

**JAN ZWOLAK\***

**STRUKTURA GEOMETRYCZNA POWIERZCHNI  
BOKU ZĘBA KÓŁ ZĘBATYCH  
A PROCES ZMĘCZENIOWEGO ZUŻYWANIA  
POWIERZCHNIOWEGO**

**GEOMETRIC STRUCTURE OF THE GEAR TEETH SIDE  
SURFACES AND THE PROCESS OF FATIGUE WEAR**

**Słowa kluczowe:**

struktura geometryczna powierzchni, koła zębate, zużywanie powierzchniowe

**Key-words:**

geometric structure of the surface, gear tooth, fatigue wearing

**Streszczenie**

W pracy rozpatrywane są parametry struktury geometrycznej powierzchni boku zębów kół zębatach, ukształtowanej w końcowej fazie procesu technologicznego oraz ich wpływ na zmęczeniową wytrzymałość powierzchniową. Badaniom poddano koła zębate, których struktura geome-

---

\* Uniwersytet Rolniczy im. H. Kołłątaja, ul. Balicka 122, 30-149 Kraków e-mail: j.zwolak@ar.krakow.pl, tel. 012 662 47 62.

tryczna powierzchni boku zębów została ukształtowana przez stosowanie dwóch metod obróbki wykończeniowej: szlifowanie (technologia A), wiórkowanie (technologia B).

W zakresie badań struktury geometrycznej powierzchni dokonano analizy wybranych parametrów objętościowo-powierzchniowych, a także parametrów funkcjonalnych.

Badania doświadczalne zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej boku zęba dały podstawę do przeprowadzenia wartościowania parametrów, charakteryzujących strukturę geometryczną powierzchni, w odniesieniu do wyznaczonej zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej.

## **WPROWADZENIE**

Struktura geometryczna powierzchni boku zębów kół zębatych ukształtowana w końcowej fazie procesu technologicznego ma duży wpływ na zmęczeniową wytrzymałość powierzchniową. Najczęściej występującym rodzajem zużywania powierzchniowego współpracujących zębów kół zębatych jest wykruszanie pittingowe [L. 1, 2]. Stąd też parametry charakteryzujące strukturę geometryczną powierzchni boku zębów będą rozpatrywane w odniesieniu do tego rodzaju zużywania.

Przedstawione w pracy wyniki dotyczą kół zębatych, których powierzchnie boczne zębów (powierzchnie ewolwentowe) zostały ukształtowane przez stosowanie dwóch metod obróbki wykończeniowej: szlifowanie i wiórkowanie.

W zakresie badań struktury geometrycznej powierzchni dokonano analizy wybranych parametrów objętościowo-powierzchniowych i parametrów funkcjonalnych.

Badania doświadczalne zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej boku zęba, dały podstawę do przeprowadzenia wartościowania parametrów charakteryzujących strukturę geometryczną powierzchni, w odniesieniu do uzyskanych wyników zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej.

## **CHARAKTERYSTYKA STRUKTURY GEOMETRYCZNEJ POWIERZCHNI**

W badaniach struktury geometrycznej ewolwentowej powierzchni zębów dokonano analizy następujących parametrów objętościowo-powierzchniowych:

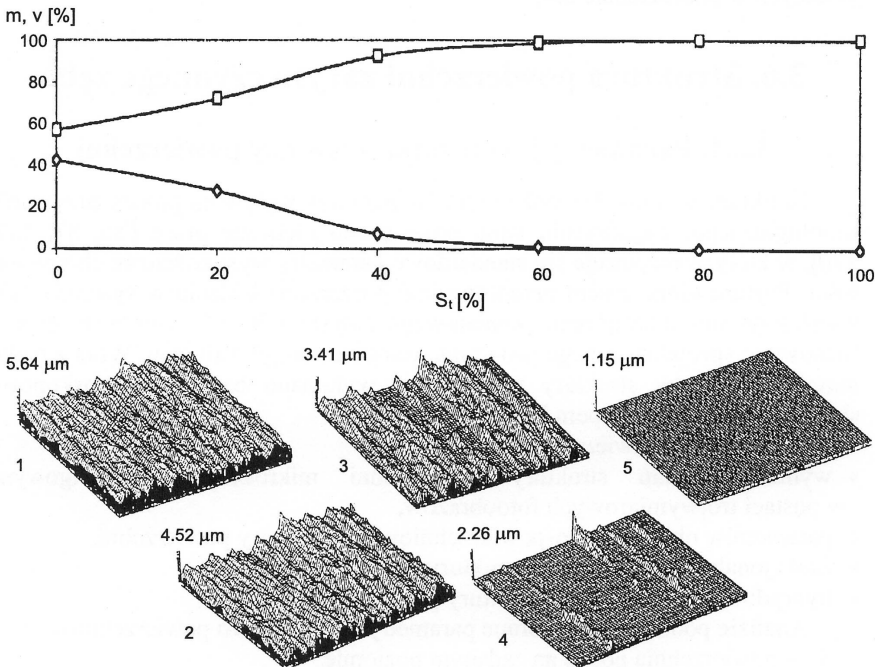
- $S_{mnr}$  – współczynnik objętości materiału na zadanym poziomie,
- $S_{mvr}$  – współczynnik objętości pustek na zadanym poziomie.

Wśród parametrów funkcjonalnych do analizy wybrano:

- funkcję autokorelacji AACF (Areal Autocorrelation Function),
- funkcję widmowej gęstości mocy APSD (Areal Power Spectral Density).

Określenie miary wymienionych tu parametrów struktury geometrycznej powierzchni wraz z wykorzystaniem prac innych autorów [L. 3–6] umożliwia przeprowadzenie oceny zdolności nośnej ewolwentowej powierzchni zębów, co ściśle wiąże się z odpornością na zużywanie powierzchniowe (zużywanie tribologiczne).

Parametry objętościowo-powierzchniowe, takie jak: współczynnik objętości materiału  $S_{mnr}$  i współczynnik objętości pustek  $S_{mvr}$  zależne od stosowanej technologii obróbki wykończeniowej przedstawiają wzajemne zależności między objętością materiału „m” i objętością pustek „v” w strukturze powierzchni. Rozkład objętości materiału „m” i pustek „v” w funkcji wysokości nierówności  $S_t$  zębów szlifowanych przedstawiono na **Rys. 1**.

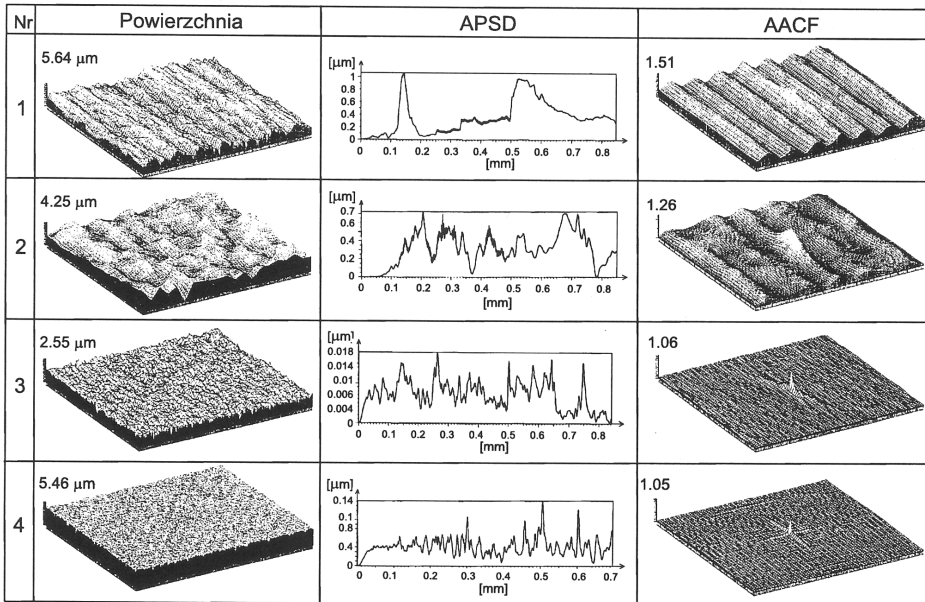


**Rys. 1.** Rozkład objętości materiału ( $\diamond$ ) i pustek ( $\square$ ) w funkcji wysokości nierówności  $S_t$   
 Fig. 1. Density distribution of material ( $\diamond$ ) and voids ( $\square$ ) in the of height profile  $S_t$

Osi rzędnych na **Rys. 1** przypisano objętość materiału i pustek wyrażoną w procentach względem objętości całkowitej struktury powierzchni. Na osi odciętych odłożono rzędną wysokości profilu  $S_t$ , również wyrażoną w procentach. Trójwymiarowe obrazy ilustrują strukturę powierzchni przekroju na poszczególnych poziomach: poziom 1 – 0%, poziom 2 – 20%, poziom 3 – 40%, poziom 4 – 60%, poziom 5 – 80%.

Ocenę ilościową objętościowej struktury geometrycznej powierzchni wyraża: współczynnik objętości materiału  $S_{mmr}$  na zadanym bieżącym poziomie, określanym jako odniesienie objętości materiału na zadanym poziomie do objętości materiału na poziomie zerowym (minimalnym); współczynnik objętości pustek  $S_{mvr}$  na zadanym bieżącym poziomie, określanym jako odniesienie objętości pustek na zadanym poziomie do objętości pustek na poziomie 100% (maksymalnym).

Strukturę geometryczną ewolwentowej powierzchni zęba charakteryzowaną przez funkcję widmowej gęstości mocy APSD (Areal Power Spectral Density) oraz przez funkcję autokorelacji AACF (Areal Auto-correlation Function) przedstawiono na **Rys. 2**.



**Rys. 2.** Charakterystyczne funkcje obrabianych powierzchni zębów: 1 – zęby szlifowane, 2 – zęby dokładnie szlifowane, 3 – zęby honowane, 4 – zęby docierane  
**Fig. 2.** Characteristic functions of machined tooth surfaces: 1 – grinding, 2 – high precision grinding, 3 – honing, 4 – running in

Funkcja widmowej gęstości mocy APSD daje możliwość wydzielenia określonej dominanty w strukturze geometrycznej powierzchni (na **Rys. 2** powierzchnia nr 1), lub wykazania przypadkowości badanej struktury (przechodzenie od wielorakich dominant na powierzchni nr 2, do niemalże przypadkowego szumu na powierzchni nr 4).

Funkcja autokorelacji AACF może być regularną harmoniczną struktury geometrycznej powierzchni z widocznie wyrażoną dominantą (jak na powierzchni nr 1), może też być harmoniczną zanikającą w mniejszym lub większym stopniu (odpowiednio powierzchnia nr 2 i powierzchnia nr 3), w zależności od gęstości występujących dominant. Funkcja autokorelacji AACF może też przyjmować formę płaską z widocznym na powierzchni nr 4 centralnym pikiem. Funkcja autokorelacji daje także możliwość dokonania oceny stopnia izotropowości lub anizotropowości badanej powierzchni.

## PARAMETRY I WSKAŹNIKI STRUKTURY GEOMETRYCZNEJ POWIERZCHNI A ZMĘCZENIOWA WYTRZYMAŁOŚĆ POWIERZCHNIOWA

W ocenie właściwości tribologicznych ewolwentowych powierzchni zębów kół zębatych, w zależności od stosowanej technologii obróbki wykończeniowej dużą pomoc oddają parametry wysokościowe struktury geometrycznej powierzchni zamieszczone w **Tab. 1**.

**Tabela 1. Parametry powierzchni zębów [ $\mu\text{m}$ ]**

Table 1. Tooth surface parameters [ $\mu\text{m}$ ]

Nr	$S_t$	$S_z$	$S_q$	$S_p$	$S_v$	$S_a$
1	8.11	6.1	0.943	4.29	3.82	0.748
2	13.9	12.3	1.28	4.54	9.36	1.01
3	8.27	6.7	0.567	4.16	4.11	0.403

W **Tab. 1** zęby szlifowane (technologia A) oznaczono nr 1, zęby bezpośrednio po wiórkowaniu bez obróbki cieplno-chemicznej oznaczono nr 2, zęby nawęglane i hartowane po wiórkowaniu (technologia B) oznaczono nr 3. Odpowiednie parametry wysokościowe ewolwentowych powierzchni zębów przyjmują określenia:  $S_t$  – maksymalna całkowita wysokość profilu chropowatości,  $S_z$  – średnia wartość pięciu maksymalnych wzniesień oraz pięciu maksymalnych wgłębień profilu chropowatości,  $S_q$  – średnia wartość kwadratowego odchylenia profilu chropowatości,  $S_p$  – maksymalna wartość wysokości wzniesienia profilu chropowatości,  $S_v$  –

maksymalna wartość głębokości wgłębienia profilu chropowatości,  $S_a$  – średnia wartość arytmetycznego odchylenia profilu chropowatości.

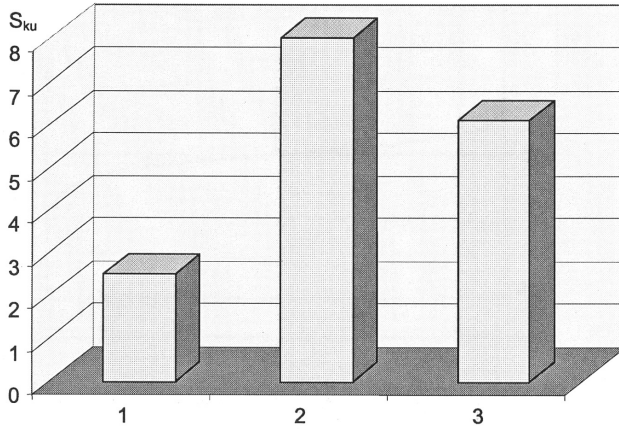
Analizując parametry w **Tab. 1** zauważa się, że stosowanie nawęglania i hartowania zębów (technologia B) powoduje zmniejszenie całkowitej wysokości parametru  $S_t$ . Po wiórkowaniu wartość parametru  $S_t$  wynosiła 13,9  $\mu\text{m}$ , zmniejszając się po obróbce nawęglania i hartowania do 8,27  $\mu\text{m}$ . Efekt zmniejszenia chropowatości w tym przypadku autor tłumaczy wysoką temperaturą (930°C) podczas nawęglania i hartowania, kiedy to zachodzi utlenianie ostrych grzbietów chropowatości powierzchni. Malejące wartości parametrów chropowatości powierzchni przybliżają jej izotropowość, co sprzyja poprawie warunków smarowania podczas współpracy zębów kół zębatych, a przez to wzrasta ich odporność na zużywanie powierzchniowe.

Szczególne znaczenie przedstawia parametr  $S_q$ , charakteryzujący średnie kwadratowe odchylenie profilu chropowatości ewolwentowej powierzchni zęba. Na powierzchni zębów wiórkowanych wyznaczony parametr  $S_q$  jest około 13% większy, aniżeli na powierzchni zębów szlifowanych. Jednakże po przeprowadzeniu procesu nawęglania i hartowania, wartość parametru  $S_q$  zmniejsza się ponaddwukrotnie, co stanowi 60% wartości parametru  $S_q$  odniesionego do zębów szlifowanych.

Rozkład rzędnych badanych struktur geometrycznych powierzchni w każdym przypadku jest bliski rozkładowi normalnemu. W przypadku zębów szlifowanych uzyskany stopień gęstości rozkładu odchylenia profilu chropowatości  $S_{ku} = 3,18$  (przy rozkładzie normalnym  $S_{ku} = 3,0$ ). Badania wykazały, że rozkład odchylenia profilu chropowatości powierzchni zębów wiórkowanych bez obróbki cieplno-chemicznej, charakteryzuje się znaczną smukłością przy wartości  $S_{ku} = 8,18$ .

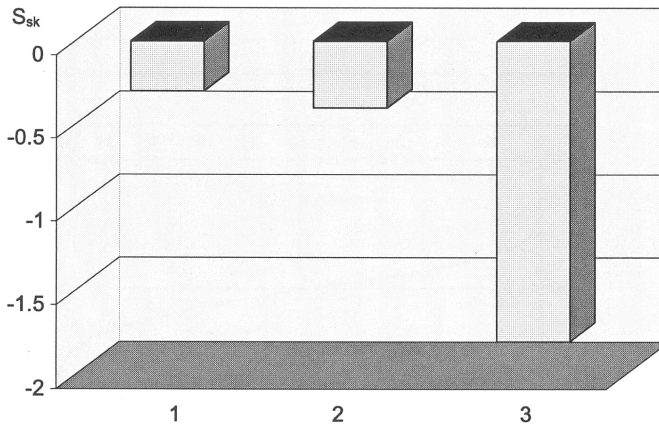
Powierzchnie ewolwentowe zębów kół zębatych wiórkowanych, poddane procesowi nawęglania i hartowania uzyskują wygładzone wierzchołki wzniesień i wgłębień, o czym świadczy zmiana charakteru rozkładu rzędnych struktury geometrycznej powierzchni ze zmniejszeniem się gęstości rozkładu odchylenia profilu chropowatości do  $S_{ku} = 5,58$ .

Jeżeli w procesie szlifowania zębów nawęglanych i hartowanych oraz w procesie wiórkowania zachodzi kształtowanie struktury geometrycznej powierzchni, której odpowiednio współczynnik asymetrii  $S_{sk} = -0,24$  i  $S_{sk} = -0,28$ , to po nawęglaniu i hartowaniu zębów wiórkowanych współczynnik  $S_{sk} = -1,89$ . Parametry gęstości rozkładu odchylenia profilu chropowatości  $S_{ku}$  oraz parametry asymetrii  $S_{sk}$ , jakie otrzymano podczas badań zębów kół zębatych przedstawiono odpowiednio na **Rys. 3 i 4**.



**Rys. 3. Parametr gęstości rozkładu rzędnych struktury geometrycznej powierzchni  $S_{ku}$ : 1 – nawęglanie z hartowaniem i szlifowanie (technologia A), 2 – wiórkowanie bez obróbki cieplno-chemicznej, 3 – wiórkowanie i nawęglanie z hartowaniem (technologia B)**

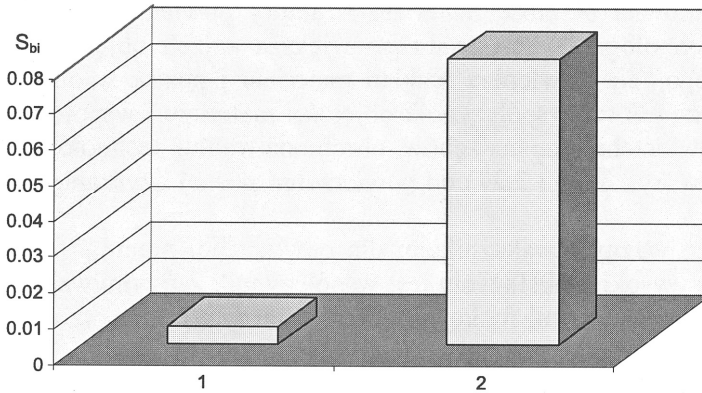
Fig. 3. Distribution of profile ordinate density for various types of surface  $S_{ku}$ : 1 – carburising followed by quench-hardening and grinding (technology A), 2 – gear shaving, no chemical or thermal treatment, 3 – gear shaving, carburising and quench-hardening (technology B)



**Rys. 4. Parametr asymetrii rozkładu rzędnych struktury geometrycznej powierzchni  $S_{sk}$ : 1 – nawęglanie z hartowaniem i szlifowanie (technologia A), 2 – wiórkowanie bez obróbki cieplno-chemicznej, 3 – wiórkowanie i nawęglanie z hartowaniem (technologia B)**

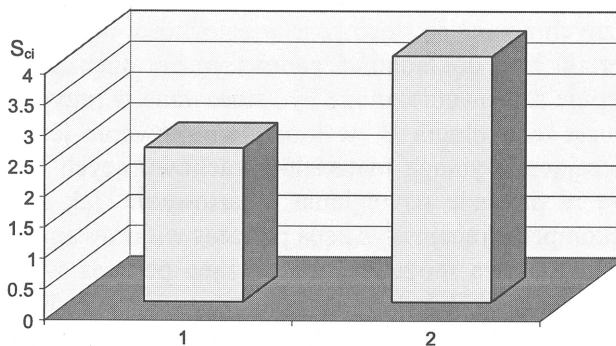
Fig. 4. Asymmetry of profile ordinates distribution for various types of surface  $S_{sk}$ : 1 – carburising followed by quench-hardening and grinding (technology A), 2 – gear shaving, no chemical or thermal treatment, 3 – gear shaving, carburising and quench-hardening (technology B)

W zagadnieniach eksploatacji kół zębatach dotyczących zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej istotne znaczenie mają także parametry funkcjonalne struktury geometrycznej powierzchni. Wśród tych parametrów rozważano wskaźnik powierzchni nośnej (wskaźnik nośności)  $S_{bi}$  oraz wskaźnik zatrzymywania smaru wierzchołkami powierzchni  $S_{ci}$ . Wyznaczone wartości liczbowe wskaźników  $S_{bi}$  oraz  $S_{ci}$  przedstawiono na **Rys. 5 i 6**.



**Rys. 5. Wskaźnik powierzchni nośnej  $S_{bi}$ : 1 – nawęglanie z hartowaniem i szlifowanie (technologia A), 2 – wiórkowanie i nawęglanie z hartowaniem (technologia B)**

Fig. 5. Surface bearing index: 1 – carburising followed by quench-hardening and grinding (technology A), 2 – gear shaving, carburising and quench-hardening (technology B)



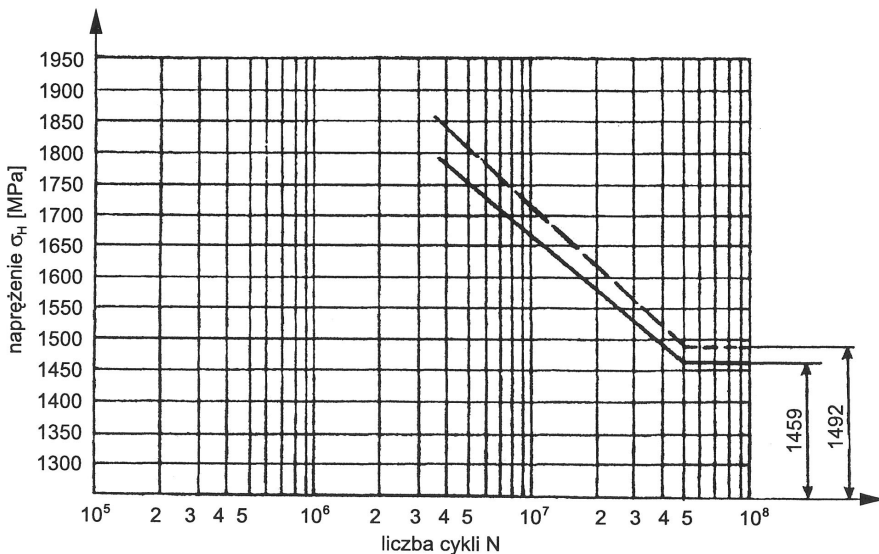
**Rys. 6. Wskaźnik zatrzymywania smaru wierzchołkami powierzchni  $S_{ci}$ : 1 – nawęglanie z hartowaniem i szlifowanie (technologia A), 2 – wiórkowanie i nawęglanie z hartowaniem (technologia B)**

Fig. 6. Core fluid retention index: 1 – carburising followed by quench-hardening and grinding (technology A), 2 – gear shaving, carburising and quench-hardening (technology B)



Opracowanie charakterystyki struktury geometrycznej ewolwentowej powierzchni zębów kół zębatych, wyrażonej za pomocą odpowiednich parametrów i wskaźników odniesionych do stosowanej technologii obróbki wykończeniowej, pozwoli konstruktorowi na dokonanie racjonalnego wyboru technologii kształtowania powierzchni i określenia jej w rysunku konstrukcyjnym. Uwzględnianie aspektu technologicznego sprawi, że już na etapie projektowania konstruktor będzie miał możliwość w sposób racjonalnie uzasadniony wpływać na trwałość i niezawodność przekładni zębatych, w których kryterium jest zużywanie powierzchniowe (pitting) oraz zmęczeniowa wytrzymałość objętościowa (złamanie zęba u podstawy).

Autor przeprowadził obszerne badania zmęczeniowe [L. 7] na kołach zębatych z uwzględnieniem opisanej tu technologii (technologia A i technologia B) oraz określił wartości liczbowe zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej  $\sigma_{Hlim}$  i zmęczeniowej wytrzymałości objętościowej  $\sigma_{Flim}$ . Jako przykład z badań zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej zębów kół zębatych zamieszczono wykres Wohlera na **Rys. 7**.



**Rys. 7. Zmęczeniowa wytrzymałość powierzchniowa  $\sigma_{Hlim}$  zębów kół zębatych ze stali 8620: ----- nawęglanie z hartowaniem i szlifowanie(technologia A), - - - - wiórkowanie i nawęglanie z hartowaniem (technologia B)**

Fig. 7. Fatigue wearing of the surface  $\sigma_{Hlim}$  gear teeth, steel 8620: ----- carburising followed by quench-hardening and grinding (technology A), - - - - gear shaving, carburising and quench-hardening (technology B)

W przypadku stosowania technologii A jako obróbki wykończeniowej uzyskano wartość zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej  $\sigma_{Hlim} = 1459$  MPa. Zastosowanie obróbki wykończeniowej według technologii B spowodowało podwyższenie zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej do wartości  $\sigma_{Hlim} = 1492$  MPa. Autor w swoich badaniach wyznaczył wartości liczbowe  $\sigma_{Hlim}$  oraz  $\sigma_{Flim}$  dotyczące zębów kół zębatach, wykonanych z 6 gatunków stali, przy stosowaniu dwóch technologii (technologia A i technologia B) obróbki wykończeniowej. Jednakże w tej pracy zamieszczono przykład zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej związany z jednym gatunkiem stali (8620 według SAE).

## PODSUMOWANIE

Analiza parametrów i wskaźników struktury geometrycznej ewolwentowej powierzchni zębów kół zębatach umożliwia wprowadzenie wartościowania stosowanych metod obróbki wykończeniowej w procesie wytwarzania kół zębatach.

W przedstawionej pracy wartościowanie odbywa się poprzez odniesienie parametrów i wskaźników charakteryzujących strukturę geometryczną powierzchni po odpowiedniej obróbce wykończeniowej, do określonych doświadczalnie przez autora wartości liczbowych zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej  $\sigma_{Hlim}$  i zmęczeniowej wytrzymałości objętościowej  $\sigma_{Flim}$ . Jednakże wyniki badań własnych wykazały, że struktura geometryczna ewolwentowej powierzchni zęba najbardziej wpływa na zmęczeniową wytrzymałość powierzchniową, a znacznie mniej na zmęczeniową wytrzymałość objętościową.

Analiza wyników parametrów takich jak: współczynnik objętości materiału  $S_{mmr}$  i współczynnik objętości pustek  $S_{mvr}$  dowodzi, że są one bardziej korzystne w przypadku stosowania technologii B, aniżeli technologii A. Wartości tych współczynników wyraźnie wpływają na wskaźnik powierzchni nośnej  $S_{bi}$  oraz na wskaźnik zatrzymywania smaru wierzchołkami powierzchni  $S_{ci}$ . Wzrost wskaźnika powierzchni nośnej, jak i wskaźnika zatrzymywania smaru przyczynia się do podwyższenia zmęczeniowej wytrzymałości powierzchniowej.

W technologii B znamienne jest to, że bezpośrednio po wiórkowaniu wartość parametru  $S_t$  jest znacznie większa aniżeli po procesie nawęglania i hartowania. Spadek wartości parametru  $S_t$  podczas obróbki cieplno-

chemicznej należy tłumaczyć zachodzącym tu utlenianiem ostrych grzbiętów występujących w strukturze geometrycznej powierzchni po wiórkowaniu. Wartość parametru  $S_t$  po obróbce cieplno-chemicznej jest bardzo zbliżona do wartości tego parametru po szlifowaniu, co można zauważyć w **Tab. 1**.

## LITERATURA

1. Muller L.: Przekładnie zębate. Projektowanie. WNT, Warszawa 1996.
2. Nadolny K.: Tribologia kół zębatach. Zagadnienia trwałości i niezawodności. Politechnika Poznańska 1999.
3. Lubimow W., Oczó K. E.: Klasyfikacja struktury geometrycznej powierzchni. Prace Naukowe ITMiA Politechniki Wrocławskiej, nr 34, Wrocław 1999.
4. Lubimow W., Oczó K. E., Łabudzki R.: Ocena nośności struktur geometrycznych powierzchni. XXIII NSOS, Rzeszów 2000.
5. Oczó K. E., Lubimow W.: Struktura geometryczna powierzchni. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2003.
6. Wieczorowski M., Cellary A., Chajda J.: Charakterystyka chropowatości powierzchni. Wydawnictwa Politechniki Poznańskiej, Poznań 1996.
7. Zwolak J.: System projektowania przekładni zębatach maszyn roboczych w ujęciu konstrukcyjno-materiałowo-technologicznym. Rozprawa hab. AGH, Kraków 2006.

**Recenzent:**  
**Witold PIEKOSZEWSKI**

## Summary

**This study investigates the geometric parameters of the gear teeth side surfaces, formed in the final stage of manufacturing and processing and their influence on the fatigue wear of the surface. Tests were run on gear teeth whose geometry is shaped through the application of two types of finishing treatment: grinding (procedure A) and gear shaving (procedure B).**

**Geometry of the teeth surface is examined on the basis of selected volume and surface parameters as well as functional features.**

**Experimental tests on fatigue wear of the tooth side surface became the starting points for assigning the values of parameters characterising the geometric structure of the examined surface in relation to the determined level of fatigue wear in contact.**