

Sylwia RÓŻAŃSKA

e-mail: sylwia.rozanska@put.poznan.pl

Zakład Inżynierii i Aparatury Chemicznej, Wydział Technologii Chemicznej, Politechnika Poznańska, Poznań

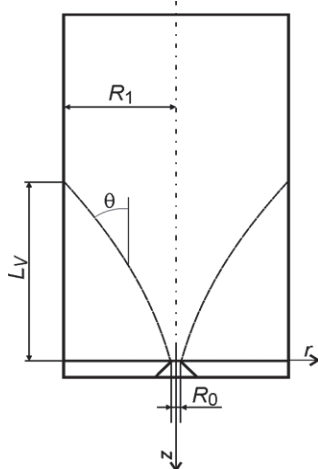
Zastosowanie wypływu płynu przez otwór w ścianie zbiornika do wyznaczenia lepkości wzdłużnej

Wstęp

Dominującą formą deformacji podczas przepływu płynu jest ścinanie proste, jednak w niektórych przypadkach istotne znaczenie odgrywa także rozciąganie. Przykładem mogą tu być przepływy w kanałach zbieżnych i rozbieżnych. Wielkością charakteryzującą opór płynu w warunkach rozciągania jednoosiowego jest lepkość wzdłużna zdefiniowana równaniem [Petrie, 2006]:

$$\eta_E(\dot{\epsilon}) = \lim_{\dot{\epsilon} \rightarrow \infty} \left(\frac{\sigma_E(\dot{\epsilon}, t)}{\dot{\epsilon}} \right) \quad (1)$$

Z równania (1) wynika, że lepkość wzdłużna powinna być wyznaczona w stanie równowagi. Zapewnienie warunków równowagowych podczas wyznaczania lepkości wzdłużnej dla płynów mobilnych okazało się niezwykle trudne [Ferguson i Kemblowski, 1995; Dziubiński i in., 2009]. W praktyce stosowane są metody, w których nie są zachowane takie warunki. Dodatkowo mamy do czynienia z przepływem, w którym rozciąganiu płynu towarzyszy ścinanie. Przykładem takiego przepływu jest wypływ płynu przez otwór w dnie zbiornika.



Rys. 1. Schemat pomocniczy wyjaśniający stosowane oznaczenia

Opracowano kilka modeli pozwalających wyznaczyć lepkość wzdłużną na podstawie pomiaru spadku ciśnienia podczas przepływu płynu przez otwór ostrokrawędziowy [Metzner i Metzner, 1970; Cogswell, 1972; Binding, 1988; Binding, 1991]. Większość z nich oprócz spadku ciśnienia, wymaga wyznaczenia w sposób doświadczalny kąta θ (Rys. 1), co niezwykle komplikuje pomiary i ogranicza stosowanie metody do płynów przezroczystych. Zaproponowano jednak metody [Cogswell, 1972; Binding, 1988], które nie wymagają wyznaczenia kąta θ i pozwalają oszacować lepkość wzdłużną na podstawie pomiaru spadku ciśnienia i strumienia objętościowego płynu.

W prezentowanej pracy omówione zostanie stanowisko doświadczalne zaprojektowane i zbudowane w Zakładzie Inżynierii i Aparatury Chemicznej Politechniki Poznańskiej, pozwalające na pomiar spadku ciśnienia przy wypływie płynu przez otwór ostrokrawędziowy. Zostaną także przedstawione wyniki badań testowych oraz obliczone wartości lepkości wzdłużnej metodami Cogswella [1972] oraz Bindinga [1988].

Modele teoretyczne

Model Cogswella

Najbardziej popularną metodą stosowaną do oszacowania lepkości wzdłużnej płynów przy ich przepływie przez przewężenie są równania określone na podstawie analizy przeprowadzonej przez Cogswella [1972]. W metodzie tej naprężenie rozciągające i szybkość rozciągania (wzdłużna) określane są za pomocą równań:

$$\sigma_E = \frac{3}{8}(n+1)p_e \quad (2)$$

$$\dot{\epsilon} = \frac{4}{3} \frac{\eta}{n+1} \frac{\dot{\gamma}_a^2}{p_e} \quad (3)$$

gdzie:

p_e – spadek ciśnienia w otworze wypływowym [Pa]

$\dot{\gamma}_a$ – nominalna szybkość ścinania [s^{-1}], określona równaniem:

$$\dot{\gamma}_a = \frac{8u}{d} \quad (4)$$

n – wykładnik w równaniu potęgowym Ostwalda-de Waele:

$$\eta = k\dot{\gamma}^{n-1} \quad (5)$$

Lepkość wzdłużna w metodzie Cogswella jest określana na podstawie równania:

$$\eta_E = \frac{\sigma_E}{\dot{\epsilon}} = \frac{9}{32} \frac{(n+1)^2}{\eta} \frac{p_e}{\dot{\gamma}_a^2} \quad (6)$$

Szacowanie lepkości wzdłużnej metodą Cogswella daje jedynie przybliżone wyniki.

Model Bindinga

Binding [1988] przeprowadził bardziej szczegółową analizę dynamiki przepływu płynów w obszarze zwężenia strugi w oparciu o minimalizację lepkiego rozpraszania energii. Schemat pomocniczy wyjaśniający oznaczenia w modelu Bindinga przedstawiono na rys. 1. W przeciwieństwie do Cogswella, w rozważaniach uwzględnili on także poprawkę Weissenberga-Rabinowitscha [Zatloukal i in., 2002]. Analiza [Binding, 1988] dotyczy przypadków, w których krzywe lepkości wzdłużnej płynu można opisać równaniem potęgowym:

$$\eta_E = l\dot{\epsilon}^{t-1} \quad (7)$$

W takim przypadku zależność między spadkiem ciśnienia w otworze p_e , a szybkością ścinania i parametrami charakteryzującymi właściwościami reologicznymi płynów (k, n, l, t) opisuje wzór:

$$p_e = \frac{2k(1+t)^2}{3t^2(1+n)^2} \left[\frac{lt(3n+1)n^l I_{nt}}{k} \right]^{\frac{1}{1+t}} \dot{\gamma}_w^{(n+1)/(t+1)} [1 - \alpha^{3(n+1)/(t+1)}] \quad (8)$$

W równaniu (8) szybkość ścinania, parametr α i całka I_{nt} są opisane odpowiednio równaniami:

$$\dot{\gamma}_w = \frac{3n+1}{4n} \frac{8u}{d} \quad (9)$$

$$\alpha = \frac{R_0}{R_1} \quad (10)$$

$$I_{nt} = \int_0^1 \left\{ \text{abs} \left[2 - \left(\frac{3n+1}{n} \right) \phi^{1+(1/n)} \right] \right\}^{\frac{1}{1+t}} \phi d\phi \quad (11)$$

Na podstawie zależności uzyskanych przez Bindinga [1988, 1991], Zatloukal i in. [2002] podali zależności pozwalające obliczyć naprężenie rozciągające:

$$\sigma_E = \frac{2^{t-1} 3t(1+n)^2}{(3n+1)(1+t)^2} \frac{p_e}{I_{nk}} \quad (12)$$

i szybkość rozciągania:

$$\dot{\epsilon} = \frac{(3n+1)(1+t)^2}{3t^2(1+n)^2} \frac{\eta}{p_e} \dot{\gamma}_a^2 \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n \quad (13)$$

Równania (12) i (13) odnoszą się do osi przewodu.

Na podstawie danych eksperymentalnych stwierdzono, że zależność (8) nie daje prawidłowych wyników w przypadku wytłaczania płynów lepkosprężystych. *Binding* [1991] w dalszych rozważaniach podał zależność umożliwiającą obliczyć skorygowany spadek ciśnienia w otworze wypływowym:

$$p_e^* = p_e + \frac{(3n-1)(3n+1)^{p+2}}{3n^{p+1}2^{2p+1}(2n+p+1)(3n+p+2)} N_1 \quad (14)$$

Równanie (14) jest słuszne przy założeniu, że zależność między pierwszą różnicą naprężeń normalnych N_1 i szybkością ścinania można opisać równaniem potęgowym:

$$N_1 = m\dot{\gamma}^{p+1} \quad (15)$$

W celu skorzystania z równania (8) konieczna jest znajomość wykładnika potęgowego t . *Binding i Walters* [1988] zaproponowali, aby wyznaczyć go na podstawie znajomości zależności $p_e = f(\dot{\gamma}_a)$, którą w zakresie przepływu laminarnego można opisać równaniem:

$$p_e = A\dot{\gamma}_a^h \quad (16)$$

Znając wykładnik h , parametr reologiczny t można obliczyć z zależności:

$$t = \frac{h}{1+n-h} \quad (17)$$

Model [*Binding, 1988*] pozwala także na podstawie znajomości parametrów reologicznych równań (5) i (7) obliczyć długość wiru w naróżniku zbiornika:

$$\frac{L_V}{2R_i} = \frac{1+t}{2(n+1)(2t-3n-1)} \left[\frac{l(3n+1)tn^l I_{nt}}{k} \right]^{\frac{1}{1+t}} \dot{\gamma}_w^{(t-n)/(1+t)} (1 - \alpha^{\frac{2t-3n-1}{1+t}}) \quad (18)$$

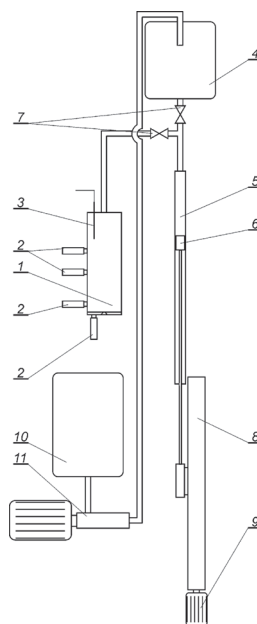
Model wyznaczania lepkości wzdłużnej [*Binding, 1988*] daje również wyniki przybliżone, jednak w porównaniu z modelem *Cogswella* uzyskane wartości są bardziej zbliżone z wartościami teoretycznymi.

Część doświadczalna

Stanowisko doświadczalne

Na rys. 2 przedstawiono schemat stanowiska doświadczalnego zaprojektowanego i zbudowanego do wyznaczania lepkości wzdłużnej przy wypływie płynu przez otwór w dnie zbiornika. Do jego głównych elementów należał zbiornik cylindryczny – 1 z wymiennym płaskim dnem, w którego osi wykonano otwór ostrokrawędziowy. W badaniach użyto trzy dna, w których wykonano otwory o średnicy $d = 2, 3,34$ i $4,16$ mm. Zarówno w płaszczu, jak i dnie zbiornika umieszczone zostały przetworniki ciśnienia – 2 produkcji firmy *Keller* (typ PR-35X, PR-41X). W zależności od średnicy otworu i przewidywanych spadków ciśnienia zastosowano przetworniki o zakresie pomiarowym do 0,1 i 1 bara (dokładność 0,1 i 0,05%). Temperatura w zbiorniku pomiarowym była kontrolowana przez czujnik termoparowy – 3.

Przepływ płynu w układzie pomiarowym był wymuszany tłokiem – 6, który poruszał się w cylindrze – 5. Ruch tłoka był wymuszany za pomocą silownika z śrubą toczną – 8, napędzanego przez silnik krokowy – 9. Obroty silnika krokowego były sterowane za pomocą programu komputerowego PST2011 (*Pracownia Elektroniki R. Pomianowskiego*), co umożliwiało precyzyjne określenie objętościowego strumienia przepływu płynu. Badany płyn umieszczano w zbiorniku – 4, skąd był zasysany podczas ruchu tłoka – 6 ku dołowi. Przepływ płynu w zbiorniku – 1 następował, gdy tłok – 6 poruszał się ku górze.



Rys. 2. Schemat stanowiska pomiarowego (oznaczenia w tekście)

Kierunek przepływu płynu w instalacji był regulowany za pomocą zaworów kulowych – 7. Dodatkowo instalacja była wyposażona w zbiornik – 10, podłączony do pompy śrubowej – 11, która służyła do przepompowania płynu do zbiornika – 4, znajdującego się na wysokości 2,2 m. W zbiorniku tym była umieszczona dodatkowo węzownica umożliwiająca stabilizację temperatury płynu. Należy zaznaczyć, że w zaprojektowanym stanowisku nie było możliwości pełnej stabilizacji temperatury. Poszczególne jego elementy były obłożone izolacją piankową, co jednak nie przeciwdziałało w pełni zmianom temperatury płynu podczas jego przepływu, dlatego do obliczeń przyjmowano temperaturę płynu w zbiorniku pomiarowym – 1, zmierzoną przez czujnik termoparowy – 3.

Jak wcześniej wspomniano, zastosowanie do napędu silownika – 8 silnika krokowego – 9, sterowanego przez program komputerowy, umożliwiło prowadzenie pomiarów przy zadanym strumieniu przepływu lub inaczej przy zadanej szybkości

ścianania w otworze w dnie zbiornika – 1. Wielkością mierzoną był natomiast spadek ciśnienia płynu podczas jego przepływu przez otwór. W badaniach zastosowano cztery przetworniki ciśnienia. Podczas prawidłowego działania instalacji wszystkie przetworniki powinny zmierzyć ten sam spadek ciśnienia.

Płyny modelowe

W badaniach testowych zastosowano oleje mineralne o różnej lepkości. Ich charakterystyka w temperaturze 20°C została zestawiona w tab. 1. Ponieważ temperatura płynu w zbiorniku – 1 odbiegała od 20°C, dlatego konieczne było przeprowadzenie pomiarów lepkości dynamicznej dla innych temperatur. Pomiaru reologiczne w warunkach przepływu ścinającego zostały przeprowadzone przy użyciu reometru rotacyjnego *Physica MCR501* produkcji firmy *Anton Paar* w układzie stożek-płytki.

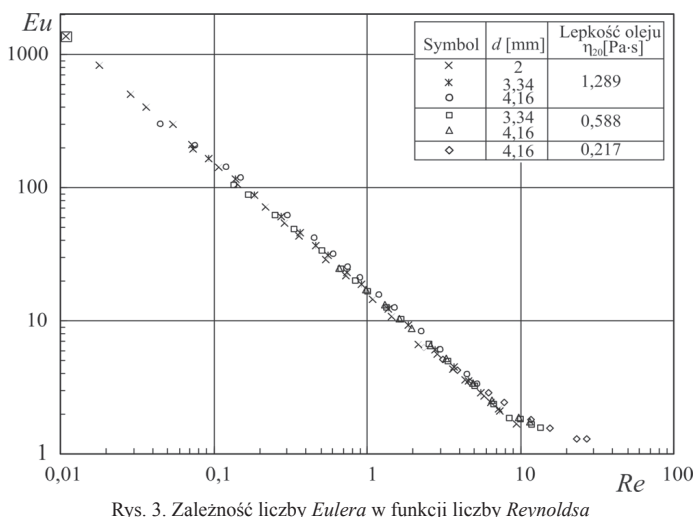
Tab. 1. Właściwości fizykochemiczne olei mineralnych w temperaturze 20°C

Lp.	Lepkość η_{20} [Pa·s]	Gęstość ρ [kg/m ³]
1	0,217	885
2	0,588	894
3	1,289	987

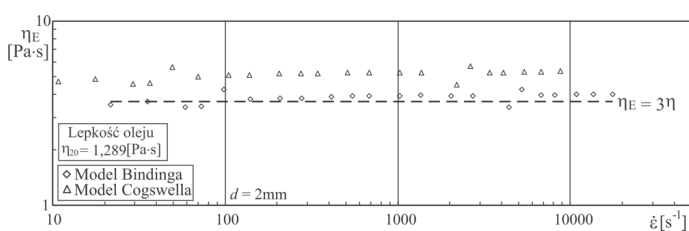
Przykładowe wyniki pomiarów

Do wyznaczenia lepkości wzdłużnej konieczne było przeprowadzenie pomiarów spadku ciśnienia przez otwór w zakresie przepływu laminarnego płynu. W celu określenia krytycznej liczby *Reynoldsa*, powyżej której siły bezwładności zaczynają wpływać na przepływ, sporządzono wykres zależności liczby *Eulera* od liczby *Reynoldsa* przedstawiony na rys. 3. Z danych tych wynika, że krytyczna wartość liczby *Reynoldsa* mieści się w zakresie od 6 do około 10, dlatego do wyznaczenia lepkości wzdłużnej posługiwano się wartościami spadku ciśnienia uzyskanymi przy $Re < 6$.

Na rys. 4 przedstawiono wartości lepkości wzdłużnej obliczone dla przepływu oleju o lepkości dynamicznej 1,289 Pa·s przez otwór o średnicy 2 mm. Średnia wartości η_E obliczona na podstawie modelu *Cogswella* [1972] wynosi 5,13 Pa·s i jest o około 30% wyższa od średniej wartości η_E obliczonej przy użyciu modelu *Bindinga* [1988]. Dodatkowo, różnica między wartością teoretyczną lepkości wzdłużnej 3,67 Pa·s, a wartością 3,85 Pa·s, która jest średnią arytmetyczną z wartości lepkości wzdłużnej wyznaczonych przy użyciu modelu *Bindinga i Waltersa* [1988] wynosi około 5%. Wartość teoretyczna η_E została w tym



Rys. 3. Zależność liczby Eulera w funkcji liczby Reynoldsa

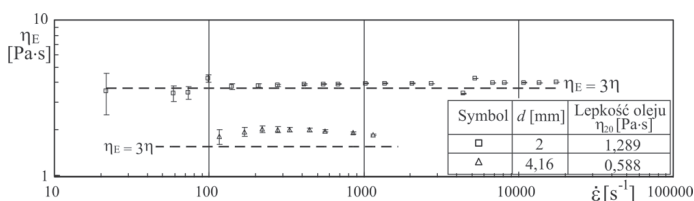


Rys. 4. Krzywe lepkości wzdłużnej dla oleju mineralnego ($\eta_{20} = 1,289$ [Pa·s])

przypadku określona z zależności podanej przez Troutona [1906] dla rozciągania jednoosiowego płynów newtonowskich, w myśl której stosunek lepkości wzdłużnej do lepkości dynamicznej wynosi 3 ($Tr = 3$).

Omówione wyniki potwierdzają dane literaturowe wskazujące, że metoda obliczania lepkości wzdłużnej zaproponowana przez Bindinga i Waltersa [1988] pozwala uzyskać dokładniejsze wyniki od metody Cogswella [1972], dlatego w dalszych rozważaniach użyte będą wartości lepkości wzdłużnej obliczone przy użyciu tej metody.

Porównanie lepkości wzdłużnej dla trzech różnych olejów mineralnych przy przepływie przez otwory o średnicy 2 i 4,16 mm przedstawiono na rys. 5. Wyniki pomiarów dla oleju o lepkości dynamicznej 1,289 Pa·s omówiono już wcześniej.



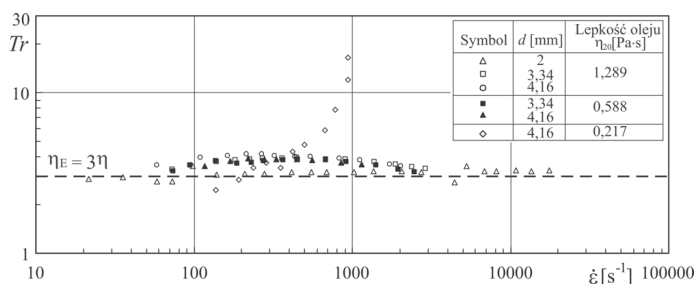
Rys. 5. Przykładowe krzywe lepkości wzdłużnej dla olejów mineralnych

Średnie odchylenie punktów doświadczalnych od wartości teoretycznej wynosi w tym przypadku 2,9%. W przypadku przepływu oleju o lepkości dynamicznej 0,588 Pa·s przez otwór o średnicy 4,16 mm współczynnik zmienności wzrasta do około 20%.

Większe odchylenia punktów doświadczalnych od wartości teoretycznej w tym przypadku nie można wyjaśnić błędem, jakim obarczony jest pomiar spadku ciśnienia p_e . Trzeba pamiętać, że omawiana metoda, jak i inne metody stosowane do wyznaczania lepkości wzdłużnej mają charakter przybliżony, dlatego wyniki obarczone 20% błędem można uznać za satysfakcjonujące.

Z danych przedstawionych między innymi w pracach [Petrie, 2006; Ferguson i in., 1990] wynika, że różnice między lepkością wzdłużną zmierzoną różnymi metodami mogą dla płynów lepkosprężystych sięgać nawet kilkuset procent.

Na rys. 6 przedstawiona została zależność liczby Troutona w funkcji szybkości odkształcenia. Uzyskane wartości mieszczą się w zakresie



Rys. 6. Zależność liczby Troutona od szybkości odkształcenia

Tr od 3 do 4, co w przypadku pomiarów lepkości wzdłużnej można uznać za wynik zadowalający. Wyjątkiem są dane uzyskane dla przepływu oleju o lepkości dynamicznej 0,217 Pa·s przez otwór o średnicy 4,16 mm. Wyraźnie widać, że w tym przypadku stosunek Troutona jest w przybliżeniu stały dla czterech pierwszych punktów pomiarowych, następnie wzrasta ze wzrostem szybkości odkształcenia. Obliczona wartość liczby Reynoldsa, przy której zaczyna się nagły wzrost lepkości wzdłużnej wynosi 6,33, dlatego można uznać, że wyniki te obrazują wpływ sił bezwładności na pomiar lepkości wzdłużnej.

Podsumowanie i wnioski

W pracy przedstawiono wyniki badań testowych stanowiska doświadczalnego do wyznaczenia lepkości wzdłużnej przy wypływie płynu przez otwór.

Lepkość wzdłużna została obliczona przy użyciu dwóch metod przybliżonych, które nie wymagają pomiaru kąta zwężenia strugi θ . Wyniki bliższe wartościom teoretycznym uzyskano przy zastosowaniu metody Bindinga [1988].

Przedstawione stanowisko doświadczalne może być w przyszłości wykorzystane przy szacowaniu lepkości wzdłużnej nieprzeźroczystych płynów nienewtonowskich, dla których nie mogą być stosowane inne metody pomiarowe.

LITERATURA

- Binding D.M., 1988. An approximate analysis for contraction and converging flows *J Non-Newtonian Fluid Mech.* 27, 173-189. DOI: 10.1016/0377-0257(88)85012-2
- Binding D.N., 1991. Further considerations of axisymmetric contraction flows *J Non-Newtonian Fluid Mech.* 41, 27-42. DOI: 10.1016/0377-0257(91)87034-U
- Binding D.M., Walters K., 1988. On the use of flow through contraction in estimating the extensional viscosity of mobile polymer solutions *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 30, 233-250. DOI: 10.1016/0377-0257(88)85026-2
- Cogswell F.N., 1972. Converging flow of polymer melts in extrusion dies *Polym. Eng. Sci.*, 12, 1, 64-73. DOI: 10.1002/pen.760120111
- Dziubiński M., Kiljański T., Sęk J., 2009. *Podstawy reologii i reometrii płynów*, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź.
- Ferguson J., Kembłowski Z., 1995. *Reologia stosowana płynów*. Wyd. MARCUS, Łódź.
- Ferguson J., Walters K., Wolf C., 1990. Shear and extensional flow of polyacrylamide solutions, *Rheol. Acta*, 29, 571-579. DOI: 10.1007/BF01329303
- Metzner A.B., Metzner A.P., 1970. Stress levels in rapid extensional flows of polymeric fluids, *Rheol. Acta.*, 9, 2, 174-181. DOI: 10.1007/BF01973476
- Petrie Ch.J.S., 2006. Extensional viscosity: A critical discussion *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 137, 15-23. DOI: 10.1016/j.jnnfm.2006.01.011
- Trouton F.T., 1906. On the coefficient of viscous traction and its relation to that of viscosity, *Proc. Roy. Soc. A* 77, 426-440. DOI: 10.1098/rspa.1906.0038
- Zatloukal M., Vlček J., Tzoganakis C., Sába P., 2002. Improvement in techniques for the determination of extensional rheological data from entrance flows: computational and experimental analysis *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 107, 13-37. DOI: 10.1016/S0377-0257(02)00111-8

Praca powstała w ramach projektu „Analiza lepkości wzdłużnej emulsji” finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego, N N209 084438 (PUT No. GR 32/844).