Prosimy cytować jako: Inż. Ap. Chem. 2013, 52, 2, 42-43

Andrzej TOMPOROWSKI[1], Marek OPIELAK[2], Konrad KOWALIK[2], Barbara SYKUT[2]

e-mail: a.tomporowski@utp.edu.pl

[1] Zakład Systemów Technicznych i Ochrony Środowiska, Instytut Technik Wytwarzania, Wydział Inżynierii Mechanicznej, Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy, Bydgoszcz

[2] Zakład Inżynierii Procesowej, Bezpieczeństwa i Ekologii, Instytut Transportu, Silników Spalinowych i Ekologii, Wydział Mechaniczny, Politechnika Lubelska

Analiza nierównomierności rozdrabniania biomasy. Część I: Podstawy teoretyczne

Wprowadzenie

Proces rozdrabniania materiałów pochodzenia biologicznego, dotyczy z jednej strony wpływu cech konstrukcyjnych elementów roboczych na sprawność i równomierność działania, z drugiej – podstaw mechanicznych przetwórstwa materiałów, w tym zasad mechaniki.

Miarą równomierności działania wielokrawędziowych rozdrabniaczy ziaren zbóż jest niedokładność realizacji zadanej funkcji ruchu, czyli nierównomierność biegu, obciążeń, a nawet sprawności. Zapotrzebowanie mocy do napędu tarczy roboczej jest bardzo nierównomierne, gdyż między cięciem kolejnych porcji wsadu występuje pewien okres biegu jałowego maszyny [*Tomporowski, 2011a,b*].

Nierównomierność wydajności wielokrawędziowych rozdrabniaczy biomateriałów zależy od dwóch składowych: momentu obrotowego (pracy użytecznej) i prędkości kątowej (kąta zespołu roboczego w czasie) [*Bieliński i Flizikowski,2008; Flizikowski 2011a,b; Flizikowski i Bieliński 2013*].

W rzeczywistym procesie rozdrabniania materiałów przemysłu rolno-spożywczego zachodzą trudne do przewidzenia, kolejno, następujące po sobie stany, przemiany naprężeń [*Tomporowski, 2012*]. Z punktu widzenia równomierności pracy mamy do czynienia z procesem stochastycznym. Proces stochastyczny jest zbiorem niejednakowych realizacji, które trwają stosunkowo długo.

Zapis przebiegu nierównomierności pracy procesu rozdrabniania można odczytywać w dwojaki sposób, jako odczyt wartości zapisu (cecha statystyczna modelu, zapisu) oraz jako odczyt prędkości zmian rejestrowanego sygnału wyjściowego (określenie statystyczne zmienności przedmiotowego zapisu).

Celem pracy jest analiza rzeczywistych nierównomierności dynamicznych (M) i kinematycznych (ω), za pomocą wydajności celowej rozdrabniania.

Nierównomierność wydajności

Różnica chwilowych wartości momentu czynnego (występującego podczas cięcia) i napędowego (pobieranego od silnika elektrycznego) jest przyczyną zmienności prędkości kątowej wału rozdrabniacza. Wahania wydajności masowej Q opisuje współczynnik nierównomierności procesu rozdrabniania [*Tomporowski i Opielak 2012*]:

$$\delta_Q = \frac{Q_{\max} - Q_{\min}}{Q_{śr}} \tag{1}$$

Nierównomierność wydajności jest funkcją wielu zmiennych, min.: różnicy prędkości międzytarczowej ($\Delta\omega$), cech materiałowych wsadu (c_m), cech konstrukcyjnych narzędzi roboczych (c_k):

$$\delta_Q = f(\Delta\omega, c_m, c_k) \tag{2}$$

Ponieważ $E_j = \frac{P}{Q}$ więc $\delta_Q = f(E_j, P, Q)$
gdzie:
- E_j – jednostkowe zapotrzebowanie energii,
- P – moc na wale rozdrabniacza,
- Q – wydajność masowa.

Uśrednienie otrzymywanych wartości momentu obrotowego czy prędkości obrotowej wału rozdrabniacza, jako wartości losowych względem czasu, można dokonać uśrednieniem jednej realizacji względem parametru czasu lub kąta obrotu wału roboczego. Warunkiem jest zbieżność do zera funkcji korelacji zarejestrowanej krzywej względem czasu.

Charakterystyka nierównomierności rozdrabniania

Wartość średnia losowej postaci nierównomierności biegu maszyny rozdrabniającej $M(t)$ i $\omega(t)$ określa składową statyczną, która nie jest przypadkowa. W wyniku odjęcia jej od wartości nierównomierności otrzymuje się wartość zawierającą tylko zmienną składową losową. Średnią losową można przedstawić w postaci równania dla nierównomierności dynamicznej:

$$M_{śr}(t) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T M(t)\,dt \tag{3}$$

$$\omega_{śr}(t) = \lim_{T\to\infty} \int_0^T \omega(t)\,dt \tag{4}$$

Dla opisu właściwości statystycznych rejestru nierównomierności rozdrabniania posługiwano się jej wartością średniokwadratową, jako miarą charakteryzującą przebieg nierównomierności pracy. Wartości średniokwadratowej nie wyznaczają prawdopodobieństwa występowania ekstremów, tj. min i max analizowanej funkcji nierównomierności. Zapisać ją można w postaci równania dla nierównomierności dynamicznej i analogicznie dla nierównomierności kinematycznej:

$$M^2_{śr}(t) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T M^2(t)\,dt \tag{5}$$

gdzie: T – interwał czasowy.

Prawdopodobieństwo, że chwilowa wartość sygnału $M(t)$ będzie zawarta w przedziale (M_A, M_B) wyraża równanie:

$$p(M(t)) \in \langle M_A, M_B \rangle = \lim_{\Delta x \to T \to \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{n} t \tag{6}$$

gdzie: t_n – czasy poszczególnych wartości chwilowych sygnału

Gęstość prawdopodobieństwa wartości chwilowych nierównomierności rozdrabniania wielootworowego można zapisać w postaci równania:

$$p(M) = \lim_{\Delta x \to \infty} \frac{p(M(t)) \in \langle M_A, M_B \rangle}{\sum_{t=1}^{n} t} \tag{7}$$

Rozkładem prawdopodobieństwa ciągłej zmiennej losowej momentu (M) lub prędkości kątowej (ω) w czasie jest zależność gęstości prawdopodobieństwa $p(x)$ od zmiennej niezależnej x. Ponieważ każdy rozkład prawdopodobieństwa jest niepowtarzalny, zatem w praktyce można posługiwać się najbardziej zbliżonym modelem odwzorowującym rzeczywisty zarys (postać) analizowanej funkcji losowej.

Podstawowe modele przebiegu nierównomierności wydajności masowej

Podstawowe, graficzne modele matematyczne, opisujące przebiegi nierównomierności wydajności masowej maszyny rozdrabniającej, obarczone są pewną dozą błędu [*Tomporowski, 2012; Tomporowski i Opielak, 2011*]. Można przedstawić je w postaci regularnej fali o typowej konfiguracji geometrycznej za pomocą nieskończonego trygonometrycznego szeregu [*Flizikowski, 2011a,b; Komsta i Opielak 2010; Kowalik 2011; Opielak 2010; Macko i in., 2011; Sykut, 2007*]. Funkcja wydajności masowej o zarysie trójkątnym ma postać:

$$Q(t) = \frac{8}{\pi^2}A\sin\omega t - \frac{0,888}{\pi^2}A\sin 3\omega t - \frac{0,32}{\pi^2}A\sin 5\omega t - ... \tag{8}$$

W przypadku aproksymacji zapisu nierównomierności pracy maszyny o zarysie zbliżonym do trójkąta prostokątnego, funkcja poboru mocy ma postać równania:

$$Q(t) = \frac{2}{\pi}A\sin\omega t - \frac{1}{\pi}A\sin 2\omega t - \frac{0,666}{\pi}A\sin 3\omega t - ... \tag{9}$$

dla zarysu trapezowego przybiera postać równania:

$$Q(t) = \frac{4}{\alpha\pi^2}A\sin\alpha t\sin\omega t + \frac{0,444}{\alpha\pi^2}A\sin 3\alpha t\sin 3\omega t + \\ + \frac{0,16}{\alpha\pi^2}A\sin 5\alpha\pi\cdot\sin 5\omega t + .. \tag{10}$$

i wreszcie dla zarysu kwadratowego:

$$Q(t) = \frac{4}{\pi}A\sin\omega t + \frac{1,333}{\pi}A\sin 3\omega t + \frac{0,8}{\pi}A\sin 5\omega t + ... \tag{11}$$

Aproksymacja przebiegu rzeczywistego do krzywej modelowej

W analizowanych przebiegach nierównomierności wielokrawędziowego rozdrabniania amplitudy poszczególnych składowych są odwrotnie proporcjonalne do częstotliwości, tak więc składowe o mniejszej częstotliwości mają większą amplitudę niż składowe o większej częstotliwości. Aproksymacja przebiegu rzeczywistego do odpowiadającej jej krzywej modelowej upraszcza się lub staje się bardziej poglądowa, po zastosowaniu szeregu *Fouriera* w postaci wykładniczej. Umożliwia ona wyznaczenie funkcji $Q(t)$, jeżeli dane są składowe harmoniczne poszukiwanej funkcji, zatem

$$Q(t) = A_0 + A_1 e^{j\omega t} + A_2 e^{j2\omega t} + A_3 e^{j3\omega t} + ... + A_n e^{jn\omega t} \tag{12}$$

gdzie:
$Q(t)$ – funkcja aproksymowana
$n = 1, 2, 3, ...$
$\omega = 2n/T$
T – okres

Współczynniki A_n umożliwiają wyznaczenie zbioru składowych harmonicznych, które w sumie składają się na przebieg funkcji *wydajności* $Q(t)$ i wynoszą:

$$Q_n = \frac{\int_{T_1}^{T_2} x(t)e^{jnt}\,dt}{T} \tag{13}$$

gdzie: $$e^{j\omega t} + e^{-j\omega t} = 2\cos\omega t$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Analizowana funkcja wyraża się przez sumę funkcji wykładniczych $e^{-j\omega t}$, $e^{i\omega t}$ o dodatnich i ujemnych impulsach (wzrosty i spadki obciążenia lub prędkości).

Odległości pomiędzy kolejnymi impulsami (wzrostem i spadkiem obciążenia) na krzywej nierównomierności zależą od stosunku czasu t trwania zmiany impulsu do okresu T. Wielkości te są wzajemnie wprost proporcjonalne; im większy jest stosunek t/T tym większe są odległości pomiędzy kolejnymi amplitudowymi impulsami analizowanego wykresu nierównomierności rozdrabniania i po scałkowaniu otrzymuje się:

$$\frac{\int_{T_1}^{T_2}\cos\omega dt}{T} = \frac{\sin\omega\frac{T}{2}}{\omega\frac{T}{2}} = \sin\left(\omega\frac{T}{2}\right) \tag{14}$$

zatem: $$A_n = \frac{\alpha A}{T}\sin\left(\frac{na\pi}{T}\right) \tag{15}$$

czyli: $$Q(t) = \frac{aA}{T}\left(\sin\frac{na\pi}{T}e^{j\omega t} + \sin\frac{2na\pi}{T}e^{j\omega t} + \sin\frac{na\pi}{T}e^{j\omega t} + ...\right) \tag{16}$$

Z powyższego wynika, że pierwsza wartość zerowa matematycznej postaci przebiegu nierównomierności przy rozdrabnianiu wielokrawędziowym, wielotarczowym odpowiada liczbie porządkowej n_0, czyli:

$$n_0\,\alpha\,\pi/T = \pi$$

Ponieważ współczynniki A_n są w tym przypadku liczbami rzeczywistymi, dla przedstawienia sygnału w dziedzinie częstotliwości wystarczy jedno widmo. Przebieg nierównomierności aproksymowany i opisywany jako widmo jest funkcją dyskretną, określoną tylko dla $n = 0; 1; 2... n$, o amplitudach: $A_0; A_i; A_2 ... A_n$.

Korzystając z wzorów przeliczeniowych dla funkcji trygonometrycznych, wyznaczyć można amplitudy harmonicznych zmian cosinusoidalnych wydajności rozdrabniania:

$$a_n = 2A_n = \frac{2\alpha A}{T}\sin\left(\frac{n\alpha\pi}{T}\right) \quad \text{dla} \quad n \ge 0 \tag{17}$$

Przykładowo, przedstawienie ciągu impulsów chwilowych wydajności aproksymowanych do zarysu prostokątnego za pomocą szeregu trygonometrycznego, ma postać:

$$Q(t) = \frac{\alpha A}{T}\left[1 + \left(2\sin\frac{\alpha\pi}{T}\cos\omega t + 2\sin\frac{2\alpha\pi}{T}\cos 2\omega t + \right.\right. \\ \left.\left. + 2\sin\frac{3\alpha\pi}{T}\cos 3\omega t + ...\right)\right] \tag{18}$$

Uśrednienie otrzymywanych wydajności poprzez wartości momentu obrotowego czy prędkości obrotowej wału rozdrabniacza, jako wartości losowych względem czasu, można dokonać uśrednieniem jednej realizacji względem parametru czasu lub kąta obrotu wału roboczego. Analizę i badanie krzywej losowej nierównomierności można prowadzić rejestrując proces rozdrabniania w różnych przedziałach czasu lub rejestrując przebieg w długim zakresie.

LITERATURA

Bieliński K.S., Flizikowski J.B., 2008. *System aktywnego monitorowania obiektów technicznych*. XXII Międzynarodowa Konferencja Naukowo-Techniczna EKOMILITARIS. Warszawa, 24-35

Flizikowski J., 2011a. *Micro- and Nano- energy grinding.* PANSTANFORD Pub. Singapore, (ISBN-10 9814303534)

Flizikowski J., 2011b. Levels of intelligent grinding system. *Inż. Ap. Chem.* **50,** nr 3, 24-26

Flizikowski J., Bieliński K., 2013. *Technology and energy sources monitoring. Control, efficiency and optimization.* IGI Global, US (ISBN 978-1-4666-2664-5)

Komsta H., Opielak M., 2010. *Rozdrabnianie* [w:] Wojdalski J. (red.). Użytkowanie maszyn i aparatury w przetwórstwie rolno-spożywczym. Wybrane zagadnienia. Wyd. SGGW, *Warszawa, 41-59* (ISBN 978-83-7583-166-5)

Kowalik K., 2011. *Wpływ technologii cięcia wybranych produktów spożywczych na energochłonność procesu.* Praca doktorska, Politechnika Lubelska, Lublin

Macko M., Boniecka M. Drop A., Grabińska D., Grzelczak B., 2011. Oszacowanie cyklu życia rozdrabniaczy przy wykorzystaniu aplikacji SolidWorks Sustainability. *Inż. Ap. Chem.* **50**, nr 3, 49-50

Sykut B., 2007. *Badania wpływu wybranych parametrów na opory cięcia i energochłonność produktów spożywczych.* Praca doktorska. Politechnika Lubelska, Lublin

Tomporowski A., 2011a. Rozwój konstrukcji rozdrabniaczy. Część I. Model obiektru badań. *Inż. Ap. Chem,* **50**, nr 3, 75-76

Tomporowski A., 2011b. Rozwój konstrukcji rozdrabniaczy. Część II. Opis badań. *Inż. Ap. Chem,* **50**, nr 3, 77-78

Tomporowski A., 2012. Stream of efficiency of rice grains multi-disc grinding. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability;* **14,** nr 2, 150-153

Tomporowski A., Opielak M., 2011. Structural features versus multi-hole grinding efficiency. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability;* **14**, nr 3, 223-228

Praca badawcza finansowana z funduszy Narodowego Centrum Badań i Rozwoju w latach 2010/2013 jako projekt rozwojowy.