621.313.333-181.4.001.57

Maria DEMS Krzysztof KOMĘZA Sławomir WIAK Jerzy ZADROŻNY Jarosław ZADROŻNY (jr)

# MODELOWANIE STATYCZNYCH I DYNAMICZNYCH STANÓW PRACY MAŁEGO SILNIKA INDUKCYJNEGO<sup>\*)</sup>

**STRESZCZENIE** *W pracy przedstawiono wyniki modelowania* obwodowego i obwodowo-polowego charakterystyk elektromagnetycznych małego (370 W) silnika indukcyjnego przy biegu jałowym i w stanie zwarcia. Pomierzone charakterystyki pozwoliły na weryfikację obliczonych parametrów schematu zastępczego silnika. Parametry te zostały wykorzystane w obliczeniach obwodowych przebiegów rozruchowych silnika zasilanego napięciem sieciowym. Porównanie wyników wskazuje na dobrą adekwatność stosowanego modelu obwodowego.

\*) Wykonano w ramach GRANTU KBN nr 8 T10A 033 20.

dr hab. Maria DEMS, prof. PŁ, e-mail: mdems@p.lodz.pl dr hab. Krzysztof KOMĘZA, prof. PŁ, e-mail: komeza@p.lodz.pl prof. dr hab. Sławomir WIAK e-mail: wiakslaw@p.lodz.pl tel. +(48 42) 6312571 Instytut Mechatroniki i Systemów Informatycznych, Politechnika Łódzka (Instytut Maszyn Elektrycznych i Transformatorów) ul. Stefanowskiego 18/22, 90-924 Łódź

doc. dr inż. Jerzy ZADROŻNY tel. +(48 22) 8123059 e-mail: jerzy.zadrozny@iel.waw.pl dr inż. Jarosław ZADROŻNY tel. +(48 22) 8123454 e-mail: jarek.zadrozny@iel.waw.pl Zakład Małych Maszyn Elektrycznych, Instytut Elektrotechniki ul. Pożaryskiego 28, 04-703 Warszawa,

PRACE INSTYTUTU ELEKTROTECHNIKI, zeszyt 216, 2003

### 1. WSTĘP

W ostatnich latach coraz powszechniej stosowane są układy napędowe o regulowanej prędkości obrotowej z silnikami indukcyjnymi zasilanymi z przemienników częstotliwości. W silnikach trwale współpracujących z przemiennikami częstotliwości mogą wystąpić dodatkowe zjawiska wywołane obecnością wyższych harmonicznych w napięciach i prądach fazowych silnika. Uwzględnienie tych zjawisk stwarza konieczność modyfikacji istniejących modeli matematycznych silnika, umożliwiających obliczenia elektromagnetyczne zarówno w ustalonych jak i w nieustalonych stanach pracy. Zmodyfikowany model powinien uwzględniać wyższe harmoniczne występujące w napięciu zasilającym silnik, a także zjawiska nieliniowe, takie jak nasycenie obwodu magnetycznego, wypieranie prądu w prętach klatek wirnika [3] i rezonans parametryczny [5] oraz ich wpływ na parametry schematu zastępczego silnika. Określenie tego wpływu wymaga przeprowadzenia obliczeń rozkładów pola magnetycznego w silniku indukcyjnym z wykorzystaniem zarówno metod polowych jak i obwodowych przy różnej modulacji napięcia zasilającego, a także szerokiej weryfikacji pomiarowej. Punktem wyjścia do pełnej analizy stanów dynamicznych silnika jest właściwe określenie parametrów schematu zastępczego silnika. W pracy skorzystano w tym celu z obliczeń elektromagnetycznych, a wyznaczone parametry zostały następnie zweryfikowane podczas analizy stanu jałowego i stanu zwarcia silnika.

Odrębnym zagadnieniem jest opracowanie metody obliczeń przebiegów elektromechanicznych silnika w warunkach rozruchu częstotliwościowego, z uwzględnieniem rzeczywistego widma napięcia zasilającego oraz zmienności parametrów silnika spowodowanej zjawiskiem nasycenia obwodu magnetycznego oraz wypierania prądu w prętach wirnika. Zagadnienie to wymaga właściwego wyboru modelu matematycznego silnika. W pracy zaproponowano podejście polegające na dostosowaniu modelu obwodowego – opracowanego dla silników zasilanych napięciem sinusoidalnym – do analizy rozruchu silników zasilanych napięciem odkształconym. Wymagało to jednak weryfikacji tego modelu dla rozruchu bezpośredniego silnika przy zasilaniu napięciem sinusoidalnym.

Obliczenia zarówno przebiegów ustalonych jak i przebiegów rozruchowych przy zasilaniu silnika napięciem sieciowym wykonano dwiema metodami: z wykorzystaniem modelu obwodowego opartego na schemacie zastępczym silnika z wieloobwodowym odwzorowaniem uzwojenia wirnika [4,8] oraz modelu po-

lowo - obwodowego, wykorzystującego pakiet OPERA- 2D [7]. Wyniki obliczeń zweryfikowano pomiarowo.

## 2. MODELOWANIE POLOWO-OBWODOWE

Obiektem badań był silnik indukcyjny typu Sg 71-4B o mocy znamionowej 0,37 kW, napięciu 220 V (uzwojenia połączone w trójkąt). Silnik ma 24 żłobki stojana, w których umieszczone jest uzwojenie jednowarstwowe o liczbie par biegunów p = 2 i liczbie żłobków na biegun i fazę  $q = \frac{z}{2*p*m} = \frac{24}{2*2*3} = 2$ . Podziałka biegunowa  $\tau = \frac{z}{2*p} = \frac{24}{2*2*3} = 6 - uzwojenie skrócone o poskoku równym 5. Zwojność cewki wynosi 153.$ 



Rys.1. Siatka podziałowa badanego silnika złożona z 11194 elementów o 7010 węzłach.

Rysunek 1 przedstawia siatkę podziałową oraz jej powiększony fragment przedstawiający obszar przyszczelinowy. Przy budowie modelu polowego wykorzystano symetrię silnika, modelując strukturę dla jednej pary biegunów i wprowadzając odpowiadające jej warunki periodyczności na granicy obszaru. Przy wymuszeniu napięciowym konieczne jest modelowanie co najmniej jednej pary biegunów. Szczelina powietrzna została podzielona na trzy warstwy, z których środkowa pełni rolę warstwy łączącej dla obliczeń uwzględniających ruch wirnika.

#### TABELA 1

Zestawienie wartości prądów w uzwojeniach fazowych silnika.

I <sub>ask</sub>	$I_{ m bsk}$	$I_{ m csk}$
A. Zasilanie sieciowe – pomiary		
0,997953	0,98082	0,99453
B. Zasilanie falownikowe – pomiary		
0,983211	0,967627	0,956657
C. Zasilanie sieciowe – obliczenia		
0,770181	0,777228	0,763474
D. Zasilanie falownikowe – obliczenia		
0,919115	0,925805	0,940734

Pierwszym etapem w pro cesie modelowania było wykonanie symulacji w stanie ustalonym przy biegu jałowym silnika. Równocześnie zostały wykonane pomiary wartości prądów silnika dla zasilania napięciem sieciowym, praktycznie sinusoidalnym, oraz zasilania falownikowego. Wyniki pomiarów oraz obliczeń dla tego przypadku zestawiono w tabeli 1.

Graficzne zestawienie prądów w stanie ustalonym przedstawiono na rysunku 2.





W przedstawionym zestawieniu można zauważyć, że wartości skuteczne prądów silnika dla zasilania falownikowego oraz zasilania sieciowego są do siebie zbliżone. Na rysunku 3 zostały zestawione różnice względne prądów skutecznych, przy czym jako wartość odniesienia przyjęto prądy dla zasilania sieciowego.

Na podstawie rys.3 można stwierdzić, że różnice wartości skutecznych prądów są niewielkie i wynoszą poniżej 0,3 %. Większa odchyłka prądów obli-

czonych dla zasilania sinusoidalnego wynika z różnicy napięć rzeczywiście występujących w sieci i teoretycznych przyjętych w obliczeniach. Kształt napięcia sieciowego zasilającego silnik odbiegał od sinusoidy i jego wartość skuteczna wyniosła 246,6 V, natomiast do obliczeń przyjęto wartość skuteczną napięcia równą 220 V, co stanowi około 89 % pomierzonej wartości skutecznej napięcia zasilającego.



Rys.3. Różnice względne prądów skutecznych odniesione do wartości prądu przy zasilaniu sieciowym

Na rysunku 4 przedstawiono wyznaczone przy pomocy modelu polowo – – obwodowego rozkłady linii pola oraz modułu indukcji dla stanu jałowego silnika przy zasilaniu z sieci napięciem sinusoidalnym.



Rys.4. Rozkład linii pola oraz modułu indukcji dla stanu jałowego silnika – zasilanie z sieci napięciem sinusoidalnym.



Rys.5. Rozkład izolinii potencjału i modułu indukcji dla stanu zwarcia przy zasilaniu napięciem znamionowym.

Na rysunku 5 przedstawiono rozkład izolinii potencjału i modułu indukcji dla stanu zwarcia silnika przy zasilaniu napięciem znamionowym.





Na rysunku 6 przedstawiono rozkłady gęstości prądów w prętach wirnika dla stanu zwarcia silnika przy zasilaniu napięciem znamionowym.

#### 3. CHARAKTERYSTYKI BIEGU JAŁOWEGO I ZWARCIA SILNIKA

Metoda obwodowopolowa została wykorzystana do wyznaczenia charakterystyki biegu iałowego i zwarcia badanego silnika. Jednocześnie zostały wykonane pomiary tych charakterystyk w warunkach laboratoryjnych, a także zostały wykonane pełne obliczenia elektromagnetyczne silnika metoda obwodowa, w oparciu o schemat zastępczy, pomocy programu przy





STAT\_m [8]. Na rysunku 7 przedstawiono pomierzone i obliczone metodą polowo-obwodową przebiegi prądu magnesującego, a także zaznaczono punkt odpowiadający wartości tego prądu dla napięcia znamionowego, wyznaczony z programu STAT\_m.

Jak wynika z rys.7, wartości obliczonego metodą polowo-obwodową i metodą obwodową prądu magnesujący silnika przy napięciu znamionowym wykazują bardzo dobrą zgodność i są zbliżone do wartości pomierzonej. Niewielkie rozbieżności pomierzonej i obliczonej charakterystyki tego prądu mogą być spowodowane nieco inną wartością grubości szczeliny powietrznej między stojanem i wirnikiem, niż przyjęta zarówno do obliczeń obwodowych jak i polowych wartość równa 0,25 mm.



Rys.8. Pomierzone straty jałowe dla silnika Sg 71 – 4B oraz ich rozdział na straty mechaniczne i w żelazie.

Na rysunku 8 przedstawiono przebiegi pomierzonych strat jałowych oraz ich rozdział na straty mechaniczne i w żelazie.

Straty jałowe obliczone przy pomocy programu STAT\_m wynoszą 34W, w tym straty mechaniczne 4,3 W i są znacznie mniejsze od pomierzonych. Może to wynikać z faktu, że przyjęta do obliczeń obwodowych stratność blachy elektrotechnicznej jest mniejsza od występującej w rzeczywistości, oraz że obliczone straty dodatkowe w rdzeniu silnika są znacznie mniejsze od strat rzeczywistych, na które ma wpływ technologia wykonania silnika. Należałoby również skorygować metodę obliczania strat mechanicznych dla silników o mocy mniejszej od 1 kW.

Na rysunku 9 przedstawiono pomierzoną i obliczoną charakterystykę zwarcia silnika. Pomiar wykonano tylko w zakresie do 1.5 krotnej wartości prądu znamionowego, natomiast obliczenia wykonano do wartości prądu zwarcia ustalonego odpowiadającej wartości napięcia znamionowego.



Zastosowanie modelu polowo – obwodowego daje wartość ustalonego prądu zwarcia  $I_z = 5.29$  A, a więc 15% większą od wartości  $I_z = 4.6$  A wyznaczonej metodą obwodową. Podawana w katalogu wartość ustalonego prądu zwarcia  $I_z = 4.1$  A. Występujące rozbieżności mogą być spowodowane nieco innym sposobem uwzględnienia w obu modelach wpływu zjawiska wypierania prądu i nasycenia obwodu magnetycznego na parametry schematu zastępczego silnika. Weryfikacja tych parametrów wymaga wykonania pomiarów prądu zwarcia silnika przy pełnym napięciu.

### 4. ROZRUCH BEZPOŚREDNI SILNIKA

Wyznaczono przebiegi prądu fazowego, momentu elektromagnetycznego i prędkości obrotowej podczas rozruchu bezpośredniego badanego silnika, przy zasilaniu z sieci. Napięcie sieci zawiera wyższe harmoniczne, w modelu obwodowym silnika uwzględniano jednak tylko pierwszą harmoniczną. Na rysunku 10 zestawiono pomierzone i obliczone przebiegi prądów w uzwojeniach fazowych stojana przy rozruchu bezpośrednim silnika, wyznaczone przy pomocy modelu obwodowego (program DYN\_m [8]) z wieloobwodowym odwzorowaniem klatki wirnika, wyrażonym w prostokątnym układzie współrzędnych wirujących z prędkością synchroniczną [3].



Wyniki obliczeń obwodowych wykazują bardzo dobrą zgodność z wynikami pomiarów (rys.10), chociaż nie uwzględniają odkształceń spowodowanych występowaniem rezonansu parametrycznego [5]. Dla rozruchu bezpośredniego przedstawiono przebiegi odpowiednio prędkości obrotowej (rys.11) i momentu elektromagnetycznego silnika (rys.12).

Jak wynika z przedstawionych przebiegów, przedstawiony model obwodowy silnika, opracowany dla silników średniej i dużej mocy, z wystarczającą dokładnością pozwala obliczać przebiegi elektromechaniczne dla silników o mocach mniejszych od 1 kW, przy zasilaniu sinusoidalnym. Warunkiem uzyskania odpowiedniej zbieżności wyników obliczeń oraz pomiarów jest poprawne wyznaczenie parametrów schematu zastępczego silnika, co można zweryfikować poprzez porównanie pomierzonych i obliczonych charakterystyk biegu jałowego i zwarcia silnika. Dokładna wartość momentu bezwładności układu napędowego można określić na podstawie porównania obliczonych i pomierzonych przebiegów prędkości obrotowej podczas rozruchu bezpośredniego silnika.



Rys.11. Przebiegi pomierzonej i obliczonej (model obwodowy) prędkości obrotowej podczas rozruchu silnika.



Rys.12.Przebiegi pomierzonego i obliczonego (model obwodowy) momentu elektromagnetycznego podczas rozruchu silnika.

#### 5. PODSUMOWANIE

- Do modelowania stanów ustalonych i przejściowych w małym silniku indukcyjnym może być stosowany zarówno model polowo-obwodowy jak i model obwodowy, w którym należy uwzględnić zjawiska nieliniowe występujące w silniku.
- W małych silnikach indukcyjnych duży wpływ na wyniki modelowania obwodowego mają parametry schematu zastępczego silnika. Do ich weryfikacji celowe jest stosowanie zarówno modelu polowo – obwodowego jak i badań eksperymentalnych dla ustalonych stanów pracy silnika, takich jak bieg jałowy oraz zwarcie.

#### LITERATURA

- 1. Brule S., Tounzi A.: Comparison between FEM and Park's models to study the control of an *induction machine*, ICEM 2000 Proceedings, Vol. 1, Helsinki, 2000, pp.546-552.
- 2. Demenko A.: *Movement simulation in finite element analysis of electric machine dynamics*, IEEE Transaction on Magnetics, Vol 32, No 3, 1996, pp.1553-56.
- Dems M.: Symulacja przebiegów elektromechanicznych w silnikach indukcyjnych klatkowych Zeszyty Naukowe PL, nr. 754, Rozprawy Naukowe, z.229, Łódź 1996.
- Dems M., Rutkowski Z., Anuszczyk J.: Program "Obliczenia elektromagnetyczne trójfazowych silników indukcyjnych małej mocy", Biblioteka programów PŁ, Łódź, 1996
   Zadrożny J., Zadrożny J.(jr): The investigation of an induction motor torque transients with
- symptoms of parametric resonance. Electromotion, No 3, 1999.
- Wiak S., Dems M., Komęza K.: Induction Motors Problems of Modeling of Transient States, Digests of the Fourth International Conference on Electromagnetic Field Problems and Applications, ICEF'2000, Tianjin, China, September 18-20, 2000.
- 7. Opera 2D Reference Manual, Vector Fields Limited, Oxford 2000.
- 8. Dems M.: Obliczenia przebiegów dynamicznych małych silników indukcyjnych klatkowych, Biblioteka programów PŁ, Łódź, 2002.

#### MODELLING OF STATIC AND DYNAMIC CHARACTERISTICS OF SMALL INDUCTION MOTOR

#### Maria DEMS<sup>1)</sup>, Krzysztof KOMĘZA<sup>2)</sup>, Sławomir WIAK<sup>3)</sup> Jerzy ZADROŻNY<sup>4)</sup>, Jarosław ZADROŻNY (jr)<sup>5)</sup>

**ABSTRACT** In last years the speed-control drives with inverter-fed induction motors more and more are used. In inverter-fed motors additional phenomena due to high voltage/current harmonics may occur. Thus, the necessity to modify mathematical models of induction motor's should be taken seriously into consideration to make possible electromagnetic calculations in static and dynamic states as well.

In the paper are presented the results of the electromagnetic characteristics' modelling of a small induction motor (370 W) using circuit method and circuit-field one as well, in no-load and short-circuit states of the machine.

The modified motor's model should take into consideration the higher motor's harmonics as well as non linear phenomena such as magnetic circuit saturation, displacement of currents in rotor bars [3] and parametric resonance [5], if any, i.e. their influence on equivalent circuit parameters of the motor. Therefore, the calculation of motor's field distribution was necessary using field and circuit calculation methods.

Next, these parameters have been used in order to calculate – using the circuit method – the start characteristics of the motor when supplying with network voltage.

Applying the measured motor characteristics the verification of the calculated motor's equivalent circuit parameters has been done, in no-load and short-circuit states of the motor.

The calculations and measurements of currents have been done when supplying motor with network sinusoidal voltage as well as with

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup> D.Sc., Institute of Mechatronics and Informatics Systems (Previous Institute of Electrical Machines and Transformers) Technical University of Lodz, ul. Stefanowskiego 18/22, 90-924 Łódź, tel. +(48 42) 6312571, fax: +(48 42) 6362309, e-mail: mdems@p.lodz.pl

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup> D.Sc., Institute of Mechatronics and Informatics Systems (Previous Institute of Electrical Machines and Transformers) Technical University of Lodz, ul. Stefanowskiego 18/22, 90-924 Łódź, tel. +(48 42) 6312571, fax: +(48 42) 6362309, e-mail: komeza@p.lodz.pl

<sup>&</sup>lt;sup>3)</sup> Prof. D.Sc., Institute of Mechatronics and Informatics Systems (Previous Institute of Electrical Machines and Transformers) Technical University of Lodz, ul. Stefanowskiego 18/22, 90-924 Łódź, tel. +(48 42) 6312571, fax: +(48 42) 6362309, e-mail: wiakslaw@p.lodz.pl

 <sup>&</sup>lt;sup>4)</sup> Assist. Prof. Ph.D., Electrotechnical Institute, Small Electrical Machines Department Pożaryskiego 28, 04-703 Warszawa, tel. +(48 22) 8123454, fax: +(48 22) 8120406, e-mail: jerzy.zadrozny@iel.waw.pl

<sup>&</sup>lt;sup>5)</sup> Ph.D., Electrotechnical Institute, Small Electrical Machines Department, Pożaryskiego 28, 04-703 Warszawa, tel. +(48 22) 8123454, fax: +(48 22) 8120406, e-mail: jarek.zadrozny@iel.waw.pl

*PWM* inverter. Relevant results are shown in sequence in Fig.2 (r.m.s. currents' values) and Fig.3 (relative differences between calculated and measured currents related to measured value when supplying with sinusoidal voltage). In Figs 10, 11, 12 the measured and calculated courses of phase currents, electromagnetic torque and speed during free acceleration of the motor are presented.

The comparison of measured and calculated results proves a good adequacy of the circuit model used.