

Paweł GUTOWSKI* , Mariusz LEUS**

WPLYW PARAMETRÓW DRGAŃ WZDŁUŻNYCH I SZTYWNOŚCI STYKU NA POZIOM REDUKCJI SIŁY NAPĘDU W RUCHU ŚLIZGOWYM

EFFECT OF LONGITUDINAL VIBRATION PARAMETERS AND STIFFNESS OF CONTACT ON DRIVING FORCE REDUCTION IN SLIDING MOTION

Słowa kluczowe:

siła tarcia, modele tarcia, drgania wzdluzne, redukcja siły napędu

Key words:

friction force, models of friction, longitudinal vibrations, reduction of driving force

* Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, 70-310 Szczecin, Al. Piastów 19, tel.: 91-449-47-61, e-mail: pawel.gutowski@zut.edu.pl.

** Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, 70-310 Szczecin, Al. Piastów 19, tel.: 91-449-46-83, e-mail: mariusz.leus@zut.edu.pl.

Streszczenie

W pracy zaprezentowano wyniki analizy symulacyjnej wpływu amplitudy prędkości drgań wymuszonych stycznych wzdłużnych i sztywności kontaktowej stycznej styku na siłę napędu konieczną do wprawienia ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu. Analizę przeprowadzono przy wykorzystaniu klasycznego statycznego modelu tarcia Coulomba i dynamicznego modelu tarcia Dahla. Wyniki badań symulacyjnych zweryfikowano na podstawie wyników badań doświadczalnych przeprowadzonych na specjalnie w tym celu zbudowanym stanowisku badawczym.

WPROWADZENIE

Obszerna literatura z zakresu wpływu drgań na siłę tarcia w ruchu ślizgowym, np. [L. 1–5], jak i wyniki badań własnych autorów [L. 6–9] wskazują, że siła niezbędna do wprawienia ciała w ruch ślizgowy i podtrzymania tego ruchu, tzw. siła napędu F_n , może być w sposób istotny zmniejszona poprzez wprowadzenie przesuwanego ciała lub podłoża, po którym dokonywany jest przesuw, w ruch drgający w kierunku stycznym do toru, po którym ruch ślizgowy jest realizowany. Efekt ten często nazywany jest redukcją średniej siły tarcia \bar{F}_T .

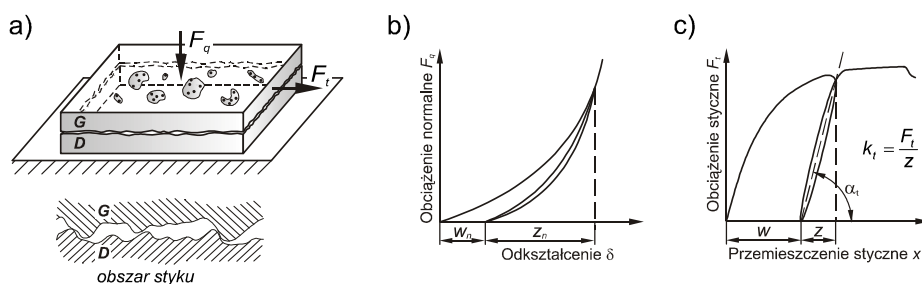
Poziom redukcji siły napędu (średniej siły tarcia) zależy zarówno od czynników związanych z wymuszeniem, takich jak amplituda i częstotliwość drgań, jak i czynników związanych z realizowanym przesuwanym – prędkość przesuwu. Istotny wpływ na poziom redukcji siły napędu ma także sztywność kontaktowa styczna strefy styku podłoża z przesuwającym ciałem.

Z wyników badań opublikowanych przez Littmanna i jego współpracowników [L. 2, 3], jak i z badań doświadczalnych i analiz symulacyjnych przeprowadzonych przez autorów niniejszej pracy wynika, że warunkiem koniecznym zmniejszenia siły napędu w obecności harmonicznym drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych jest spełnienie warunku, aby amplituda v_a prędkości drgań była większa od prędkości v_n napędu ($v_a > v_n$). W ruchu harmonicznym iloczyn amplitudy drgań i ich częstotliwości jest amplitudą prędkości drgań. Tak więc chcąc uzyskać zmniejszenie oporów tarcia w ruchu ślizgowym należy odpowiednio dobrać wartości trzech następujących parametrów: częstotliwość i amplituda drgań oraz prędkość przesuwu.

W pracy przedstawiono wyniki analizy symulacyjnej zależności poziomu redukcji siły napędu od tzw. współczynnika przewyższenia κ_v prędkości napędu, zdefiniowanego jako stosunek amplitudy v_a prędkości drgań wymuszonych wzdłużnych do nominalnej prędkości v_n napędu $\kappa_v = v_a/v_n$. Przedstawione wyniki zweryfikowano poprzez porównanie ich z wynikami badań doświadczalnych przeprowadzonych na specjalnie w tym celu zbudowanym stanowisku badawczym. Przedstawiono także wyniki analiz symulacyjnych poziomu redukcji siły napędu w funkcji sztywności styku w kierunku stycznym dla różnych wartości współczynnika κ_v .

PRZYJĘTE MODELE I PODSTAWOWE ZALEŻNOŚCI MATEMATYCZNE

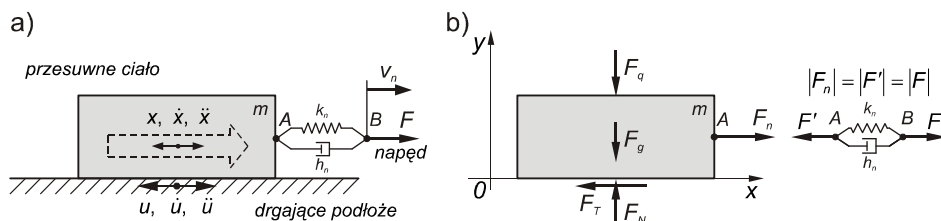
W zaprezentowanych badaniach symulacyjnych wykorzystano dwa proste modele tarcia. Pierwszym z nich, przyjętym za referencyjny, był klasyczny model tarcia Coulomba, w którym zakłada się, że obszar styku przesuwanego ciała z podłożem jest nieodkształcalny. W prowadzonych analizach dynamicznych model ten okazał się jednak zbyt mało dokładny. Stąd też do dalszych badań przyjęto tzw. dynamiczny model tarcia Dahla [L. 10], który w odróżnieniu od modeli statycznych uwzględnia rzeczywiste sprężysto-plastyczne właściwości strefy styku (**Rys. 1**), a w szczególności jej podatność kontaktową styczną i zjawisko tzw. przesunięcia wstępnego (presliding effect).



Rys. 1. Sprężysto-plastyczne właściwości styku: a) rzeczywisty styk, b) charakterystyka podatności w kierunku normalnym, c) charakterystyka podatności w kierunku stycznym

Fig. 1. Elasto-plastic properties of contact: a) real contact, b) normal compliance characteristic of contact, c) shear compliance characteristic

W analizach przyjęto, że ciało o masie m przesuwane jest po drgającym podłożu za pomocą mechanicznego układu napędowego o znanej charakterystyce sprężystości – znany jest współczynnik sztywności k_n elementów napędu (**Rys. 2a**). Przyjęto założenie, że tłumienie napędu jest równe zero ($h_n = 0$). Założono, że punkt B zaczepienia siły napędu F przemieszcza się zadaną prędkością napędu v_n . Rozkład sił działających na przesuwane ciało przedstawiono na **Rys. 2b**.



Rys. 2. Model przyjęty w obliczeniach symulacyjnych: a) realizacja przesuwu i wymuszenia drgań, b) rozkład sił działających na przesuwane ciało

Fig. 2. Model assumed in simulation computations: a) realization of sliding motion and vibration excitation, b) distribution of forces acting on sliding body

Równanie ruchu przesuwanego ciała wzdłuż osi $0x$ ma postać:

$$m \cdot \ddot{x} = F_n - F_T \quad (1)$$

gdzie: m – oznacza masę, F_n – siłę napędu, a F_T – siłę tarcia.

W czasie ruchu po drgającym podłożu również przesuwane ciało, wskutek przeniesienia się drgań z podłoża, wykonuje ruch drgający. Z tego powodu siła napędu F_n nie ma wartości stałej. Jest ona funkcją zmiennego, sprężystego odkształcenia elementów napędu. Przy założeniu liniowej charakterystyki sprężystości napędu wartość tej siły jest proporcjonalna do wartości sprężystego odkształcenia λ jego elementów. W modelu obliczeniowym wartość tego odkształcenia odpowiada względnemu przemieszczeniu końców A i B elementu sprężystego modelującego napęd (**Rys. 2**).

$$\lambda = x_B - x_A = v_n \cdot t - x \quad (2)$$

stąd:

$$F_n = k_n \cdot \lambda = k_n \cdot (v_n \cdot t - x) \quad (3)$$

W modelu Coulomba przyjmuje się, że siła tarcia F_T opisana jest zależnością:

$$F_T = \mu \cdot F_N \cdot \text{sgn}(v_r) \quad (4)$$

gdzie: v_r – prędkość względna przesuwanego ciała i drgającego podłoża,
 μ – współczynnik tarcia statycznego,
 F_N – siła nacisku, normalna do powierzchni styku.

Prędkość względna v_r przesuwanego ciała względem drgającego podłoża równa jest różnicy prędkości \dot{x} tego ciała i prędkości \dot{u} drgań podłoża w kierunku przesuwu x , a więc:

$$v_r = \dot{x} - \dot{u} \quad (5)$$

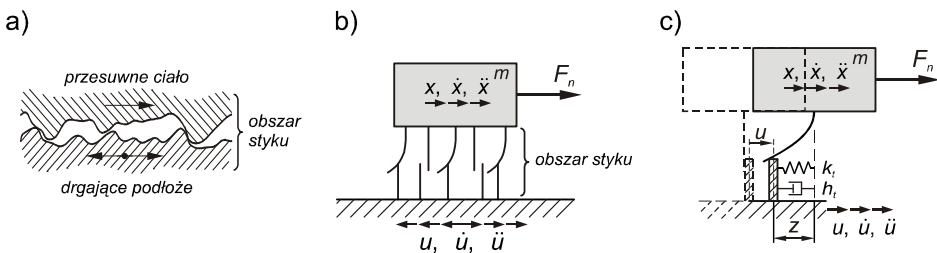
Równanie (1) ruchu ciała po drgającym podłożu w przypadku statycznego modelu tarcia Coulomba, po uwzględnieniu zależności (3) i (4), przyjmuje postać:

$$m \cdot \ddot{x} = k_n \cdot (v_n \cdot t - x) - \mu \cdot F_N \cdot \text{sgn}(v_r) \quad (6)$$

W dynamicznym modelu tarcia Dahla [L. 10] zakłada się, że wartość siły tarcia F_T związana jest w sposób jawny ze sprężystym odkształceniem z styku mierzonym w kierunku ruchu (Rys. 3) i opisana jest zależnością:

$$F_T = k_t \cdot z \quad (7)$$

gdzie: k_t – sztywność styku w kierunku stycznym,
 z – sprężyste odkształcenie styku w kierunku stycznym.



Rys. 3. Modelowanie strefy styku w modelu tarcia Dahla: a) rzeczywisty styk, b) modelowanie występowania chropowatości, c) odkształcenie sprężyste „z” styku przy drgającym podłożu

Fig. 3. Modeling of contact zone in Dahl's model of friction: a) real contact, b) modeling of asperities in contact zone, c) elastic strain „z” of contact zone in presence of longitudinal vibrations of foundation

Równanie ruchu przesuwanego ciała w tym przypadku przyjmuje postać:

$$m \cdot \ddot{x} = k_n \cdot (v_n \cdot t - x) - k_t \cdot z \quad (8)$$

W modelu Dahla zakłada się przy tym, że istnieje związek między szybkością sprężystego odkształcenia styku $\dot{z} = \frac{dz}{dt}$ a prędkością względną v_r przesuwanego ciała względem podłoża. Związek ten wyraża się zależnością:

$$\dot{z} = v_r \cdot \left[1 - \frac{F_T}{\mu \cdot F_N} \cdot \text{sgn}(v_r) \right]^\alpha \quad (9)$$

W obliczeniach symulacyjnych przyjęto, że ruch drgający jest ruchem harmonicznym o postaci:

$$u = u_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (10)$$

gdzie: u_0 – amplituda drgań wymuszonych, a $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$, gdzie z kolei f – oznacza częstotliwość drgań.

Prędkość drgań wymuszonych opisuje więc równanie:

$$\dot{u} = v_a \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (11)$$

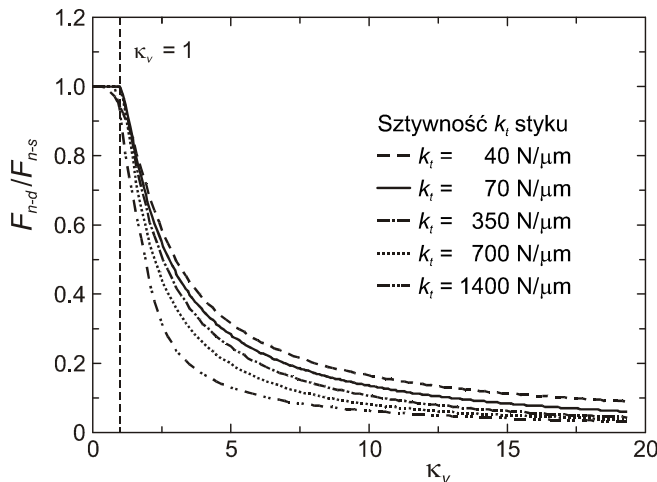
gdzie: $v_a = u_0 \cdot \omega$ jest amplitudą prędkości tych drgań.

ANALIZY SYMULACYJNE I ICH DOŚWIADCZALNA WERYFIKACJA

Wykorzystując zależności (1)–(11) opracowano w środowisku *Matlab/Simulink* model obliczeniowy, który wykorzystano do numerycznej analizy wpływu drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych na siłę napędu i siłę tarcia w obecności drgań wymuszonych stycznych wzdłużnych. Przykładowe wyniki obliczeń przedstawiono na wykresach zbiorczych na **Rys. 4–6**.

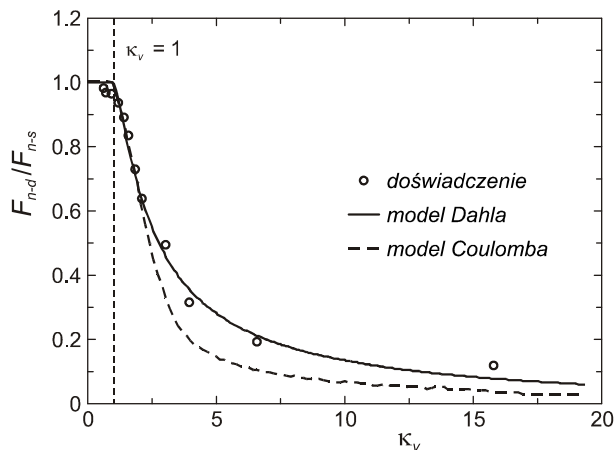
Na **Rys. 4** przedstawiono wykresy $F_{n-d}/F_{n-s} = f(\kappa_v)$ przedstawiające przebieg zmian siły napędu F_{n-d} pod wpływem wymuszonych drgań stycznych wzdłużnych w stosunku do wartości F_{n-s} tej siły bez drgań, w funkcji zdefiniowanego na wstępie współczynnika przewyższenia $\kappa_v = v_a/v_n$. Wykresy te wygenerowano dla styków o różnej sztywności w kierunku stycznym (różna wartość współczynnika k_t). Z przedstawionych wykresów widać, że w każdym przypadku, gdy tylko współczynnik κ_v przyjmował wartość większą od 1, co odpowiadało spełnieniu warunku, że amplituda v_a prędkości drgań wymuszonych była większa od nominalnej prędkości v_n napędu ($v_a > v_n$), siła napędu ulegała zmniejszeniu. Przy odpowiednio dużej wartości współczynnika κ_v można uzyskać ponad 20-krotne zmniejszenie wartości siły napędu niezbędnej do wprowadzenia przesuwanego ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu.

Na **Rys. 5** przedstawiono wyniki doświadczalnej weryfikacji obliczeń numerycznych dla pary ciernej stal/stal. Punktami zaznaczono na tym rysunku wyniki badań doświadczalnych, linią ciągłą przedstawiono przebiegi uzyskane dla modelu Dahla, zaś linią przerywaną dla modelu Coulomba.



Rys. 4. Wyniki analiz symulacyjnych redukcji siły napędu F_{n-d}/F_{n-s} w funkcji współczynnika $\kappa_v = v_a/v_n$ dla styków o różnej sztywności w kierunku stycznym

Fig. 4. Simulation analysis results of driving force reduction F_{n-d}/F_{n-s} versus coefficient $\kappa_v = v_a/v_n$ for different shear stiffness of contact



Rys. 5. Doświadczalna weryfikacja wyników obliczeń numerycznych

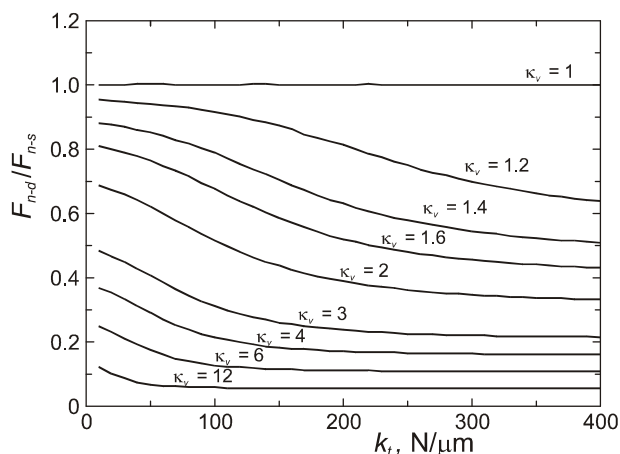
Fig. 5. Experimental verification of simulation tests results

Badania przeprowadzone zostały na stanowisku opisanym w pracach [L. 7, 8]. Przeprowadzono je dla styków suchych przy częstotliwości wymuszenia $f = 2600$ Hz. Zmianę amplitudy v_a prędkości drgań wymuszonych uzyskiwano zmieniając amplitudę u_0 tych drgań. Nominalna prędkość napędu wynosiła $v_n = 0,31$ mm/s, masa przesuwanego ciała $m = 0,5$ kg, nominalna powierzchnia styku tego ciała z podłożem $S = 1200$ mm². Chropowatość powierzchni podłoża wynosiła $R_a = 1,01$ μm, zaś przesuwanego ciała $R_a = 0,26$ μm. Dodatkowe zewnętrzne obciążenie przesuwanego ciała w kierunku normalnym wynosiło $F_q = 30$ N. Naciski normalne na powierzchni styku w analizowanym przypadku wynosiły $p = 0,0291$ N/mm². Wyznaczona doświadczalnie dla tego obciążenia wartość współczynnika sztywności kontaktowej stycznej badanego styku wynosiła $k_t = 72$ N/μm. Pomiary tego współczynnika wykonano na stanowisku opisanym w pracy [L. 11].

Z przedstawionego porównania widać, że przy analizach prowadzonych z wykorzystaniem modelu tarcia Dahla uzyskano bardzo dobrą zgodność wyników obliczeń numerycznych z wynikami badań doświadczalnych. Przy analizach z wykorzystaniem modelu Coulomba zgodności takiej już nie było. Z wykresów na **Rys. 4** widać, że istotny wpływ na wielkość zmian siły napędu pod wpływem drgań stycznych wzdłużnych wywiera sztywność styczna styku, której miarą jest współczynnik sztywności k_t . Nieuwzględnianie tego parametru w modelu Coulomba skutkuje

obserwowanym na **Rys. 5** brakiem zgodności wyników badań symulacyjnych, dla tego modelu, z wynikami badań doświadczalnych.

Na **Rys. 6** przedstawiono wyniki analiz symulacyjnych wpływu sztywności kontaktowej stycznej styku na wielkość redukcji siły napędu dla ustalonych wartości współczynnika κ_v . Przedstawione wykresy ilustrują, jak istotnym jest, przy prowadzeniu obliczeń symulacyjnych, przyjęcie poprawnej, tzn. rzeczywistej wartości współczynnika sztywności stycznej styku. Przyjęcie niewłaściwej wartości tego współczynnika zawsze skutkuje błędnym obliczeniem wartości siły napędu niezbędnej do wprawienia ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu w obecności drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych.



Rys. 6. Wyniki analiz symulacyjnych wpływu sztywności kontaktowej stycznej styku na wielkość redukcji siły napędu dla ustalonych wartości współczynnika κ_v .

Fig. 6. Simulation analysis results of the influence of contact shear stiffness on the driving force reduction magnitude for chosen values of coefficient κ_v .

PODSUMOWANIE

Wyniki przeprowadzonych analiz symulacyjnych, jak i wyniki badań doświadczalnych wpływu drgań stycznych wzdłużnych na siłę napędu niezbędną do wprawienia ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu wskazują jednoznacznie, że efekt redukcji tej siły występuje po spełnieniu warunku, że amplituda v_a prędkości drgań jest większa od prędkości

v_n napędu ($v_a > v_n$). Przy czym im większa jest wartość tzw. współczynnika przewyższenia $\kappa_v = v_a/v_n$, tym większe jest obniżenie siły napędu. Przy zadanej nominalnej prędkości przesuwu danego ciała po drgającym podłożu poziom redukcji tej siły może więc być sterowany poprzez odpowiedni dobór częstotliwości drgań i ich amplitudy, gdyż amplituda prędkości drgań jest funkcją tych dwóch parametrów.

Jednak samo uwzględnienie tylko parametrów drgań (amplituda i częstotliwość drgań) oraz nominalnej prędkości przesuwu przy obliczeniach rzeczywistej siły napędu niezbędnej do wprawienia ciała w ruch ślizgowy i utrzymania tego ruchu w obecności drgań stycznych wzdłużnych jest niewystarczające, gdyż siła ta w sposób istotny zależy także od sztywności stycznej styku. Przyjęcie niewłaściwej wartości współczynnika sztywności stycznej styku zawsze skutkuje błędnym obliczeniem wartości poziomu redukcji siły napędu spowodowanej wprowadzonymi drganiami stycznymi wzdłużnymi. Z wykresów przedstawionych na **Rys. 6** wynika, że w skrajnych przypadkach błąd może być większy nawet o 100% od rzeczywistej wartości siły napędu.

LITERATURA

1. Sase N. et al.: Control of friction coefficient between metal surfaces. Proc. of the Int. Conf. AMPT'97, II, 1997, 609–615.
2. Littmann W., Stork H., Wallaschek J.: Sliding friction in the presence of ultrasonic oscillations: superposition of longitudinal oscillations. Archive of Applied Mechanics, 71, 2001, 549–554.
3. Littmann W., Stork H., Wallaschek J.: Reduction of friction using piezoelectrically excited ultrasonic vibrations. Proc. of SPIE's 8th Annual International Symposium on Smart Structures and Material. Billingham, Washington, 2001, 302–311.
4. Kumar V.C., Hutchings I.M.: Reduction of sliding friction of metals by the application of longitudinal or transverse ultrasonic vibration. Tribology International, 37, 2004, 833–840.
5. Tsai C.C., Tseng C.H.: The effect of friction reduction in presence of in-plane vibrations. Archive of Applied Mechanics, 75, 2006, 164–176.
6. Leus M., Gutowski P.: The analysis of longitudinal tangential contact vibration effect on friction force using Coulomb and Dahl models. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 46, 1, 2008, 171–184.
7. Gutowski P., Leus M., Parus A.: Badania doświadczalne wpływu drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych na siłę tarcia. Modelowanie Inżynierskie, 35, 4, 2008, 39–44.

8. Gutowski P., Leus M.: Redukcja siły napędu w ruchu ślizgowym pod wpływem drgań stycznych wzdłużnych. *Tribologia* 6, 2009, 13–27.
9. Leus M., Gutowski P., Parus A.: Badania doświadczalne i modelowanie oddziaływania drgań stycznych wzdłużnych na siłę napędu w ruchu ślizgowym. *Archiwum Technologii Maszyn i Automatykacji*, 29, 4, 2009, 127–137.
10. Dahl P.: Solid friction damping of mechanical vibrations. *AIAA Journal*, 14, 12, 1976, 1675–1682.
11. Leus M., Gutowski P.: Analiza doświadczalna sztywności kontaktowej stycznej płaskich połączeń stykowych. *Modelowanie Inżynierskie*, 37, 6, 2009, 185–192.

Recenzent:
Bogdan WARDA

Summary

The simulation tests results of the influence of amplitude of longitudinal tangential vibrations velocity as well as the influence of contact shear stiffness on driving force which is necessary for initiation and maintenance of the sliding motion are presented in this paper. Analyses were performed with the use of Coulomb's classical static model of friction and with the use of Dahl's dynamic model. The results of simulation tests were verified. Verification was made based on the results of experimental tests, which were carried out on a stand especially designed for this purpose.

