

Mariusz LEUS* Paweł GUTOWSKI*

DYNAMICZNE MODELE TARCIA W ANALIZACH WPLYWU DRGAŃ KONTAKTOWYCH STYCZNYCH NA SIŁĘ TARCIA W RUCHU ŚLIZGOWYM

DYNAMIC MODELS OF FRICTION IN THE ANALYSES OF THE TANGENTIAL CONTACT VIBRATION EFFECT ON FRICTION FORCES IN SLIDING MOTION

Słowa kluczowe:

siła tarcia, drgania styczne, modele tarcia, weryfikacja doświadczalna

Key-words:

friction force, tangential vibration, friction models, experimental verification

Streszczenie

Wyjaśnienie mechanizmu obniżenia siły napędu pod wpływem drgań kontaktowych stycznych, niezbędnej do wywołania i podtrzymania ruchu ślizgowego, wymaga analizy zmian siły tarcia powodowanych tymi drganiami. W pracy przedstawiono wyniki takich analiz przeprowadzonych

* Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny, al. Piastów 19, 70-310 Szczecin, tel. (048) 91-449-46-83, e-mail: mariusz.leus@zut.edu.pl, pawel.gutowski@zut.edu.pl

w środowisku Matlab-Simulink przy wykorzystaniu dynamicznych modeli tarcia Dahla i Duponta. Uzyskane wyniki porównano z wynikami badań doświadczalnych oraz z wynikami odpowiednich analiz przeprowadzonych przy wykorzystaniu klasycznego modelu tarcia Coulomba.

WPROWADZENIE

Praktyczne wykorzystanie wyników analiz symulacyjnych zależy od wiarygodności i dokładności modeli stosowanych w tych analizach. W przypadku modelowania zjawisk, w których występują siły tarcia, okazuje się, że dotychczas stosowane modele statyczne, bazujące na modelu tarcia Coulomba, są niewystarczające, gdyż często są one zbyt mało dokładne i nie odzwierciedlają wielu istotnych, obserwowanych w rzeczywistości zjawisk, takich np. jak: przemieszczenie przed fazą ruchu ślizgowego (*presliding displacement*), histereza siły tarcia przy narastaniu i zmniejszaniu prędkości, zmienna siła zerwania styku i in.

Wobec niewystarczającej dokładności tych modeli opracowane zostały nowe, tzw. Dynamiczne, modele tarcia, w których ich twórcy starali się uwzględnić rzeczywiste, fizyczne charakterystyki styku, np. jego sztywność i właściwości tłumiące. Do najbardziej znanych należy zaliczyć: model Dahla [L. 2], model Duponta [L. 3] oraz tzw. model LuGre [L. 1].

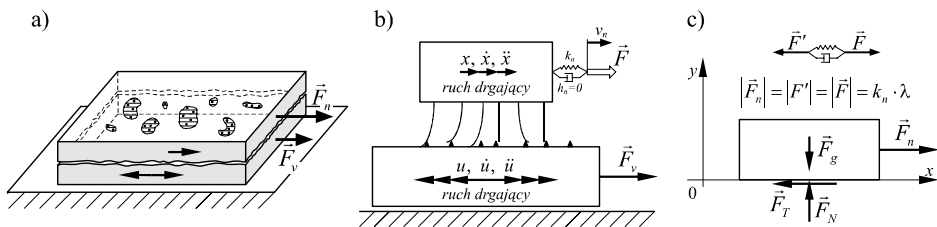
W pracy podjęto próbę oceny przydatności dwóch z wyżej wymienionych modeli dynamicznych (Dahla i Duponta) do analizy zmian siły tarcia w ruchu ślizgowym, powodowanych wzbudzeniem drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych. Analizy te są niezbędne do wyjaśnienia zjawiska obniżenia siły napędu występującego w ruchu ślizgowym pod wpływem drgań kontaktowych stycznych. Problem ten był przedmiotem wielu prac naukowo-badawczych prowadzonych już w drugiej połowie XX wieku, np. [L. 7–9], a także w ostatnim dziesięcioleciu, np. [L. 5, 6, 10]. Jak dotychczas mechanizm obniżenia siły napędu pod wpływem tych drgań nie został jednak w pełni wyjaśniony.

W pracy podano podstawowe zależności matematyczne i opracowane na ich podstawie, w programie Matlab-Simulink, modele obliczeniowe oraz wyniki analizy siły tarcia przeprowadzonej przy wykorzystaniu tych modeli. Uzyskane wyniki porównano z wynikami badań doświadczalnych wykonanych na specjalnie w tym celu zbudowanym stanowisku

badawczym [L. 4] oraz z wynikami obliczeń przeprowadzonych przy wykorzystaniu tradycyjnego modelu tarcia Coulomba.

PODSTAWOWE ZALEŻNOŚCI MATEMATYCZNE

W modelu przyjętym w badaniach symulacyjnych założono, że ciało o masie m przesuwane jest za pomocą siły napędu \vec{F}_n po płycie znajdującej się między tym ciałem, a nieruchomym podłożem (Rys. 1). W czasie tego przesuwu płyta może być wprawiana w ruch drgający. Umowny punkt zaczepienia siły \vec{F} , równej co do wartości sile \vec{F}_n , przemieszcza się z prędkością napędu v_n . W modelu uwzględniono rzeczywistą sprężysto-plastyczną charakterystykę styku ciała z podłożem i sprężystą charakterystykę napędu.



Rys. 1. Modelowanie: a) rzeczywisty styk, b) jego model, c) rozkład sił działających na przesuwane ciało

Fig. 1. Modeling: a) real contact, b) its model, c) distribution of forces acting on sliding body

Równanie ruchu ciała górnego przesuwanego wzdłuż osi x ma postać:

$$m \cdot \ddot{x} = F_n - F_T \quad (1)$$

Miarą wartości siły napędu \vec{F}_n może być sprężyste odkształcenie λ elementów napędu. Przy założeniu ich liniowej charakterystyki i współczynnika sztywności k_n otrzymujemy:

$$F_n = k_n \cdot \lambda \quad (2)$$

gdzie:

$$\lambda = v_n \cdot t - x \quad (3)$$

Sposób wyznaczenia siły tarcia F_T zależy od przyjętego modelu tarcia. W obydwu analizowanych, dynamicznych modelach tarcia wartość tej siły wyznacza się z zależności:

$$F_T = k_t \cdot z \quad (4)$$

gdzie: k_t – współczynnik sztywności styku w kierunku stycznym, z – składowa sprężystego odkształcenia styku.

W modelu Dahla składową sprężystą z wyznacza się z zależności:

$$\frac{dz}{dt} = v_r \cdot \left(1 - \frac{k_t}{F_C} \cdot \text{sgn}(v_r) \cdot z \right)^\alpha \quad (5)$$

gdzie:

$$F_C = \mu \cdot F_N \quad (6)$$

Wielkość F_C jest siłą tarcia Coulomba, μ współczynnikiem tarcia statycznego, zaś v_r prędkością względną. Prędkość ta jest superpozycją prędkości bezwzględnej ciała górnego ($v_g = \dot{x}$) i prędkości drgającego podłoża ($v_v = \dot{u}$). Dla oznaczeń jak na **Rys. 1b** można napisać:

$$v_r = v_g - v_v = \dot{x} - \dot{u} \quad (7)$$

W modelu Duponta składową sprężystą z wyznacza się z zależności:

$$\frac{dz}{dt} = v_r \cdot \left(1 - \beta(z, v_r) \cdot \frac{k_t}{F_C} \cdot \text{sgn}(v_r) \cdot z \right)^\alpha \quad (8)$$

gdzie $\beta(z, v_r)$ jest funkcją opisującą przemieszczenie styczne w jego trzech kolejnych fazach. Sposób konstrukcji tej funkcji opisany jest przez Duponta w pracy [L. 3].

Obliczenia przeprowadzono w środowisku Matlab-Simulink. Dla obydwu modeli przyjęto wartość współczynnika $\alpha = 1$ [L. 2, 3]. W przypadku modelu Dahla rozwiązywano układ równań (1) i (5), zaś dla modelu Duponta układ równań (1) i (8). W obydwu przypadkach wykorzystano

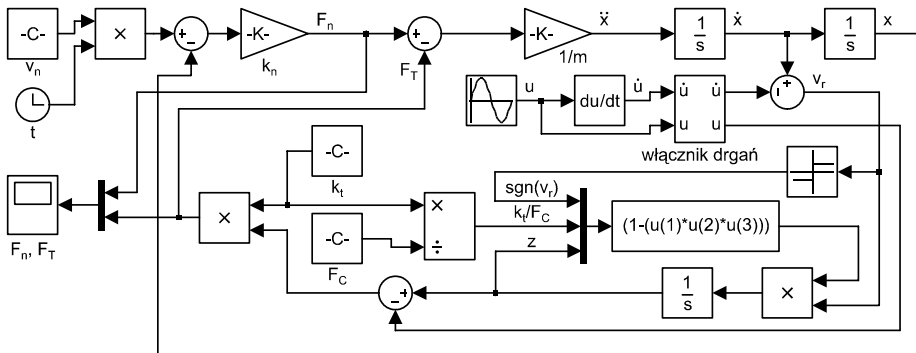
podstawienia (2), (3), (4), (6) i (7) oraz przyjęto, że ruch drgający płyty, po której przesuwne jest ciało górne, opisany jest zależnością:

$$u = u_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (9)$$

gdzie: $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$, ω – częstość kołowa, f – częstotliwość drgań wymuszonych, u_0 – amplituda drgań wymuszonych.

BADANIA SYMULACYJNE

Badania symulacyjne przeprowadzono w środowisku Matlab-Simulink stosując specjalnie w tym celu opracowane moduły obliczeniowe, w których wykorzystano opisane wyżej dynamiczne modele tarcia. Przykładowo na **Rys. 2** przedstawiono moduł obliczeniowy dla modelu Dahla. W badaniach symulacyjnych odzwierciedlono procedurę przyjętą w prowadzonych równoległe badaniach doświadczalnych, co związane było z koniecznością weryfikacji opracowanych modeli numerycznych. Zgodnie z tą procedurą w trakcie przesuwu ciała górnego początkowo nieruchoma płyta, po której to ciało jest przesuwane, zostaje wprowadzona w ruch drgający o określonej amplitudzie i częstotliwości. W prowadzonych obliczeniach, podobnie jak w badaniach doświadczalnych, wyznacza się przebiegi czasowe siły tarcia, siły napędu i zmiany przyspieszeń przesuwanego ciała.

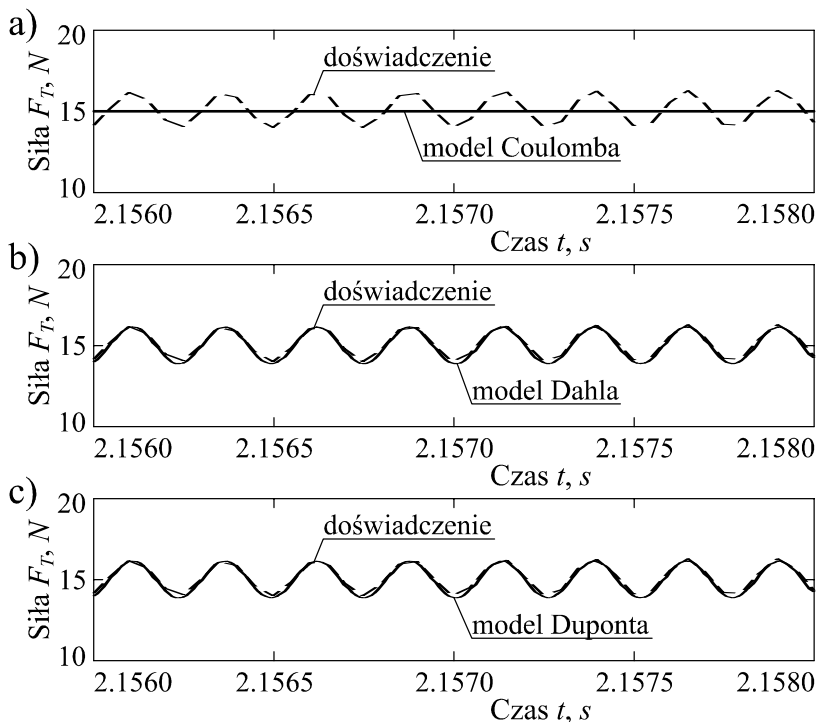


Rys 2. Moduł obliczeniowy w programie Simulink do analizy wpływu drgań stycznych wzdłużnych na siłę tarcia w ruchu ślizgowym, wykorzystujący model tarcia Dahla

Fig. 2. The Simulink model for the analysis of the longitudinal tangential vibrations effect on the friction forces in sliding motion with the use of Dahl's friction model

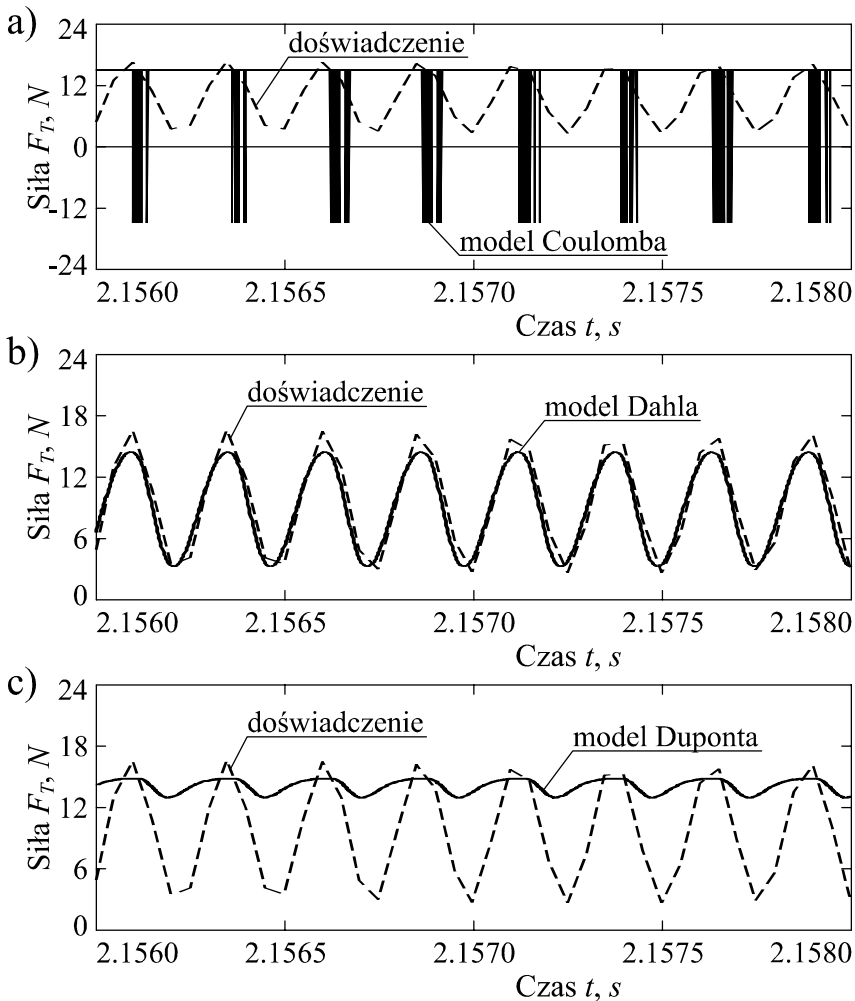
Na **Rys. 3–5** porównano przebiegi siły tarcia w obecności drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych wyznaczone w badaniach symulacyjnych z wynikami badań doświadczalnych. Przyjęto trzy warianty wymuszenia. W wariantcie pierwszym (**Rys. 3**) amplituda prędkości drgań wymuszonych v_a jest mniejsza od prędkości próbki górnej v_g – spełniony jest warunek $v_a < v_g$. W wariantach drugim i trzecim (**Rys. 4** i **Rys. 5**) spełniony jest warunek, że $v_a > v_g$.

W podanych przykładach, w badaniach symulacyjnych, przyjęto wartość współczynnika sztywności napędu równą $k_n = 0,84 \text{ N}/\mu\text{m}$, wartość współczynnika sztywności kontaktowej stycznej styku $k_t = 78 \text{ N}/\mu\text{m}$, oraz wartość współczynnika tarcia $\mu = 0,22$. Dane te wyznaczono w sposób doświadczalny.



Rys. 3. Przebiegi siły tarcia F_T dla różnych modeli tarcia i wyznaczone doświadczalnie: a) model Coulomba, b) model Dahla, c) model Duponta; $v_a < v_g$. Dane wejściowe: $v_a = 0,28 \text{ mm/s}$, $v_n = 0,62 \text{ mm/s}$, $f = 3900 \text{ Hz}$

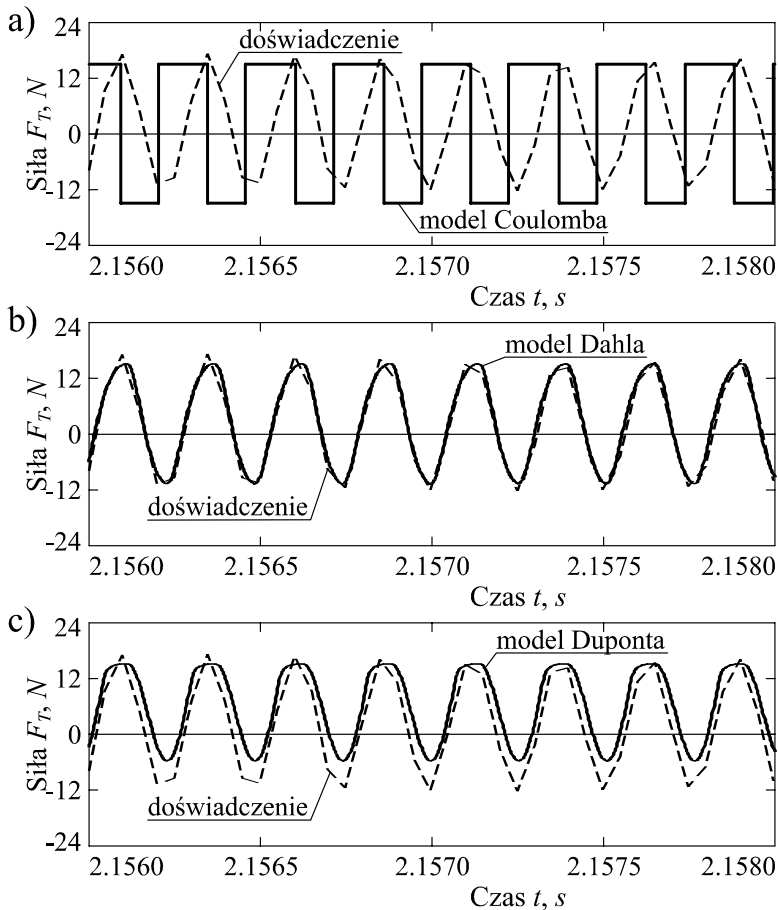
Fig. 3. Friction force F_T runs in time for various friction models and determined experimentally: a) Coulomb's model, b) Dahl's model, c) Dupont's model; $v_a < v_g$. Initial data: $v_a = 0.28 \text{ mm/s}$, $v_n = 0.62 \text{ mm/s}$, $f = 3900 \text{ Hz}$



Rys. 4. Przebiegi siły tarcia F_T dla różnych modeli tarcia i wyznaczone doświadczalnie: a) model Coulomba, b) model Dahla, c) model Duponta; $v_a < v_g$.
Dane wejściowe: $v_a = 0,98 \text{ mm/s}$, $v_n = 0,62 \text{ mm/s}$, $f = 3900 \text{ Hz}$

Fig. 4. Friction force F_T runs in time for various friction models and determined experimentally: a) Coulomb's model, b) Dahl's model, c) Dupont's model; $v_a < v_g$. Initial data: $v_a = 0.98 \text{ mm/s}$, $v_n = 0.62 \text{ mm/s}$, $f = 3900 \text{ Hz}$

Na przedstawionych wyżej rysunkach, w celach porównawczych, zamieszczono również przebiegi czasowe siły tarcia w obecności drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych wyznaczone przy zastosowaniu tradycyjnego modelu tarcia Coulomba. Przebiegi te wyznaczono wykorzystując opracowany w środowisku Matlab-Simulink odpowiedni moduł obliczeniowy.



Rys. 5. Przebiegi siły tarcia F_T dla różnych modeli tarcia i wyznaczone doświadczalnie: a) model Coulomba, b) model Dahla, c) model Duponta; $v_a < v_g$. Dane wejściowe: $v_a = 3,14 \text{ mm/s}$, $v_n = 0,62 \text{ mm/s}$, $f = 3900 \text{ Hz}$

Fig. 5. Friction force F_T runs in time for various friction models and determined experimentally: a) Coulomb's model, b) Dahl's model, c) Dupont's model; $v_a < v_g$. Initial data: $v_a = 3.14 \text{ mm/s}$, $v_n = 0.62 \text{ mm/s}$, $f = 3900 \text{ Hz}$

Z przedstawionych wyników widać jednoznacznie, że analizowane dynamiczne modele tarcia Dahla i Duponta znacznie lepiej odwzorowują przebieg siły tarcia w ruchu ślizgowym w obecności drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych niż tradycyjny model tarcia Coulomba. Największe rozbieżności związane są z cykliczną zmianą znaku siły tarcia występującą w modelu Coulomba przy każdej zmianie znaku prędkości względnej v_r , czego nie wykazują ani analizowane modele dynamiczne,

ani badania doświadczalne przeprowadzone przez autorów niniejszej pracy. Przy zmianie znaku prędkości względnej v_r , ale małych różnicach między amplitudą prędkości drgań wymuszonych v_a , a prędkością ruchu ciała górnego v_g zarówno badania symulacyjne przeprowadzone przy wykorzystaniu modeli dynamicznych Dahla i Duponta, jak i badania doświadczalne wykazują jedynie zmniejszenie wartości siły tarcia bez zmiany jej znaku. Zmiana ta następuje przy spełnieniu warunku $v_a > v_g$ dopiero przy znacznych różnicach między amplitudą prędkości drgań wymuszonych v_a a prędkością ciała górnego v_g .

PODSUMOWANIE

Obliczenia przeprowadzone przy wykorzystaniu opracowanych w środowisku Matlab-Simulink modeli obliczeniowych wykazały, że model tarcia Dahla bardzo dobrze nadaje się do prowadzenia analiz symulacyjnych wpływu drgań kontaktowych stycznych na siłę tarcia.

W analizach symulacyjnych prowadzonych z wykorzystaniem tego modelu uzyskuje się bardzo dobrą zgodność przebiegów siły tarcia w ruchu ślizgowym w obecności drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych z wynikami badań doświadczalnych. Dotyczy to zarówno zmian wartości tej siły, jak i zgodności „w fazie” obliczanych przebiegów.

LITERATURA

1. Canudas de Wit C., Olsson H., Åström K.J., Lischynsky P.: A new model for control of systems with friction. *IEEE, Trans. Autom. Control*, 40, 3, 1995, 419–425.
2. Dahl P.R.: Solid friction damping of mechanical vibrations. *AIAA Journal*, 14, 12, 1976, 1675–1682.
3. Dupont P. et al.: Single state elasto-plastic friction models. *IEEE Transactions of Automatic Control*, 47, 5, 2002, 787–792.
4. Gutowski P., Leus M., Parus A.: Badania doświadczalne wpływu drgań kontaktowych stycznych wzdłużnych na siłę tarcia. *Modelowanie Inżynierskie*, 35, 4, 2008, 39–44.
5. Leus M., Gutowski P.: The analysis of longitudinal tangential contact vibrations effect on friction force using Coulomb and Dahl models. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 46, 1, 2008, 171–184.
6. Littmann W., Storck H., Wallaschek J.: Sliding friction in the presence of ultrasonic oscillations: superposition of longitudinal oscillations. *Archive of Applied Mechanics*, 71, 2001, 549–554.

7. Pohlman R., Lehfeld E.: Influence of ultrasonic vibrations on metallic friction. *Ultrasonics*, 4, 1966, 178–185.
8. Sase N. et al.: Reduction of friction without lubrication. *Proc. of the Int. Conf. AMPT'95, III*, 1995, 1298–1304.
9. Siegert K., Ulmer J.: Reduction of sliding friction by ultrasonic waves. *Production Engineering*, 5(1998), 9–12.
10. Tsai C.C., Tseng C.H.: The effect of friction reduction in presence of in-plane vibrations. *Archive of Applied Mechanics*, 75, 2006, 164–176.

Recenzent:
Jerzy BOCHNIA

Summary

The explanation of driving force reduction in sliding motion under the influence of longitudinal tangential contact vibrations demands the adequate analyses of friction force changes caused by these vibrations. The results of such analyses, which were carried out in a Matlab-Simulink environment, are given in this paper. The simulation tests were performed with the use of two dynamical friction models. These were Dahl's and Dupont's models. The obtained results were compared with data of experimental tests and with results of appropriate analyses carried out with the use of classical Coulomb's model. The best consistency of simulation and experimental data was achieved with use of Dahl's model.