

Włodzimierz WALIGÓRA*, Michał LIBERA*

**ROZWAŻANIA O ROZRZUCIE
POWIERZCHNIOWEJ TRWAŁOŚCI
ZMĘCZENIOWEJ W ŚWIETLE AKTUALNYCH
TEORII**

**THE CONSIDERATION ABOUT SPREAD OF ROLLING
CONTACT FATIGUE LIFE IN LIGHT OF CURRENT
THEORIES**

Słowa kluczowe:

rozrzut powierzchniowej trwałości zmęczeniowej

Key-words:

spread of rolling contact fatigue life

Streszczenie

Praktyka badawcza i eksploatacyjna pokazuje, że cechą charakterystyczną łożysk tocznych jest m.in. ogromny rozrzut ich powierzchniowej trwałości zmęczeniowej. Na rozrzut ten wpływają zarówno warunki eksploatacji łożysk, jak i technologia wykonania oraz ich konstrukcja. W wielu bada-

* Politechnika Poznańska, Instytut Maszyn Roboczych i Pojazdów Samochodowych, 60-965 Poznań, ul. Piotrowo 3, tel.: 061 665-22-23, fax.: 061 665-27-36; e-mail: wlodzimierz.waligora@put.poznan.pl; michal.libera@put.poznan.pl

niach doświadczalnych przeprowadzanych w wyidealizowanych warunkach (przy powtarzalnym obciążeniu, takich samych warunkach smarowania, równej prędkości obrotowej, temperaturze itd.) okazuje się, że trwałość tych elementów maszyn może mieć rozrzut jak 1:40 i większy. Ustalenie przyczyn tego rozrzutu jest aktualnie głównym problemem badawczym ośrodków zajmujących się problemami trwałości łożysk tocznych.

W prezentowanym artykule podjęto próbę odpowiedzi na pytanie czy można wyjaśnić przyczyny tego rozrzutu na gruncie uznanych teorii trwałości zmęczeniowej łożysk (Lundberga i Palmgrena oraz Ioannidesa i Harrisa).

We własnej analizie informacji dotyczącej trwałości łożysk różnego rodzaju stwierdzono, że rozrzut ten prawdopodobnie nie zależy od kształtu powierzchni styku elementów łożysk tocznych. Wniosek taki nie zgadza się z konsekwencjami wynikającymi z analizy wspomnianych teorii, gdyż wynika z nich, iż w przypadku większej (np. eliptycznej) powierzchni styku rozrzut powinien być mniejszy niż w przypadku powierzchni kołowej.

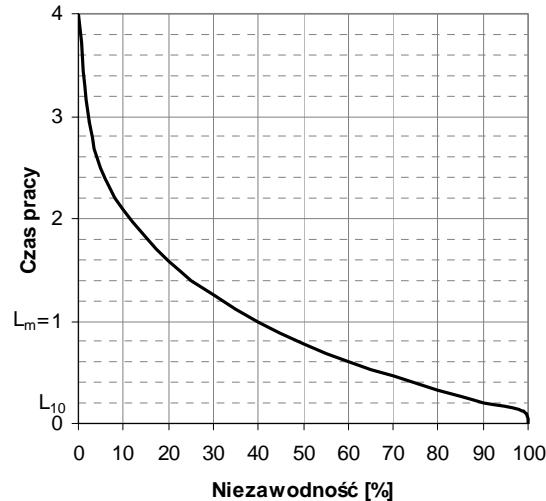
WPROWADZENIE

Rozrzut rozumiany jako zróżnicowanie zaobserwowanych wartości wybranego parametru jest immanentną cechą wszystkich dziedzin życia. Jego istnienie może mieć konsekwencje zarówno negatywne, jak i pozytywne. Na przykład przyroda prezentuje nieograniczoną replikację pozornie powtarzalnych doświadczeń, które jednak dają różne efekty, zachwycając wielością barw liści tego samego drzewa lub różnorodnością kształtów płatków śniegu. Jednak najczęściej zjawisko rozrzutu oceniamy negatywnie.

Różnorodność zastosowań łożysk tocznych pociąga za sobą różnorodność stawianych im wymagań, wśród których istotne miejsce zajmują z pewnością wymagania dotyczące trwałości i niezawodności. Owa różnorodność zastosowań wiąże się również z różnymi warunkami pracy prowadzącymi do różnych form zużycia, choć za dominującą uznaje się powierzchniowe zużycie zmęczeniowe określane nazwą pitting.

Trwałość łożysk mierzona czasem pracy, liczbą obrotów lub liczbą cykli zmęczeniowych do momentu wystąpienia na powierzchniach ich elementów wykruszeń zmęczeniowych cechuje ogromny rozrzut.

Na wykresie A. Palmgrena z 1945 roku [L. 1], wyrażony w średniej trwałości L_m , czas pracy do uszkodzenia najslabszego łożyska wynosi ok. $0,1L_m$, a najlepszego ok. $4L_m$. Wynika z tego, że stosunek trwałości najlepszego do najslabszego łożyska równa się 40.



Rys. 1. Wykres rozrzutu trwałości zmęczeniowej na podstawie A. Palmgrena, 1945 r. [L. 1]

Fig. 1. Spread rolling contact fatigue life on the basis A. Palmgren, 1945 r. [L. 1]

MIARA ROZRZUTU POWIERZCHNIOWEJ TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ

Trwałość łożysk tocznych, jako zmienna losowa, podlega rozkładowi Weibull'a, którego dystrybuanta opisywana jest funkcją [L. 2]:

$$F(t) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{t - E}{A}\right)^B\right] \quad (1)$$

gdzie: $F(t)$ – dystrybuanta rozkładu Weibull'a (określająca prawdopodobieństwo zmęczeniowego zniszczenia łożyska do czasu t),

A – parametr skali,

B – parametr kształtu,

E – parametr progowy (dla rozkładu dwuparametrow. $E = 0$).

Parametry A , B i E oblicza się najczęściej z wyników doświadczalnych trwałości t badanej grupy elementów metodą najmniejszych kwadratów, by następnie dla badanych elementów obliczyć trwałość umowną L_{10} lub L_{90} , wstawiając do równania (1) L_{10} lub L_{90} zamiast t , a zamiast $F(t)$ wartość prawdopodobieństwa 0,90 lub 0,10. W ten sposób otrzymuje się postać równania do obliczania trwałości:

$$L_i = A \left(\ln \frac{1}{1 - F(L_i)} \right)^{\frac{1}{B}} + E \quad (2)$$

gdzie:

- L_i – trwałość umowna (L_{10} lub L_{90}),
- $F(L_i)$ – wartość dystrybuanty dla trwałości L_i ($F(L_{10}) = 0,1$ a $F(L_{90}) = 0,9$).

Natomiast jako miarę rozrzutu powierzchniowej trwałości zmęczeniowej, za propozycją przedstawioną w pracy [L. 3], przyjęto:

$$R = \frac{L_{90}}{L_{10}} \quad (3)$$

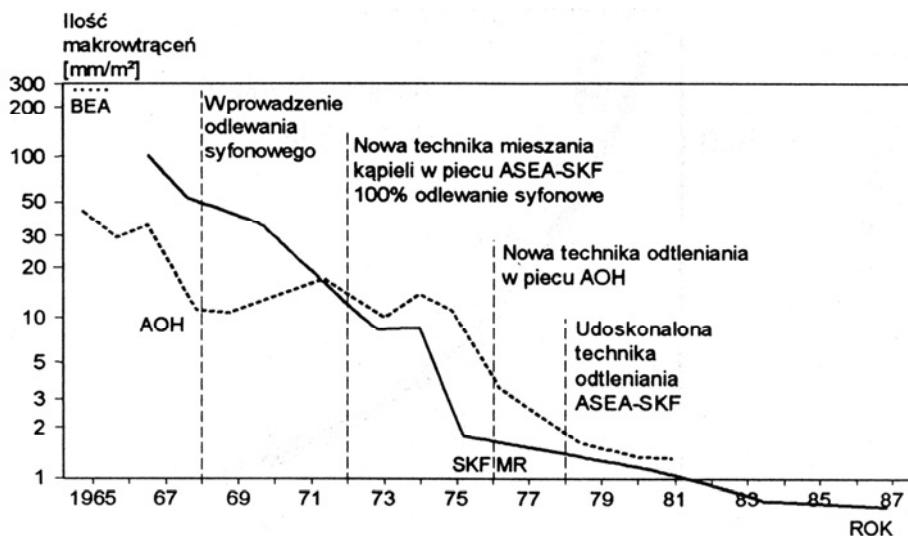
gdzie:

- L_{10} – umowna trwałość, którą osiąga 90% badanych elementów,
- L_{90} – umowna trwałość, którą osiąga 10% badanych elementów.

Według tak zdefiniowanej miary rozrzutu jego wartość dla danych z wykresu w fundamentalnej pracy Palmgrena [L. 1] (Rys. 1) wynosi ok. 10.

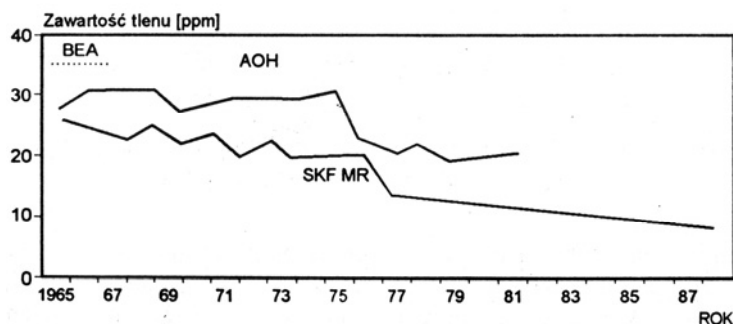
HISTORIA ROZRZUTU POWIERZCHNIOWEJ TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ

Wykresy przedstawione na Rys. 2 i 3 obrazują rozwój technologii wytwarzania stali łożyskowej, prowadzący do wielokrotnego zmniejszenia zawartości wtrąceń w tej stali oraz ponadtrzykrotnego zmniejszenia zawartości tlenu.



Rys. 2. Redukcja ilości makrowtrąceń w stali łożyskowej SKF od 1965 do 1988 roku, z zaznaczeniem zmian technologii wytwarzania tej stali [L. 4]

Fig. 2. Reduction of non-metallic inclusion in bearings steel SKF in years 1965–1988 [L. 4]



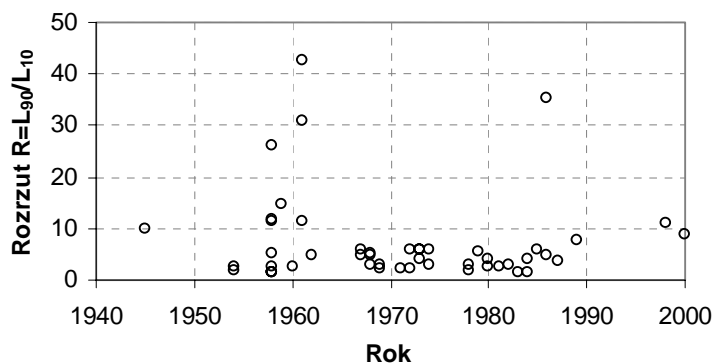
Rys. 3. Redukcja zawartości tlenu w stali łożyskowej SKF od 1965 do 1988 roku [L. 4]

Fig. 3. Reduction of oxygen concentration in bearings steel SKF in years 1965–1988 [L. 4]

Przedstawione zmiany w technologii wytwarzania stali łożyskowej spowodowały wyraźny wzrost powierzchniowej trwałości zmęczeniowej łożysk tocznych (np. ocenianej trwałością L_{10}) [L. 5].

Jednakże na podstawie analizy wyników badań Ośrodka Badawczego Łożysk Tocznych (VUVL) w Brnie [L. 6], a także danych z NASA [L. 7], jak i wyników F. Biedy [L. 8] lub badań własnych [L. 9] stwierdzić można, że w ostatnich 60 latach, wartość rozrzutu powierzchniowej trwałości zmę-

czeniuowej nie uległa zasadniczej zmianie i jest porównywalna z zaobserwowaną w 1945 roku przez Palmgrena [L. 1] (Rys. 5).



Rys. 5. Rozrzut trwałości łożysk wyprodukowanych w latach 1945–2000

Fig. 5. Spread of bearings life made in years 1945–2000

ROZRZUT POWIERZCHNIOWEJ TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ W ŚWIETLE AKTUALNIE STOSOWANYCH MODELI MATEMATYCZNYCH

Model Lundberga i Palmgrena

W teorii Lundberga i Palmgrena zakłada się, że prawdopodobieństwo zdatności łożyska jest funkcją objętości materiału ΔV poddanej obciążeniu zmęczeniowemu, podpowierzchniowych naprężeń tnących τ , głębokości występowania tych naprężeń z oraz liczby cykli obciążenia N . Zakładając rozkład Weibulla, Lundberg i Palmgren przedstawili zależność określającą niezawodność łożysk w postaci [L. 10]:

$$\ln \frac{1}{S(N)} = \int_F G(N_z) dV \quad (4)$$

gdzie: $G(N_z)dV$ jest skumulowanym prawdopodobieństwem, że elementarny wycinek o objętości ΔV nie ulegnie uszkodzeniu przez N cykli. Wobec nieznanego rzeczywistego rozkładu naprężeń podpowierzchniowych Lundberg i Palmgren prawej stronie równania nadali postać:

$$\ln \frac{1}{S(N)} \sim \frac{\tau_o^c N^e}{z_o^h} \Delta V \quad (5)$$

gdzie: τ_o jest maksymalnym naprężeniem tnącym w objętości materiału podlegającemu ryzyku uszkodzenia, z_o – jest głębokością, na jakiej to naprężenie występuje, ΔV jest miarą objętości materiału, w której naprężenia tnące istotnie różnią się od zera (objętość tę wyrazić można jako podwojony iloczyn długości i szerokości styku oraz głębokości z).

Wykładniki potęgowe określono tak, by dawały najlepszą aproksymację wyników badań eksperymentalnych: $c = 31/3$, $h = 7/3$, $e = 9/8$ dla styku liniowego oraz $10/9$ dla styku punktowego.

Równanie (5) zapisane w postaci funkcji niezawodności przyjmie postać:

$$R(t) \sim \exp\left(-\frac{\tau_o^c N^e \Delta V}{z_o^h}\right) \quad (6)$$

Przy założeniu, że z_o , τ_o i ΔV są identyczne dla wszystkich łożysk z badanej grupy rozrzut wyznaczony na podstawie równań (3) i (6) wyniesie:

$$\frac{L_{90}}{L_{10}} \sim \left(\frac{\ln 0,1}{\ln 0,9}\right)^{\frac{1}{e}} \quad (7)$$

Tak więc rozrzut rośnie wraz ze spadkiem wartości wykładnika e i w konsekwencji łożyska kulkowe winny mieć nieznacznie większy rozrzut niż walcowe.

Dopuszczając możliwość nieuniknionych różnic wartości z_o , τ_o i ΔV dla poszczególnych łożysk z badanej grupy:

$$L_{10} \sim \left(-\ln 0,9 \frac{z_{o\min}^h}{\tau_{o\max}^c \Delta V_{\max}}\right)^{\frac{1}{e}} \quad (8)$$

$$L_{90} \sim \left(-\ln 0,1 \frac{z_{o\max}^h}{\tau_{o\min}^c \Delta V_{\min}}\right)^{\frac{1}{e}} \quad (9)$$

$$\frac{L_{90}}{L_{10}} \sim \left(21,85 \cdot \left(\frac{z_{0\max}}{z_{0\min}} \right)^{\frac{7}{3}} \cdot \left(\frac{\tau_{o\max}}{\tau_{o\min}} \right)^{\frac{31}{3}} \cdot \left(\frac{\Delta V_{\max}}{\Delta V_{\min}} \right) \right)^{\frac{1}{e}} \quad (10)$$

Zatem rozrzut trwałości jest uzależniony od zakresu zmian wartości z_0 , τ_0 i ΔV (który w równaniach jest ujęty dolnymi indeksami min i max) dla poszczególnych łożysk w powiązaniu z wykładnikami potęgowymi (które nadają „wagę” istotności wpływu wartości parametru na rozrzut trwałości).

Tak więc brany jest pod uwagę wyłącznie stan naprężeń podpowierzchniowych (ich wielkość, objętość materiału poddanego ich działaniu i głębokość, na której występuje maksymalna wartość) bez parametrów struktury geometrycznej (które jednak pośrednio wpływają na stan naprężeń) i własności środka smarnego.

Model Ioannidesa i Harrisa

Wychodząc od modelu Palmgren-Lundberga, Ioannides i Harris uwzględnili w nim lokalne zmiany naprężeń podpowierzchniowych i głębokości ich występowania oraz wprowadzili naprężenie graniczne τ_g , poniżej którego nie mogą wystąpić zmęczeniowe wykruszenia materiału [L. 10]:

$$\ln \frac{1}{S(N)} = \bar{A} \cdot \frac{N^e (\tau - \tau_g)^c}{z_0^h} H \cdot \Delta V \quad (11)$$

gdzie: $H(\tau - \tau_g) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \tau < \tau_g \\ 1 & \text{dla } \tau \geq \tau_g \end{cases}$ – skokowa funkcja Heaviside'a,

\bar{A} – stała materiałowa uśredniona po objętości.

Równanie (10) może być zapisane w formie całkowej:

$$\ln \frac{1}{S(N)} = \bar{A} \cdot N^e \int_{V_R} \frac{(\tau - \tau_g)^c}{z_0^h} dV \quad (12)$$

przy czym całkowanie przebiega wyłącznie po obszarze, gdzie wartość naprężenia przekracza wartość granicy zmęczenia (czyli naprężenia granicznego τ_g).

Równanie (11) zapisane w postaci funkcji niezawodności (zakładając, że występujące naprężenia są większe od granicznych) przyjmie postać:

$$R(t) = \exp \left[- \frac{\bar{A} \cdot N^e (\tau - \tau_g)^c \Delta V}{z_0^h} \right] \quad (13)$$

Przy założeniu, że z_0^h , \bar{A} , τ , τ_g i ΔV są identyczne dla wszystkich łożysk z badanej grupy rozrzut wyznaczony na podstawie równań (3) i (13) wyniesie:

$$\frac{L_{90}}{L_{10}} = \left(\frac{\ln 0,1}{\ln 0,9} \right)^{\frac{1}{e}} \quad (14)$$

A więc dla łożysk walcowych ok. 15,5, a dla kulkowych 16,1.

Dopuszczając możliwość nieuniknionych różnic wartości z_0^h , \bar{A} , τ , τ_g i ΔV dla poszczególnych łożysk z badanej grupy:

$$L_{10} = \left(- \frac{\ln 0,9 \cdot z_{0 \min}^h}{\bar{A}_{\max} \cdot (\tau_{\max} - \tau_g)^c \Delta V_{\max}} \right)^{\frac{1}{e}} \quad (8)$$

$$L_{90} = \left(- \frac{\ln 0,1 \cdot z_{0 \max}^h}{\bar{A}_{\min} \cdot (\tau_{\min} - \tau_g)^c \Delta V_{\min}} \right)^{\frac{1}{e}} \quad (9)$$

$$\frac{L_{90}}{L_{10}} = \left(21,85 \cdot \frac{\bar{A}_{\max} \Delta V_{\max}}{\bar{A}_{\min} \Delta V_{\min}} \cdot \left(\frac{z_{0 \max}^h}{z_{0 \min}^h} \right)^{\frac{7}{3}} \cdot \left(\frac{\tau_{\max} - \tau_g}{\tau_{\min} - \tau_g} \right)^{\frac{31}{3}} \right)^{\frac{1}{e}} \quad (10)$$

Zatem rozrzut trwałości jest uzależniony od zakresu zmian wartości z_0^h , \bar{A} , τ , τ_g i ΔV dla poszczególnych łożysk w powiązaniu z wykładnikami potęgowymi (które nadają „wagę” istotności wpływu wartości parametru na rozrzut trwałości).

PODSUMOWANIE

Wartość rozrzutu powierzchniowej trwałości zmęczeniowej zaobserwowana w latach czterdziestych ubiegłego wieku nie uległa zasadniczej zmianie i nadal stanowi problem dla konstruktorów i eksploatorów obiektów technicznych.

Jednocześnie aktualnie stosowane modele matematyczne powierzchniowej trwałości zmęczeniowej (zarówno Lundberga i Palmgrena, jak i Ioannidesa i Harrisa) ujmują go w niewystarczającym stopniu.

Tak więc warto byłoby podjąć wysiłki zmierzające do opracowania ulepszonego modelu matematycznego powierzchniowej trwałości zmęczeniowej.

LITERATURA

1. Palmgren A.: Łożyska toczne. PWT, Warszawa 1951.
2. Weibull W.: A statistical distribution function of wide applicability, *Journal of Applied Mechanics*, 1951, no 18.
3. Waligóra W.: Miara rozrzutu trwałości zmęczeniowej łożysk tocznych. *Problemy Eksploatacji*, nr 4/1997 s. 573–583.
4. Kroon A., Nutzel H.: Bearing Steel Development. *Ball Bearing Journal*, Special issue – 89.
5. Waligóra W.: Odporność na zmęczenie powierzchniowe stali łożyskowej poddanej obróbce laserowej. Poznań 1994.
6. Waligóra W., Libera M.: Analiza wyników skróconych badań trwałości łożysk tocznych dla oceny początkowego okresu ich niezawodnej pracy. *Tribologia* 4/2004(196) s. 285–292.
7. Develop a NASA Building & Equipment Commissioning Guide. National Aeronautics and Space Administration, June 12, 2000.
8. Bieda F.: Trwałość łożysk tocznych uwarunkowana rodzajem i stanem smarów plastycznych, *Biuletyn Wojskowej Akademii Technicznej*, 1980 nr 3.
9. Waligóra W., Libera M., Nowicki W., Woźniak D., Pawełczyk K.: Analiza wpływu rozrzutu wartości parametrów warstwy wierzchniej na rozrzut powierzchniowej trwałości zmęczeniowej elementów łożysk tocznych. *Problemy Eksploatacji* 2/2000 (37), s. 431–440.
10. Gibczyńska T., Pytko S.: Łożyska toczne wieńcowe. AGH, Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne, Kraków 1999.

Recenzent:
Witold PIEKOSZEWSKI

Summary

Research and maintenance practice shows that the rolling bearings are characterised by extensive spread of rolling contact fatigue life. This spread is determined by construction, technological and maintenance factors. Much research has been carried out for the same bearings in the same conditions (load, rotational speed, lubrication), given life spread 1:40.

In this paper has presented an attempt to answer the question: Is it possible to explain the reason of life spread on the basis of Lundberg, Palmgren, Ioannides and Harris theories.

In consequence, it was stated that in current theories of rolling contact fatigue improvement is required.

