

Mariusz LISZEWSKI*, Bazyli KRUPICZ**

WSPÓŁCZYNNIK RESTYTUCJI PRĘDKOŚCI CZĄSTEK PODCZAS ZDERZENIA Z ŁOPATKAMI MŁYNA WIRNIKOWEGO

COEFFICIENT OF RESTITUTION OF PARTICLE VELOCITY DURING COLLISION WITH A ROTOR MILL BLADE

Słowa kluczowe:

erozja, młyn wirnikowy, współczynnik restytucji

Key-words:

erosion, rotor mill, coefficient of restitution

Streszczenie

W pracy zaproponowano, aby wpływ rzeczywistych warunków na restytucję prędkości k uwzględnić za pomocą współczynnika β jako $v'' = v'k/\beta$. Warunkami tymi są: cząstka nie ma kształtu kulistego i jest zaburzony

* Politechnika Białostocka, Wydział Mechaniczny, e-mail: m.liszewski@ineta.pl, tel. 48 505 134 033.

** Politechnika Białostocka, Wydział Mechaniczny, e-mail: b.krupicz@pb.edu.pl, tel. (085) 746-93-05.

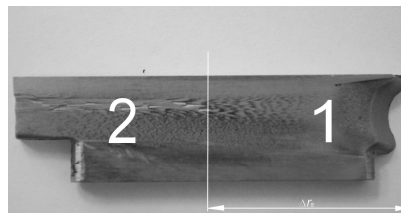
przepływ w strumieniu. Oszacowano wartość współczynnika β dla młyna z dwoma wirnikami i pięcioma rzędami łopatek.

WPROWADZENIE

Wiele współczesnych gałęzi przemysłu w swych procesach technologicznych przewiduje stosowanie surowców drobnoziarnistych o odpowiedniej wielkości pojedynczych ziaren. Ich rozmiar określa się podając średnicę ziaren lub największy wymiar liniowy. Surowce drobnoziarniste charakteryzuje pewien rozrzut wymiarowy. Wynika to z procesu segregacji polegającego na przesiewaniu przez sita o określonym wymiarze oczek. Rozdrobnienie materiału do ziaren o wymiarach $< 0,1$ mm i z dużą wydajnością jest procesem trudnym.

Proces rozdrabniania odbywa się w młynach. Polega on głównie na pękaniu i ścinaniu podczas uderzenia. Oba te procesy występują łącznie w młynach wirnikowych, z przewagą procesu pękania cząstek na skutek dynamicznego kontaktu z kolejnymi rzędami łopatek młyna. W rezultacie kolejnych zderzeń następuje rozdrobnienie materiału do wielkości ziaren rzędu $25 \mu\text{m}$.

Nieodłącznym efektem kontaktu strumienia twardych cząstek z łopatkami młyna jest ich erozja. Ubytki erozyjne w łopatkach są umiejscowione w dwóch strefach (**Rys. 1**) [**L. 1**]. Pierwsza – strefa erozji uderzeniowej (1) na początku łopatki i druga – strefa erozji uderzeniowo-tarciowej położona w drugiej połowie długości łopatki (od punktu 2 do końca łopatki). Czas pracy łopatek jest określony ubytkiem w strefie 1 [**L. 2**]. O umiejscowieniu strefy (2) decyduje współczynnik restytucji prędkości odbitych cząstek po pierwszym uderzeniu w strefie (1).



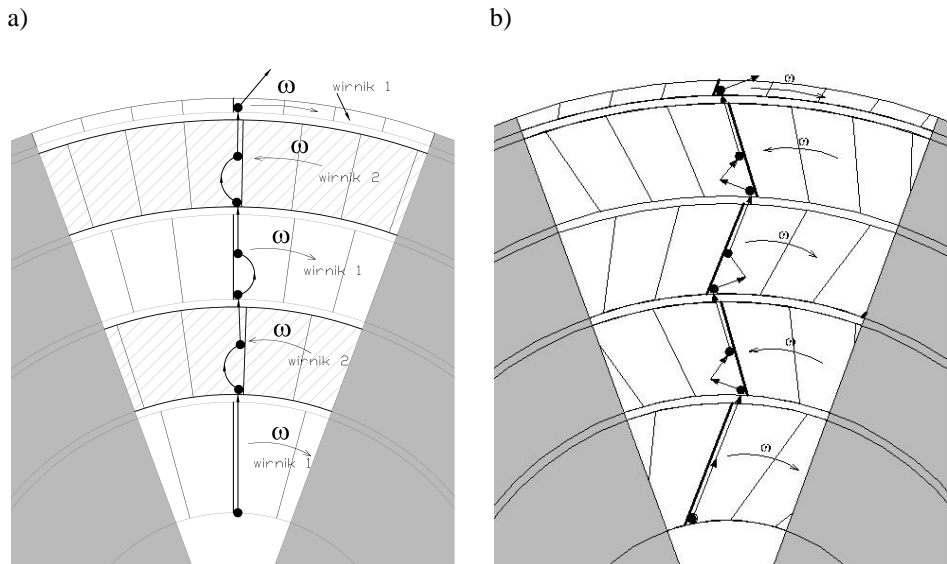
Rys. 1. Widok łopatki młyna wirnikowego: 1 – strefa erozji uderzeniowej, 2 – strefa erozji tarciovej

Fig. 1. The view of a rotor mill blade: 1 – impact erosion zone, 2 – friction erosion zone

Jedną z metod wyznaczania współczynnika restytucji, dla określonej pary materiałów, jest pomiar wysokości odskoku od podłoża podczas swobodnego spadku kulistej cząstki. W młynie mamy do czynienia z strumieniem cząstek wzajemnie na siebie oddziałujących i stąd prędkość odskoku jest zaburzona. W tym wypadku współczynnik restytucji jest charakterystyczny nie tylko dla określonej pary materiałów, ale i dla procesu w danym młynie wirnikowym. W pracy podjęto próbę jego oszacowania.

ZDERZENIE CZĄSTKI Z ŁOPATKĄ

Młyn składa się z dwóch przeciwbieżnych wirników (Rys. 2). W pierwszym znajdują się trzy rzędy łopatek, w drugim dwa. Łopatki mogą być ustawione pod określonym kątem. Prędkość kątowa obu wirników jest jednakowa. Rozdrobnienie cząstek w młynie wirnikowym następuje podczas zderzeń cząstki z łopatkami wirnika w kolejnych rzędach.



Rys. 2. Schemat przepływu cząstek w młynie wirnikowym z łopatkami ułożonymi: a – wzdłuż promienia, b – pod kątem α w stosunku do promienia

Fig. 2. A scheme of particle flow in the rotor mill with the blades located: a – along the radius, b – at the angle α in relation to radius

Po sprężystoplastycznym zderzeniu kulki z materiałem następuje odskok z prędkością v'' , mniejszą od prędkości zderzenia v' , tj.

$$v'' = k v' \quad (1)$$

Współczynnik restytucji k można wyznaczyć metodą spadającej kulki. Do tego celu najczęściej używa się kulki stalowej i bez uwzględnienia oporu aerodynamicznego powietrza [L. 3]. W pracy zaproponowano, aby wpływ rzeczywistych warunków na restytucję prędkości uwzględnić za pomocą współczynnika β [L. 4]. Warunkami tymi są: cząstka nie ma kształtu kulistego i jest najczęściej materiałem innym niż stal, nie jest realizowany swobodny spadek w przepływającym strumieniu. Stąd

$$v'' = \frac{k}{\beta} v = k_s v \quad (2)$$

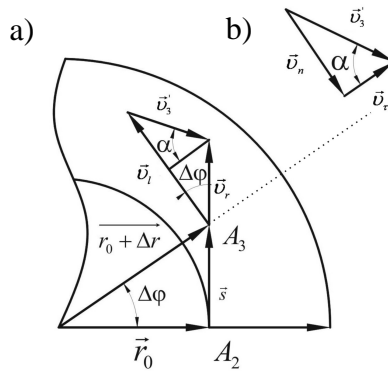
A. Łopatką ustawioną wzdłuż promienia (Rys. 2a)

Przy założeniu braku aerodynamicznego oporu określono czas, po którym łopatką „dogoni” cząstkę i nastąpi drugie jej zderzenie [L. 5]. Schemat obliczeniowy pokazano na rysunku 3, w którym punkt A_2 odpowiada pierwszemu zderzeniu z łopatką, natomiast punkt A_3 – drugiemu. Początek układu współrzędnych przyjęto na osi wału wirnika i oznaczono przez \vec{r}_0 – promień łączący początek układu współrzędnych z punktem pierwszego zderzenia w punkcie A_2 . Po odskoku cząstki zostanie przebyta droga oznaczona wektorem \vec{s} , do momentu drugiego zderzenia z łopatką wirnika w punkcie A_3 , określonym przez promień o długości $|r| = r_0 + \Delta r$, gdzie Δr oznacza przyrost długości promienia wektora między punktem A_2 i A_3 . W tym czasie wirnik obracający się z prędkością kątową ω , w czasie τ obróci się wraz z łopatką o kąt $\Delta\varphi = \omega\tau$. Z Rys. 3 wynika, że drogę s przemieszczenia cząstki można obliczyć jako:

$$s = r_0 \operatorname{tg} \Delta\varphi = r_0 \operatorname{tg} \omega\tau \quad (3)$$

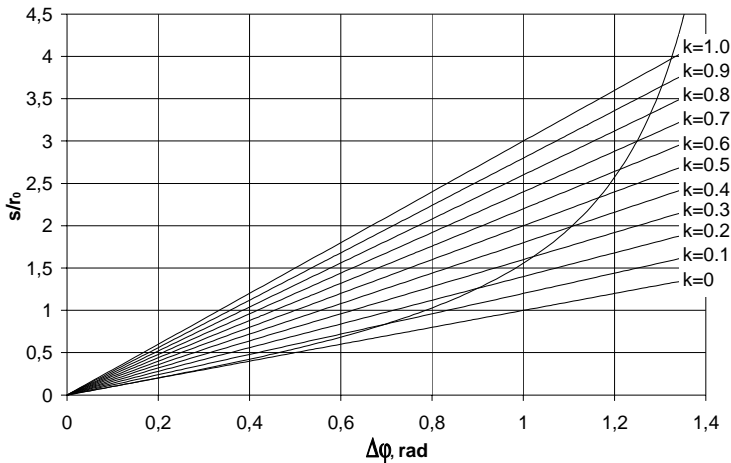
Z drugiej strony, przy prędkości cząstki v_r w czasie τ droga ta wynosi:

$$s = v_r \cdot \tau \quad (4)$$



Rys. 3. Schemat obliczeniowy do ustalenia miejsca i prędkości drugiego zderzenia cząstki z łopatką wentylatora: a) schemat przemieszczeń i prędkości, b) składowa normalna v_n i styczna v_t prędkości cząstki w punkcie A_3

Fig. 3. Calculation diagram for assessing the point and velocity of the second impact of the particle on the fan blade: a) diagram of particle shift and velocity, b) normal element v_n and tangent v_t of the particle velocity in the point A_3



Rys. 4. Schemat wykreślno-analitycznego rozwiązania równania (7)

Fig. 4. A diagram of equation solution (7)

Prędkość cząsteczki po odskoku jest sumą geometryczną prędkości obwodowej \vec{v}_{2l} punktu łopatki A_2 i prędkości względnej odskoku cząsteczki od łopatki \vec{v}_2'' . Stąd kierunki prędkości \vec{v}_{2l} i \vec{v}_2'' są zgodne. Suma geometryczna tych prędkości jest równa sumie algebraicznej

$$v_r = v_{2l} + v_2'' \tag{5}$$

Prędkość obwodową v_{2l} punktu A_2 można obliczyć z zależności $v_{2l} = \omega r_0$, natomiast prędkość względną odskoku $v_2'' = 2v_{2l}k = 2k\omega r_0$. Prędkość kątowna, przy której następuje zderzenie wynosi 2ω , gdyż oba wirniki mają przeciwne prędkości. Sumaryczną prędkość v_r cząstki po odskoku, według wzoru (5), można obliczyć jako

$$v_r = \omega r_0 + 2k\omega r_0 = \omega r_0(1 + 2k) \quad (6)$$

Z porównania wzorów (3) i (4) z uwzględnieniem zależności (6) otrzymano:

$$\omega(1 + 2k)\tau = \text{tg } \omega\tau = \text{tg } \Delta\varphi \quad (7)$$

Kąt $\Delta\varphi$ można odczytać z wykresu na **Rys. 4**. Jest to współrzędna punktu będącego rozwiązaniem równania (7) dla wybranej wartości współczynnika k . Położenie punktu wyznacza przecięcie się prostych $f_1 = \Delta\varphi(1+2k)$ i krzywej $f_2 = \text{tg } \Delta\varphi$. Ponieważ $1 \geq k \geq 0$, to rozwiązanie równania istnieje tylko dla kąta $0 \leq \Delta\varphi \leq 1,32$. Z **Rys. 3** wynika, że $r_0 = (\Delta r + r_0) \cos \Delta\varphi$. Stąd

$$\Delta r = r_0 \left(\frac{1}{\cos \Delta\varphi} - 1 \right) \quad (8)$$

W pracy [L. 7] wykazano, że współczynnik k dla wielu materiałów przyjmuje wartość 0,35 – 0,45. Do obliczeń przyjęto $k = 0,4$. Przy tej wartości miejsce drugiego zderzenia określone jest przez kąt $\Delta\varphi = 1,02$ i $s/r_0 = 1,63$ (**Rys. 4**). Na podstawie wzoru (8) $\Delta r = 173$ mm. Rzeczywista długość łopatki wynosi 60 mm. Oznacza to, że cząstki po zderzeniu powinny przeskakiwać łopatkę. Można przyjąć, że tak jest, gdyż zużycie ściernie na długości łopatek jest nieznaczne.

Po przekształceniu zależności (8) można otrzymać wzór (9) na kąt $\Delta\varphi$, odpowiadający rzeczywistej wartości Δr_{rz} , zmierzonej na łopatkę poddanej eksploatacji

$$\Delta\varphi = \arccos \frac{r_0}{r_0 + \Delta r_{rz}} \quad (9)$$

Z **Rys. 2** wynika, że po odskoku w strefie (1) w łopatkę pierwszego rzędu w połowie długości łopatki pojawiają się nieznaczne ubytki erozyjne,

Oznacza to, że dla części cząstek współczynnik restytucji w strumieniu jest mniejszy i wynosi $k_s = 0,054$. Wartość ta wynika z rozwiązania równania (7) dla $\Delta\varphi$ obliczonego na podstawie wzoru (9) z uwzględnieniem rzeczywistej wartości Δr_{rz} . Wartość współczynnika β wynika ze wzoru (3)

$$\beta = \frac{k}{k_s} = \frac{0,40}{0,054} \approx 7,4 \quad (10)$$

Energia kinetyczna cząstek w strumieniu jest zróżnicowana, stąd współczynnik β i droga odskoku Δr_{rz} jest charakterystyczna dla każdej grupy cząstek w strumieniu.

Współczynnik β obliczono również dla łopatek kolejnych rzędów przy założeniu podobnego schematu odbicia cząstek. Wyniki obliczeń zestawiono w **Tabeli 1**.

Tabela 1. Wyniki obliczeń współczynnika β dla łopatek kolejnych rzędów młyna wirnikowego (wg schematu na rys 2a I; $k = 0,4$)

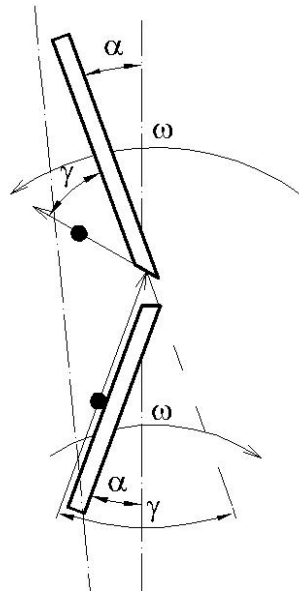
Table 1. Calculation results of coefficient β for the blades of consecutive rows in the rotor mill (according to the scheme in Fig. 2a I; $k = 0,4$)

rząd łopatek	1/2	2/3	3/4	4/5
r_0 , mm	190	253	319	389
$\Delta\varphi$	0,53	0,49	0,46	cząstka przeskakuje łopatkę
Δr_{rzecz} , mm	30	34	38	>długości łopatki – 15 mm)
β	7,4	8,9	10,5	

Na podstawie danych zawartych w **Tab. 1** wynika, że dla rozpatrywanego ułożenia łopatek współczynnik β wzrasta dla każdego kolejnego rzędu. Jest to głównie efekt zaburzeń ruchu cząstek w strumieniu.

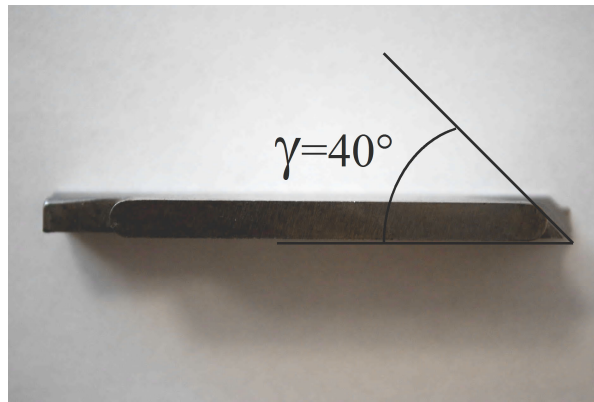
B. Łopatka ustawiona pod kątem α (rys. 2b)

Schemat ustawienia łopatek pokazano na **Rys. 5**. Kąt ustawienia łopatek, w stosunku do promienia wirnika, wynosi $\alpha = 20^\circ$ w każdym z dwóch sąsiednich rzędów. Z obserwacji łopatek eksploatowanych wynika, że o ich czasie pracy decyduje strefa zużycia (2) pokazana na **Rys. 1**.



Rys. 5. Schemat łopatek ustawionych pod kątem $\alpha = 20$ w stosunku do promienia obrotu

Fig. 5. A scheme of the blades located at the angle $\alpha = 20$ in relation to the rotation radius



Rys. 6. Kąt zużycia łopatki

Fig. 6. Angle of the blade wear

Kąt między kierunkami płaszczyzn zużycia i czoła łopatki wynosi $\gamma = 40^\circ$ (**Rys. 6**). Jest to kąt podobny do kąta między płaszczyznami łopatek z dwóch sąsiednich rzędów (**Rys. 5**). Można więc przypuszczać, że cząstki ślizgające się po łopatce niższego rzędu i opuszczając ją uderzają

w łopatkę kolejnego rzędu, po czym odskakują pod tym samym kątem γ . Ruch cząstki bezpośrednio po odbiciu wywołuje erozję łopatki [L. 6].

WNIOSKI

- współczynnik restytucji prędkości strumienia cząstek po zderzeniu z łopatkami młyna wirnikowego jest kilkakrotnie mniejszy od współczynnika wyznaczonego dla pojedynczej cząstki,
- kąt padania strumienia cząstek na łopatkę kolejnego rzędu jest w przybliżeniu równy kątowi odbicia.

Pracę wykonano w ramach projektu badawczego nr W/WM/4/2007.

LITERATURA

1. Bitter J. G. A., A study of erosion phenomena, *Wear*, (1962) No. 6, 5–21, Part 1, pp.169–190 Part.
2. Krupicz B., Liszewski M.: Mechanizmy erozji podczas rozdrabniania w młynie wirnikowym, *Tribologia* t. 37, nr 2 (2007) 123–132.
3. Барсуков В.Г., Крупич Б., Свириденко А.И., Особенности ударного взаимодействия твердых частиц с лопастью вентиляторов, *Трение и износ*, vol. 25, nr 1, (2004) 41–47.
4. Krupicz B., Rola współczynnika restytucji prędkości twardych cząstek w procesie erozyjnym wentylatorów, *Zeszyty Naukowe Nr 10 (82) Akademii Morskiej w Szczecinie*, pp. 299–307.
5. Крупич Б., Мухаметвалиев Р.Ф., Барсуков В.Г., Испытания материалов на удар по методу падающего шарика с учетом аэродинамического сопротивления, *Материалы конференcyjne II Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji Augustów 2003*, (2003) 175–178.
6. Fukahori Y., Liang H., Busfield J.J.C., Criteria for crack initiation during rubber abrasion, *Wear* 265 (2008) 387–395.
7. Клейс Н., ПаппельТ., Хусаинова И., Щеглов И., Исследование процесса ударных взаимодействий частиц, *Трение и износ*, (1997) Т.18, № 6 730–735.

Recenzent:
Jan SENATORSKI

Summary

In the paper, the authors proposed to measure influence of real conditions on the restitution of velocity k by using coefficient β as $v'' = v'k/\beta$. The conditions are as follows: the particle is not spherical and the flow in the stream is disturbed. The value of coefficient β was calculated for a mill with two rotors and five rows of blades.