8)$$

co po podstawieniu do zależności (4) prowadzi do następującego wyrażenia określającego moment elektromagnetyczny:

$$\begin{aligned}
T_e &= K_T \left(-\frac{u_1}{R} \sin Z_r \gamma + \frac{u_2}{R} \cos Z_r \gamma \right) - \frac{d\gamma}{dt} K_T \left(\frac{K_U}{R} \sin^2 Z_r \gamma + \frac{K_U}{R} \cos^2 Z_r \gamma \right) = \\
&= K_T \left(-\frac{u_1}{R} \sin Z_r \gamma + \frac{u_2}{R} \cos Z_r \gamma \right) - \frac{d\gamma}{dt} \frac{K_T K_U}{R}
\end{aligned} \tag{9}$$

W tej sytuacji model ruchu obrotowego z uwzględnieniem tłumienia elektromagnetycznego sprowadza się do równania:

$$J \frac{d^2 \gamma}{dt^2} + \left(D + \frac{K_T K_U}{R} \right) \frac{d\gamma}{dt} + T_f \operatorname{sgn} \left\{ \frac{d\gamma}{dt} \right\} + T_L = K_T \left(-\frac{u_1}{R} \sin Z_r \gamma + \frac{u_2}{R} \cos Z_r \gamma \right) \tag{10}$$

przy wymuszeniu:

$$u_1(t) = U \operatorname{sgn} \left\{ \cos \frac{\pi}{2} f_k t \right\}; \quad u_2(t) = U \operatorname{sgn} \left\{ \sin \frac{\pi}{2} f_k t \right\} \tag{7}$$

Choć prezentowane podejście (model 3) nadal zaniedbuje elektromagnetyczne stany ustalone, to wyrażenia określające prądy pasmowe (8) różnią się od wyrażen (5) o składowe wynikające z uwzględnienia sił elektromotorycznych rotacji. Wpływ tych napięć widać także w wyrażeniu (9) określającym moment elektromagnetyczny.

Przy korzystaniu z przedstawionego modelu trzeba bardzo uważać na warunki pracy poszczególnych pasm. W postaci (10) można podany model wykorzystywać tylko do przypadków, gdy żadne z pasm uzwojenia nie jest rozwarte (otwarte). Jeśli natomiast którekolwiek pasmo jest rozwarte, to trzeba to uwzględnić nie tylko w równaniu wymuszenia (napięcia), ale także we współczynniku tłumienia elektromagnetycznego.

Przykładowo, jeśli pasmo „2” jest otwarte, a pasmo „1” jest zasilane, to obowiązuje następujący model ruchu obrotowego:

$$J \frac{d^2 \gamma}{dt^2} + \left(D + \frac{K_T K_U}{R} \sin^2 Z_r \gamma \right) \frac{d\gamma}{dt} + T_f \operatorname{sgn} \left\{ \frac{d\gamma}{dt} \right\} + T_L = K_T \left(-\frac{u_1}{R} \sin Z_r \gamma \right) \tag{11}$$

Jeśli natomiast pasmo „1” jest otwarte, a pasmo „2” jest zasilane, to obowiązuje następujący model ruchu obrotowego:

$$J \frac{d^2\gamma}{dt^2} + \left(D + \frac{K_T K_U}{R} \cos^2 Z_r \gamma \right) \frac{d\gamma}{dt} + T_f \operatorname{sgn} \left\{ \frac{d\gamma}{dt} \right\} + T_L = K_T \left(\frac{u_2}{R} \cos Z_r \gamma \right) \quad (12)$$

Przebiegi drogi kątowej w odpowiedzi na pojedyncze wymuszenie uzyskane dla modelu ruchu obrotowego z uwzględnieniem tłumienia elektromagnetycznego przedstawiono na rys.2.c) oraz rys.3.c).

5. PODSUMOWANIE

W pracy podjęto zagadnienie odpowiedniości różnych modeli funkcjonalnych silnika skokowego z punktu widzenia problematyki tłumienia elektromagnetycznego, na przykładzie silnika skokowego hybrydowego. Poddano analizie trzy modele: najprostszy (model 1), najdokładniejszy (model 2) oraz model pośredni (model 3).

Przedstawione badania symulacyjne opracowanych modeli pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

- w przypadku modelowania silnika skokowego hybrydowego o pasmach zasilanych parami niedopuszczalne jest stosowanie modelu 1;
- pośredni model 3 lepiej odzwierciedla funkcjonalne działanie silnika niż najprostszy model 1;
- pośredni model 3 bardziej tłumi przebiegi drogi kątowej niż najdokładniejszy model 2.

Należy podkreślić, że ostrość powyższych wniosków może ulec zmianie dla silnika o innym zestawie wartości parametrów, oraz przy uwzględnieniu tłumiącego działania obciążenia.

LITERATURA

1. Sochocki R.: *Mikromaszyny elektryczne*. Oficyna Wyd. PW, Warszawa, 1996.
2. Wróbel T.: *Silniki skokowe*. WNT, Warszawa, 1993.
3. Iwobotienko B. A. i inni: *Dyskretne napędy elektryczne z silnikami skokowymi*. WNT, Warszawa, 1975.

Rękopis dostarczono, dnia 21.10.2002 r.

Opiniował: Marian Łukaniszyn, Jan Zawilak

THREE MODELS OF HYBRID STEPPING MOTOR

Andrzej POCHANKE¹⁾ Jakub WIERCIAK²⁾

ABSTRACT *Stepping motors are electromechanical devices which convert electrical pulses into discrete mechanical movements. The shaft of a stepping motor rotates in discrete step increments when electrical command pulses are applied to it in the proper sequence. The speed of the motor shafts rotation is directly related to the frequency of the input pulses and the length of rotation is directly related to the number of input pulses applied. The value of the frequency of the input pulses does not depend on the shaft position, so stepping motors use open-loop control.*

It is very important to use correct mathematical model for computer simulation during simulation investigation of the electrical drive with stepping motor.

The simplest mathematical model of the stepping motor is a model of discrete mechanical movement. But it does not take into consideration the electromagnetic damping produced by induced voltage.

It is possible to use the full electromagnetic model of a stepping motor, but it is often very difficult. Particularly difficult is modelling of the winding band.

Authors show that it is possible to use the simple mathematical model of discrete mechanical movement which takes into consideration the electromagnetic damping without necessity of modelling of the winding band.

¹⁾ D.Sc., Institute of Electrical Machines, Warsaw University of Technology, Plac Politechniki 1, 00-661 Warszawa, Poland, tel. +(48-22)6607435, fax: +(48-22)6257273, e-mail: bapo@ee.pw.edu.pl

²⁾ Ph.D., Institute of Micromechanics and Photonics, Warsaw University of Technology, ul. Św. Andrzeja Boboli, 02-525 Warszawa, Poland, tel.+(48-22) 6608324, fax:+(48-22) 6608601, e-mail: j.wierciak@mchtr.pw.edu.pl