

Wojciech TARASIUK*, **Bazyli KRUPICZ****

ANALIZA SIŁ TARCIA W PROCESIE ZAGĘSZCZANIA MIESZANKI WAPIENNO- -PIASKOWEJ

FRICITION FORCE ANALYSIS IN THE PROCESS OF CONSOLIDATION OF LIME-SAND MIXTURE

Słowa kluczowe:

modele tarcia, zagęszczanie

Key-words:

friction models, consolidation

Streszczenie

W pracy analizowano modele tarcia, które mogą mieć zastosowanie podczas badania procesu zagęszczania ośrodka sypkiego. Badania doświadczalne dotyczyły określenia siły wypychającej z formy zagęszczonych próbek z mieszanki wapienno-piaskowej oraz wytrzymałości na ściska-

* Politechnika Białostocka, Wydział Mechaniczny, e-mail: tarasiuk@pb.edu.pl, tel. (085) 746-93-14.

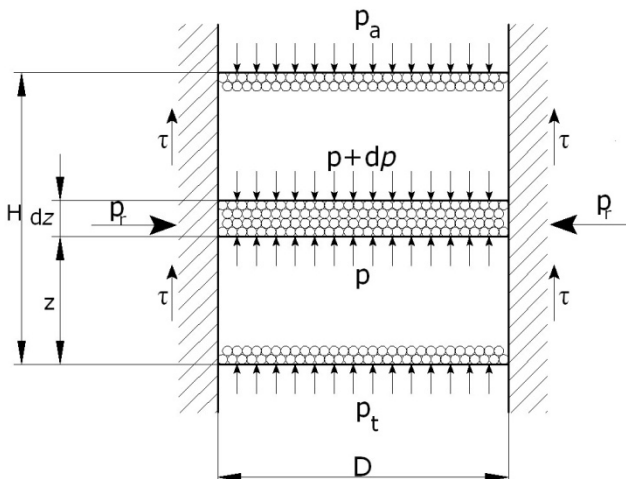
** Politechnika Białostocka, Wydział Mechaniczny, e-mail: b.krupicz@pb.edu.pl, tel. (085) 746-93-05.

nie. Na przykładzie serii próbek z drobnoziarnistymi dodatkami (barwnikami), stwierdzono korelację wytrzymałości wyrobu i sił tarcia między ośrodkiem sypkim i formą.

WPROWADZENIE

Procesy zagęszczania ośrodków sypkich są szeroko stosowane w metalurgii proszków podczas produkcji materiałów budowlanych, brykietów i w wielu innych branżach. Problemy, z jakimi borykają się producenci, to uzyskanie wyrobu o odpowiedniej wytrzymałości i minimalizowanie zużycia formy. Ubytki powstają na skutek dużych nacisków bocznych i tarcia przesuwających się ziaren mieszanki wzdłuż ścianek płyt formy.

Rozpatrzmy schemat obciążenia elementu materiału o wysokości dz formy o średnicy D (Rys. 1). Niech ciśnienie na materiał w górnej części formy wynosi p_a , w dolnej p_t , a styczne τ na powierzchni elementu. W związku z tym, że poprzeczne rozmiary zagęszczanych cząstek są małe w porównaniu z rozmiarami formy, to przy analizie sił, zgodnie z przyjętą praktyką [L. 7] posłużono się hipotezą ośrodka zhomogenizowanego (jednorodnego). Hipoteza ta opiera się na tym, że stan i strukturę materiału idealizuje się w taki sposób, że materiał przyjmuje się jako jednorodne kontinuum, dla którego podczas rozpatrywania warunków równowagi korzysta się z równań mechaniki ośrodków ciągłych.



Rys. 1. Schemat obliczeniowy ciśnienia prasowania

Fig. 1. Calculation scheme of moulding pressure

Z równowagi sił działających na element zagęszczanego ośrodka o wysokości dz , wynika:

$$p \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} - (p + dp) \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} + \pi \cdot D \cdot \tau \cdot dz = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dp}{dz} = \frac{4 \cdot \tau}{D} \quad (2)$$

Stąd

$$p = \int \frac{4 \cdot \tau}{D} dz \quad (3)$$

Jak wynika ze wzoru (3), rozkład ciśnienia w zagęszczanym ośrodku sypkim zależy od względnych sił tarcia τ .

MODELE TARCIA UWZGLĘDNIAJĄCE OŚRODKI SYPKIE

Do rozwiązania równania różniczkowego (2) niezbędna jest znajomość rozkładu naprężeń stycznych τ na wysokości formy. Niżej zostaną rozpatrzone modele tarcia w odniesieniu do zagęszczanego ośrodka sypkiego [L. 1, 4, 5, 8].

Model według prawa Coulomba

Jest to podstawowy model tarcia stosowany w obliczeniach inżynierskich zarówno w mechanice maszyn, jak i mechanice gruntów w postaci

$$\tau = f \cdot \sigma \quad (4)$$

Model ten wyraża zależność między naprężeniem normalnym σ i stycznym τ , w strefie pary ciernej, gdzie f – współczynnik tarcia. W odniesieniu do procesu zagęszczania ośrodka sypkiego, model tarcia Coulomba ma ograniczenia. Są to:

- prawo tarcia Coulomba zakłada stałą wartość współczynnika tarcia; w pracach [L. 6, 9] dotyczących prasowania proszków metali i polimerów obserwowano obniżenie współczynnika tarcia wraz ze wzrostem ciśnienia prasowania,
- zgodnie z formułą (4), prawo tarcia Coulomba dopuszcza nieograniczony wzrost względnych sił tarcia w strefie kontaktu, gdy w rzeczywistości ich wartość jest ograniczona wytrzymałością materiału na ścinanie,

– odciążeniu wyrobu w formie towarzyszy zjawisko histerezy, będące powodem powstawania w materiale naprężeń resztkowych, których nie przewiduje prawo Coulomba.

Jeżeli jest spełniony model tarcia Coulomba, to znaczy, że naprężenie styczne τ jest efektem nacisku bocznego p_r , który według autorów pracy [L. 7] jest proporcjonalny do ciśnienia prasowania p , czyli

$$p_r = \xi \cdot p \quad (5)$$

Po scałkowaniu równania (2) z uwzględnieniem zależności (4) i (5) otrzymano rozkład ciśnienia prasowania zależny od współrzędnej z

$$p(z) = p_a \cdot e^{-\frac{4f \cdot \xi \cdot z}{D}} \quad (6)$$

Zależność ciśnienia od wysokości formy przedstawiono na **Rys. 2**. Ze wzoru (6) wynika, że po odciążeniu wyrobu pozostającego w formie ($p_a = 0$) ciśnienie prasowania powinno wynosić $p = 0$. Jednak podczas wypychania wyrobu z formy występują siły tarcia, które świadczą o pozostałym ciśnieniu prasowania, a więc w rzeczywistości $p \neq 0$ [L. 2].

Model według prawa Prandtla i Ziebela

Prawo tarcia Coulomba nie znajduje zastosowania szczególnie przy wysokich ciśnieniach prasowania. Z warunku plastyczności Treski-Saint-Venanta dla materiałów plastycznych wynika, że naprężenie τ nie może przekroczyć wytrzymałości na ścinanie τ_s . Prandtl [L. 3] w odniesieniu do zagęszczanego ośrodka sypkiego przyjął

$$\tau = \tau_s = \frac{\sigma_s}{2} \quad (7)$$

gdzie σ_s – granica plastyczności odkształcanego materiału. Ziebel wykazał, że naprężenie τ , będące wynikiem tarcia, jest jednak mniejsze od wytrzymałości na ścinanie τ_s . Stąd

$$\tau = m \cdot \tau_s = \mu \cdot \sigma_s, \quad m = 2 \cdot \mu \leq 1 \quad (8)$$

gdzie μ – współczynnik tarcia Ziebela ($\mu \cong 3 \cdot f$) [L. 1].

Wadą kryterium Prandtla i Ziebela jest to, że nie uwzględnia ono zależności sił tarcia od ciśnienia prasowania, charakterystycznego dla niskich ciśnień. Po uwzględnieniu zależności (8) w równaniu różniczkowym (2) otrzymamy liniową funkcję zmiany ciśnienia prasowania od wysokości formy z , w następującej postaci

$$p = p_a - \frac{4 \cdot \mu \cdot \sigma_s}{D} \cdot z \quad (9)$$

Model adhezyjnej teorii tarcia

Model teorii adhezyjnej uwzględnia tarcie tylko na rzeczywistej powierzchni A_r , a nie na nominalnej powierzchni A_H . Stąd siła tarcia

$$F_\tau = \tau \cdot A_r \quad (10)$$

Dla małych plastycznych odkształceń, rzeczywista powierzchnia styku liniowo wzrasta wraz z ciśnieniem, tj.

$$\frac{A_r}{A_H} = \eta = \frac{p}{c \cdot \sigma_s} \quad (11)$$

Przy czym współczynnik tarcia Culomba f jest powiązany ze współczynnikiem tarcia Ziebela następująco

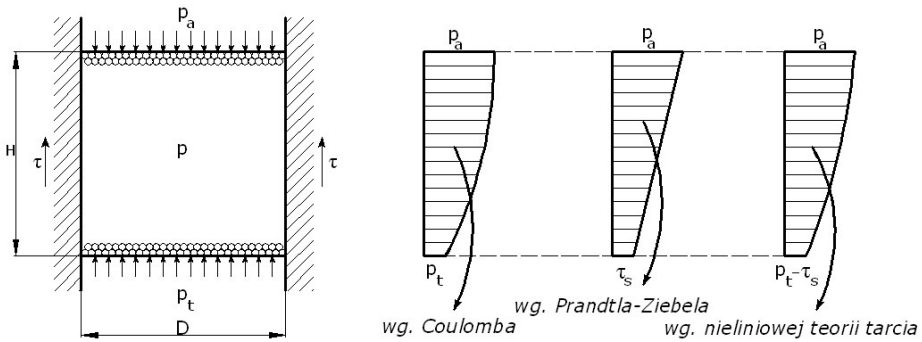
$$f = \frac{\mu}{c} \quad (12)$$

Model nieliniowej teorii tarcia

Model ten uwzględnia prawa Coulomba i Prandtla-Ziebela. Naprężenie styczne według tego modelu przedstawia się następująco:

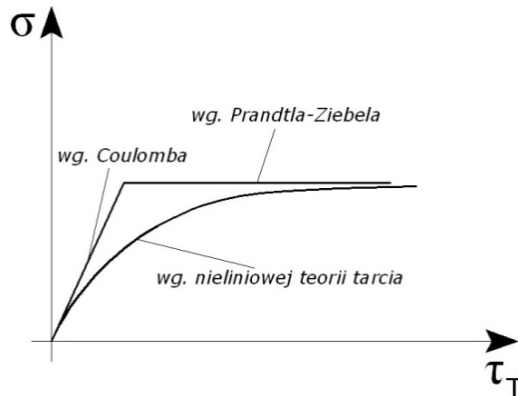
$$\tau_T = \tau_S \cdot \left(1 - e^{-\frac{f \cdot \sigma_\alpha}{\tau_S}} \right) \quad (13)$$

gdzie σ_α – jest funkcją ciśnienia prasowania i nacisku bocznego. W zakresie niskich ciśnień, wartości naprężenia stycznego są zbliżone do tych wynikających z prawa Coulomba, natomiast dla wysokich ciśnień prasowania odpowiadają tym z prawa Prandtla-Ziebela. Rozkład ciśnienia prasowania p , na wysokości wyrobu, według omawianych modeli tarcia, przedstawiono na **Rys. 2**. Porównanie poszczególnych modeli tarcia przedstawiono na **Rys. 3**.



Rys. 2. Schemat rozkładu ciśnienia prasowania według modelu tarcia: Coulomba, Prandtla-Ziebela i nieliniowego

Fig. 2. Distribution scheme of moulding pressure according to following friction models: Coulomb, Prandtl-Ziebel and nonlinear model



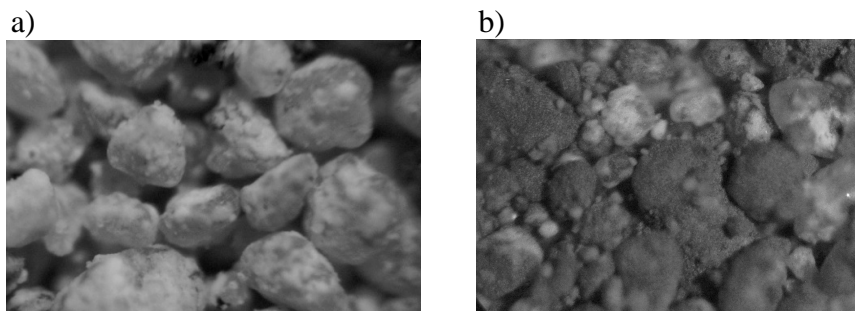
Rys. 3. Schemat zależności sił tarcia od ciśnienia prasowania

Fig. 3. Scheme of friction force dependence on moulding pressure

BADANIA DOŚWIADCZALNE

Przedstawione modele nie uwzględniają naprężeń resztkowych w wyrobie, a w tym również resztkowych nacisków bocznych. Naprężenia te powodują powstanie sił tarcia podczas usuwania wyrobu z formy. W pracy zbadano wpływ dodatków (suchych farb) na siły tarcia podczas tego etapu procesu. Do badań doświadczalnych przygotowano 3 serie próbek. Pierwszą (I) serię wykonano z mieszanki wapienno-piaskowej (90% – piasek kwarcowy, 10% – wapno gaszone). Druga (II) seria próbek, to mieszanka wapienno-piaskowa taka jak w serii (I) z dodatkiem 1,2% barwnika żółtego. Trzecia (III) seria próbek to mieszanka wapienno-

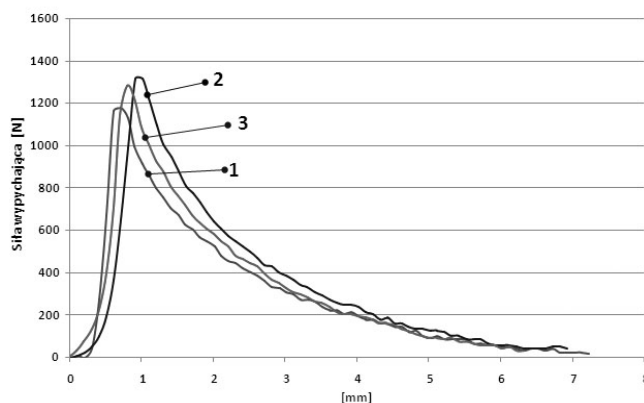
piaskowa taka jak w serii (I) z dodatkiem 1,5% barwnika czerwonego. Wszystkie próbki prasowano pod ciśnieniem $p_a = 25$ MPa. Maksymalny wymiar ziaren piasku wynosił 1,02 mm. Uziarnienie czystej mieszanki wapienno-piaskowej i z dodatkami barwników pokazano na **Rys. 4**. Małe ziarna barwnika wypełniają przestrzenie między ziarnami kwarcu (**Rys. 4b**) i przylegają również do całych powierzchni tych ziaren.



Rys. 4. Widok ziaren: a) w mieszance wapienno-piaskowej, b) w mieszance wapienno-piaskowej z barwnikiem (powiększenie X50)

Fig. 4. View of the grains: a) lime-sand mixture, b) lime-sand mixture with pigment (magnification X50)

Podczas procesu zagęszczania mieszanki rejestrowano przebieg sił prasowania i wypychania próbek z formy. Charakterystyczny przebieg siły wypychania próbek z każdej serii przedstawiono na **Rys. 5**.



Rys. 5. Zależność siły wypychającej od przemieszczenia tłoka: 1 – próbka bez barwnika, 2 – próbka z barwnikiem I, 3 – próbka z barwnikiem II

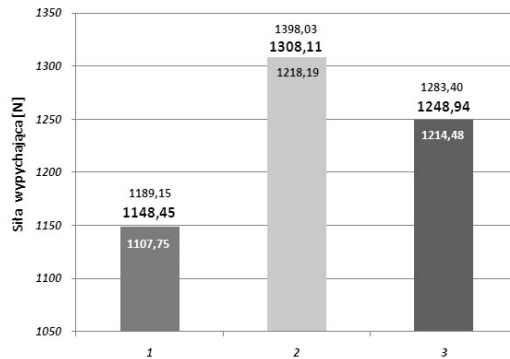
Fig. 5. Dependence of the pushing-out force on piston shift: 1 – sample without pigment, 2 – sample with pigment I, 3 – sample with pigment II

Jak wynika z równania (3), ciśnienie prasowania zależy od funkcji naprężeń stycznych τ . Funkcja ta zmienia się po odciążeniu próbki przyjmując inny rozkład τ_1 . Sumaryczną siłę tarcia podczas wypychania można więc obliczyć jako

$$F = \int_A \tau_1 \cdot dA \quad (14)$$

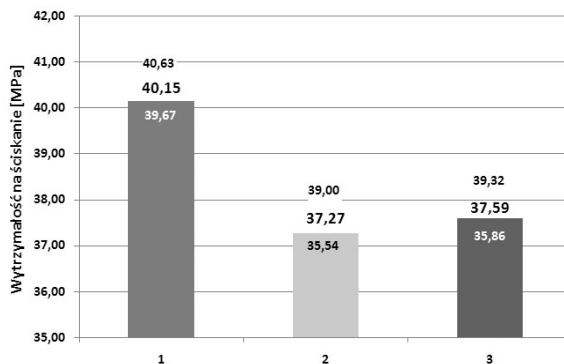
gdzie A – powierzchnia styku próbki z formą.

Zestawienie porównawcze średnich wartości sił oraz wytrzymałości na ściskanie wraz z odchyleniami standardowymi, dla próbek z każdej serii, pokazano odpowiednio na **Rys. 6 i 7**.



Rys. 6. Średnie wartości sił wypychających wraz z odchyleniem standardowym dla: 1 – próbek bez dodatków, 2 – próbek z barwnikiem I, 3 – próbek z barwnikiem II

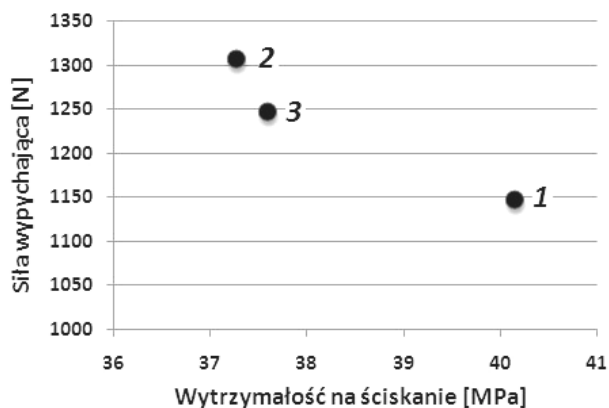
Fig. 6. Average values of pushing-out forces with standard deviation for: 1 – samples without pigment, 2 – samples with pigment I, 3 – samples with pigment II



Rys. 7. Średnie wartości wytrzymałości na ściskanie wraz z odchyleniem standardowym dla: 1 – próbek bez dodatków, 2 – próbek z barwnikiem I, 3 – próbek z barwnikiem II

Fig. 7. Average values of crushing strength with standard deviation for: 1 – samples without pigment, 2 – samples with pigment I, 3 – samples with pigment II

Z analizy danych na **Rys. 6 i 7** wynika, że dodatki o ziarnistości mniejszej od mieszanki podstawowej wpływają na wzrost siły tarcia przy wypychaniu i obniżenie wytrzymałości wyrobu. Siła potrzebna do wypchnięcia próbek z dodatkiem barwnika żółtego (II) jest o ok. 14% większa od siły potrzebnej do wypchnięcia próbek z czystą mieszanką wapienno-piaskową. Próbki z dodatkiem czerwonego barwnika (III) charakteryzowały się wzrostem siły wypychającej o ok. 9%. Wytrzymałość na ściskanie próbek z barwnikiem żółtym (II) spadła o ok. 8%, natomiast z barwnikiem czerwonym (III) o ok. 7% w stosunku do wytrzymałości próbek (I) wykonanych z samej mieszanki wapienno-piaskowej. Choć o wytrzymałości wyrobu decyduje wartość siły tarcia przy prasowaniu, a nie przy wypychaniu, to jednak przy zbliżonej ziarnistości dodatków, tej samej sile prasowania i obojętnym ich oddziaływaniu, można założyć pewną korelację między wytrzymałością wyrobu, a siłą potrzebną do wypchnięcia wyrobu z formy. Zależność siły wypychającej próbki z formy od uzyskanej ich wytrzymałości na ściskanie, przedstawiono na **Rys. 8**.



Rys. 8. Zależność wytrzymałości na ściskanie od siły wypychającej: 1 – próbki bez dodatków, 2 – próbki z barwnikiem żółtym, 3 – próbki z barwnikiem czerwonym
Fig. 8. Dependence of crushing strength on pushing-out force for: 1 – sample without pigment, 2 – sample with yellow pigment, 3 – sample with red pigment

Cząstki barwników, mając dużo mniejszą średnicę od ziaren piasku, wypełniają wolne przestrzenie, a tym samym powiększają rzeczywistą powierzchnię styku z płytami formy. Zgodnie więc z równaniem (10) powoduje to wzrost siły tarcia, a tym samym obniżenie wytrzymałości wyrobu przy tym samym ciśnieniu prasowania p_a .

WNIOSKI

- ziarna barwnika mając dużo mniejszą średnicę od ziaren piasku, powiększają rzeczywistą powierzchnię styku, co powoduje zwiększenie siły tarcia,
- wzrost siły tarcia przy zagęszczaniu mieszanki wapienno-piaskowej powoduje spadek wytrzymałości wyrobu.

LITERATURA

1. Борсуков. В, Крупич Б., Трибомеханика дисперсных материалов, технологические приложения, Монография, Гродно 2004.
2. Demianiuk L., Analiza współczynnika tarcia w roboczym układzie brykietującym, Maszynoznawstwo, Nr 11/12 – 2004, s. 46–50.
3. Друянов Б. А., Прикладная теория пластичности пористых тел, машиностроение, 1989.
4. Greenwood J. A., Williamson J. B. P., Contact of nominal flat surface, Proceedings of the Royal Society of London A295 (1966).
5. Jeng-Haur Horng, Chin-Chung Wei, Hung-Jung Tsai, Bai-Chiuan Shiu, A study of surface friction and particle friction between rough surfaces. Wear 267 (2009) s. 1257–1263.
6. Mroz Z., Stupkiewicz S., Constitutive model of adhesive and ploughing friction in metal-forming processes., Int. J. Mech. Sci. Vol. 40. Nos. 2–3, s. 281–303.
7. Page N. M., Youstuff M., Wauchope C. I., Interparticle friction in granular ceramic materials, Nat. Conf. Publ., Inst. Eng. Austral. 92/7, s. 267–271.
8. Pullen J., Williamson J. B. P., On the plastic contact of rough surface, Proceedings of the Royal Society of London A327 (1972).
9. Жданович Г.М. (1969), Теория прессования металлических порошков, М.: Металлургия, s. 264.

Badania wykonano w ramach projektu W/WM/4/07.

Recenzent:
Marian SZCZEREK

Summary

In the paper, friction models were analysed, which can be applied during investigation of the process of loose medium consolidation. Experimental testing determined the force pushing consolidated samples of a lime-sand mixture out of the mould, and it assessed crushing strength. The correlation of the material strength and friction forces between the loose medium and the mould was reported on the example of the sample series with fine-grained additions (pigment).