

**Jacek SPAŁEK\***, **Maciej KWAŚNY\***

**ANALIZA STRAT MOCY W ZAZĘBIENIACH  
PRZEKŁADNI Z KOŁAMI WALCOWYMI  
SMAROWANYMI ZANURZENIOWO**

**ANALYSIS OF POWER LOSSES IN THE MESHING  
OF A TOOTHED CYLINDRICAL GEAR LUBRICATED  
BY THE IMMERSION METHOD**

**Słowa kluczowe:**

przekładnia zębata, smarowanie, straty mocy

**Key words:**

gear transmission, lubrication, power losses

**Streszczenie**

W opracowaniu przedstawiono wyniki przeprowadzonej analizy teoretycznej strat mocy generowanych w zazębieniach przekładni zębatej

---

\* Politechnika Śląska, Wydział Górnictwa i Geologii, Instytut Mechanizacji Górnictwa  
ul. Akademicka 2, 44-100 Gliwice, Polska, tel./fax.: (32) 237 15 84, e-mail:  
jacek.spalek@polsl.pl, e-mail: maciej.kwasny@polsl.pl.

z kołami walcowymi smarowanymi sposobem zanurzeniowym. W analizie wyodrębniono dwa charakterystyczne przypadki wejścia oleju w strefę zazębienia, a mianowicie:

- dla ruchu współbieżnego zębника i koła współpracującego,
- dla ruchu przeciwbieżnego zębника i koła współpracującego.

Wykazano istotną różnicę tzw. strat wyciskania oleju z zazębienia dla wymienionych przypadków, przyjmując jako zmienne: podstawowe cechy geometryczne zazębienia ewolwentowego kół, parametry struktury kinematycznej przekładni oraz charakterystyki lepkościowe oleju smarującego. Symulację komputerową z wykorzystaniem arkusza kalkulacyjnego Excel i programu Mathcad przeprowadzono, bazując na bezwymiarowym ujęciu przepływu cieczy lepkiej w wąskiej szczelinie zazębienia.

## WPROWADZENIE

Efektywność eksploatacyjna układu napędowego maszyny zależy od wielu parametrów techniczno-ruchowych, a w tym w znaczącym stopniu od mocy efektywnej napędu, która wynika z ogólnej zależności:

$$P_e = P_M - P_R - P_P \quad (1)$$

gdzie:  $P_e$  – moc efektywna napędu,

$P_M$  – moc silnika napędzającego,

$P_P$  – moc pobierana przez urządzenia pomocnicze (np. pompę oleju),

$P_R$  – straty mocy powstające w układzie przeniesienia napędu od silnika do organu wykonawczego maszyny roboczej. Są one sumą strat cząstkowych  $P_{Ri}$  generowanych w poszczególnych węzłach kinematycznych układu, a więc:

$$P_R = \sum_{i=1}^n P_{Ri} \quad (1a)$$

Z zależności (1) wynika, że zwiększenie mocy efektywnej można uzyskać, maksymalizując moc silnika oraz/lub minimalizując straty cząstkowe  $P_{Ri}$  wpływające na straty ogólne  $P_R$ .

Ograniczenie (zmniejszenie) strat cząstkowych można osiągnąć na drodze optymalizacji struktury układu przeniesienia napędu oraz w znacznym stopniu poprzez redukcję oporów tarcia w węzłach tribologicznych przekład-

ni, a więc w zazębieniach, łożyskowaniach i uszczelnieniach. Z kolei opory tarcia w tych węzłach istotnie zależą od jakości smarowania. Zagadnienie to jest szczególnie istotne dla przekładni planetarnych z coraz częściej stosowanymi kołami o użębieniu wysokim [L. 1, 4, 5, 7, 8].

Straty mocy w przekładni zębatej  $P_V$  (zarówno klasycznej, jak i planetarnej) są sumą strat w zazębieniu  $P_{VZ}$ , łożyskowaniu  $P_{VL}$ , uszczelnieniach  $P_{VD}$ , układach pomocniczych (np. pompa oleju)  $P_{VX}$  oraz strat hydraulicznych  $P_{VH}$ , co można zapisać w postaci:

$$P_V = P_{VZ} + P_{VL} + P_{VD} + P_{VX} + P_{VH} \quad (2)$$

### STRATY MOCY W ZAZĘBIENIU

Straty w zazębieniu przy przenoszonej mocy nominalnej  $P_N$  można określić jako [L. 2]:

$$P_Z = P_N \cdot \mu_{mz} \cdot H_V \quad (3)$$

gdzie:  $P_Z$  – moc strat w zazębieniu,  
 $\mu_{mz}$  – średni współczynnik tarcia w zazębieniu,  
 $H_V$  – współczynnik strat w zazębieniu zależny od postaci zazębienia [L. 3] oraz cech materiałowych współpracujących kół [L. 6].

Średnią wartość współczynnika tarcia na odcinku zazębienia pary kół można określić z zależności [L. 2]:

$$\mu_{mz} = 0,045 \left( \frac{K_A \cdot \frac{F_{bz}}{b}}{v_{\Sigma m} \cdot \rho_m} \right)^{0,2} \cdot \eta_M^{-0,05} \cdot X_R \cdot X_L \quad (4)$$

gdzie:  $\mu_{mz}$  – średnia wartość współczynnika tarcia zależna od rodzaju oleju; z badań [L. 2] wynika, że dla oleju mineralnego w klasie lepkości VG 100-220 wartość  $\mu_{mz} = 0,04$ , a dla olejów syntetycznych VG 68-220 wartość  $\mu_{mz} = 0,028-0,037$ ,

$\frac{F_{bz}}{b}$  – jednostkowa siła normalna w zazębieniu odniesiona do szerokości koła zębatego,

$K_A$  – współczynnik zastosowania (przeciążenia) przekładni przyjęty wg ISO 6336,

$v_{\Sigma m}$  – sumaryczna prędkość obwodowa  $v_{\Sigma m} = 2v_w \cdot \sin \alpha_w$ , przy czym:  $v_w$ ,  $\alpha_w$  – odpowiednio: prędkość i kąt przyporu na średnicy tocznej  $d_{w1}$ ,

$\rho_m$  – zastępczy promień krzywizny zarysów zębów:

$\rho_m = \frac{1}{2} d_{w1} \cdot \sin \alpha_w \frac{u}{u+1} \cdot \frac{1}{\cos \beta_b}$ , przy czym:  $u$  – przełożenie danego

stopnia,  $\beta_b$  – kąt pochylenia linii zębów na walcu zasadniczym,

$\eta_M$  – współczynnik lepkości dynamicznej strugi oleju w temperaturze roboczej, przy czym:  $\eta_M = v_b \cdot \gamma$ ,

$v_b$  – lepkość kinematyczna oleju w temperaturze roboczej,

$\gamma$  – gęstość oleju w temperaturze roboczej ( $\gamma = 870\text{--}940 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ),

$X_R$  – współczynnik chropowatości powierzchni zębów zębnika ( $R_{a1}$ ) i koła ( $R_{a2}$ ):

$$X_R = 3,8 \left( \frac{R_a}{d_{w1}} \right)^{0,25}, \quad \text{przy czym} \quad R_a = \frac{1}{2} (R_{a1} + R_{a2}),$$

$X_L$  – współczynnik rodzaju oleju [L. 2]; dla oleju mineralnego  $X_L = 1,0$ ; dla oleju polialfaoleinowego lub estrowego  $X_L = 0,8$ ; dla oleju poliglikolowego (bezwodnego)  $X_L = 0,6$ .

Z analizy zależności (4) i wielkości w niej występujących wynika, że:

- współczynnik tarcia istotnie zależy od rodzaju oleju smarującego. Zastosowanie oleju syntetycznego może spowodować obniżenie współczynnika tarcia w zazębieniu nawet o 40% względem wartości uzyskiwanych dla smarowania olejem mineralnym,
- z analizy wzoru (4) wynika też, że współczynnik lepkości dynamicznej  $\eta$  występuje w potęgce -0,05, co oznacza, że 3-krotna zmiana klasy lepkości oleju, np. z VG-150 na VG-46, powoduje wzrost współczynnika tarcia o 5,6% (co dla przykładowej wartości  $\mu_m = 0,040$  oznacza zmianę na  $\mu_m' = 0,0422$ ). Zatem straty tarcia na odcinku przyporu w małym stopniu zależą od klasy lepkości zastosowanego oleju.

## HYDRAULICZNE STRATY MOCY W PRZEKŁADNI ZĘBATEJ

Hydrauliczne straty mocy generowane w przekładni zębatej można podzielić na dwie grupy [L. 9]:

- wynikające z ruchu względnego zanurzonego koła w kąpieli olejowej – straty mieszania:

$$P_{VHM} = M_M \cdot \omega \quad (5)$$

- wynikające z wyciskania oleju z przestrzeni międzyzębnej – straty wyciskania:

$$P_{VHW} = M_H \cdot \omega \quad (6)$$

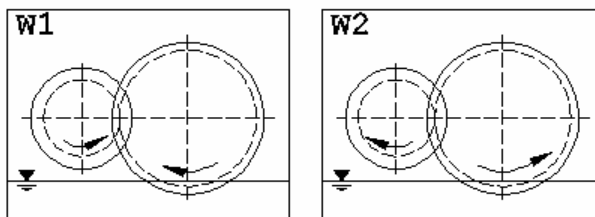
Moment oporu mieszania oraz moment oporu wynikającego z wyciskania oleju można określić za pomocą następujących zależności [L. 10, 11]:

$$M_M = C_M \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_a^4 \cdot b \quad (7)$$

$$M_H = C_H \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r^3 \cdot b \cdot l \quad (8)$$

gdzie:  $M_M$  – moment oporów mieszania, Nm,  
 $M_H$  – moment oporów wyciskania, Nm,  
 $C_M$  – współczynnik strat mieszania,  
 $C_H$  – współczynnik strat wyciskania,  
 $\rho$  – gęstość oleju,  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  
 $\omega$  – prędkość kątowa zanurzonego koła,  $\text{s}^{-1}$ ,  
 $r_a$  – promień wierzchołkowy zanurzonego koła, mm,  
 $r$  – promień toczny zanurzonego koła, mm,  
 $b$  – szerokość zęba, mm,  
 $l$  – wysokość zęba, mm.

Zarówno współczynnik strat mieszania, jak i współczynnik strat wyciskania oleju zależny jest od wzajemnego kierunku obrotu kół (**Rys. 1**).



**Rys. 1.** Wzajemne kierunki obrotu pary kół zębatych: W1 – współbieżny, W2 – przeciwbieżny [L. 10]

Fig. 1. Mutual direction of rotation of wheels: W1 – synchronous, W2 – asynchronous [L. 10]

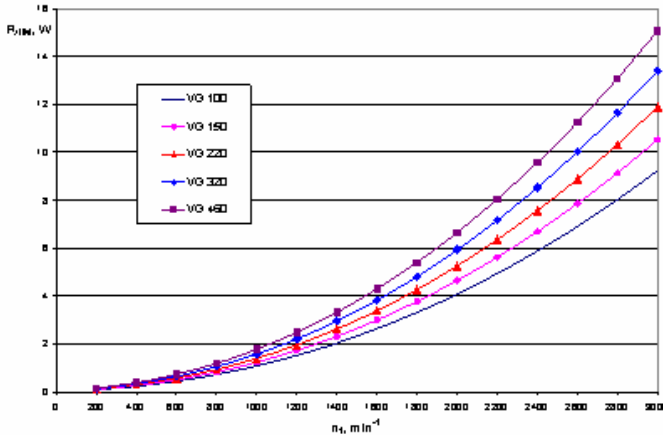
## WYNIKI ANALIZY NUMERYCZNEJ STRAT MOCY W PRZEKŁADNI ZĘBATEJ

W celu określenia strat mocy dla modelowej przekładni o obciążeniu nominalnym 150 kW przeprowadzono analizę numeryczną (z wykorzystaniem arkusza kalkulacyjnego Microsoft Excel oraz programu Mathcad) w funkcji następujących jej parametrów:

- prędkości obrotowej wału wejściowego (**Rys. 2 i 3**),
- klasy lepkości zastosowanego oleju smarującego (**Rys. 2 i 3**),
- wzajemnego kierunku obrotu kół zębatach (**Rys. 2 i 3**).

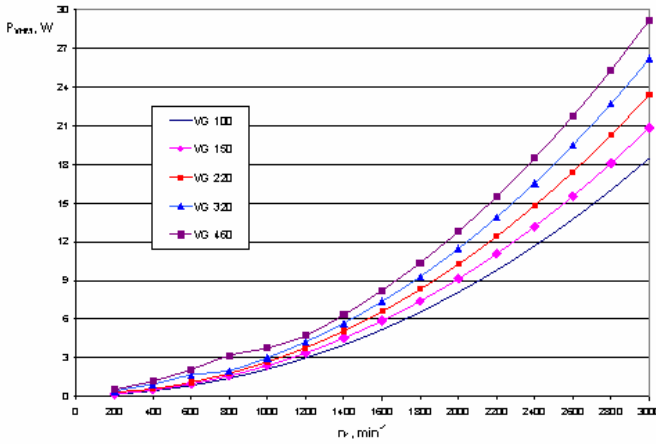
Następnie przeanalizowano, jak zmienia się udział poszczególnych strat mocy w rozpatrywanej przekładni zębataj (**Rys. 4 i 5**).

Do rozważań przyjęto klasyczną przekładnię z kołami walcowymi (z nieruchomymi osiami geometrycznymi wałów), o ewolwentowym zarysie zębów (moduł  $m_n = 5$  mm i 6 mm, liczba zębów koła czynnego  $z_1 = 20$  i przełożenie  $u = 6$ ).



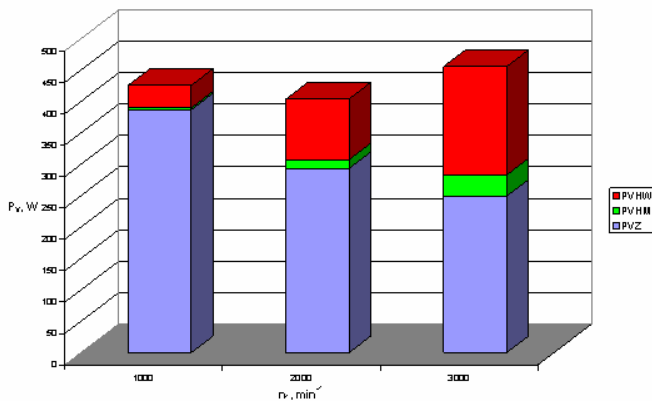
**Rys. 2.** Wpływ klasy lepkości oleju VG oraz prędkości obrotowej wału czynnego  $n_1$  na hydrauliczne straty mieszania  $P_{VHM}$  dla wzajemnego kierunku obrotu kół  $WI$  (przy stałych wartościach: moc nominalna  $P_N = 150$  kW, liczba zębów koła czynnego  $z_1 = 20$ , moduł nominalny  $m_n = 5$  mm oraz przełożenie  $u = 6$ )

**Fig. 2.** Influence of rotational speed of entrance shaft and stickiness of oil on hydraulic losses of mixing for direction of mutual rotation  $WI$



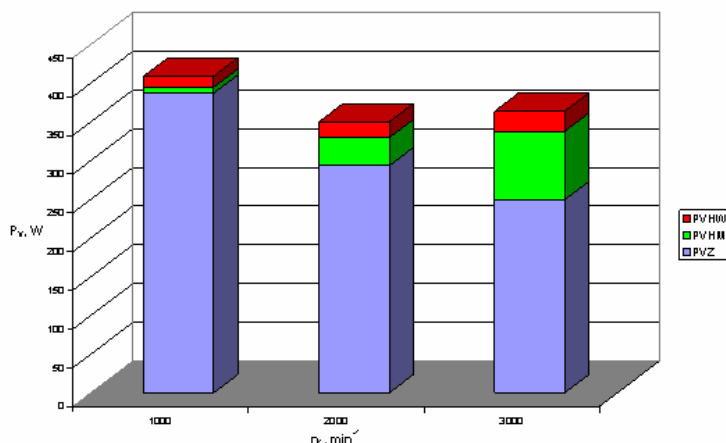
Rys. 3. Wpływ klasy lepkości oleju VG oraz prędkości obrotowej wału czynnego  $n_1$  na hydrauliczne straty mieszania  $P_{VHM}$  dla wzajemnego kierunku obrotu kół W2 (przy stałych wartościach: moc nominalna  $P_N = 150$  kW, liczba zębów koła czynnego  $z_1 = 20$ , moduł nominalny  $m_n = 5$  mm oraz przełożenie  $u = 6$ )

Fig. 3. Influence of rotational speed of entrance shaft and stickiness of oil on hydraulic losses of mixing for direction of mutual rotation W2



Rys. 4. Porównanie wielkości strat mocy w zależności od prędkości obrotowej wału czynnego dla wzajemnego kierunku obrotu kół W1 (przy stałych wartościach: moduł nominalny  $m_n = 6$  mm, temperatura pracy przekładni  $T = 90^\circ\text{C}$ , klasa lepkości oleju smarującego VG 220, głębokość zanurzenia koła zębatego biernego  $y = 25$  mm)

Fig. 4. The comparison of size of power losses in dependence from rotational speed of entrance shaft for direction of mutual rotation W1



**Rys. 5.** Porównanie wielkości strat mocy w zależności od prędkości obrotowej wału czynnego dla wzajemnego kierunku obrotu kół W2 (przy stałych wartościach: moduł nominalny  $m_n = 6$  mm, temperatura pracy przekładni  $T = 90^\circ\text{C}$ , klasa lepkości oleju smarującego VG 220, głębokość zanurzenia koła zębatego biernego  $y = 25$  mm)

Fig. 5. The comparison of size of power losses in dependence from rotational speed of entrance shaft for direction of mutual rotation W2

## PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W projektowaniu współczesnych maszyn, zwłaszcza dużych mocy (sięgających nierzadko 1 MW), poza wymaganiem wysokiej trwałości na równi istotna jest minimalizacja strat mocy generowanych w węzłach tribologicznych przekładni zębatych, stanowiących integralny element w strukturze przeniesienia napędu.

Zagadnienie minimalizacji strat powstających w procesie smarowania, mimo znaczącego postępu w rozwoju konstrukcyjnym przekładni, nie zostało dotychczas dostatecznie udokumentowane w badaniach poznawczych. Niniejsze opracowanie stanowi próbę teoretycznej analizy tego zagadnienia.

Zaprezentowane w artykule wybrane elementy przeprowadzonych szerszych badań prowadzą do następujących wniosków:

- straty generowane w zazębieniu są złożoną funkcją dużej liczby zmiennych,
- istotny wpływ na wartość strat mocy ma kierunek wejścia oleju do strefy zazębienia (wyszczególniony w opracowaniu ruch współbieżny i przeciwbieżny),



- lepkość oleju smarującego ma znaczący wpływ, zwłaszcza przy dużych prędkościach obrotowych kół,
- istotnym w ogólnym bilansie strat mocy w przekładni zębatej jest udział strat wyciskania oleju, zwłaszcza dla współbieżnego ruchu współpracujących kół zębatych.

## LITERATURA

1. Müller L.: Przekładnie zębate – projektowanie. WNT, Warszawa 1996.
2. Linke H.: Stirnradverzahnung: Berechnung – Werkstoffe - Fertigung. Carl Hanser-Verlag, München – Wien 1996.
3. Langenbeck K., Greiner J.: Schmierstoffsparende Zahnräder. Antriebstechnik, (28) Nr. 5, 1989.
4. Spałek J.: Smarowanie przekładni zębatych – zagadnienia teoretyczne. Politechnika Śląska, Instytut Mechanizacji Górnictwa, Gliwice 2000.
5. Spałek J.: Problemy inżynierii smarowania maszyn w górnictwie. Monografia 57. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2003.
6. Skoć A., Spałek J.: Podstawy konstrukcji maszyn. Tom 1, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2006.
7. Skoć A., Spałek J., Markusik S.: Podstawy konstrukcji maszyn. Tom 2, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2008.
8. Skoć A., Němček M. (red.): Identyfikacja stanu dynamicznego i trwałości przekładni zębatych z kołami o uzębieniu wysokim. Monografia 164. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2008.
9. Szczerek M., Wiśniewski M. (red.): Tribologia i tribotechnika. Wyd. ITeE, Radom 2000.
10. Strasser D.: Einfluss des Zahnflanken – und Zahnkopfspeiles auf die Leerlaufverlustleistung von Zahnradgetrieben. Ruhr Universität, Praca doktorska, Bochum 2005.
11. Tieriechov A.S., Szpitko G.H.: Gidrawliczeskije potieri w korobkach pieriedacz so smazkoj okupanijem. Wiestnik Maszinstrojenija, nr 5, 1975, s. 13–17.

**Recenzent:**  
**Jan ZWOLAK**

## Summary

**In the paper the results of the theoretical analysis of power losses generated in the meshing of toothed cylindrical gears lubricated by**

**the immersion method are presented. The initiations of oil in meshing were introduced for two characteristic cases:**

- the synchronous movement of pinion and wheel co-operating, and**
- the asynchronous movement of pinion and wheel co-operating.**

**The essential difference of the pressing out of the oil from the meshing is presented. The accepted variables were the basic geometrical form of involute meshing, the parameters of the kinematic structure of transmission and the stickiness of oil lubricant. The computer simulation was conducted using nondimensional flow formulation of sticky liquid in narrow crevice meshes.**