

**Karol KRZEMIŃSKI\***

## **MODEL DIATERMICZNY ŁOŻYSKA POROWATEGO Z DODATKOWYM ZASILANIEM OLEJEM**

### **THE DIATHERMIC MODEL OF A POROUS BEARING WITH ADDITIONAL OIL SUPPLY**

#### **Słowa kluczowe:**

łożysko porowate, równania ruchu i energii, wymiana ciepła, przestrzenne rozkłady ciśnienia i temperatury

#### **Key words:**

porous bearing, equations of motions and energy, heat transfer, spatial pressure and temperature distributions

#### **Streszczenie**

Przedstawiona w pracy analiza dotyczy modelu diatermicznego łożyska porowatego pracującego w warunkach dodatkowego zasilania olejem. Podane zostały równania ruchu i energii dla szczeliny smarnej i tulei porowatej uzupełnione równaniami przewodzenia i przejmowania ciepła w obszarze całego łożyska. W obliczeniach uwzględniono zmianę lepko-

---

\* Politechnika Warszawska, Szkoła Nauk Technicznych i Społecznych w Płocku, Wydział Budownictwa, Mechaniki i Petrochemii, ul. Łukasiewicza 17, 09-400 Płock.

ści oleju w funkcji temperatury. Wyniki obliczeń podano w postaci przestrzennych rozkładów ciśnienia i temperatury w filmie smarnym i w tulei porowatej.

## WPROWADZENIE

W łożysku porowatym, podobnie jak w łożyskach konwencjonalnych podczas pracy w wyniku procesów tarcia w filmie smarnym generowane jest ciepło, które powoduje wzrost temperatury oleju w szczelinie smarnej. Wytworzona ilość energii cieplnej zależy od pracy tarcia wewnętrznego wywołanego przez proces ścinania cieczy w szczelinie smarnej. Wzrost temperatury oleju w filmie smarnym powoduje spadek jego lepkości, co wpływa na zmniejszenie nośności łożyska. Przyrost temperatury oleju zależy od ilości ciepła wytworzonego w szczelinie smarnej i od warunków rozpraszania ciepła do otoczenia. Ciepło wytworzone w szczelinie smarnej jest przewodzone przez elementy konstrukcyjne łożyska powodując wzrost temperatury w całym węźle tarcia i dalej przez konwekcję jest odprowadzane do otoczenia.

Uwzględnienie wszystkich tych elementów w modelowaniu pracy łożyska komplikuje rozwiązanie problemu, stąd dotychczas w literaturze podawane były głównie rozwiązania dotyczące przepływu izotermicznego, przy założeniu stałej lepkości oleju. W przypadku łożysk konwencjonalnych istnieje obszerna literatura dotycząca pracy łożyska z uwzględnieniem wymiany ciepła, natomiast brak jest takich opracowań dla łożysk porowatych. Wynika to z faktu, że wymiana ciepła w łożyskach porowatych jest bardziej skomplikowana niż w łożyskach konwencjonalnych i nie można zastosować takich uproszczeń, jakie stosuje się w łożyskach konwencjonalnych, np. w modelu adiabatycznym, gdzie przyjmuje się, że szczelina smarna jest izolowana, a całe ciepło wytworzone w filmie smarnym jest odprowadzane przez wyciekający na zewnątrz łożyska olej.

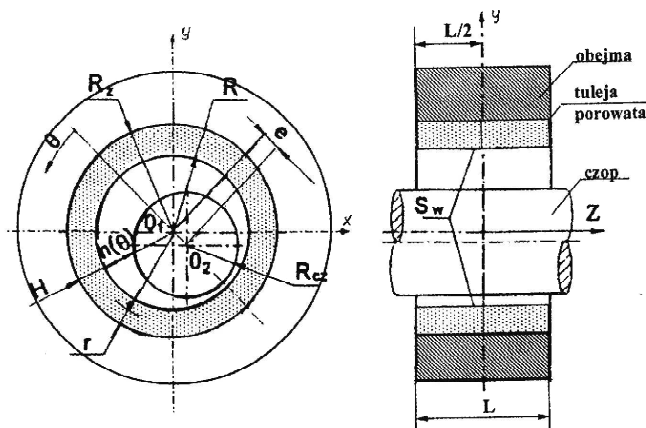
W łożyskach porowatych występuje cyrkulacja oleju między szczeliną smarną i tuleją porowatą, a zatem występuje wymiana ciepła i wymiana masy między tymi obszarami, stąd nie można założyć, że szczelina jest izolowana, a więc nie można w tym przypadku zastosować typowego modelu adiabatycznego, jak w łożyskach konwencjonalnych.

Teoretyczną analizę parametrów pracy łożyska porowatego można przeprowadzić wykorzystując następujące modele matematyczne: izotermiczny, pseudoadiabaticzny oraz diatermiczny. Model izotermiczny jest najprostszym modelem opisującym ruch cieczy w łożysku porowatym z pominięciem zjawisk termicznych [L. 1, 3, 5, 7, 8].

Model diatermiczny jest najbardziej ogólnym modelem matematycznym obejmującym pełną analizę zjawisk termicznych występujących podczas pracy łożyska porowatego z uwzględnieniem przewodzenia ciepła w łożysku i odprowadzenia ciepła przez elementy konstrukcyjne łożyska do otoczenia. Zarówno w modelu pseudoadiabaticznym, jak i w modelu diatermicznym należy uwzględnić w obliczeniach zmianę lepkości oleju wraz z temperaturą [L. 6, 9].

## RÓWNANIA RUCHU W SZCZELINIE SMARNEJ I W TULEI POROWATEJ

W przypadku pracy łożyska w warunkach samosmarowania zakłada się, że upływy boczne są do pominięcia i całe ciepło wytworzone w szczelinie smarnej jest odprowadzane przez wałek i obejmę. Gdy w łożysku porowatym szczelina smarna zasilana jest dodatkowo olejem z zewnątrz, wówczas w szczelinie smarnej występuje mieszanie się zimnego oleju doprowadzanego do łożyska z podgrzanym olejem krążącym w łożysku oraz występują upływy boczne, które należy uwzględnić w bilansie energii.



Rys. 1. Schemat łożyska porowatego

Fig.1. A scheme of porous bearing

Przyjmując, że przepływ jest ustalony, ciecz jest newtonowska, nieściśliwa, siły masowe dla małych liczb Reynoldsa ( $Re < 800$ ) są pomijalne oraz oś czopa jest równoległa do osi tulei, ruch cieczy w szczelinie smarnej można opisać równaniem Reynoldsa [L. 1, 2, 4, 5, 13, 14]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} U \frac{dh}{dx} - v_0 \quad (1)$$

gdzie  $v_0$  – prędkość przepływu prostopadła do powierzchni wewnętrznej tulei porowatej,

$p$  – ciśnienie oleju w szczelinie smarnej,

$U$  – prędkość obwodowa czopa.

Ruch cieczy w tulei porowatej można opisać równaniem Laplace'a [L. 1, 5, 6, 7, 9]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial p^*}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial p^*}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial p^*}{\partial z} \right) = 0 \quad (2)$$

$k_l = \frac{\phi_l}{\eta}$  – współczynnik przepuszczalności (filtracji) w kierunku  $l$ ,  
gdzie  $\phi$  oznacza przepuszczalność tulei porowatej,

$p^*$  – ciśnienie oleju w tulei porowatej,

$\eta$  – lepkość dynamiczna oleju.

Równania te zapisane we współrzędnych walcowych będą miały postać:

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} v \frac{dh}{Rd\theta} - v_0$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( k_\theta \frac{\partial p^*}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( k_r r \frac{\partial p^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial p^*}{\partial z} \right) = 0$$

Przyjmując, że oś czopa jest równoległa do osi tulei (**Rys. 1**), wysokość szczeliny smarnej można określić z zależności:  $h = c(1 + \epsilon \cos\theta)$ . Współczynniki filtracji występujące w równaniu Laplace'a są funkcjami współrzędnych:  $k_x = \Phi(x)/\eta$ ,  $k_y = \Phi(y)/\eta$ ,  $k_z = \Phi(z)/\eta$ . Sposób rozwiązania równań (1) i (2) oraz warunki brzegowe opisano szczegółowo w pracach [**L. 5, 6, 9**]. Uzyskane z obliczeń numerycznych rozkłady ciśnienia i opory ruchu w łożysku porowatym przedstawiono w pracach [**L. 5–7**].

### RÓWNANIE ENERGII W SZCZELINIE SMARNEJ I W TULEI POROWATEJ

Jak już zaznaczono wcześniej, podczas pracy łożyska generowane jest ciepło, które powoduje wzrost temperatury oleju w szczelinie smarnej i wpływa na zmianę jego lepkości, a stąd na rozkład ciśnienia w szczelinie smarnej. Zjawiska związane ze zmianą energii mechanicznej na ciepło zachodzące w szczelinie smarnej opisuje równanie energii, które dla płynu nieściśliwego, warunków ustalonych z pominięciem sił masowych można zapisać w postaci [**L. 6, 9–12**]:

$$\rho c_v \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \lambda_o \nabla^2 T + \eta \left[ 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (3)$$

W równaniu tym przyjęto, że stałe są wartości ciepła właściwego oleju  $c_p = c_v$ , jego gęstość, a także stała jest wartość przewodności cieplnej. Wartości te obliczone są dla średniej temperatury występującej w łożysku. Oprócz równania energii w szczelinie smarnej należy uwzględnić jeszcze równanie energii w tulei porowatej, które można zapisać w postaci [**L. 8, 10**]:

$$\rho c_v \left( u^* \frac{\partial T^*}{\partial x} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y} + w^* \frac{\partial T^*}{\partial z} \right) = \lambda_p \nabla^2 T^* + \frac{\eta}{\phi} \left( (u^*)^2 + (v^*)^2 + (w^*)^2 \right) \quad (4)$$

gdzie:  $u^*, v^*, w^*$  – składowe prędkości przepływu cieczy w tulei porowatej w kierunkach  $x, y, z$ .

Wartość przewodności cieplnej tulei porowatej można obliczyć ze wzoru [L. 8]:

$$\lambda_p = \frac{V_0}{V} \lambda_0 + \left(1 - \frac{V_0}{V}\right) \lambda_s \quad (5)$$

gdzie:  $\frac{V_0}{V}$  – porowatość otwarta,

$\lambda_0$  – przewodność cieplna oleju,

$\lambda_s$  – przewodność cieplna stalowego korpusu tulei porowatej.

Do rozwiązania równań ruchu cieczy w łożysku porowatym wraz z równaniami energii wykorzystano program obliczeniowy FIDAP 8.5, oparty o metodę elementów skończonych. Program ten napisany jest głównie pod kątem analizy równań ruchu cieczy i gazów i w zależności od przyjętej geometrii elementów skończonych i warunków brzegowych może prowadzić obliczenia zarówno w układzie współrzędnych prostokątnych, jak i walcowych czy sferycznych.

Warunki brzegowe dla równań ruchu cieczy podano w pracach autora [L. 5, 6, 9]. Aby uzyskać rozkład temperatury w łożysku, należało wprowadzić dodatkowe warunki brzegowe związane z rozkładem pola temperatury w szczelinie smarnej i tulei porowatej.

Ze względu na symetrię rozkładu ciśnień i temperatury w kierunku osi  $z$  oraz dla skrócenia czasu obliczeń rozpatrywano tylko połowę długości łożyska (**Rys. 1**), przyjmując, że dla  $z = 0$ :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial p^*}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial T^*}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

Na powierzchni wewnętrznej panwi dla  $y = R$  (**Rys. 1**) spełniony jest warunek równości strumieni cieplnych w filmie smarnym i w tulei porowatej:

$$-\lambda_p \frac{\partial T^*}{\partial y} = \lambda_0 \frac{\partial T}{\partial y} + q c_v T \quad (7)$$

gdzie:  $q = \frac{\phi}{v} \frac{\partial p^*}{\partial y}$  – strumień masowy wpływający do tulei porowatej.

W obliczeniach przyjęto, że zmiana lepkości oleju wraz z temperaturą ma charakter potęgowy:

$$\eta = C \exp(-bT) \quad (8)$$

Wartość  $C$  oraz stałej  $b$  dla zakresu temperatur 10÷80°C dla oleju transformatorowego określono eksperymentalnie. Wówczas wzór (8) można zapisać w postaci:

$$\eta = 0,0454 \cdot e^{-0,034T} \left[ \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \right] \quad (9)$$

gdzie:  $T$  – temperatura w [°C].

Gdy łożysko porowate pracuje w warunkach dodatkowego zasilania olejem, wówczas w obszarze zwięzającej się szczeliny smarnej występuje jednocześnie wyciskanie oleju na zewnątrz łożyska oraz wciskanie do wnętrza tulei. Olej wyciskany na zewnątrz łożyska musi być uzupełniany dopływem świeżego oleju do szczeliny smarnej.

Zakłada się, że olej o temperaturze  $T_0$  doprowadzany jest w miejscu maksymalnej szczeliny smarnej, gdzie następuje całkowite wymieszanie z gorącym olejem cyrkulacyjnym w szczelinie smarnej. Z bilansu strumieni cieplnych wynika (**Rys. 2**)

$$c_v q_2 T_2 + c_v q_t T_t + c_v q_0 T_0 = c_v q_1 T_1 \quad (10)$$

gdzie:  $q_2$  – olej cyrkulujący w szczelinie,

$q_t$  – olej wciskany do tulei,

$q_0$  – strumień zimnego oleju,

$T_1$  – temperatura oleju po wymieszaniu.

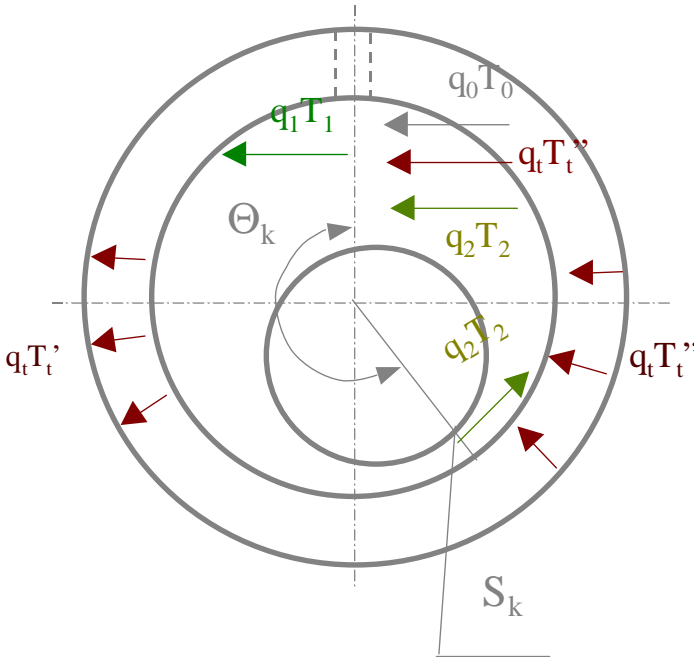
Masowy strumień zimnego oleju można obliczyć z równania

$$q_0 = q_b - q_t \quad (11)$$

gdzie:  $q_b$  – ubytki boczne oleju.

Po wymieszaniu oleju sumaryczny strumień wyniesie:

$$q_1 = q_2 + q_t + q_0 \quad (12)$$



**Rys. 2. Przepływ oleju w łożysku porowatym**

Fig. 2. Flow of oil in porous bearing

Wstawiając zależności (11) i (12) do równania (10), otrzymuje się:

$$q_2 T_2 + q_t T_t + (q_b - q_t) T_0 = (q_2 + q_t + q_0) T_1 \quad (13)$$

Stąd można obliczyć temperaturę oleju po wymieszaniu  $T_1$ . Ale aby ją obliczyć, należy wcześniej określić wartości poszczególnych strumieni  $q_i$ . Wzory na ich obliczenie ze względu na prostszą interpretację podano w układzie cylindrycznym.



Upływy boczne oleju można wyliczyć z zależności [L. 3, 4, 8]:

$$q_b = \rho \iint_{S_c} \frac{h^3}{12\eta} \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)_{z=L/2} ds \quad (14)$$

gdzie:  $S_c$  – powierzchnia czołowa szczeliny smarnej (**Rys. 2**).

Wartość strumienia  $q_2$  można obliczyć z równania:

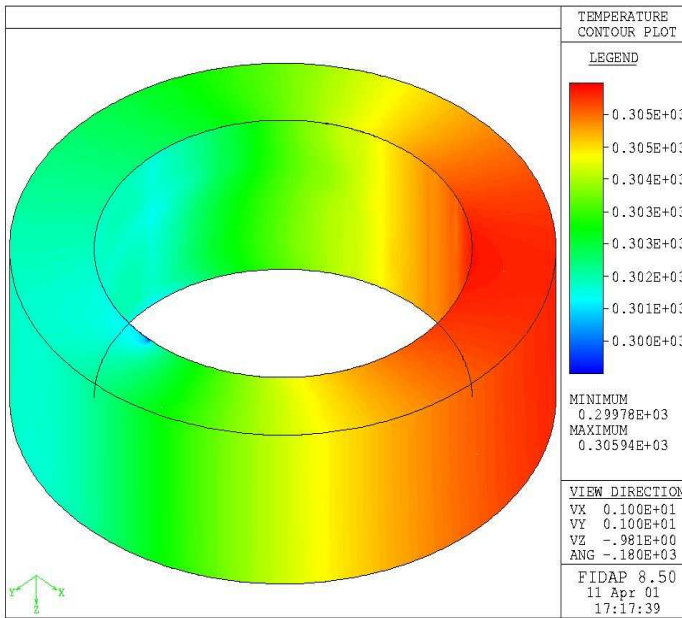
$$q_2 = \rho \iint_{S_k} \left( \frac{Uh}{2} + \frac{h^3}{12\eta} \left( \frac{\partial p}{\partial \theta} \right)_{\theta=\theta_k} \right) ds \quad (15)$$

gdzie:  $S_k$  – powierzchnia szczeliny smarnej na końcu filmu smarnego (**Rys. 2**).

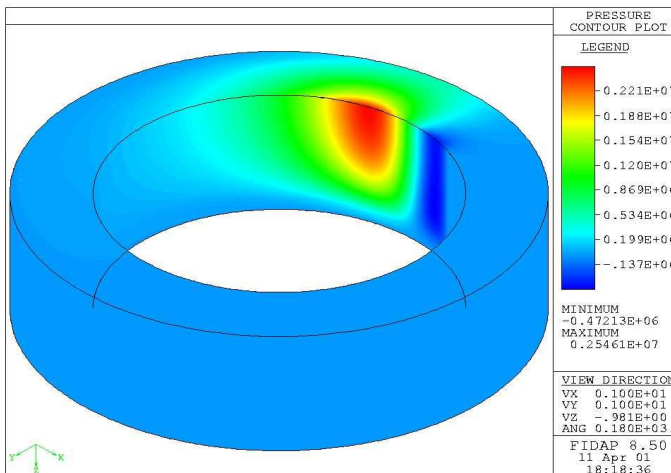
Natomiast wydatek oleju wciskanego do tulei można obliczyć, wykorzystując prawo Darcy:

$$q_t = \rho \int_0^{L/2} \int_0^\pi \frac{\phi}{\eta} \left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=D/2} r d\theta dz \quad (16)$$

Dla łożyska porowatego pracującego z dodatkowym zasilaniem, uwzględniając bilans strumieni cieplnych (wzór 13) otrzymano rozkłady temperatury pokazane na **Rys. 3** oraz rozkłady ciśnienia pokazane na **Rys. 4**. W porównaniu z łożyskami pracującymi w warunkach samosmarowania nastąpiło obniżenie temperatury w łożysku oraz wzrost ciśnienia w szczelinie smarnej. Występują również większe różnice temperatury w szczelinie smarnej. Na **Rys. 3** wyraźnie widoczne jest mieszanie się zimnego strumienia oleju wzdłuż szczeliny smarnej na powierzchni wewnętrznej tulei porowatej, jak i jego wnikanie do wnętrza tulei (niebieskie przebarwienia).



**Rys. 3. Przestrzenny rozkład temperatury w łożysku porowatym z dodatkowym zasilaniem z uwzględnieniem przyjmowania ciepła przez wałek i obejmę**  
 Fig. 3. Spatial temperature distribution in porous bearing allowing baking over the heat through the shaft and clamping ring



**Rys. 4. Przestrzenny rozkład ciśnienia w samosmarującym łożysku porowatym z uwzględnieniem przyjmowania ciepła przez wałek i obejmę**  
 Fig. 4. Spatial pressure distribution in porous bearing allowing baking over the heat through the shaft and clamping ring

## PODSUMOWANIE

W ramach teoretycznej analizy pracy łożysk porowatych można wyróżnić następujące modele: izotermiczny, pseudoadiabatyczny oraz diatermiczny. Najprostszym modelem jest model izotermiczny, w którym zakłada się stałą temperaturę oleju w szczelinie smarnej oraz odpowiadającą danej temperaturze stałą lepkość oleju. W modelu tym nie uwzględnia się zjawisk cieplnych występujących podczas pracy łożyska, zarówno ciepła generowanego w szczelinie smarnej, jak i wymiany ciepła między łożyskiem a otoczeniem.

W modelu diatermicznym dotyczącym pracy łożysk porowatych należy rozróżnić dwa przypadki, tj. łożyska pracujące w warunkach samosmarowania oraz z dodatkowym zasilaniem olejem z zewnątrz. Rozkłady ciśnienia i temperatury w łożysku porowatym pracującym w warunkach samosmarowania z uwzględnieniem wymiany ciepła przedstawione zostały w pracy [L. 6]. Natomiast obecne opracowanie dotyczy łożysk porowatych pracujących w warunkach dodatkowego smarowania, gdzie należało uwzględnić wpływ doprowadzonego do szczeliny smarnej zimnego oleju na bilans cieplny w łożysku. Z uzyskanych w pracy obliczeń przedstawionych w formie przestrzennych rozkładów ciśnienia i temperatury wynika, że w porównaniu z wynikami dla modelu diatermicznego dla łożysk porowatych pracujących w warunkach samosmarowania uzyskano wyższe ciśnienia w szczelinie smarnej oraz niższe temperatury łożyska.

## LITERATURA

1. Cameron A.: The principles of lubrication. Longman & Green, London 1966.
2. Czajkowski A., Wierzcholski K.: Rys historyczny hydrodynamicznej teorii smarowania. Tribologia 5/96.
3. Giemza B., Kałdoński T., Król A.: Metody badań porowatych samosmarujących łożysk ślizgowych. Tribologia 4/2005.
4. Kiciński J.: Teoria i badania hydrodynamicznych poprzecznych łożysk ślizgowych. Wydawnictwo PAN Wrocław 1994.
5. Krzemiński K.: Model matematyczny łożyska porowatego. Łożyska ślizgowe. Zbiór artykułów. Wytwórnia Łożysk Ślizgowych „PZL-BIMET”. Gdańsk 1981, s. 19–46.
6. Krzemiński K.: Modelowanie pracy łożyska porowatego z uwzględnieniem wymiany ciepła. Mechanik 7/2003, s. 447–449.

7. Krzemiński K.: Modele matematyczne łożyska porowatego i stosowane uproszczenia. *Tribologia* 4/2003.
8. Krzemiński K.: Zmiana mikrostruktury tulei porowatej w okresie docierania łożyska. XXIV Jesienna Szkoła Tribologiczna, Krynica 11–14 IX 2000. *Polska Tribologia* 2000, s. 96–102.
9. Krzemiński K.: Model diatermiczny łożyska porowatego. *Tribologia* 6/2006, s. 115–131.
10. Meurisse M.H., Guidicelli B.: 3D conservative model for self-lubrication porous journal bearings in hydrodynamic study-state. *Journal of Tribology. Tran. of the ASME*, Vol. 121/3, 1999, s. 529–537.
11. Nield D.A., Bejan A.: *Convection in Porous Media*. Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg 1999.
12. Staniszewski B.: *Wymiana ciepła. Podstawy teoretyczne*. PWN, Warszawa 1963.
13. Wierzcholski K.: Płaski przepływ oleju w poprzecznym łożysku ślizgowym. *Zagadnienia Eksploatacji Maszyn (Kwartalnik Polskiej Akademii Nauk)* 2, 18, 1974, s.195–209.
14. Wierzcholski K.: Nowa postać równania Reynoldsa dla małych liczb Reynoldsa. *Zagadnienia Eksploatacji Maszyn (Kwart. PAN)* 4, 28, 1976, s. 387–395.

**Recenzent:**  
**Jan KICIŃSKI**

## Summary

**This work presents the diathermic model of a porous bearing working with additional oil supply conditions. The equations of motion and energy in the oil gap and the porous bearing are supplemented with the equations of heat transfer and conductance in total region of bearing. The change of viscosity in the function of temperature was given in calculations. The resulting calculations are given in the form of spacing distributions of pressure and temperature in the oil gap and porous sleeve.**