

Maria KOSICKA

# MOŻLIWOŚCI ZASTOSOWANIA FALEK HAARA DO ANALIZY I OPTYMALIZACJI UKŁADÓW NAPĘDOWYCH

**STRESZCZENIE**      *W artykule przedstawiono zastosowanie metod analizy i optymalizacji liniowych układów dynamicznych o stałych skupionych przy zastosowaniu falek Haara w odniesieniu do typowego układu napędowego prądu stałego. Omówiono zalety stosowanej metody, a także jej pewne niedogodności.*

## 1. WPROWADZENIE. BIOGRAFIA ALFREDA HAARA

---

Alfred Haar (na zdjęciu obok), którego prace dotyczące funkcji ortogonalnych zostały wykorzystane w teorii przetwarzania sygnałów, był Węgrem urodzonym w 1885 roku w Budapeszcie. Po ukończeniu szkoły średniej wyjechał do Getyngi, gdzie studiował pod kierunkiem Davida Hilberta (1862–1943). W 1909 roku obronił dysertację doktorską pod tytułem *Zur Theorie der orthogonalen Funktionensysteme* opublikowaną w 1910 roku [4]. To ta właśnie publikacja była pierwszą pracą dotyczącą możliwości konstruowania rodzin funkcji



---

**Mgr inż. Maria KOSICKA**

Zakład Badań Podstawowych Elektrotechniki  
Instytut Elektrotechniki

schodkowych – nieciągłych funkcji ortogonalnych, zwanych obecnie funkcjami lub falkami Haara. W 1912 roku powrócił na Węgry i objął katedry na uniwersytetach w Kolozsvár (obecnie Cluj w Rumunii) i w Budapeszcie, a po I Wojnie Światowej w Szeged, dokąd przeniesiono Uniwersytet z Kolozsvár, ponieważ miasto to znalazło się wtedy w granicach Rumunii. Szeged nie miało żadnych tradycji uniwersyteckich, tym więc większą jest zasługą Haara, że wraz z węgierskim matematykiem Frigyes Rieszem (1880–1956) uczynili uniwersytet w Szeged znaczącym ośrodkiem nauk matematycznych. Haar pracował nad problemami analizy matematycznej, rozwijał tezy pracy doktorskiej dotyczące funkcji ortogonalnych, później zajmował się równaniami różniczkowymi cząstkowymi, pisał o aproksymacji Czebyszewa, a w latach 1917-1919 pracował nad rachunkiem wariacyjnym. Znane są jego prace dotyczące miary na grupach, zwane teraz miarą Haara. Zmarł w 1933 roku w Szeged. Prace Haara były rozwijane przez von Neumanna (1903–1957), Pontriagina (1908–1988) i André Weila (1906–1998).<sup>1)</sup>

Przez wiele lat prace Haara dotyczące zbioru funkcji ortogonalnych nie znajdowały praktycznego zastosowania. Dopiero w latach 80. XX wieku w związku z rozwojem dziedziny zwanej przetwarzaniem sygnałów i powstaniem teorii transformaty falkowej zwrócono na nie uwagę. Znalazły one zastosowanie jako najprostsze falki, i chociaż w ostatnich latach skonstruowano wiele typów falek [1] to, można powiedzieć, że rozwinięcie falkowe Haara cieszy się w dalszym ciągu dużym powodzeniem, właśnie ze względu na swoją prostotę.

W niniejszym artykule pokazano, w jaki sposób można wykorzystać rozwinięcie falkowe Haara do analizy i optymalizacji typowego układu napędowego, jakie ma to zalety, jak również, na jakie można natrafić pułapki.

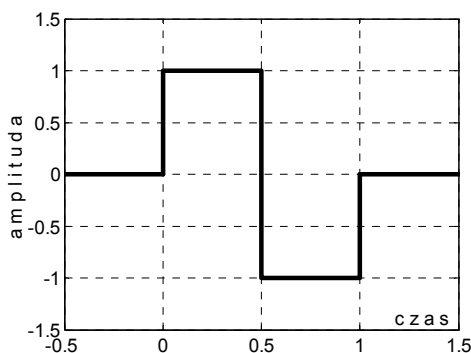
Informacje na temat falek (funkcji) Haara można znaleźć w niemal każdej publikacji [1] dotyczącej transformaty falkowej, dlatego też poniżej podano jedynie zależności zasadnicze.

Podstawowa falka Haara (rys.1a) jest definiowana następująco:

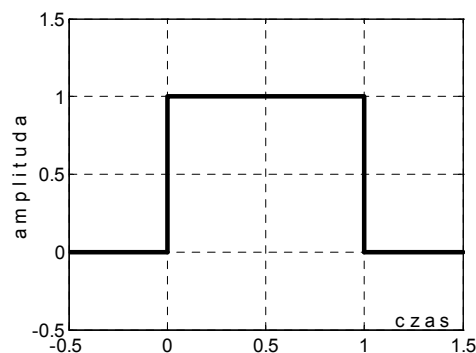
$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } 0 \leq t < 0,5 \\ -1 & \text{dla } 0,5 \leq t < 1 \\ 0 & \text{dla } t < 0 \text{ i } t \geq 1 \end{cases} \quad (1)$$

<sup>1)</sup> Informacje biograficzne wg strony internetowej:  
<http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Haar.html>

a)



b)



Rys.1. Podstawowa falka Haara (a) i funkcja skalująca (b).

Ta falka generuje poniższy zbiór falek:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}t - k) \quad (2)$$

gdzie  $j$  i  $k$  są liczbami całkowitymi, przy czym  $j$  zwane jest współczynnikiem skali, a  $k$  – współczynnikiem przesunięcia [1]. Charakterystyczną cechą falki jest zależność przesunięcia  $2^j k$  od współczynnika skali, natomiast parametr  $2^{-j/2}$  zwany jest współczynnikiem normalizującym i powoduje, że dla każdej falki całka z jej kwadratu w przedziale, w którym  $\psi_{j,k}(t) \neq 0$  (tzw. przedziale nośnika, który ma długość  $2^{-j}$ ), jest równa 1. Falki Haara stanowią zatem rodzinę funkcji ortogonalnych i ortonormalnych, tzn. muszą one spełniać zależności:

$$\int_0^1 \psi_{j_1 k_1}(t) \psi_{j_2 k_2}(t) dt = \begin{cases} 1 & \text{dla } j_1 = j_2 \text{ i } k_1 = k_2 \\ 0 & \text{dla } \begin{cases} (j_1 \neq j_2 \text{ i } k_1 \neq k_2) \\ \text{lub } (j_1 \neq j_2 \text{ i } k_1 = k_2) \\ \text{lub } (j_1 = j_2 \text{ i } k_1 \neq k_2) \end{cases} \end{cases} \quad (3)$$

Czasem jednak wygodniej jest przyjąć stałą amplitudę falki zwykle równą 1, wtedy dla  $h_1(t) = \psi(t)$ , gdzie  $\psi(t)$  opisane jest wzorem (1), kolejne funkcje są generowane następująco:

$$\begin{aligned} h_n(t) &= h_1(2^j t - k) \\ n &= 2^j + k, \quad j \geq 0, \quad 0 \leq k < 2^j \end{aligned} \quad (4)$$

przy czym

$$\int_0^1 h_i(t) h_l(t) dt = 2^{-j} \delta_{i,l} = \begin{cases} 2^{-j} & \text{dla } i=l=2^j+k \\ 0 & \text{dla } i \neq l \end{cases} \quad (5)$$

Taki zbiór funkcji [2, 3] jest ortogonalny, ale nie ortonormalny, ponieważ  $\int_0^1 h^2(t) dt \neq \text{const}$ .

Kolejne falki uzyskuje się przez przesunięcie oraz kompresję falki podstawowej. Dodatkowo uwzględnia się funkcję  $h_0(t)=1$  dla  $0 \leq t < 1$  zwaną funkcją skalującą (rys.1b).

Wykorzystując falki Haara uzupełnione funkcją skalującą do rozkładu dowolnej funkcji całkowalnej z kwadratem w przedziale  $[0,1)$ , a więc spełniającej warunek

$$\int_0^1 y^2(t) dt < \infty \quad (6)$$

autorzy prac [2, 3] podali metody:

- analizy liniowych układów dynamicznych o parametrach skupionych,
- rozwiązania problemu sterowania optymalnego przy kwadratowym wskaźniku jakości dla liniowych układów dynamicznych.

Obie te metody wymagają opisu układu w przestrzeni stanów.

Podstawą opracowanych metod jest założenie, że każdą funkcję spełniającą warunek (6) można przedstawić w postaci sumy:

$$y(t) = \sum_{i=0}^N c_i h_i(t) \quad (7)$$

przy czym

$$c_i = 2^j \int_0^1 y(t) h_i(t) dt \quad (8)$$

gdzie  $2^j = i - k$ .

Formalnie parametr  $N \rightarrow \infty$ , ale w praktyce przyjmuje wartość skończoną. Funkcje  $h_i(t)$  są falekami Haara przedstawionymi w postaci wektorów [2] o  $m$  elementach, gdzie  $m$  – jest stopniem rozwinięcia funkcji  $h_i(t)$  i musi być potęgą liczby 2:

$$\begin{aligned}
 h_0(t) &= [\underbrace{1 \dots 1}_m] \\
 h_1(t) &= [\underbrace{1 \dots 1}_{m/2} \quad \underbrace{-1 \dots -1}_{m/2}] \\
 h_2(t) &= [\underbrace{1 \dots 1}_{m/4} \quad \underbrace{-1 \dots -1}_{m/4} \quad \underbrace{0 \dots 0}_{m/2}] \\
 h_3(t) &= [\underbrace{0 \dots 0}_{m/2} \quad \underbrace{1 \dots 1}_{m/4} \quad \underbrace{-1 \dots -1}_{m/4}] \quad \text{itd.}
 \end{aligned} \tag{9}$$

Z powyższych wektorów tworzy się macierz  $\mathbf{H}_m(t)$

$$\mathbf{H}_m(t) = \begin{bmatrix} h_0(t) \\ h_1(t) \\ \vdots \\ h_{m-1}(t) \end{bmatrix} \tag{10}$$

oraz jej całkę, którą można również wyrazić za pomocą falek Haara:

$$\int_0^t \mathbf{H}_m(\tau) d\tau = \mathbf{P}_m \mathbf{H}_m(t) \tag{11}$$

gdzie

$$\mathbf{P}_m = \frac{1}{2m} \begin{bmatrix} 2m\mathbf{P}_{m/2} & -\mathbf{H}_{m/2} \\ \mathbf{H}_{m/2}^{-1} & 0 \end{bmatrix} \tag{12}$$

Podstawy teoretyczne ww. metod zostały dodatkowo opisane i uzupełnione w pracach [6, 7].

## 2. ANALIZA UKŁADU NAPĘDOWEGO PRĄDU STAŁEGO PRZY WYKORZYSTANIU FALEK HAARA

Typowy napęd prądu stałego (rys.2) składa się z silnika jako obiektu regulacji oraz dwóch pętli regulacyjnych: pętli regulacji prędkości obrotowej i podporządkowanej jej pętli regulacji prądu. Układ zawiera dwa regulatory: prądu i prędkości obrotowej oba typu PI, przy czym regulator prędkości obrotowej ma dodatkowo obwód wejściowy RC w celu ograniczenia wpływu zakłóceń [8, 9, 10].

**TABELA 1**  
Oznaczenia

Oznaczenia w tekście	Oznaczenia na rys. 2 i 8	Objaśnienia symboli
$\Omega$	Omega	Prędkość obrotowa
$V_a, i_a$	V_a, i_a	Napięcie i prąd twornika
$R_a, L_a$	R_a, L_a	Rezystancja i prąd twornika
$J$	J	Całkowity moment bezwładności silnika i obciążenia
$k_e, k_t$	k_e, k_t	Stałe siły elektromotorycznej i momentu obciążenia
$T_L$	T_L	Moment obciążenia
$k_s$	k_s	Współczynnik wzmocnienia sterownika
$V_r$	V_r	Sygnał zadający prędkość obrotową
$V_\Omega, V_i$	V_om, V_i	Sygnaly wejściowe regulatora prędkości obrotowej i regulatora prądu
$e_\Omega, e_i$	e_om, e_i	Sygnaly uchybów regulatora prędkości obrotowej i regulatora prądu
$x_\Omega, x_i$	x_om, x_i	Całki z sygnałów $e_\Omega, e_i$ ( $e_om, e_i$ )
$k_i, T_i$	k_i, T_i	Współczynnik wzmocnienia i stała czasowa regulatora prądu
$k_\Omega, T_\Omega$	k_om, T_om	Współczynnik wzmocnienia i stała czasowa regulatora prędkości obrotowej
$T_r$	T_r	Stala czasowa obwodu wejściowego regulatora prędkości obrotowej
$k_{if}, k_{\Omega f}$	k_if, k_omf	Współczynnik wzmocnienia pętli regulacji prądu i pętli regulacji prędkości obrotowej
<b>u</b>	<b>u</b>	Sygnał sterujący
<b>L(t), L<sub>i</sub>(t)</b>	[t L_i]	Optymalny współczynnik sprzężenia zwrotnego

Układ (rys.2) może być opisany równaniami stanu:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Omega(t) \\ i_a(t) \\ x_i(t) \\ x_\Omega(t) \\ e_\Omega(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ 0 & a_{32} & 0 & a_{34} & a_{35} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{51} & 0 & 0 & 0 & a_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega(t) \\ i_a(t) \\ x_i(t) \\ x_\Omega(t) \\ e_\Omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & b_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_{51} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r(t) \\ T_L(t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

oraz równaniami wyjścia:

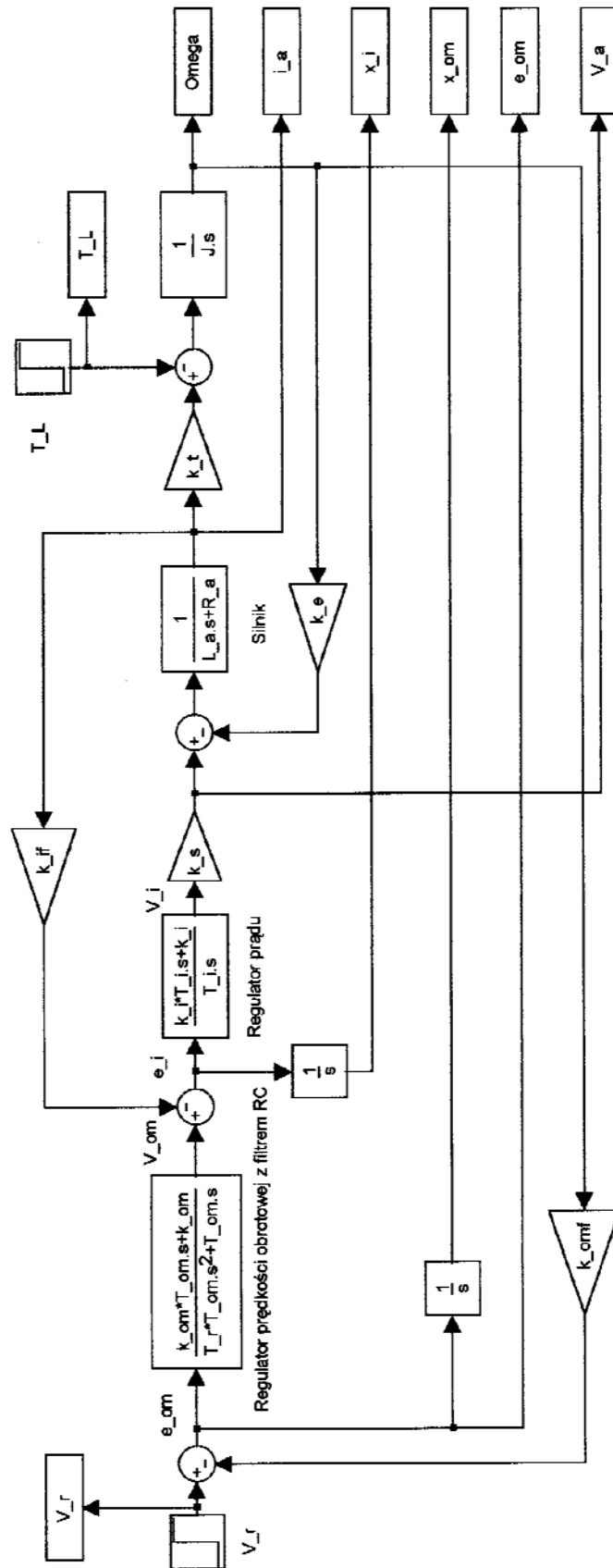
$$\begin{bmatrix} \Omega(t) \\ i_a(t) \\ V_a(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega(t) \\ i_a(t) \\ x_i(t) \\ x_\Omega(t) \\ e_\Omega(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

gdzie

$$\begin{aligned} a_{12} &= \frac{k_t}{J}, & a_{21} &= -\frac{k_e}{L_a}, & a_{22} &= -\frac{R_a + k_i k_s k_{if}}{L_a}, & a_{23} &= \frac{k_i k_s k_{if}}{L_a T_i}, & a_{24} &= \frac{k_\Omega k_i k_s}{L_a T_\Omega}, \\ a_{25} &= \frac{k_\Omega k_i k_s}{L_a}, & a_{32} &= -k_{if}, & a_{34} &= \frac{k_\Omega}{T_\Omega}, & a_{35} &= k_\Omega, & a_{51} &= -\frac{k_{\Omega f}}{T_r}, \\ a_{55} &= -\frac{1}{T_r}, & b_{12} &= -\frac{1}{J}, & b_{51} &= \frac{1}{T_r}, \\ c_{32} &= -k_i k_s k_{if}, & c_{33} &= \frac{k_i k_s}{T_i}, & c_{34} &= \frac{k_\Omega k_i k_s}{T_\Omega}, & c_{35} &= k_\Omega k_i k_s \end{aligned}$$

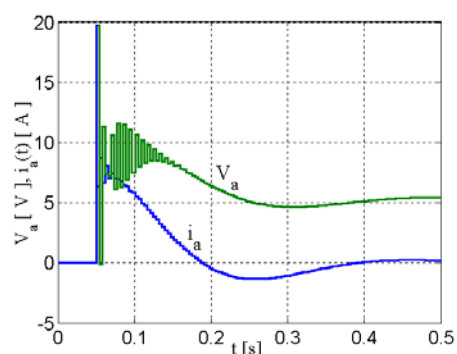
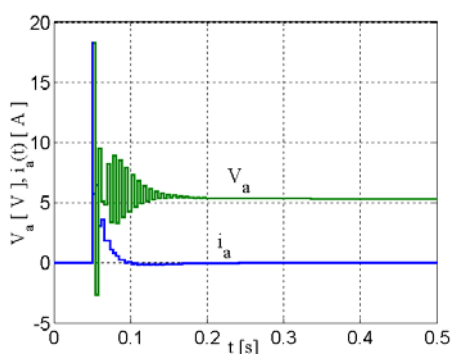
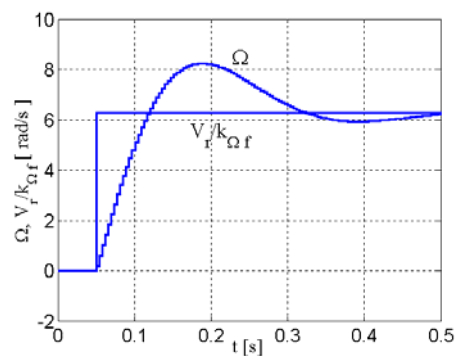
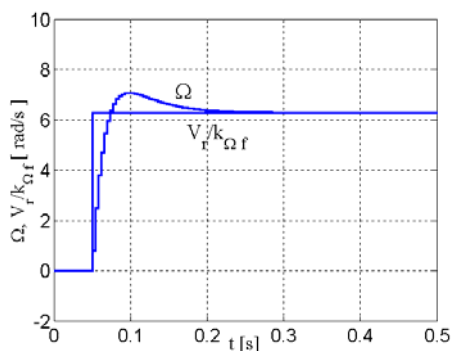
Dane przyjęte do obliczeń:

- Dane znamionowe silnika:  $U_n = 107 \text{ V}$ ,  $T_{Ln} = 7,4 \text{ N}\cdot\text{m}$ ,  $I_{an} = 8,7 \text{ A}$ ,  
 $\Omega_n = 125 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $R_a = 0,93 \Omega$ ,  $L_a = 4,185 \text{ mH}$ ,  $k_e = 0,85 \text{ V}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$ ,  
 $k_t = 0,85 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$ ,  $J = 0,012 \dots 0,06 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ .
- Dane sterownika:  $k_s = 12$ .
- Dane pętli regulacji prądu:  $k_i = 4,31$ ,  $T_i = 1,12 \text{ ms}$ ,  $k_{if} = 0,333 \text{ V}\cdot\text{A}^{-1}$ .
- Dane pętli regulacji prędkości obrotowej:  $k_\Omega = 4,31$ ,  $T_\Omega = 1,12 \text{ ms}$ ,  
 $k_{\Omega f} = 0,333 \text{ V}\cdot\text{A}^{-1}$ ,  $T_r = 0,22 \text{ ms}$ .



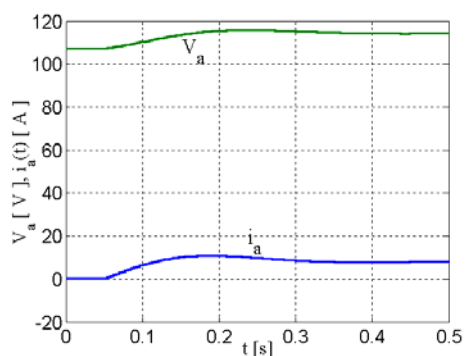
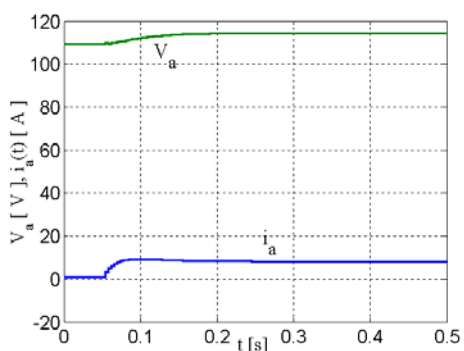
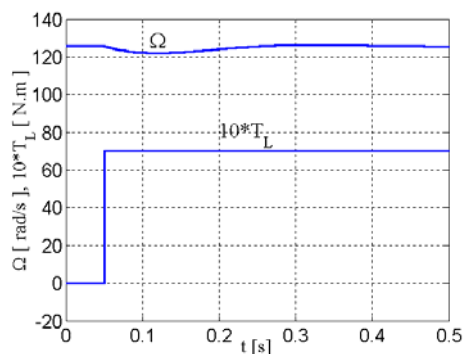
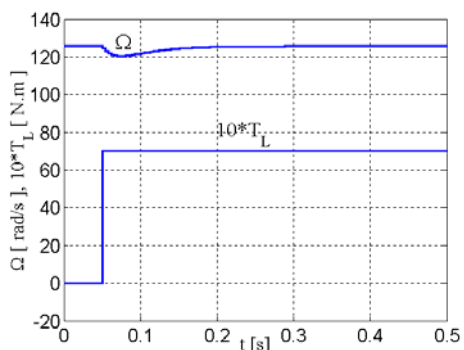
Rys.2. Schemat układu napędowego regulacji prędkości obrotowej przedstawiony w notacji Simulinka.





$V_r = 0,5 \text{ V}$ ,  $T_L = 0$ ,  $J = 0,012 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

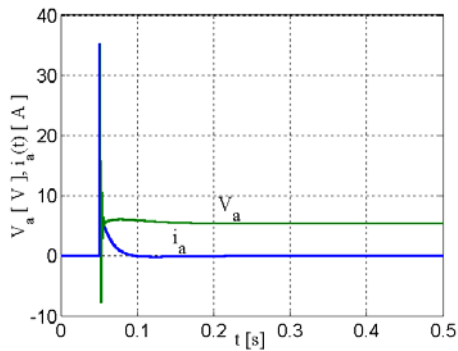
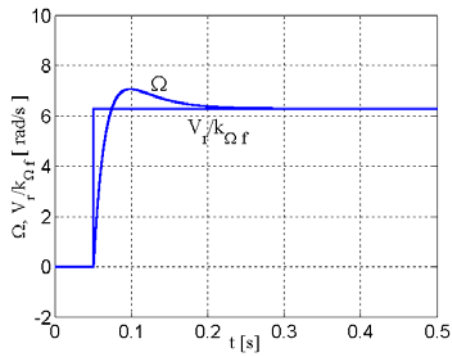
$V_r = 0,5 \text{ V}$ ,  $T_L = 0$ ,  $J = 0,06 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$



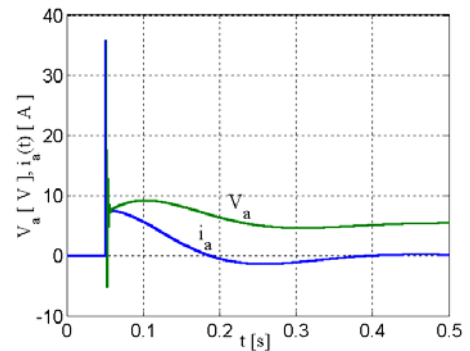
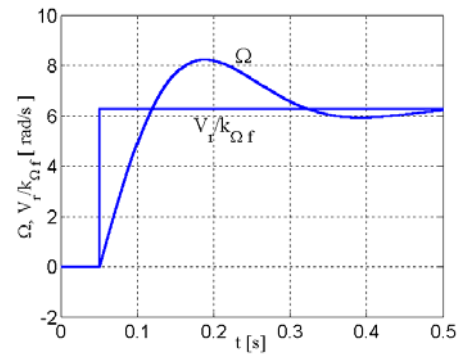
$V_r = 10 \text{ V}$ ,  $T_L = 7 \text{ N}\cdot\text{m}$ ,  $J = 0,012 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

$V_r = 10 \text{ V}$ ,  $T_L = 7 \text{ N}\cdot\text{m}$ ,  $J = 0,06 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$

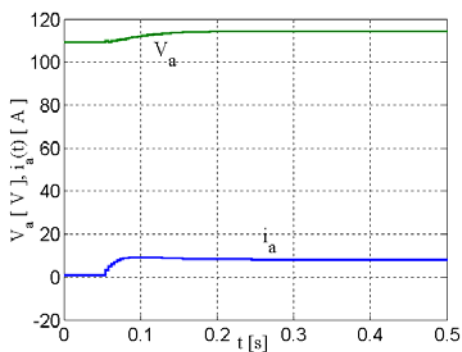
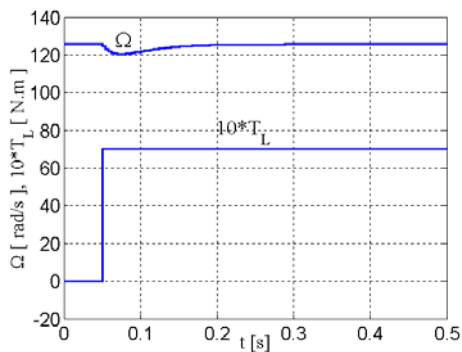
Rys.3. Przebiegi sygnałów wyjściowych układu z rys.2 przy zastosowaniu falek Haara dla stopnia rozwinięcia  $m = 128$ .



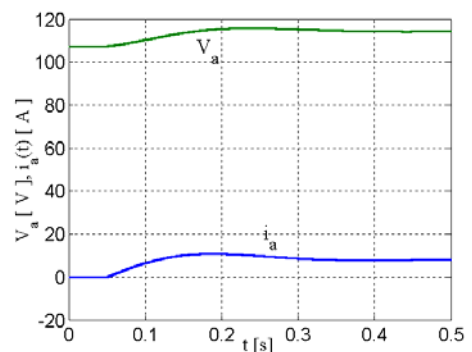
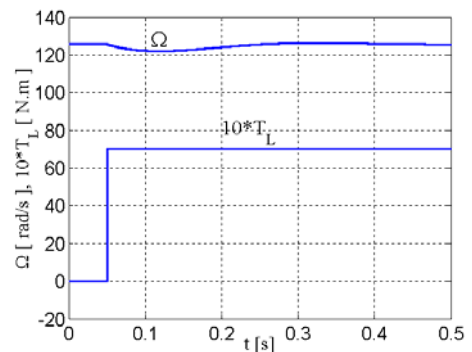
$$V_r = 0,5 \text{ V}, \quad T_L = 0, \quad J = 0,012 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



$$V_r = 0,5 \text{ V}, \quad T_L = 0, \quad J = 0,06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

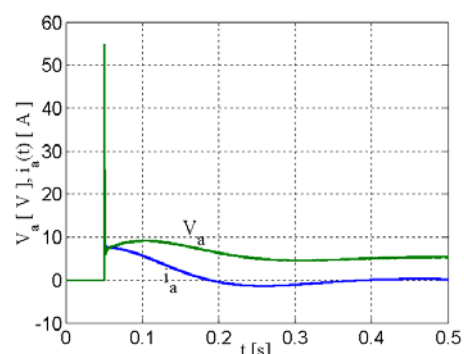
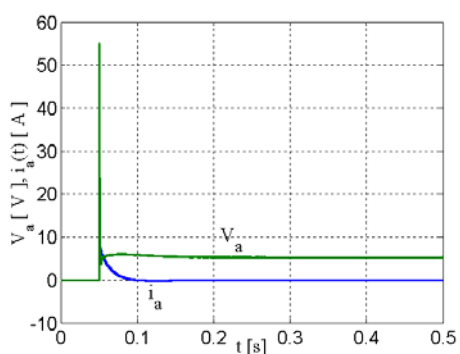
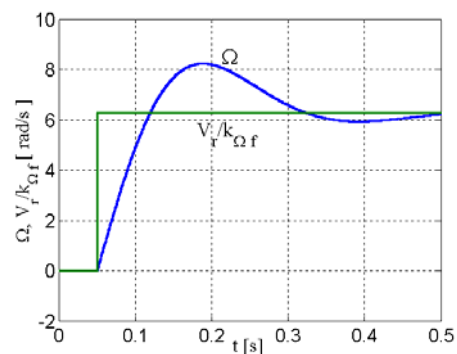
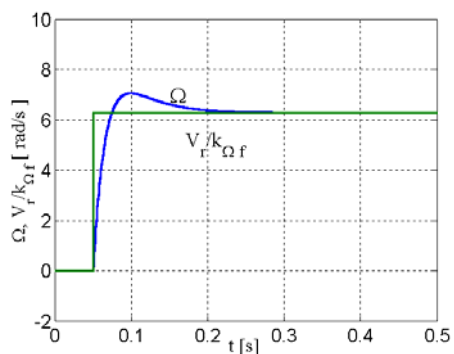


$$V_r = 10 \text{ V}, \quad T_L = 7 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad J = 0,012 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



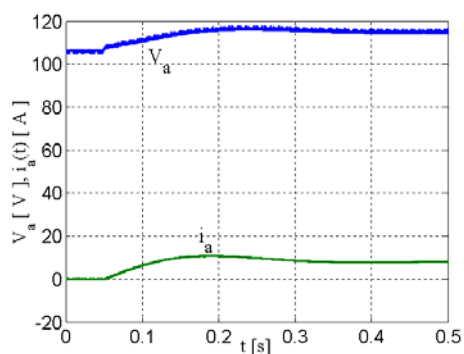
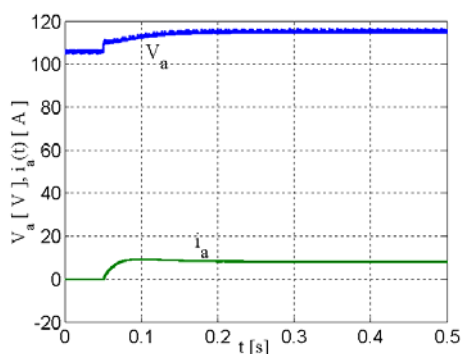
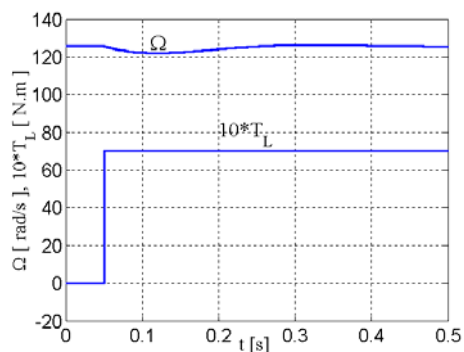
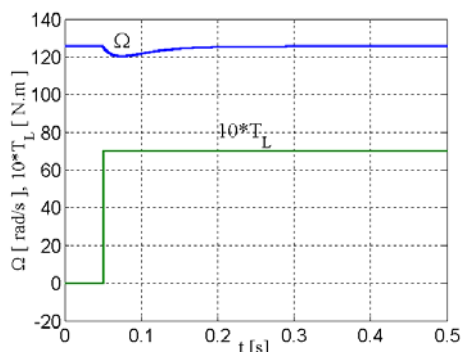
$$V_r = 10 \text{ V}, \quad T_L = 7 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad J = 0,06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Rys.4. Przebiegi sygnałów wyjściowych układu z rys.2 przy zastosowaniu falek Haara dla stopnia rozwinięcia  $m = 256$ .



$V_r = 0,5V, T_L = 0, J = 0,012 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$V_r = 0,5V, T_L = 0, J = 0,06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$



$V_r = 10V, T_L = 7 \text{ N} \cdot \text{m}, J = 0,012 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$V_r = 10V, T_L = 7 \text{ N} \cdot \text{m}, J = 0,06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Rys.5. Symulacja przebiegów wyjściowych układu z rys.2 za pomocą programu Simulink.

Posługując się metodą rozkładu [2] sygnału wejściowego na falki Haara przeprowadzono analizę układu z rys.2 dla dwóch stopni rozwinięcia ( $m=128$  i  $m=256$ ) (rys.3, 4), przy różnych wartościach obciążenia momentu bezwładności ( $J=0.012 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$  i  $J=0.06 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ) oraz przy różnych sygnałach wejściowych (skoku sygnału zadającego  $V_r=0,5 \text{ V}$  oraz skoku sygnału obciążenia  $T_L=7 \text{ N}\cdot\text{m}$  przy stałym sygnale zadającym  $V_r=10 \text{ V}$ ). Dla porównania pokazano przebiegi analogowe symulowane za pomocą programu Simulink (rys.5). Można zauważyć, że przy stopniu rozwinięcia  $m=256$  wyniki są niemal identyczne z wynikami analogowymi (rys.5), stwierdzono natomiast, że przy  $m<128$  otrzymane wyniki zbyt daleko odbiegają od wyników przedstawionych na rys.5.

### 3. OPTIMALIZACJA UKŁADU NAPĘDOWEGO PRĄDU STAŁEGO PRZY WYKORZYSTANIU FALEK HAARA

---

Metoda rozkładu na falki Haara pozwala również na wyznaczenie sterowania optymalnego układu (rys.6) przy kwadratowym wskaźniku jakości:

$$Q = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] dt \quad (15)$$

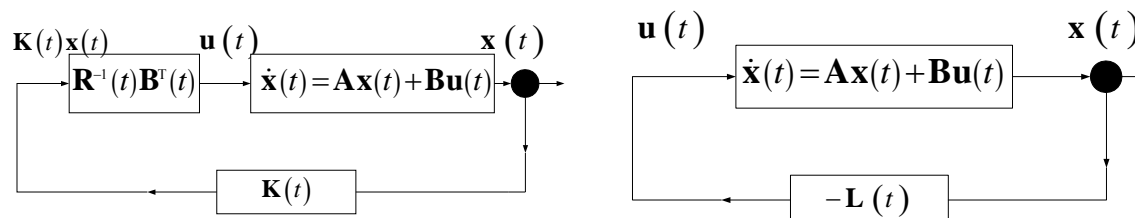
gdzie

$\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{R}$  – macierze kwadratowe o wymiarach zależnych od długości wektora stanu  $\mathbf{x}(t)$  i wektora sterowań  $\mathbf{u}(t)$ ,

przy czym:

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{v}(t) = -\mathbf{L}(t) \mathbf{x}(t) \quad (16)$$

Przy wyznaczaniu wektora współczynników  $\mathbf{L}(t)$  posłużono się opisem układu za pomocą macierzy podstawowej (transmisyjnej) [3, 5], co pozwala na zastosowanie falek Haara w sposób analogiczny, jak przy analizie układu dynamicznego.

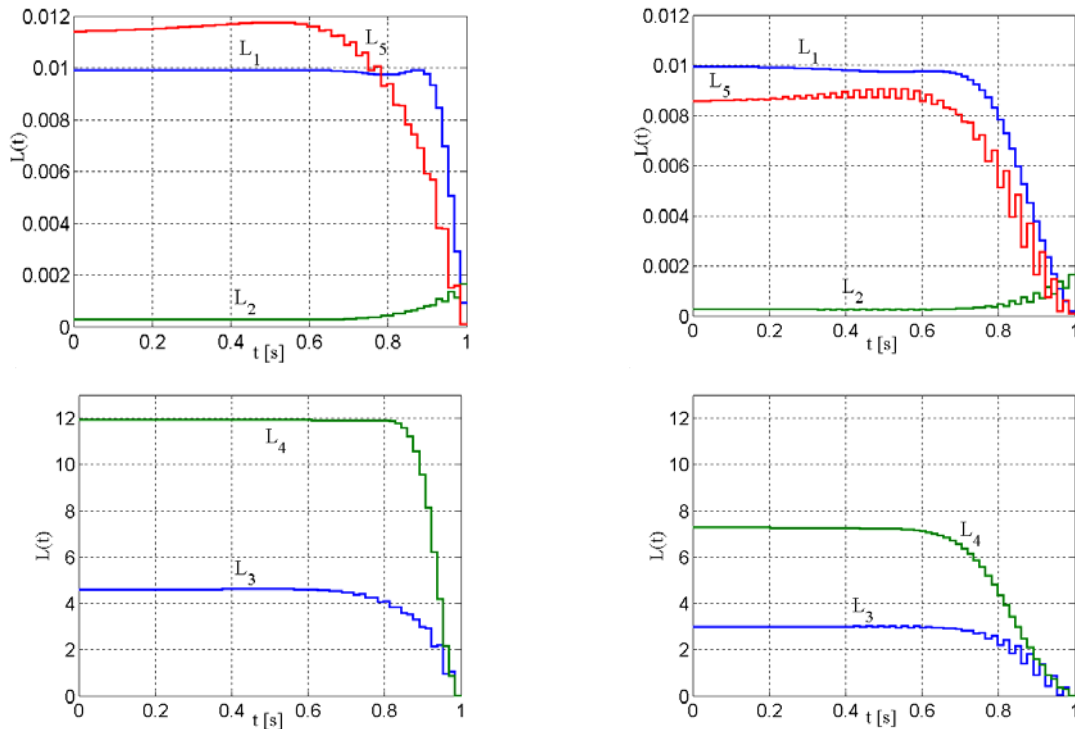


Rys.6. Równoważne schematy blokowe sterowania optymalnego układu liniowego przy kwadratowym wskaźniku jakości.

Założmy, że chcemy w optymalny sposób przeprowadzić układ (rys.2) od wartości znamionowych ( $\Omega = 125 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $i_a = 8,7 \text{ A}$ ) do wartości zerowych. W opisie układu (13, 14) zakłada się  $k_{if} = 0$ , a zamiast tego wprowadza się współczynnik sprzężenia zwrotnego  $\mathbf{L}(t)$  (rys.6). Optymalizację przeprowadzono dla macierzy:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0,001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,001 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = [10]$$

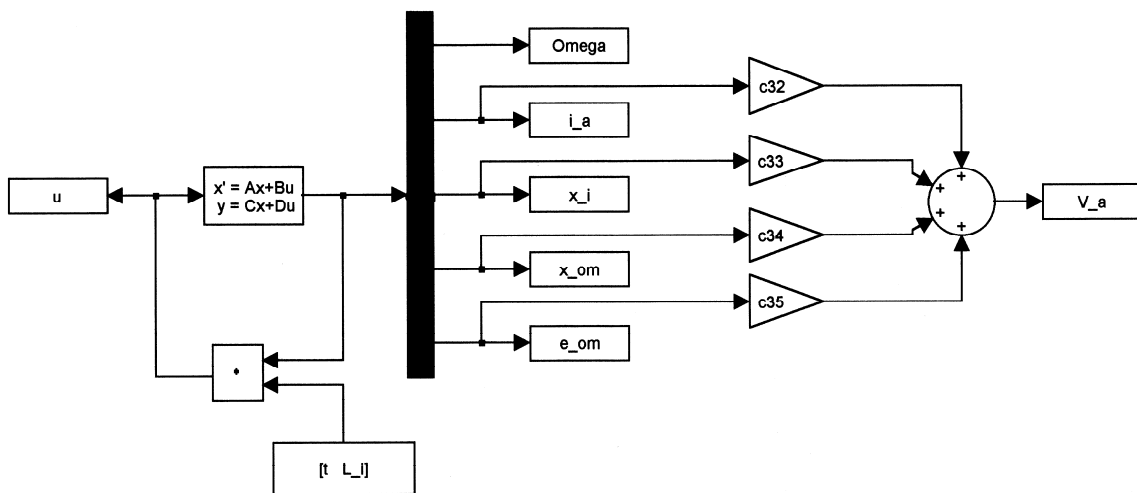
Współczynniki  $L_i(t)$  odpowiadają sprzężeniom od kolejnych zmiennych stanu (13). Dla współczynników z rys.7 znaleziono optymalne przebiegi sygnałów wyjściowych (rys.9). Symulację przeprowadzono za pomocą programu Simulink dla układu z rys.8.



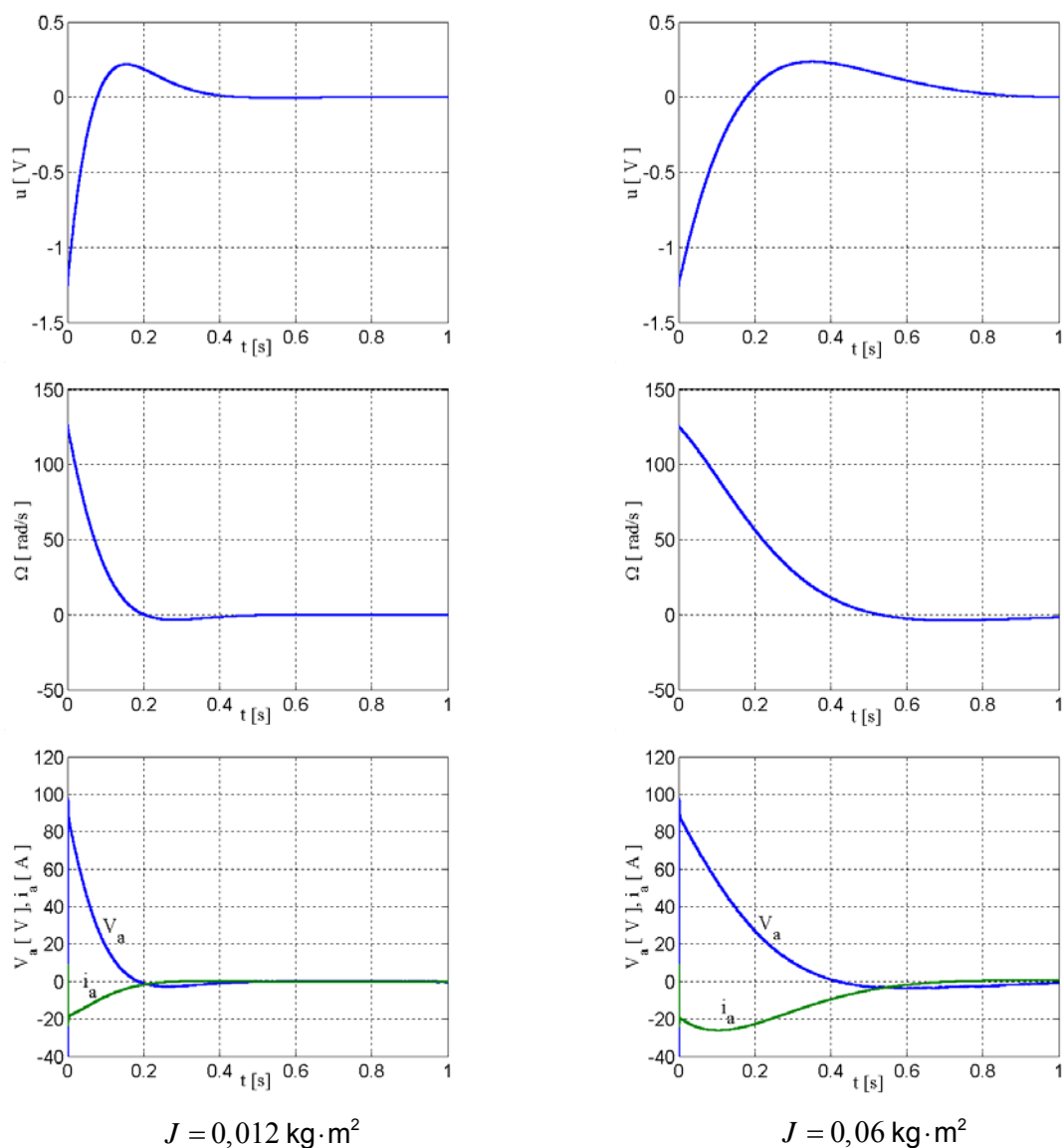
$J = 0,012 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$J = 0,06 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

Rys.7. Optymalne współczynniki wzmacnienia dla  $m = 64$ .



Rys.8. Schemat układu z rys.2 przy optymalnych współczynnikach sprzężenia zwrotnego przedstawiony w notacji Simulinka.



Rys.9. Przebiegi sygnału sterującego i sygnałów wyjściowych układu z rys.2 przy optymalnych współczynnikach sprzężenia zwrotnego. Symulację przeprowadzono za pomocą programu Simulink.

#### 4. UWAGI i WNIOSKI

Stosowanie falek Haara do rozwiązywania problemów analizy i optymalizacji układów dynamicznych może być atrakcyjnym narzędziem wszędzie tam,

gdzie istotna jest szybkość obliczeń. Szybkość obliczeń uzyskuje się dzięki dużej liczbie zer występujących w rozwinięciu funkcji (9, 10); dla przykładu autorzy prac [2, 3] podają, że zastosowanie transformaty Haara dla przy stopniu rozwinięcia  $m=256$  zmniejsza czas obliczeń ok. 16-krotnie w stosunku do czasu obliczeń przy zastosowaniu szybkiej transformaty Fouriera i ok. 8-krotnie w stosunku do transformaty Walsh'a [11].

Rozkład funkcji na falki Haara pociąga za sobą jednak pewne niedogodności, z których należy sobie zdawać sprawę. Zwrócono na nie uwagę już w pracach [6, 7]. Występują one szczególnie przy rozwiązywaniu problemu optymalizacji. W rozpatrywanym przykładzie przy różnym stopniu rozwinięcia (różnym parametrze  $m$ ) otrzymano prawidłowe wyniki tylko w pewnym zakresie zmian czasu symulacji  $t_f$  (tabela 2). Problemy te wynikają ze specyfiki funkcji, które w procedurach<sup>2)</sup> obliczania odpowiedzi układu, opisanych w [3] prowadzą do odwracania macierzy bliskich macierzom osobliwym. Również przy zbyt małym stopniu rozwinięcia uzyskuje się czasem wyniki odległe od prawidłowych.

Wydaje się, że przy stosowaniu falek Haara do analizy i optymalizacji różnych układów każdy przypadek należy rozpatrywać osobno i trudno podać tu jakieś ogólne reguły.

**TABELA 2**

Zakres zmian czasu symulacji  $t_f$ , przy którym otrzymano prawidłowe wyniki dla danego stopnia rozwinięcia  $m$ .

$m$	Zakres zmian $t_f$
8	0,1...4,5 s
16	0,1...4,1 s
32	0,2...3,3 s
64	0,4...3,2 s
128	1,8...3,0 s
>128	Wyniki nieprawidłowe

Należy tu jeszcze wspomnieć o doborze elementów macierzy  $\mathbf{P}$  i  $\mathbf{R}$ . Tu również nie ma ogólnych reguł. Dobór przeprowadza się metodą prób i błędów zwracając uwagę na to, aby sygnały sterujące i wyjściowe nie przekraczały wartości dopuszczalnych.

<sup>2)</sup> Autorem procedur napisanych w programie Matlab jest mgr inż. Paweł Adamczyk.



## LITERATURA

1. Białasiewicz J.T.: Falki i aproksymacje. WNT, Warszawa, 2000.
2. Chen C.F., Hsiao C.H.: Haar wavelet method for solving lumped and distributed-parameter systems. IEE Proc.-Control Theory Appl. vol.144, no.1 Jan. 1997, pp.87-94.
3. Chen C.F., Hsiao C.H.: Wavelet approach to optimising dynamic systems. IEE Proc.-Control Theory Appl. vol.146, no.2, March 1999, pp.213-219.
4. Haar A.: Zur Theorie der orthogonalen Funktionensysteme. Mathematische Annalen, Leipzig, 1910, pp.331-371.
5. Kaczorek T.: Teoria układów regulacji automatycznej. WNT, Warszawa, 1974.
6. Kosicka M., Adamczyk P.: Falki Haara w liniowych układach dynamicznych, Prace Instytutu Elektrotechniki, z.211, 2002, str.147-166.
7. Kosicka M., Adamczyk P.: Zastosowanie falek Haara do analizy i optymalizacji liniowych układów dynamicznych, referat na XXV Konferencję IC-SPETO, GLIWICE-BESKID ŚLĄSKI, 22-25.V.2002, str.341-344.
8. Nieniewski M., Kosicka M.: A simplified simulation of the dc motor with adaptive model following control. Prace Instytutu Elektrotechniki, z.179, 1994, str.5-31.
9. Nieniewski M., Kosicka M.: Systemy adaptacyjne w napędach i robotyce: cyfrowy symulator napędu prądu stałego ze śledzeniem modelu, PIAP, Projekty badawcze – granty w dziedzinie robotyki, Warszawa, 1994, str.74-84.
10. Nieniewski M., Kosicka M.: Analysis of the dynamics of the adaptive model following control of the speed of the dc motor, Modelling, Measurement and Control, vol.66, no.1, 2, 1996, pp.51-69.
11. Wajs K.: Funkcje Walsh'a i ich zastosowanie w elektrotechnice. Przegląd Elektrotechniczny, z.11, 1976, str.413-418.

*Rękopis dostarczono, dnia 19.03.2002 r.*

**Opiniował: prof. dr hab. inż. Krystyn Pawluk**

## ANALYSIS AND OPTIMISATION OF THE CONTROL SYSTEM OF DC MOTOR USING HAAR WAVELETS

M. KOSICKA

**SUMMARY** *The paper presents a method of analysis and optimisation of lumped-parameter systems by means of the Haar wavelets. This method applied to the typical control-speed system of the d.c. motor. Advantages and disadvantages of this method are discussed.*



**Mgr inż. Maria Kosicka** urodziła się w 1944 roku w Warszawie. Ukończyła studia na Wydziale Elektrycznym Politechniki Warszawskiej w 1968 roku w specjalności automatyka przemysłowa. W tym samym roku rozpoczęła pracę w Instytucie Elektrotechniki, początkowo w Zakładzie Zastosowań Przemysłowych Układów Regulacji (obecnie Zakład Napędów Obrabiarkowych), a od 1978 roku w Zakładzie Badań Podstawowych Elektrotechniki. Zajmowała się problemami automatyki napędu elektrycznego, teorią regulacji, przetwarzaniem obrazów, a obecnie zagadnieniami dotyczącymi zastosowań transformaty falkowej. Jest autorką lub współautorką ponad trzydziestu artykułów i referatów. Dwukrotnie otrzymała nagrodę Dyrektora Instytutu Elektrotechniki za artykuł wyróżniający się wśród drukowanych na łamach „Prac IEL”. Jest członkiem Stowarzyszenia Elektryków Polskich od czasów studenckich.