

Czesław KOZIARSKI*, Zbigniew FERENC**

ZAGADNIENIA CIEPLNE W MECHANIZMIE SPRĘŻENIA ELEMENTÓW TOCZNYCH

THERMAL PROBLEMS IN THE ROLLING ELEMENTS JOINING

Słowa kluczowe:

tarcie toczne, obciążenie cieplne, poślizg sprężysty, styk elementów tocznych

Key words:

rolling friction, thermal loads, elastic slip, contact of rolling elements

Streszczenie

W pracy przedstawiono mechanizm sprzężenia elementów tocznych uwzględniający poślizgi geometryczne, sprężyste oraz poślizgi wynikające z odkształceń plastycznych w miejscach rzeczywistego styku. Ponadto uwzględniono: różnice wartości współczynników tarcia kinematycznych i statycznych, poślizgi powodowane różnicą temperatury w polu styku elementów tocznych. Są w nim też uwzględnione siły bezwładności wywoływane nie tylko przemieszczeniami stycznymi, ale też powodowane odkształceniami promieniowymi, które wywołują dodatkowe przyspieszenia dośrodkowe oraz obwodowe, nazywane przyspieszeniami Coriolisa.

* Wydział Zarządzania i Informatyki Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej w Legnicy, ul. Sejmowa 5A, 59-220 Legnica.

** Instytut Inżynierii Ochrony Środowiska Politechniki Wrocławskiej, Wybrzeże S. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław.

WPROWADZENIE

W poniższym opracowaniu autorzy na podstawie wzorów Poritskiego [L. 1] oraz zależności Nowackiego [L. 2] wyznaczyli odkształcenie i naprężenia w obszarze pola styku elementów toczych, w płaszczyźnie prostopadłej do osi tych elementów. Następnie wyprowadzono zależności potrzebne do obliczania przyrostu temperatury w liniowym polu styku elementów toczych, wywołanego zmianą sumy naprężeń głównych, histerezą odkształceniową oraz poślizgiem zewnętrznym. Na podstawie wyprowadzonych zależności wykonano obliczenia, które wykazały, że największy przyrost temperatury od wszystkich czynników występuje na granicy obszaru szcepienia i obszaru poślizgu (Rys. 1). Mikroślizgi sprężyste obejmują całą powierzchnię pola styku. Gdy siła obwodowa F jest równa sile tarcia $F_T = F_N$, tarcie w takim polu nazywane jest tarcie rozwinęty. W przypadku gdy $F_T < F_N$, to w polu styku występuje obszar bez poślizgu ($s = 0$), zwany polem szcepienia, a tarcie w tym polu nazywamy tarcie nierozwinęty.

OBLICZENIA NAPRĘŻEŃ I PRZYROSTU TEMPERATURY W POLU STYKU TOCZĄCYCH SIĘ ELEMENTÓW

Poritsky w pracy [L. 1] wykazał, że dla obszaru, w którym występuje szcepienie, odkształcenie na kierunku obwodowym:

$$x = -\frac{4}{B^2} \frac{Q_N}{L_s} K L_s^2 \quad (1)$$

natomiast dla obszaru, w którym występuje poślizg:

$$x = -\frac{4}{B^2} \frac{Q_N}{K X} \quad (2)$$

gdzie: – współczynnik tarcia,

B – połowa szerokości pola styku,

L_s – odległość środka pola styku od środka pola szcepienia,

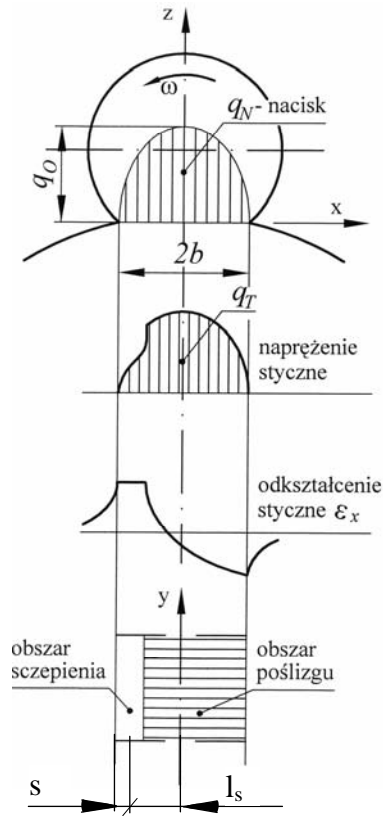
$$L_s = B \left(1 - \sqrt{1 - T} \right),$$

$$K = 2(1 - \nu) / (G),$$

T – stopień wykorzystania siły tarcia,

– liczba Poissona,

G – moduł sprężystości poprzecznej.



Rys. 1. Poślizg sprężysty w polu styku elementów tocących [L. 3]

Fig. 1. Elastic slip on the field of rolling elements contact [L. 3]

Liniowy nacisk Q_N jest eliptyczny:

$$Q_N = Q_0 \sqrt{1 - \left(\frac{X}{B}\right)^2} \quad (3)$$

$$Q_0 = \frac{2F_N}{A} \quad (4)$$

gdzie: Q_0 – maksymalne obciążenie liniowe, A – połowa długości pola styku.

Liniowe obciążenie styczne określają zależności (5) i (6), gdzie S – połowa długości pola szeptenia

$$S = B\sqrt{1 - \frac{T}{T}} - B,$$

$$Q_T = \begin{cases} Q_0 \sqrt{1 - \left(\frac{X}{B}\right)^2} & \text{– w obszarze poślizgu} \quad (5) \\ 0,5 \left(\sqrt{2B - X} - \sqrt{3 - (X - L_3)^2} \right) & \text{– w obszarze szcepienia} \quad (6) \end{cases}$$

Naprężenia σ_{xN} [L. 3] dane są wzorem:

$$\sigma_{xN} = Q_N \operatorname{Im} \left[\frac{\frac{X}{B} E - E^2}{\sinh} \right] \quad (7)$$

gdzie: e – podstawa logarytmu naturalnego, Im – oznacza część urojoną wyrażenia, \sinh – jest funkcją transformacji układu współrzędnych wyrażoną wzorem:

$$\sinh^{-1} \left(\frac{Z_T}{B} \right) = \ln \left\{ \frac{Z_T}{B} + \left[\left(\frac{Z_T}{B} \right)^2 - 1 \right]^{1/2} \right\} \quad (8)$$

gdzie: $Z_T = X + I^*Z$ – współrzędna zespolona.

Obciążenie styczne Q_T , wyrażone wzorami (5), (6) wywołuje naprężenie obwodowe na powierzchni styku w postaci:

$$\sigma_{xT} = Q_T \left[2 \operatorname{Re} \left[E \right] - \frac{Z}{B} \operatorname{Im} \left(\frac{E}{\sinh} \right) \right] \quad (9)$$

gdzie: Re – oznacza część rzeczywistą wyrażenia.

Suma naprężeń σ_x wywołanych obciążeniem siłami normalnymi i stycznymi wynosi:

$$\sigma_x = \sigma_{xN} + \sigma_{xT}$$

Naprężenie σ_z [L. 4] pod wpływem obciążeń Q_T oraz Q_N określone jest wzorem:

$$z = \frac{Q_Z}{B} \operatorname{Im} \left[\frac{E}{\sinh} \right] + Q_N \operatorname{Im} \left[\frac{1 - \frac{X}{B} E}{\sinh} \right] \tag{10}$$

Naprężenie styczne T_{xz} pod wpływem obciążeń Q_T i Q_N określone jest wzorem:

$$T_{xz} = Q_T \left[\operatorname{Im} \left[E \right] - \frac{Z}{B} \operatorname{Re} \left(\frac{E}{\sinh} \right) \right] + Q_N \operatorname{Re} \left[\frac{E \left(\frac{X}{B} - \cosh \right)}{\sinh} \right] \tag{11}$$

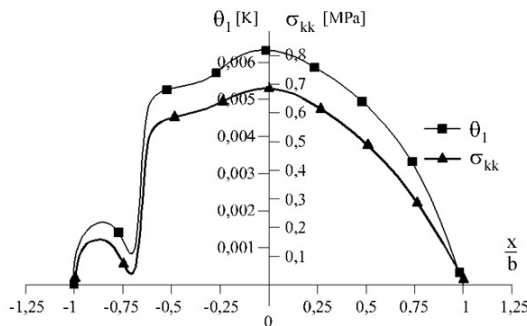
Przyrost temperatury θ_1 według [L. 2] w zależności od zmiany płaskiego stanu naprężenia określa zależność:

$$\theta_1 = \frac{KK}{\frac{C}{T_0} + 9K_T} \tag{12}$$

gdzie: KK – suma naprężeń głównych, C – ciepło właściwe przy stałej deformacji odniesione do jednostki objętości, T_0 – temperatura początkowa, K_T – moduł ściśliwości objętościowej.

Posługując się tą zależnością, obliczono rozkład θ_1 na polu styku, przyjmując: $F_N = 1$ [N], $B = 1$ [mm], $S = 0,125B$, $L_S = 0,875B$, a wyniki przedstawiono na **Rys. 2**. Przy założeniu wartości współczynnika tarcia

$$= 0,05 \text{ siła obwodowa } F_T = \int_{-B}^B QDX = 0,0495 \text{ [N]}.$$

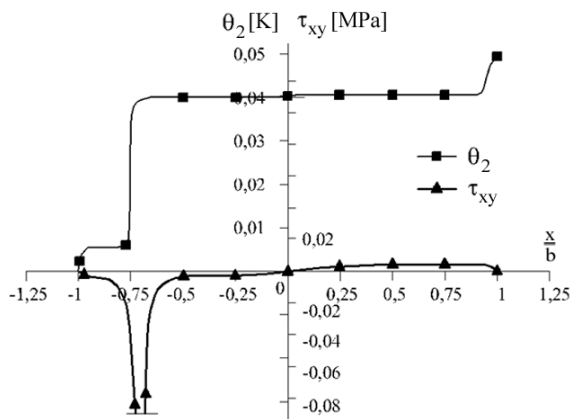


Rys. 2. Przyrost temperatury θ_1 na polu styku wywołany działaniem σ_{kk}
 Fig. 2. Increase of temperature θ_1 within the area of contact caused by σ_{kk}

Przyrost temperatury θ_2 w polu styku jest skutkiem tarcia wewnętrzznego występującego w materiale bieżni łożyska. Pomijając zmiany objętości materiału bieżni, a uwzględniając tylko odkształcenia postaciowe, przyrost temperatury określamy według [L. 2]:

$$\theta_2 = \frac{2}{VC} \kappa \int_{-B}^B \left[\left(\frac{\tau_{xy}}{X} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{Y} \right)^2 \right] DX \quad (13)$$

Zmiany θ_2 w polu styku przedstawia **Rys. 3**.



Rys. 3. Przyrost temperatury θ_2 na polu styku wywołany tarciem wewnętrznym

Fig. 3. Increase of temperature θ_2 in the area of contact as a result of internal friction

Kolejnym czynnikiem przyrostu temperatury w polu styku sprzężenia ciernego jest tarcie zewnętrzne powodowane poślizgiem V_s według wzorów (1, 2):

$$V_s = \omega V - V_{EL} \quad (15)$$

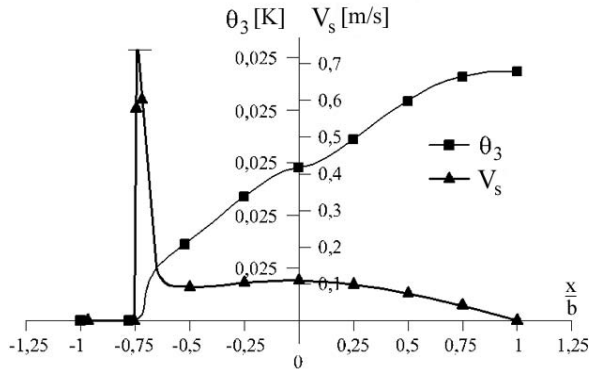
gdzie: V – prędkość obwodowa, V_{EL} – prędkość poślizgu sprężystego wywołanego elementarną siłą tarcia według [L. 4].

$$V_{EL} = \frac{4Q_0}{GA} (2 - \nu) V \text{ARCSH}(1) \quad (16)$$

gdzie: A – połowa długości pola styku, ν – liczba Poissona, G – moduł sprężystości poprzecznej materiału bieżni.

Przyrost temperatury θ_3 w polu styku, który jest skutkiem tarcia określamy zależnością (14) i przedstawiono go na **Rys. 4**:

$$\theta_3 = 2P_0 \int_{-B}^X V_s \left[1 - \left(\frac{X}{B} \right)^2 \right] \left(\frac{X}{V} \right)^{0,5} (p_0 C)^{-0,5} DX \quad (14)$$



Rys. 4. Przyrost temperatury θ_3 na polu styku wywołany działaniem tarcia zewnętrznego

Fig. 4. Temperature increase θ_3 within the area of contact as a result of external friction

PRĘDKOŚCI ZMIAN TEMPERATUR

Ze wzorów Poritskiego otrzymano zależności na naprężenia na kierunku obwodowym σ_x i σ_z promieniowym oraz w płaszczyźnie prostopadłej do osi elementów toczonego σ_{xz}

Z otrzymanych zależności na naprężenia wyprowadzono wzory na przyrost temperatury θ_1 wywołany zmianą stanu naprężenia (wzór 12). Posługując się tą zależnością, obliczono rozkład przyrostu temperatury θ_1 na polu styku (**Rys. 2**).

Przyrost temperatury θ_2 wywołany tarcie wewnętrzne występującym w bieżni łożyska określono z zależności (13), a przebieg tego przyrostu przedstawiono na **Rysunku 3**.

Kolejnym czynnikiem całkowitego przyrostu temperatury jest czynnik θ_3 . Jest to przyrost temperatury wywołany tarcie zewnętrzne wynikającym ze wzajemnego poślizgu powierzchni styku V_s . Wyznaczony ze wzoru (14) rozkład θ_3 przedstawiono na **Rysunku 4**.

DODATKOWE NAPRĘŻENIA I OBCIĄŻENIA

Prędkość zmieniania się temperatury w obszarze zamkniętym na skutek rozszerzalności cieplnej wywołuje dodatkowe naprężenia proporcjonalne do:

$$\Delta \sigma_x = E \frac{D}{DX} \quad (17)$$

gdzie: $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$, α – współczynnik rozszerzalności cieplnej, E – moduł sprężystości.

Zmiany prędkości przemieszczeń generują przyspieszenia na kierunku obwodowym, stąd poprzez siły masowe wywołują dodatkowe naprężenia w bieżni elementów tocznych:

$$\Delta \sigma_x = 2 \dot{Q} E \frac{-\text{ARC}_B^X}{B} \quad (18)$$

gdzie: dodatkowe masowe obciążenie styczne \dot{Q}_T jest proporcjonalne do $(\dot{D}/DX)^2 V^2$, przy czym ρ jest gęstością materiału bieżni.

Autorzy uważają, że te dodatkowe naprężenia powodują lokalną zmianę wyężenia materiału. Praktycznym przejawem tego zjawiska jest rozpoczynanie się procesu wykruszania zmęczeniowego w punkcie tocznym C na boku zęba koła zębatego, a nie na kole zasadniczym, gdzie promień krzywizny maleje do zera. Dotychczas inicjacja procesu niszczenia w tym punkcie tłumaczona jest zmianą kierunku działania siły tarcia. Taka zmiana charakteru obciążenia prowadzi do zmniejszenia wytrzymałości materiału zęba. Można ten fakt zauważyć również na bieżniach łożysk tocznych [L. 6] oraz rolek prowadzących [L. 7].

Poza zmianami temperatur wywołującymi dodatkowe naprężenia w polu styku elementów tocznych występują przyspieszenia dośrodkowe, które uwzględniono po raz pierwszy w pracy [L. 5], a które wynoszą prawie dokładnie:

$$A_{R1,2} = -\left(1 - \frac{\dot{E}_{1,2}}{E}\right) \dot{V}^2 / R \quad (19)$$

gdzie: $E'_{1,2} = \frac{E_{1,2}}{1 + \frac{2}{1,2}}$, $E = \frac{2E'_1 E'_2}{E'_1 + E'_2}$ a $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 \pm R_2}$, przy czym $E_{1,2}$ – modu-

ły sprężystości materiału bieżni, $R_{1,2}$ – promienie elementów tocznych.

Odształcenia dośrodkowe wywołują też przyspieszenia na kierunku obwodowym, zwane przyspieszeniami Coriolisa. Wynoszą one z dużym przybliżeniem:

$$A_{1,2} = -2 \left(\dot{\alpha} - \frac{\dot{E}_2}{E} \right) \dot{V} / R^2 \quad (20)$$

Przyspieszenia te również wywołują dodatkowe naprężenia w polu styku.

WNIOSKI

Analityczne badania rozkładu temperatur w płaszczyźnie prostopadłej do osi sprzężonych elementów tocznych wykazały, że w polu ich styku na granicy obszaru szepienia następuje nagły przyrost temperatury, co potwierdzono w pracy [L. 8].

Zmiany stanu naprężenia wywołane działaniem sił zewnętrznych nie powodują znacznego przyrostu temperatury w polu styku. Najszybciej zmienia się suma naprężeń głównych, a stąd najszybciej przyrasta temperatura T_1 w obszarze $X = (-0.8 \div 0.6)B$ (Rys. 2).

Największy przyrost temperatury T_2 wywołanej tarcie wewnętrzne następuje w obszarze $X = (-0.8 \div 0.7)B$ (Rys. 3).

Największe przyrosty T_1 i T_2 występują na tym samym miejscu pola styku.

Przyrost temperatury T_3 na odcinku tarcia nierozwiniętego jest równy zero z powodu $V_s = 0$. W miejscu przejścia z tarcia nierozwiniętego w tarcie rozwinięte następuje gwałtowny wzrost, a następnie spadek prędkości poślizgu. Zmiana ta generuje bardzo szybki przyrost wartości temperatury. Na dalszym odcinku, gdzie zmiany prędkości poślizgu mają łagodny przebieg, temperatura rośnie równomiernie do końca pola styku.

Dla każdej pary materiałów w sprzężeniu ciernym, jak i dla różnych warunków tarcia udział przyrostów temperatury T_1 , T_2 , T_3 może być inny.

Wszystkie te nagłe zmiany temperatury w polu styku generują zmiany naprężeń oraz odształceń, które z kolei poprzez rozszerzalność cieplną wywołują dodatkowe naprężenia na styku współpracujących elementów tocznych.

Poza zmianami temperatur wywołującymi dodatkowe naprężenia w polu styku elementów tocznych występują przyspieszenia dośrodkowe oraz przyspieszenia na kierunku obwodowym, zwane przyspieszeniami Coriolisa, które wraz z innymi przyspieszeniami wywołują dodatkowe naprężenia w tym polu.

Autorzy uważają, że dalsze prace analityczne wpływu ciepła powodującego dodatkowe przyspieszenia pozwolą dokładniej poznać czynniki mające wpływ na odkształcenia pól styku oraz przyczyny dodatkowych naprężeń.

LITERATURA

1. Poritsky H.: Stresses and Deflections of Cylindrical Bodies in Contact With Application to Contact of Gears and of Locomotive Wheels, *Journal of Applied Mechanics*, June 1950, s. 191–201.
2. Nowacki W.: Dynamiczne zagadnienia termosprężystości, PWN, Warszawa 1966.
3. Ferenc Z., Koziarski C., Trzaskacz T.: Przyrost temperatury w polu styku elementów tocznych. *Tribologia* 2004, nr 3, s. 10–109.
4. Ferenc Z., Koziarski C., Trzaskacz T.: „Dodatkowe naprężenia w polu styku elementów tocznych. *Tribologia* 2005, nr 3, s. 47–57.
5. Koziarski C.: Ein Modell des Kupplungsmechanismus bei Wälzkörpern, *Tribologie und Schmierungstechnik* 1998 Jg 45, H. 2, s. 37–45.
6. Krzemiński-Freda H.: Współczesne tendencje w rozwoju łożyskowań, XII Sympozjon PKM, Referaty problemowe, Lublin 1985, s. 47–67.
7. Koziarski C., Lawrowski Z.: Wpływ odkształceń i stanu cieplnego na sprzężenie w tarcu tocznym, *Tribologia* 1997, nr 28, s. 5–6, 704–716.
8. Koziarski C., Lawrowski Z., Kusiak C., Gałąż R., Będziński R., Filipiak J.: Wpływ odkształceń i stanu cieplnego warstwy wierzchniej na mechanizm tarcia tocznego, Projekt badawczy nr 7 T07C 016 13.

Recenzent:
Karol NADOLNY

Summary

A model of the coupling mechanism for two rolling elements was presented in the paper. Apart from slips related to geometry, elasticity and plastic deformation in the area of the actual contact of the two bodies, the mechanism includes also a slip that is generated by temperature differences within the contact area of the rolling elements and by the resulting variation in the coefficients of friction. Other factors taken into account are inertia forces. These are related not only to the above mentioned tangential deformations but also to radial deformations which in turn are responsible for additional centrifugal and circumferential (Coriolis) accelerations.