

Rafał RAKOCZY, Stanisław MASIUK, Marian KORDAS, Przemysław GRĄDZIK

e-mail: rrakoczy@zut.edu.pl

Wydział Technologii i Inżynierii Chemicznej, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny, Szczecin

Model matematyczny oczyszczalni ścieków

Wprowadzenie

Zastosowanie modeli matematycznych jest nieodłącznym elementem na etapie projektowania oraz eksploatacji oczyszczalni ścieków. Poprawnie sformułowany opis matematyczny pozwala na znaczną redukcję czasu przy testowaniu nowych rozwiązań technologicznych w realnie istniejących systemach oczyszczania ścieków przemysłowych. Model pozwala również na przeprowadzenie ekstrapolacji symulacyjnej w obszarze zmienności parametrów operacyjnych, znacznie przekraczających dopuszczalne warunki funkcjonowania. Największą zaletą modelowania matematycznego jest możliwość bezpiecznego i szybkiego testowania dowolnej liczby wariantów koncepcyjnych, konstrukcyjnych i operacyjnych [1-3]. Interesującą alternatywą do klasycznych technik określania modeli matematycznych jest zastosowanie elementów teorii informacji [4].

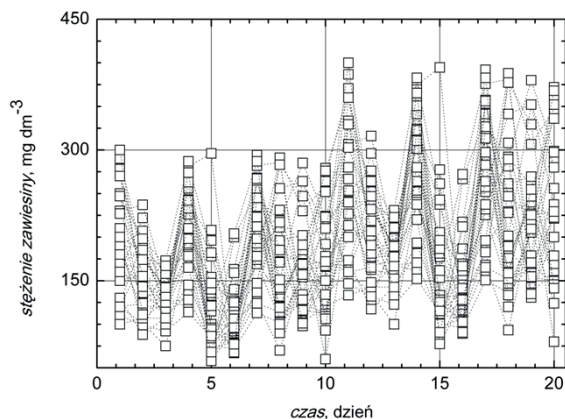
W prezentowanej pracy sformułowano opis matematyczny realnie funkcjonującej oczyszczalni ścieków. Do opracowania modelu matematycznego zostanie wykorzystano przemysłową bazę danych, zawierającą wartości stężeń zawiesiny w ścieku surowym i oczyszczonym oraz w pośrednich stadiach procesu oczyszczania.

Proponowane podejście w formułowaniu opisu matematycznego realnie funkcjonującej oczyszczalni może być z powodzeniem wykorzystywane w praktyce przemysłowej do zgrubnej oceny wpływu parametrów wejściowych, zarejestrowanych w ścieku wejściowym do oczyszczalni, na parametry wyjściowe oraz pośrednie. Umożliwia to przeprowadzenie analizy symulacyjnej, która może być wykorzystana w poszukiwaniu optymalnych warunków prowadzenia procesu usuwania zanieczyszczeń ze ścieków.

Doświadczalna baza danych

Eksperymentalną bazę danych składającą się z wartości stężeń zawiesiny w ścieku surowym i oczyszczonym oraz pośrednich stadiach procesu uzyskano z funkcjonującej oczyszczalni ścieków. Procedurę oznaczania zawartości cząstek ciała stałego realizowano według normy PN-72/C-04559.

Opracowanie modelu matematycznego procesu usuwania zanieczyszczeń zdecydowano się oprzeć na analizie sygnałów pomiarowych przedstawiających zmiany stężenia zawiesiny na wlocie i wylocie z oczyszczalni ścieków. Dodatkowo zdecydowano uwzględnić w procesie formułowania modelu matematycznego stężenie zawiesiny otrzymane po osadniku wstępnym. Przykładowe zarejestrowane stężenia zawiesiny na wlocie do oczyszczalni ścieków zostały przedstawione na rys. 1 w formie dyskretnej realizacji.



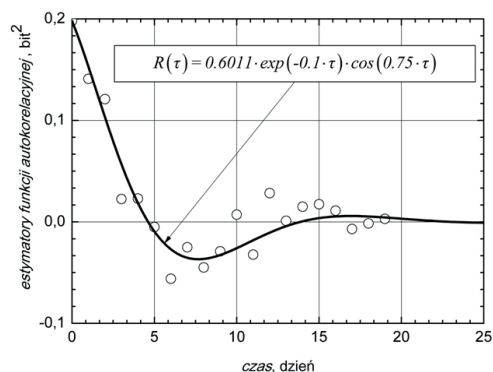
Rys. 1. Przykładowe zarejestrowane zmiany stężenia zawiesiny na wlocie do oczyszczalni ścieków

Opracowanie danych doświadczalnych

Obszerność eksperymetalnej bazy danych pozwoliła na zastosowanie techniki korelacyjnej i gęstości widmowej do opracowania modelu matematycznego oczyszczalni ścieków. Takie postępowanie jest popularne ze względu na dość dobrze poznaną strategię optymalizacji stosowaną do konstruowania modeli liniowych w oparciu o wspomniane techniki. Technika korelacyjna jest bardzo często używana w celu otrzymania zgrubnego modelu matematycznego funkcjonujących urządzeń. Przeprowadzona symulacja w oparciu o uzyskany model może dać cenne wskazówki do polepszenia jakości produktu będącego wynikiem realizowanego procesu. Model matematyczny może być również zastosowany do optymalizacji procesu pod kątem energochłonności [5, 6].

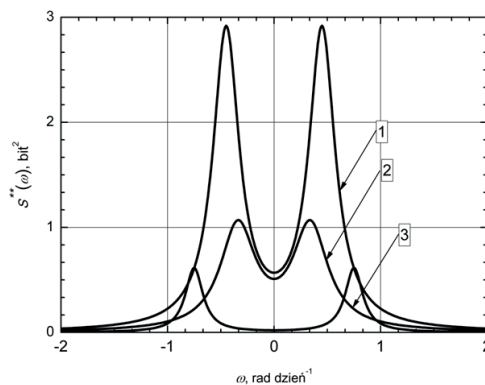
W oparciu o zarejestrowane wartości stężeń zawiesiny wyznaczono wartości entropii informacji zgodnie z procedurą podaną w pracy [4]. Następnie stosując pakiet obliczeniowy *Matlab* wyznaczono estymatory funkcji autokorelacji i korelacji. Procedura wyznaczenia wartości estymatorów została przedstawiona szczegółowo w pracy [6].

Na rys. 2 przedstawiono przykładowo wyznaczone wartości estymatorów funkcji autokorelacyjnej dla procesu usuwania zawiesiny (dla danych zarejestrowanych po osadniku wstępnym).



Rys. 2. Przykładowe graficzne przedstawienie wyznaczonych estymatorów funkcji autokorelacyjnej dla ścieku po osadniku wstępnym wraz z aproksymacją

W oparciu o wyznaczone zależności aproksymujące obliczone wartości estymatorów funkcji autokorelacyjnej oraz stosując transformatę *Fouriera* wyznaczono gęstości widmowe odpowiednio dla stężenia zawiesiny uzyskanej na wlocie i wylocie oczyszczalni ścieków oraz po osadniku wstępnym. Na rys. 3 przedstawiono obraz graficzny gęstości widmowych $S^{**}(\omega)$ uzyskanych w oparciu o wspomniane zależności analityczne.



Rys. 3. Obraz graficzny gęstości widmowej wyznaczonej dla: 1 – ścieku surowego, 2 – ścieku oczyszczonego, 3 – ścieku po osadniku wstępnym

Dysponując wyznaczonymi gęstościami widmowymi można wyznaczyć moce energetyczne procesów usuwania zawiesiny dla poszczególnych etapów procesu oczyszczania ścieków. W ramach niniejszej pracy moc energetyczną procesu wyznaczono w oparciu o następujące zależności:

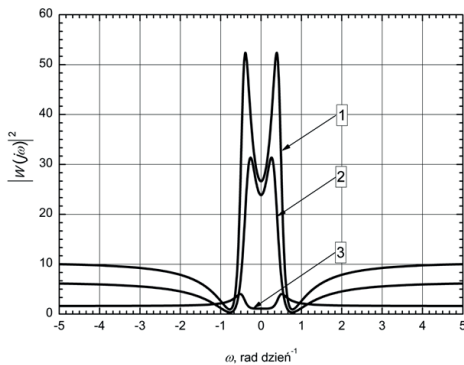
$$\{|W(j\omega)^2\}_1 = \frac{S_o^{**}(\omega)}{S_s^{**}(\omega)} \quad (1a)$$

$$\{|W(j\omega)^2\}_2 = \frac{S_{os}^{**}(\omega)}{S_s^{**}(\omega)} \quad (1b)$$

$$\{|W(j\omega)^2\}_3 = \frac{S_o^{**}(\omega)}{S_{os}^{**}(\omega)} \quad (1c)$$

gdzie indeksy dolne oznaczają: *o* – ściek oczyszczony, *os* – ściek po osadniku, *s* – ściek surowy.

- Zależności (1a) – (1c) opisują moc energetyczną:
- procesu oczyszczania ścieków dla współpracujących modułów oczyszczania mechaniczno-biologicznego (1a),
 - procesu usuwania zawiesiny po osadniku wstępnym (1b),
 - procesu usuwania zanieczyszczeń po module oczyszczania biologicznego (1c).



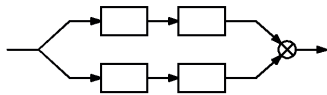
Rys. 4. Obraz graficzny wyznaczonych mocy energetycznych procesów opisanych zależnościami: 1 – (1a), 2 – (1b), 3 – (1c)

Na rys. 4 przedstawiono obraz graficzny mocy energetycznych procesów opisanych zależnościami (1a) – (1c).

W oparciu o zależność (1b) można wyznaczyć gęstość widmową charakteryzującą proces usuwania zawiesiny po osadniku wstępnym z następującej zależności

$$S_{os}^{**}(\omega) = \{|W(j\omega)^2\}_2 S_s^{**}(\omega) \quad (2)$$

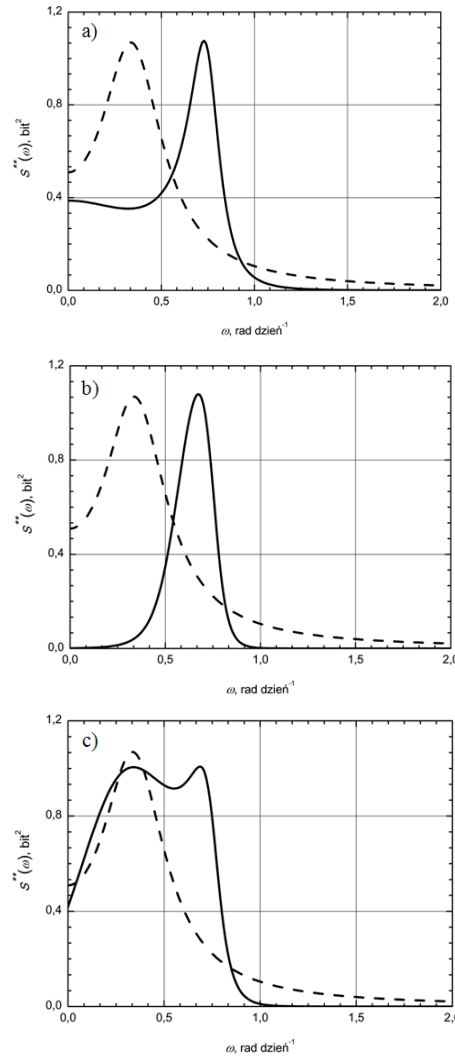
Wyznaczenie graficznej postaci widma $S_{os}^{**}(\omega)$ wymaga założenia struktury blokowej określającej przepływ strumieni przez funkcjonującą oczyszczalnię ścieków. Przykładową strukturę zastosowaną w niniejszym opracowaniu zaprezentowano na rys. 5.



Rys. 5. Graficzna prezentacja struktury blokowej określającej przepływ strumieni przez oczyszczalnię ścieków

Zdecydowano, aby do opisu $\{|W(j\omega)^2\}$ dla analizowanej oczyszczalni ścieków zastosować trzy warianty określone strukturą blokową zaprezentowaną na rys. 5, w skład której wchodziły tylko człony całkujące, oscylacyjne oraz całkująco-różniczkujące. Stosując pakiet obliczeniowy *Matlab* uzyskano obrazy graficzne widm, które porównano z gęstością widmową wyznaczoną dla zarejestrowanych zmian stężenia zawiesiny po osadniku wstępnym. Wyniki analizy zostały zaprezentowane w uproszczonej formie na rys. 6.

Porównując pokazane na rys. 6 gęstości widmowe można zauważyć, że przebieg widm jest zbliżony w przypadku, gdy do opisu funkcjonującej oczyszczalni ścieków zastosowano strukturę blokową zawierającą



Rys. 6. Graficzne porównanie widm uzyskanych z danych doświadczalnych oraz symulacji dla struktury zawierającej człony całkujące (a), oscylacyjne (b) i całkująco-różniczkujące (c)

człony dynamiczne wyższego rzędu. Potwierdza to skomplikowaną naturę procesów zachodzących podczas mechanicznego i biologicznego oczyszczania ścieków.

Podsumowanie i wnioski

Wobec przypadkowej natury zbiorów danych, przedstawionych w postaci realizacji, sformułowanie opisu analitycznego może być oparte na zastosowaniu definicji entropii informacji w celu wyznaczenia odpowiednich estymatorów określających wartości statystycznie zdeterminowane.

W oparciu o wyznaczone wartości estymatorów zaproponowano funkcje analityczne w dziedzinie czasu i częstotliwości, opisujące proces usuwania zawiesiny z funkcjonującej oczyszczalni ścieków.

Wykorzystując charakterystyki widmowe (gęstości widmowe) zaproponowano model matematyczny w oparciu o ustaloną strukturę blokową zawierającą różnego typu człony dynamiczne.

LITERATURA

- [1] A. Papaulis: Probability, Random Variables, Stochastic Processes. McGraw-Hill, New York 1965.
- [2] P. Z. Peebles: Probability, Random Variables and Random Signal Principles. McGraw-Hill, New York 1993.
- [3] W. A. Gardner: Introduction to Random Process with Applications to Signals and Systems. McMillan, New York 1986.
- [4] S. Masiuk, R. Rakoczy, V. Mizonov: Chem. Eng. Journal **131**, 283 (2007).
- [5] S. Masiuk, J. Kawecka-Typek: Chem. Eng. Journal **102**, 233 (2004).
- [6] S. Masiuk, R. Rakoczy, M. Kordas: Biochem. Eng. Journal **40**, 79 (2008).