

Miron CZERNIEC*, **Jerzy KIELBIŃSKI***

METODA BADANIA KINETYKI ZUŻYWANIA PRZEKŁADNI ŚLIMAKOWEJ ZE ŚLIMAKIEM ARCHIMEDESA

THE INVESTIGATION METHOD OF KINETICS WEAR OF A WORM GEAR WITH AN ARCHIMEDEAN WORM

Słowa kluczowe:

przekładnia ślimakowa ze ślimakiem Archimedesa, metoda obliczeniowa, trwałość

Key-words:

worm gear with Archimedean worm, calculation method, longevity

Streszczenie

W oparciu o metodę autorską badania kinetyki zużycia materiałów przy tarcu ślizgowym przedstawiono metodę oszacowania trwałości użytkowej przekładni ślimakowych ze ślimakiem Archimedesa. Ustalono postać funkcji zużycia liniowego zębów ślimaczniczy w wybranych punktach przy-
poru. Na podstawie rozwiązania numerycznego określono charakter zależności re-
sursu przekładni od zużycia.

* Politechnika Lubelska, Wydział Mechaniczny, Instytut Technologicznych Systemów Informacyjnych, ul. Nadbystrzycka 36, 20-618 Lublin, tel. (81) 538-42-76, e-mail: m.czerniec@pollub.pl

WPROWADZENIE

Przekładnie ślimakowe ze ślimakiem Archimedesesa znajdują szerokie zastosowanie w budowie maszyn. W zazębieniu zwojów ślimaka z zębami ślimacznicy powstaje tarcie ślizgowe, na skutek którego występuje zużycie powodujące zwiększenie luzu, co skutkuje między innymi niekorzystnym wzrostem parametrów dynamicznych współpracy kół zębatych. Z praktycznego punktu widzenia pożądane jest oszacowanie trwałości zazębienia dla założonego zużycia dopuszczalnego lub zużycia dla wybranego resursu przekładni. Niestety w literaturze brak jest metod obliczeniowych tego typu.

W niniejszej pracy przedstawiono opracowaną przez autorów metodę oceny trwałości przekładni ślimakowej ze ślimakiem Archimedesesa, uwzględniającą wspomniane aspekty. Bazuje ona na uogólnionej metodzie badania kinetyki zużycia przy tarciu ślizgowym [L. 1, 2] oraz metodzie autorskiej oszacowania zużycia przekładni walcowych [L. 2, 3].

MODEL MATEMATYCZNY OPISU KINETYKI ZUŻYWANIA PRZY TARCIE ŚLIZGOWYM

Wiadomo, że w przekładni ślimakowej występuje tarcie ślizgowe w warunkach smarowania granicznego. Zgodnie z [L. 1] w celu opisu kinetyki zużywania elementów układu tribologicznego stosuje się następujący układ zwykłych równań różniczkowych:

$$\frac{1}{v_j} \frac{dh_{kj}}{dt} = \Phi_k^{-1}(\tau) = 1, \quad k = 1; 2 \quad (1)$$

gdzie: v_j – prędkość poślizgu w punkcie j zazębienia na wysokości zwojów ślimaka,

h_k – zużycia liniowe zwojów ślimaka oraz zębów ślimacznicy,

t – czas zużycia elementów zazębienia,

$\Phi(\tau)$ – bazowy parameter modelu matematycznego – charakterystyczna funkcja odporności na zużycie materiałów w skojarzeniu dla wybranych warunków procesu tribologicznego,

τ – jednostkowa siła tarcia, od wartości której zależy zużycie w zazębieniu,

k – numeracja elementów pary kinematycznej (1 – ślimak, 2 – ślimacznica).

Funkcję odporności na zużycie określa się wg wzoru

$$\Phi_k(\tau) = C_k (\tau_{sk} / \tau)^{m_k} \quad (2)$$

gdzie: C, m – wskaźniki odporności na zużycie materiałów w wybranej parze oraz warunkach zużywania określane w wyniku badań doświadczalnych zgodnie z metodyką [L. 1],

$\tau_{sk} \approx 0,35R_{mk}$ – wytrzymałość doraźna na ścinanie materiałów zużywanych,

R_m – wytrzymałość doraźna materiałów na rozciąganie.

Jednostkową siłę tarcia oblicza się według wzoru Amontonsa-Coulomba

$$\tau_j = fp_j \quad (3)$$

gdzie: f – współczynnik tarcia ślizgowego,

p_j – maksymalne naciski stykowe obliczane według wzoru Hertza zgodnie z następującym wzorem:

$$p_{j\max}^{(w)} = 0,564 \sqrt{N' / w\theta\rho_{2j}b} \quad (4)$$

gdzie: w – liczba ząbów ślimaka ze ślimacznica,

$\theta = (1 - \mu_1^2) / E_1 + (1 - \mu_1^2) / E_2$ – moduł Kirchoffa,

μ_k, E_k – odpowiednio współczynnik Poissona oraz moduł Younga materiałów przekładni,

ρ_{2j} – promień krzywizny zębów ślimacznicy w punkcie j zazębienia,

b – szerokość ślimacznicy.

Promień krzywizny ślimaka Archimedesesa równa się nieskończoności. Dla zębów ślimacznicy będzie:

$$\rho_{2j} = \left(\frac{d_2}{2} \sin \alpha_{xj} + e_{pAj} \right) \quad (5)$$

Współrzędna x będzie w granicach $x_A < x < x_B$. Odpowiednio

$$x_A = r_{f_1} + 0,2m, \quad x_B = r_{a_1} \quad (6)$$

Odcinek zazębienia $[x_A, x_B]$ należy rozdzielić proporcjonalnie na mniejsze odcinki:

$$x_A = j_A = j_1, x_2 = j_2, x_3 = j_3, \dots, x_B = j_n = j_B.$$

ZALEŻNOŚCI GEOMETRYCZNE PRZEKŁADNI ŚLIMAKOWEJ

$$r_{f_1} = 0,5(d_1 - 2h_{f_1}), \quad h_{f_1} = 1,2m \quad (\text{dla } \gamma \leq 15^\circ),$$

$$h_{f_1} = 1,2m_n \quad (\text{dla } \gamma > 15^\circ);$$

$$\operatorname{tg} \gamma = mz_1 / d_1, \quad d_1 = qm;$$

$$r_{a_1} = 0,5(d_1 + 2h_{a_1}), \quad h_{a_1} = m \quad (\text{dla } \gamma \leq 15^\circ),$$

$$h_{a_1} = m_n \quad (\text{dla } \gamma > 15^\circ);$$

$$r_2 = 0,5z_2m, \quad r_2 = 0,5d_2, \quad z_2 = uz_1, \quad q = 2(1 + \sqrt{z_2});$$

$$\alpha_{pxj} = \operatorname{arctg}(-\operatorname{tg} \alpha_{xj}), \quad \operatorname{tg} \alpha_{xj} = \frac{180}{\pi} \frac{mz_1}{2x},$$

$$e_{pAj} = \frac{r_1 - x}{\sin \alpha_{pxj}}, \quad r_1 = 0,5d_1, \quad b = 2m\sqrt{q+1},$$

- gdzie:
- r_{f_1} – promień okręgu wgłębień ślimaka,
 - d_1 – średnica podziałowa ślimaka,
 - m – moduł osiowy zazębienia,
 - $m_n = m \cos \gamma$ – moduł normalny zazębienia,
 - γ – kąt wzniesienia linii śrubowej zwojów ślimaka,
 - z_1 – liczba zębów ślimaka,
 - q – wskaźnik średnicowy,
 - r_{a_1} – promień koła występów zwojów ślimaka,
 - h_{a_1} – wysokość głowy zwoju ślimaka,
 - d_2 – średnica podziałowa ślimacznicy,
 - z_2 – liczba zębów ślimacznicy,
 - u – liczba przełożenia przekładni,
 - $\alpha = 20^\circ$ – kąt zazębienia,
 - e_{pA} – odległość punktu j od punktu przyporu.

PRĘDKOŚĆ POŚLIZGU W ZAZĘBIENIU

Owa prędkość zależy od dwóch składowych

$$v_j = \sqrt{(v'_j)^2 + (v''_j)^2} \quad (7)$$

gdzie: v'_j – prędkość poślizgu wskutek ruchu obrotowego ślimaka,

v''_j – prędkość poślizgu punktu styku należącego jednocześnie do ślimacznicy oraz ślimaka.

Odpowiednie na podstawie analizy zależności geometrycznych

$$v'_j = \frac{\omega_1 x}{\cos \gamma_A} \quad (8)$$

gdzie: $\operatorname{tg} \gamma_A = m z_1 / 2x$,

$\omega_1 = \pi n_1 / 30$ – prędkość kątowna ślimaka,

n_1 – liczba obrotów ślimaka,

$$v''_j = e_{\rho A_j} \omega_2, \quad \omega_2 = \omega_1 / u \quad (9)$$

FUNKCJA ZUŻYCIA LINIOWEGO ZĘBÓW ŚLIMACZNICY

Po rozdzielaniu zmiennych w równaniu różniczkowym (1) oraz uwzględnieniu wyrazów (2, 3, 4) otrzymano wzór na zużycie liniowe zębów

$$h'_{2j} = \frac{v_j t'_j \left(f p_{j \max}^{(w)} \right)^{m_2}}{C_2 (\tau_{s2})^{m_2}} \quad (10)$$

gdzie: $t'_j = 2b_j / v_j$ – czas styku elementów zazębienia w j -tym punkcie na drodze tarcia o długości $2b_j$,

$$2b_j^{(w)} = 2.256 \sqrt{\Theta N' \rho_j / b w}.$$

Zużycie zębów ślimacznicy w ciągu jednej godziny oblicza się według wyrazu:

$$\bar{h}_{2j} = 60n_2h'_{2j}, \quad n_2 = n_1 / u \quad (11)$$

gdzie n_2 – liczba obrotów ślimacznicy na minutę.

Trwałość pracy t_* przekładni dla wybranego zużycia dopuszczalnego h_{2*} zębów ślimacznicy można ustalić według wzoru:

$$t_* = \left(h_{2*} / \bar{h}_{2j} \right) \quad (12)$$

Na obliczenie siły międzyzębnej stosuje się znany wzór

$$N' = \frac{2T}{d_1 \cos \alpha_{pxj} \sin(\gamma + \rho')} \quad (13)$$

gdzie: T – moment obrotowy przekazywany przez ślimak,
 ρ' – kąt tarcia,

$$T = 9550 \cdot 10^3 \frac{N}{n_1} \text{ (Nmm)},$$

$$\rho' = \arctg(f / \cos \alpha),$$

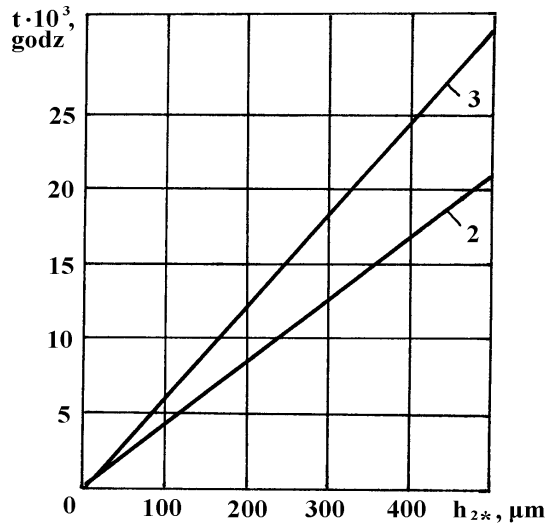
N – przekazywana moc.

ROZWIĄZANIE NUMERYCZNE ZAGADNIENIA

Obliczono trwałość przekładni t_{*min} , gdy zużycie dopuszczalne zębów ślimacznicy wynosi $h_{2*} = 0,5$ mm. Przebadano przypadki zazębienia dwu- oraz trójparowego.

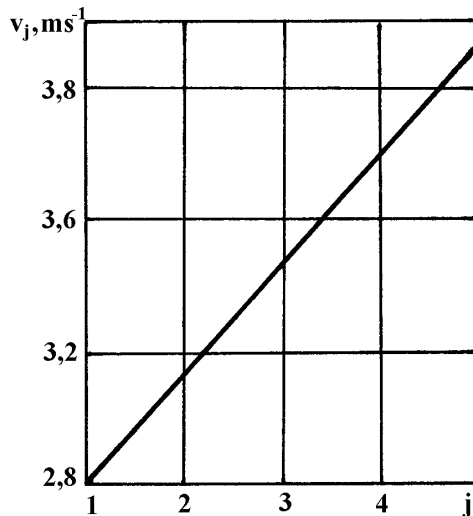
Wybrano następujące dane do obliczeń: $N = 3,5$ kW, $n_1 = 1410$ obr/min, $m = 6$ mm, $z_1 = 2$, $u = 25,5$, $f = 0,05$, $q = 8$; ślimak–stal 45 hartowana (HRC 50), dla której $E_1 = 2,1 \times 10^5$ MPa, $\mu_1 = 0,3$; wieniec ślimacznicy – brąz CuSn6Zn6Pb6, dla której $E_2 = 1,1 \times 10^5$ MPa, $\mu_2 = 0,34$; $C_2 = 7,6 \times 10^6$, $m_2 = 0,88$; $\tau_{s2} = 75$ MPa; w przypadku $j = 1 - x = 18$ mm, $j = 2 - x = 20$ mm, $j = 3 - x = 22$ mm, $j = 4 - x = 24$ mm, $j = 5 - x = 26$ mm.

Wyniki obliczeń resursu są podane na **Rys. 1**. Obserwuje się liniową zależność trwałości od zużycia.

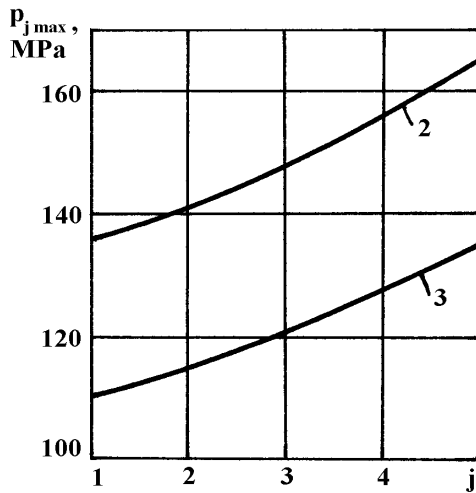


Rys. 1. Resurs przekładni: 2 – ząbienie dwuparowe, 3 – ząbienie trójparowe
 Fig. 1. The resource of transmission: 2 – two-pair gear, 3 – three-pair gear

Odpowiednio zmianę prędkości poślizgu na wysokości zębów podano na **Rys. 2**, a nacisków stykowych – na **Rys. 3**.



Rys. 2. Prędkość poślizgu wzdłuż zarysu zębów
 Fig. 2. The slide velocity along the contours of the teeth



Rys. 3. Zmiana nacisków wzdłuż zarysu zębów

Fig. 3. The change of pressures along the contours of the teeth

Przeprowadzono także oszacowanie zużycia zębów ślimacznicy w punktach j położonych po ich zarysie. Okazało się, że u podstawy zęba ($j = 5$) jest ono minimalnie większe jak w innych punktach. Prawie jednakową wartość zużycia należy wyjaśnić tym, że czas t'_j kontaktowego maleje od punktu $j = 1$ do $j = 5$ przy jednoczesnym wzroście v_j oraz $p_{j\max}$.

WNIOSKI

1. Trwałość przekładni jest proporcjonalna do zużycia liniowego zębów ślimacznicy i jest minimalna dla punktu zarysu położonego przy głowie ślimacznicy.
2. Prędkość poślizgu oraz maksymalne naciski stykowe rosną dla punktów przyporu przemieszczających się od głowy zęba ślimacznicy (stopy ślimaka) ku jego stopie (głowie ślimaka).
3. Naciski stykowe narastają w miarę wchodzenia ślimaka w zazębienie. Największe wartości notuje się przy wyjściu z zazębienia (stopa zębów ślimacznicy).
4. Zużycie powierzchni zęba ślimacznicy jest największe w punkcie przyporu położonym na głowie zęba ślimacznicy. Należy podkreślić, że zużycie zęba w pozostałych punktach w kierunku do stopy maleje w nieznacznym stopniu w porównaniu z głową zęba.

LITERATURA

1. Czerniec M.: Wytrzymałość stykowo-tarciowa oraz trwałość systemów tribotechnicznych ślizgowych. Wyd. Politechniki Lubelskiej, 2000.
2. Czerniec M., Kiełbiński J.: Prognozowanie trwałości tribologicznej kół zębatach walcowych ewolwentnych. Wyd. Politechniki Lubelskiej, 2003.
3. Czerniec M., Kiełbiński J.: Analiza wpływu pochylenia linii zębów w przekładni walcowej ewolwentnej na zużycie, naciski stykowe oraz prędkość poślizgu. Tribologia №5, (2008), s. 21–30.

Recenzent:
Stanisław PYTKO

Summary

On the basis of the author's investigation, a method of material kinetics wear in sliding friction using the developed method of value wear longevity of worm gears with Archimedean worm are presented. The type of the function of worm teeth linear wear in select points of gears has been established. On the basis of a numerical solution, the character of dependence of resource gear from wear has been defined.

