

Miron CZERNIEC^{*,}, Jerzy KIELBIŃSKI^{*}**
Roman JAREMA^{}**

**OSZACOWANIE WPŁYWU KOREKCJI ZĘBÓW
NA ZUŻYCIE, TRWAŁOŚĆ ORAZ WYTRZYMAŁOŚĆ
KONTAKTOWĄ EWOLWENTOWYCH
PRZEKŁADNI WALCOWYCH O ZĘBACH PROSTYCH**

**THE EVALUATION OF INFLUENCE OF COG
DISPLACEMENT ON WEAR, LIFETIME AND CONTACT
DURABILITY OF INVOLUTE STRAIGHT-COGGED GEARS**

Słowa kluczowe:

przekładnie walcowe o zębach prostych, korekcja zazębienia, zużycie zębów, trwałość przekładni, naprężenia kontaktowe

Key words:

straight-cogged gear, hooking displacement, cogs wear, gear longevity, contact stress

* Politechnika Lubelska, Wydział Mechaniczny, Instytut Technologicznych Systemów Informacyjnych, ul. Nadbystrzycka, 36, 20-618 Lublin, tel.: (81) 538-42-76, e-mail: m.czerniec@pollub.pl

** Państwowy Uniwersytet Pedagogiczny w Drohobyczu, ul. Ivana Franki, 24, 82100 Drohobych (Ukraina).

Streszczenie

Przedstawiono opracowaną metodę badania procesu zużywania powierzchni bocznych zębów walcowych przekładni zębatych z uwzględnieniem korekcji zazębienia. Przeprowadzono badania wpływu korekcji technologicznej (P-O) oraz konstrukcyjnej (P) na maksymalne naprężenia kontaktowe, prędkość poślizgu, zużycie zębów oraz trwałość przekładni. Ustalono podstawowe zależności tego wpływu, a wyniki obliczeń podano w postaci wykresów.

WPROWADZENIE

W nowoczesnych przekładniach zębatych koła zębate niekorygowane stosowane są rzadko. Stosowanie dodatniego współczynnika przesunięcia zarysu pozwala na uniknięcie podcięcia stopy zęba podczas jego kształtowania w procesie obróbki mechanicznej. Taki zabieg powoduje wzrost grubości zęba u jego podstawy, a tym samym podwyższenie odporności na jego złamanie. Zastosowanie korekcji uzębienia z dodatnim współczynnikiem przesunięcia zarysu przyczynia się także do wzrostu promienia krzywizny boku zęba o zarysie ewolwentowym, co z kolei obniża naprężenia kontaktowe. Wpływa także na rozkład prędkości poślizgu na czynnej wysokości zęba. Przedstawione problemy były już przedmiotem częściowych rozważań w inny niż podano niżej sposób, dla różnych typów kół zębatych [L. 1, 7, 8]. W [L. 1] podano procedurę optymalizacji konturu wyjściowego oraz współczynników korekcji pod względem podwyższenia nośności (obniżenia naprężeń kontaktowych w środku zazębienia) przekładni stożkowych z zębami o zarysie kołowo-łukowym. Praca [L. 7] podaje metodę, według której w przekładniach ewolwentowych uwzględnia się wpływ korekcji na interferencję zębów. Ustaleniu wpływu modyfikacji geometrii narzędzi na maksymalne naprężenia kontaktowe w przekładniach stożkowych o zębach łukowych poświęcono pracę [L. 8].

Te aspekty powodują, iż poprzez zastosowanie korekcji można uzyskać obniżenie zużycia ściernego powierzchni zęba, a poprzez to zwiększenie trwałości przekładni. W literaturze brak metod na oszacowanie wpływu korekcji zazębienia na zużycie oraz trwałość kół zębatych. W artykule przedstawiono autorską metodę badania zużycia zębów w kołach zębatych korygowanych bazującą na metodzie badania zużycia przekładni walcowych o zębach prostych [L. 3].

METODA ROZWIĄZANIA ZAGADNIENIA

Zużycie liniowe zębów przekładni w dowolnym punkcie j zarysu w ciągu pewnego czasu styku t'_j określone jest następującym wzorem [L. 3, 4]:

$$h'_{kj} = \frac{V_j t'_j (fp_{j \max})^{m_k}}{C_k (0.35 R_m)^{m_k}} \quad (1)$$

- gdzie: $V_j = V$ – prędkość poślizgu w kolejnych punktach j zarysów zębów,
 $t'_j = 2b_j / V_0$ – czas kontaktu przy przemieszczaniu się punktu j styku zębów na szerokość pola ich styku wzdłuż zarysu,
 $V_0 = \omega_1 r_1 \sin \alpha$ – prędkość przemieszczenia się punktu styku wzdłuż zarysu zęba,
 ω_1 – prędkość kątowa zębniaka,
 $2r_1 = d_1 = z_1 m$ – średnica podziałowa zębniaka,
 m – moduł nominalny,
 $\alpha = 20^\circ$ – nominalny kąt przyporu (kat zarysu w biegunie zazębienia dla przekładni niekorygowanej),
 z_1, z_2 – liczba zębów kół,
 $k = 1; 2$ – numeracja kół zębatych,
 f – współczynnik tarcia ślizgowego,
 R_m – doraźna wytrzymałość materiału przy rozciąganiu,
 C_k, m_k – wskaźniki odporności na zużycie materiałów w parze tribologicznej.

Zużycie zębów w ciągu zadanego czasu t^* pracy obliczane jest według wzoru:

$$h_{kj} = 60 n_k h'_{kj} t^* \quad (2)$$

gdzie: n_k – liczba obrotów kół zębatych.

Trwałość przekładni dla zadanego granicznego zużycia h_{k*} :

$$t = h_{k*} / \bar{h}_{kj}, \quad \bar{h}_{kj} = 60n_k h'_{kj} \quad (3)$$

Maksymalne naprężenia kontaktowe $p_{j\max}$ oraz szerokość pola styku $2b_j$ w j -tym punkcie obliczane są według wzorów Hertza:

$$p_{j\max} = 0,564\sqrt{F'/\theta\rho_j}, \quad 2b_j = 2,256\sqrt{\theta F'\rho_j} \quad (4)$$

gdzie: $F' = F/bw$,

$F = T_{nom} K_v / r_1 \cos \alpha$ – siła międzyzębna,

$T_{nom} = 9550P_g / n_1$ – nominalny moment obrotowy,

P_g – moc na wale czynnym (zębniku),

n_1 – liczba obrotów wału czynnego,

K_v – współczynnik dynamiczny,

$\theta = (1 - \nu_1^2) / E_1 + (1 - \nu_2^2) / E_2$,

E, ν – moduły Younga oraz współczynniki Poissona materiałów zębów,

b – szerokość koła,

w – liczba par zazębnień uczestniczących jednocześnie w przekazywaniu mocy,

ρ_j – zredukowany promień krzywizny zarysów zębów.

Zredukowany promień krzywizny zębów przekładni walcowej:

$$\rho_j = \frac{\rho_{1j}\rho_{2j}}{\rho_{1j} + \rho_{2j}}, \quad j = 0, 1, 2, 3, \dots, s \quad (5)$$

gdzie: ρ_{1j}, ρ_{2j} – odpowiednio promienie krzywizny ewolwentowych powierzchni bocznych zębów zębownika i koła zębatego,
 $j = 0, j = s$ odpowiadają pierwszemu oraz ostatniemu punktowi zazębienia zębów.

Odpowiednio wzory na promienie krzywizny zębów zębnika i koła zębatego przekładni walcowej w j -tym punkcie zazębienia mają postać [L. 3, 4]:

$$\rho_{1j} = r_{b1} \operatorname{tg} \alpha_{1j}$$

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha, \quad \alpha_{1j} = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha_{10} + j \Delta \varphi)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{10} = (1+u) \operatorname{tg} \alpha - \frac{u}{\cos \alpha} \sqrt{(r_{20}/r_2)^2 - \cos^2 \alpha}$$

$$r_2 = \frac{mz_2}{2}, \quad r_{20} = r_{a2} - r, \quad r_{a2} = r_2 + m, \quad r = 0,2m$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{1s} = \sqrt{(r_{1s}/r_1)^2 - \cos^2 \alpha}, \quad r_{1s} = r_{a1} - r = r_{a1} - 0,2m, \quad r_{a1} = r_1 + m$$

$$\rho_{2j} = r_2 \sqrt{(r_{2j}/r_2)^2 - \cos^2 \alpha}$$

$$r_{2j} = \sqrt{a^2 + r_{1j}^2 - 2ar_{1j} \cos(\alpha - \alpha_{1j})}, \quad a = (z_1 + z_2)m/2,$$

$$r_{1j} = r_1 \cos \alpha / \cos \alpha_{1j}$$

$$\cos \alpha_{20} = \frac{r_2}{r_{20}} \cos \alpha, \quad \operatorname{tg} \alpha_{2s} = \left(1 + \frac{1}{u}\right) \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{u \cos \alpha} \sqrt{\left(\frac{r_{1s}}{r_1}\right)^2 - \cos^2 \alpha},$$

gdzie: r_1, r_2 – odpowiednio promienie kół podziałowych zębnika oraz koła zębatego,

r_{b1}, r_{b2} – promienie kół zasadniczych zębnika i koła zębatego,

r_{a1}, r_{a2} – promienie kół wierzchołkowych zębnika i koła zębatego,

r – promień zaokrąglenia wierzchołków zębów kół,

u – liczba przełożenia,

$\Delta \varphi$ – kąt pomiędzy punktem wejścia zębów w zazębienie (p. 0) a kolejnym wybranym punktem 1, 1 oraz 2 itd.),

α_{10} – kąt, odpowiadający 1-emu punktowi linii przyporu w nieruchomym układzie współrzędnych yO_1x ,

α_{1s} – kąt, odpowiadający położeniu ostatniego punktu zazębienia zębów zębnika na linii przyporu,

α_{20}, α_{2s} – kąty, określające położenie pierwszego i ostatniego punktu zazębienia zęba koła zębatego na linii przyporu.

Prędkość poślizgu określona jest wzorem:

$$V_j = -\omega_1 \frac{r_{b1}}{r_{b2}} (r_{b1} + r_{b2}) [\operatorname{tg} \alpha - j \Delta \varphi - \alpha_{10}] \quad (6)$$

gdzie: $r_{b2} = r_2 \cos \alpha$.

Przekładnie z przesunięciem zarysu stosowane są zarówno dla uniknięcia podcinania stóp zębów podczas ich nacinania (w przypadku kół zębatych o zbyt małej liczbie zębów), dla poprawienia wytrzymałości podstawy zęba na zginanie oraz w przypadku konieczności zapewnienia określonej (np. znormalizowanej) odległości osi [L. 5, 6].

W porównaniu z normalnym (bez przesunięcia zarysu) zazębieniem ewolwentowym zarysy zębów korygowanych są kształtowane przez inne, bardziej korzystne dla danej przekładni odcinki ewolwenty.

Przesunięcie narzędzia wyznacza się według wzoru:

$$\xi = xm \quad (7)$$

gdzie: x – współczynnik przesunięcia zarysu.

Znane są dwa rodzaje korekcji zazębień: technologiczna (P – O), gdzie współczynniki przesunięcia zarysów są w relacji $x_1 = -x_2$, współczynnik sumaryczny $x_\Sigma = 0$, a odległość pomiędzy osiami kół pozostaje taka jak w przypadku przekładni niekorygowanej; konstrukcyjna (P), gdzie współczynniki przesunięcia zarysów są w relacji $x_1 \neq x_2$, a $x_\Sigma > 0$ (zazwyczaj $x_1 > 0$, $x_2 > 0$).

Uwzględnienie przesunięcia zarysu w geometrii zazębienia dokonuje się w niżej podany sposób:

$$r_{a1} = r_1 + (1 + x_1 - k)m, \quad r_{a2} = r_2 + (1 + x_2 - k)m \quad (8)$$

gdzie współczynnik skrócenia głowy zęba:

$$k = \frac{a - a_w}{m} + (x_1 + x_2).$$

Dla przekładni z zastosowaniem korekcji P – O odległość między osiami pozostaje stałą, tj. $a = a_w$, a kąt przyporu $\alpha = \alpha_w$. Odpowiednio

$$a = r_1 + r_2.$$

W przypadku zastosowania korekcji P:

$$a_w = r_{w1} + r_{w2} = (d_{w1} + d_{w2})/2,$$

gdzie: d_{w1}, d_{w2} – odpowiednio średnice kół toczyń zębnika oraz koła zębatego,

$$d_{w1} = 2a / (1 + u), d_{w2} = 2a - d_{w1}$$

$$\alpha_w = \arccos \frac{a}{a_w} \cos \alpha.$$

W odpowiednich wzorach należy wprowadzić $a_w, \alpha_w, r_{w1}, r_{w2}$ w miejsce a, α, r_1, r_2 .

Sumę współczynników przesunięcia zarysów ($x_1 + x_2$) oblicza się według wzoru:

$$x_\Sigma = x_1 + x_2 = \frac{(\text{inv}\alpha_w - \text{inv}\alpha)(z_1 + z_2)}{2\text{tg}\alpha} \quad (9)$$

Rozdziału na obydwie koła dokonuje się na przykład odwrotnie proporcjonalnie do liczby zębów kół:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{z_1}{z_2}, \quad x_2 = x_1 \frac{z_1}{z_2}, \quad x_1 = x_\Sigma \left(\frac{z_2}{z_1 + z_2} \right)$$

lub w inny sposób zgodny z wytycznymi PN.

Przy rozwiązaniu zagadnienia założono, że:

- występuje zazębienie jednoparowe zębów,
- dynamikę obciążenia określa się przez współczynnik dynamiczny K_v ,
- maksymalne naprężenia kontaktowe $p_{j\max}$ w trakcie zużywania nie ulegają zmianie,
- zapewnia się smarowanie graniczne.

Dane dla obliczeń: $z_1 = 20$; $z_2 = 80$; $m = 3$ mm ; $u = 4$; $n_1 = 750$ obr./min; $P_a = 6$ kW; $f = 0,07$; $b = 30$ mm; materiały kół zębatych: zębnik – stal 38HMJA (azotowanie), 58 HRC; $R_m = 1040$ MPa, $C_1 = 3,5 \cdot 10^6$, $m_1 = 2$; koło zębate – stal 40H (hartowanie objętościowe), 53 HRC, $R_m = 981$ MPa, $C_2 = 0,17 \cdot 10^6$, $m_2 = 2,5$; $E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa, $\nu = 0,3$; olej osiowy z dodatkiem przeciwzużyciowym o lepkości kinematycznej $\nu_{+50^\circ} \approx 15$ cSt; $h_{k^*} = 0,3$ mm; krok $\Delta\varphi = 4^\circ$; kąty położenia kolejnych punktów przyporu $\varphi = 0, 4^\circ, 8^\circ, 12^\circ, 16^\circ, 20^\circ, 24,95^\circ$.

Współczynniki korekcji oraz parametry geometryczne przekładni:

- a) $x_1 = 0; 0,1; 0,2; 0,3$; $x_2 = 0; -0,1; -0,2; -0,3$; $x_\Sigma = 0$;
 b) $x_1 = 0 \dots 0,8$; $x_2 = 0 \dots 0,8$; $a_w = 152$ mm, $\alpha_w = 22^\circ$, $x_\Sigma = 0,92$.

Wskaźniki (liczby) przyporu są podane w tabeli.

Tabela 1. Współczynniki korelacji
 Table 1. Coefficients of displacement

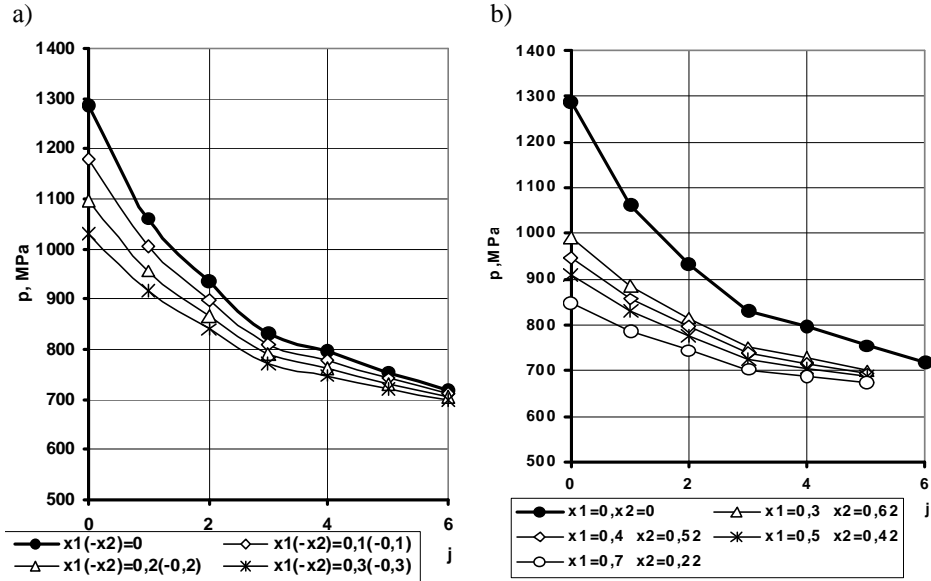
Współczynniki korekcji	Liczba przyporu (korekcja P – O)	Współczynniki korekcji	Liczba przyporu (korekcja P)
$x_1 = -x_2 = 0$	$\varepsilon = 1,256$	$x_1 = 0,3$; $x_2 = 0,62$	$\varepsilon = 1,099$
$x_1 = -x_2 = 0,1$	$\varepsilon = 1,365$	$x_1 = 0,4$; $x_2 = 0,52$	$\varepsilon = 1,082$
$x_1 = -x_2 = 0,2$	$\varepsilon = 1,426$	$x_1 = 0,5$; $x_2 = 0,42$	$\varepsilon = 1,063$
$x_1 = -x_2 = 0,3$	$\varepsilon = 1,316$	$x_1 = 0,7$; $x_2 = 0,22$	$\varepsilon = 1,016$

Wyniki numerycznego rozwiązania podane są na **Rys. 1–6** dla obu rodzajów przekładni z korekcją zarysów:

- technologiczną (P – O),
- konstrukcyjną (P).

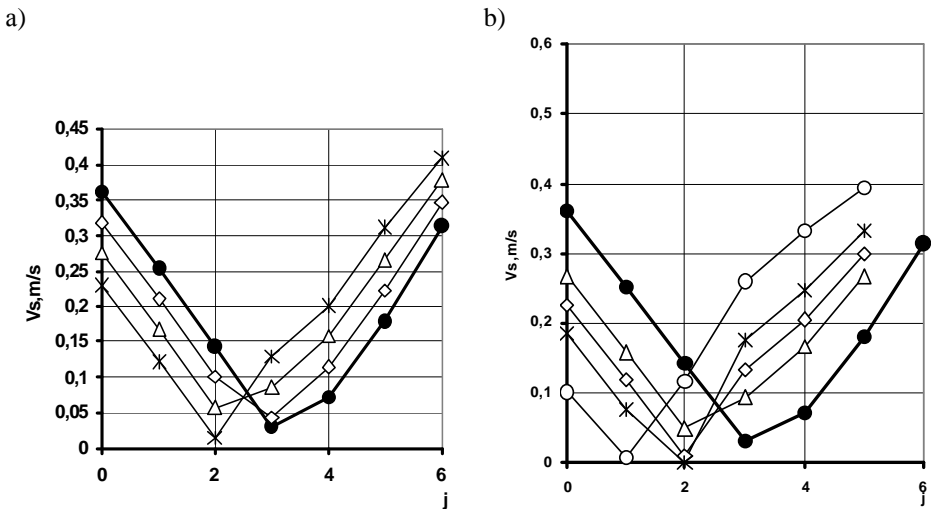
Korekcja powoduje obniżenie maksymalnych naprężeń kontaktowych w stosunku do przekładni bez korekcji zazębienia. W przypadku korekcji P – O występuje to wskutek wzrostu współczynników przesunięcia zarysów $x_1 = -x_2$ (**Rys. 1a**), a w przypadku korekcji (P) – wskutek wzrostu współczynnika x_1 z jednoczesnym zmniejszeniem współczynnika x_2 (**Rys. 1b**). Na wejściu zębów w zazębienie, gdzie naprężenia kontaktowe osiągają wartość maksymalną, obserwuje się znaczny wpływ korekcji. Zaś na wyjściu z zazębienia, gdzie naprężenia kontaktowe są

minimalne, wpływ korekcji jest praktycznie niezauważalny. Należy podkreślić, że dla przekładni z korekcją P punkt 6 zazębienia nie istnieje, co spowodowano zmianą kształtu zarysów zębów.



Rys. 1. Wpływ korekcji na maksymalne naprężenia kontaktowe: a) technologiczna (P – O), b) konstrukcyjna (P)

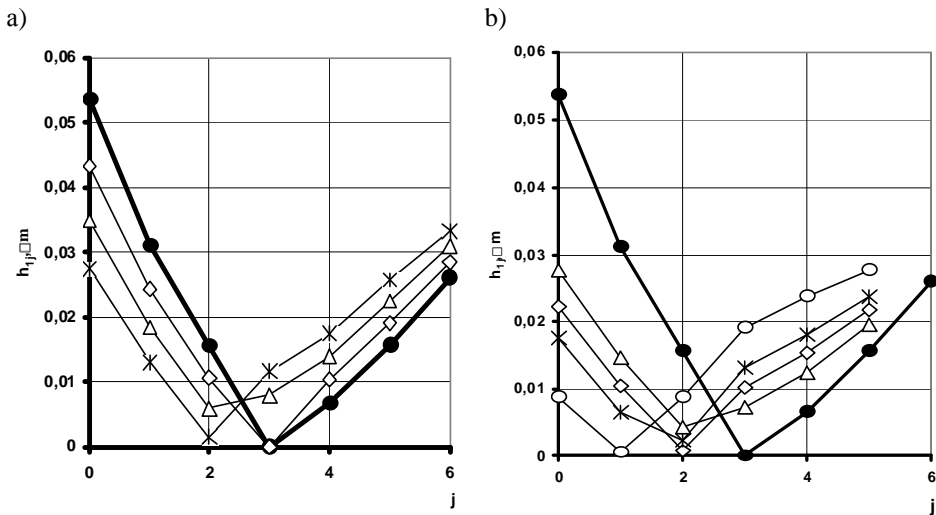
Fig. 1. The influence of displacement on maximal contact stress



Rys. 2. Wpływ korekcji na prędkość poślizgu: a) technologiczna (P – O), b) konstrukcyjna (P)

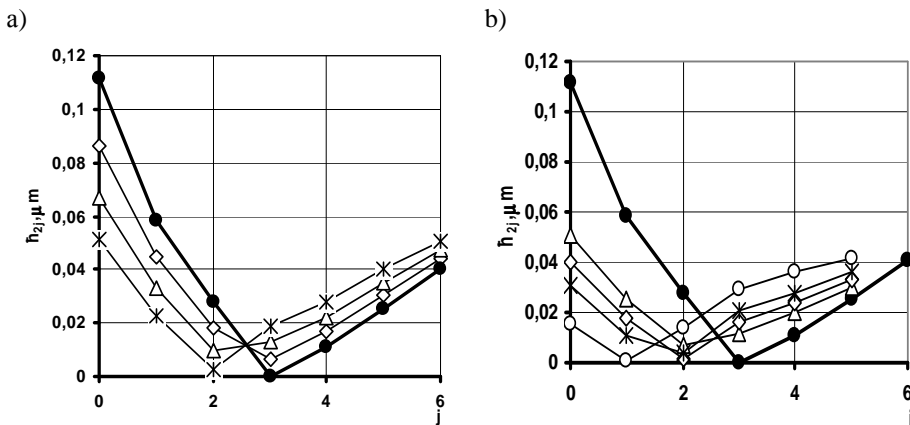
Fig. 2. The influence of displacement on sliding velocity

Analiza **Rys. 2a, b** wskazuje, że na wejściu zębów w zażębenie prędkości poślizgu w sposób istotny maleją, a na wyjściu – wzrastają. Intensywność zmian prawie nie zależy od położenia punktów przyporu na zarysie zęba. Punkt 3 w przekładni niekorygowanej leży w obrębie środka zażębenia. Wskutek zastosowania korekcji punkt ten przemieszcza się bliżej wejścia w zażębenie.



Rys. 3. Wpływ korekcji na zużycie zębów zębniaka w ciągu 1 godziny pracy przekładni: a) technologiczna (P – O), b) konstrukcyjna (P)

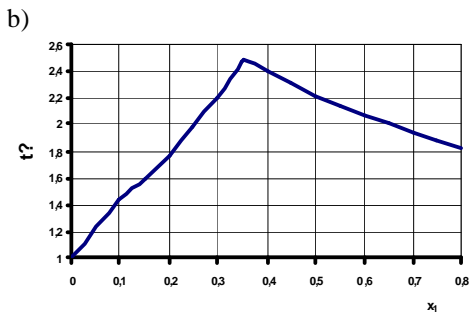
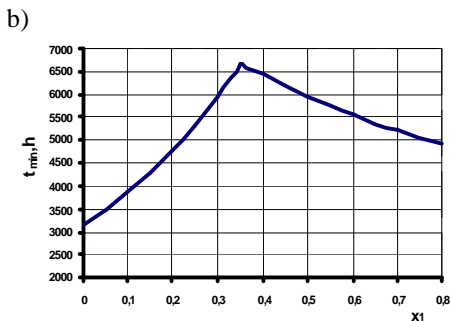
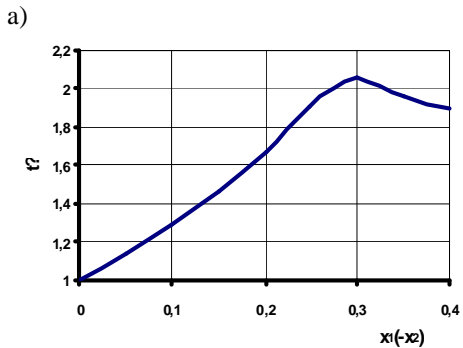
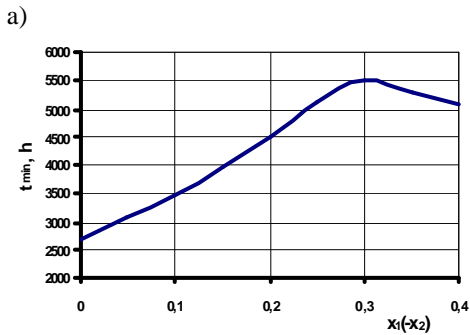
Fig. 3. The influence of displacement on cogs wear of cog-wheel during 1 hour of gear work



Rys. 4. Wpływ korekcji na zużycie zębów koła zębatego w ciągu 1 godziny pracy przekładni: a) technologiczna (P – O), b) konstrukcyjna (P)

Fig. 4. The influence of displacement on cogs wear of cog-wheel during 1 hour of gear work

W przekładniach z kołami o zębach korygowanych ulega zmianie wartość zużycia na wysokości czynnej zębów (**Rys. 3a, b; 4a, b**). Na wejściu w zazębienie występuje jej zmniejszenie, a na wyjściu z zazębienia – zwiększenie. W przypadku korekcji konstrukcyjnej (**Rys. 3b; 4b**) zmiana ta jest bardziej znaczna. Należy podkreślić, że wskutek korekcji zazębienia możliwe jest zapewnienie zbliżonych wartości zużycia zębów na wejściu (p. 0) oraz na wyjściu (p. 5, 6) z zazębienia.



Rys. 5. Wpływ korekcji na trwałość przekładni

Fig. 5. The influence of displacement on gear longevity

Rys. 6. Względna zmiana trwałości przekładni korygowanych

Fig. 6. Relative change of correction gears longevity

Korekcja zazębienia w sposób znaczący wywiera wpływ na trwałość przekładni. Zgodnie z wynikami obliczeń podanymi na **Rys. 5a, b; 6a, b** widać, że są optymalne wartości współczynników korekcji, dla których trwałość będzie maksymalna, a zużycia zębów – minimalne. Tutaj t_{\min} – minimalna trwałość zęba w jednym z krańcowych punktów zazębienia,

a $t^{\vee} = t_{\min/x_1, x_2 > 0} / t_{\min/x_1, x_2 = 0}$. W przypadku przekładni z korekcją P – O ich trwałość zwiększa się 2 razy, a dla przekładni z korekcją P – około 2,5-krotnie.

WNIOSKI

1. Analiza wyników obliczeń wskazuje, że zużycie zębów jest największe na wejściu w zazębienie. Powodem są największe naprężenia kontaktowe oraz stosunkowo duża prędkość poślizgu.
2. Zastosowanie dodatniego współczynnika przesunięcia zarysu zęba dla zębniaka skutkuje znaczącym zmniejszeniem naprężeń kontaktowych oraz zmniejszeniem prędkości poślizgu na wejściu w zazębienie.
3. Na wyjściu z zazębienia wpływ korekcji na wartość naprężeń kontaktowych jest zdecydowanie mniejszy (przy ich spadku), zaś prędkość poślizgu znacznie wzrasta.
4. Zastosowanie dodatniego współczynnika przesunięcia zarysu dla zębniaka powoduje znaczące zmniejszenie zużycia liniowego powierzchni zębów, a więc powiększenie trwałości zazębienia.
5. Dobierając odpowiednio współczynniki korekcji dla kół współpracujących, można doprowadzić do wyrównania zużycia powierzchni bocznych zębów, będących w strefie wejściowej i wyjściowej zazębienia.

LITERATURA

1. Akimov V.V.: Initial contour optimization for bevel gears with circular teeth. J. of Mach. Manufacture and Reliability, 4/2008.
2. Czerniec M. : Wytrzymałość stykowo-tarciowa oraz trwałość systemów tribotechnicznych ślizgowych. Wyd. Politechniki Lubelskiej, 2000.
3. Czerniec M., Kiełbiński J.: Prognozowanie trwałości tribologicznej kół zębatych walcowych ewolwentowych. Wyd. Politechniki Lubelskiej, 2003.
4. Czerniec M., Kiełbiński J.: Analiza wpływu pochylenia linii zębów w przekładni walcowej ewolwentowej na zużycie, naciski stykowe oraz prędkość poślizgu. Tribologia, 5/2008.
5. Dziama A., Michniewicz M., Niedźwiedzki A.: Przekładnie zębate. WNT, 1989.
6. Müller L.: Przekładnie zębate. WNT, Warszawa, 1996.
7. Mekhalfa A., Bouaricha A., Kallouche A., Hadjadj E.: Teeth's gear correction. J. Rev. of Mech. Ing. 2009.

-
8. Vilmos S.: Head – cutter for optimal tooth modifications in spiral bevel gears. Mechanizm and Machine Theory. 44/2009.

Recenzent:
Jan ZWOLAK

Summary

A method of cog wear process investigation for a straight-cogged gear including displacement correction is presented. The influence of technological and constructive corrections on maximal contact stress, slide velocity, cogs wear, and gear lifetime investigated. The main regularities of its influence are established and the results of the investigation are presented graphically.

