

Ryszard WÓJTOWICZ, Wiesław SZATKO

e-mail: rwojtowi@pk.edu.pl

Katedra Aparatury Przemysłowej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska, Kraków

Analiza statystyczna rozkładów wielkości flokuł w aparacie z mieszadłem

Wstęp

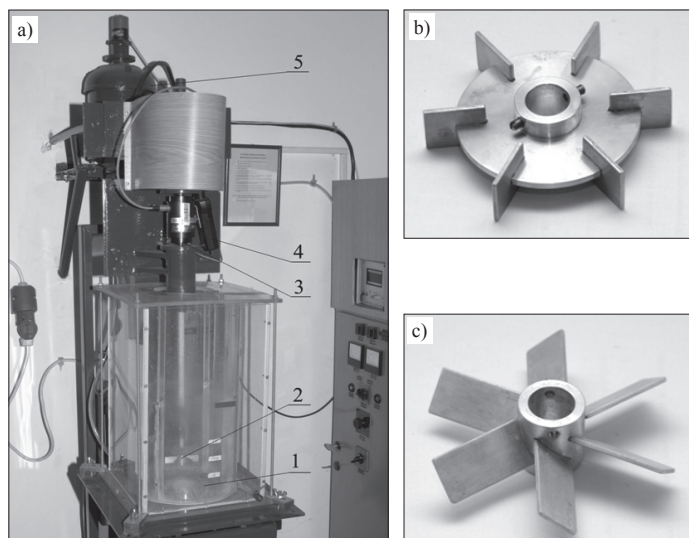
Flokulacja jest powszechnie stosowana w oczyszczaniu wód powierzchniowych z koloidów i trudno opadających zawiesin. Podczas procesu cząstki zanieczyszczeń łączą się w aglomeraty (flokuly), których kształt i własności zmieniają się [1].

Celem pracy było przeprowadzenie analizy statystycznej rozkładów wielkości flokuł [2–4] wytwarzanych w aparacie z mieszadłem turbino-wym. Na podstawie pomiarów mikroskopowych wyznaczono wybrane parametry charakterystyczne opisujące wielkość i strukturę powstałych aglomeratów, uzyskane wyniki – przedstawione w postaci empirycznych histogramów rozkładu – aproksymowano za pomocą ciągłych rozkładów teoretycznych.

Zakres badań

Badania procesu flokulacji prowadzono w klasycznym mieszalniku mechanicznym pokazanym na rys. 1. Wewnątrz zbiornika mieszalnika – 1 o średnicy $D = 0,286$ [m] na napędzanym wale znajdowało się pojedyncze mieszadło 2, poruszające się z częstością obrotów $n = 300$ [1/min].

Analizowano działanie dwóch różnych, mieszadeł wysokoobrotowych: turbinowego tarczowego *Rushtona* z prostymi łopatkami (RT) (rys. 1b), wytwarzającego promieniową cyrkulację cieczy w aparacie oraz turbinowego o łopatkach pochylonych pod kątem $\alpha = 45^\circ$, tłoczącego ciecz w dół (PBT) (Rys. 1c), generującego cyrkulację osiową. Średnicę mieszadła dobrano tak, by w każdym z badanych przypadków wynosiła $d = D/3$, mieszadła sytuowano w odległości od dna mieszalnika $h = d$.

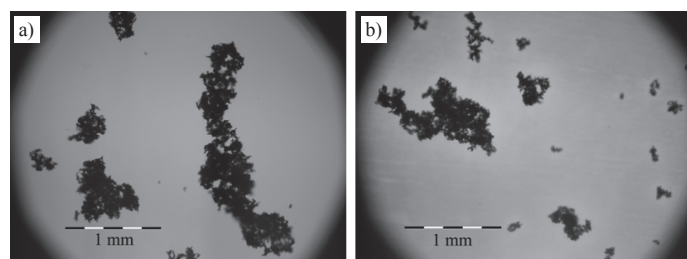


Rys. 1. Mieszalnik mechaniczny i mieszadła dla których prowadzono symulacje a) widok mieszalnika: 1 – zbiornik z przegrodami, 2 – mieszadło zamocowane na wale, 3 – momentomierz, 4 – tachometr optyczny, 5 – silnik napędowy, b) mieszadło turbinowe tarczowe *Rushtona* (RT), c) mieszadło turbinowe o łopatkach pochylonych (PBT)

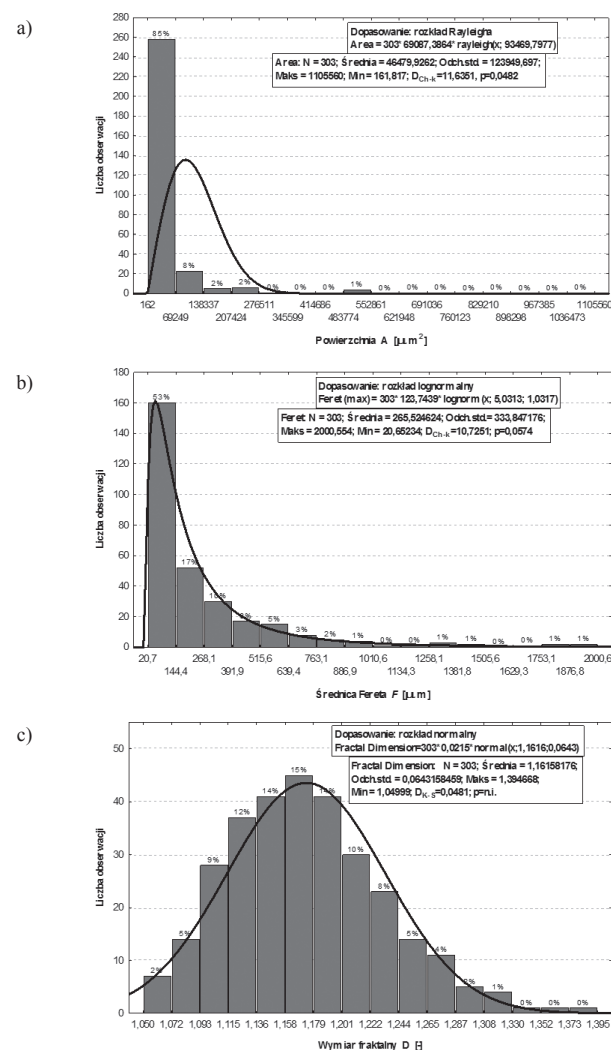
Cieczą, która wypełniała zbiornik do wysokości $H = D$ była woda destylowana ($\rho = 998$ [kg/m³], $\eta = 0,001$ [Pa·s]), fazę stałą stanowił kaolin – jego stężenie w zawiesinie wynosiło $c_m = 0,8$ [g/l]. Do cieczy mieszanej dodawano flokulant anionowy *Sokoflok 16* (SK16) w ilości $c_o = 2$ [ml/l].

Analizowano strukturę, wymiary i rozkład wielkości flokuł w różnych obszarach mieszalnika – w płaszczyznach nad i pod mieszadłem oraz

wysokości jego zawieszenia ($z = 1/2, 1, 3/2, \text{ i } 5/2 d$), przy odległości od osi aparatu $r = d$. Obraz pobranych próbek zawiesiny (Rys. 2a,b) rejestrowano za pomocą kamery cyfrowej *Olympus DP-10* i mikroskopu optycznego *Olympus BX-51*. Uzyskane w ten sposób zdjęcia analizowano z użyciem specjalistycznego pakietu do analizy obrazu *Image Pro Plus 5.1* [5].



Rys. 2. Przykładowe obrazy struktury flokuł powstających w mieszalniku a) mieszadło tarczowe *Rushtona* (RT) b) mieszadło turbinowe o łopatkach pochylonych (PBT), ($n = 300$ [1/min.], $z = d/2$, $c_m = 0,8$ [g/l], $c_o = 2$ [ml/l])



Rys. 3. Przykładowe rozkłady a) powierzchni, b) średnicy Fereta, c) wymiaru fraktalnego flokuł aproksymowane wybranymi rozkładami teoretycznymi (mieszadło turbinowe tarczowe *Rushtona* (RT), $n = 300$ [1/min.], $z = d$, $c_m = 0,8$ [g/l], $c_o = 2$ [ml/l])

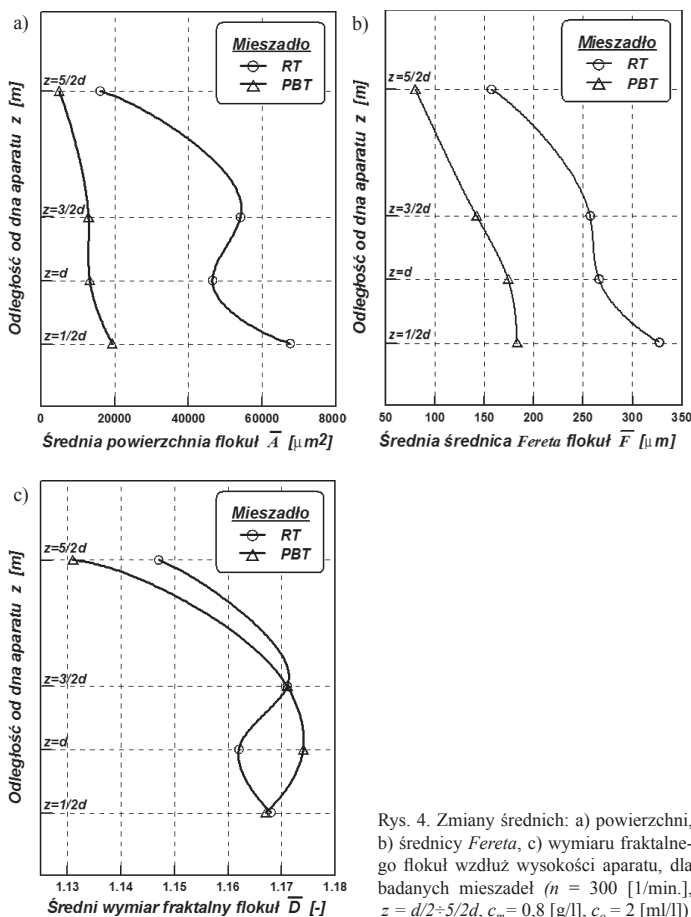
Wyznaczono istotne dla opisu procesu flokulacji średnie: powierzchnię flokuł \bar{A} , ich średnicę *Fereta* \bar{F} [5] oraz – określający stopień wypełnienia płaszczyzny przez aglomerat – wymiar fraktalny (pudełkowy) \bar{D} [6, 7].

Na podstawie uzyskanych danych pomiarowych tworzono (*Statistica* 9.0 [8]) empiryczne histogramy rozkładu analizowanych wielkości, aproksymując je dodatkowo za pomocą znanych, ciągłych rozkładów teoretycznych (Rys. 3). Miarami jakości dopasowania rozkładu do danych eksperymentalnych były wartości testów zgodności: *Kolmogorowa-Smirnowa* D_{K-S} (rozkłady symetryczne), *chi-kwadrat* D_{Ch-k} (rozkłady asymetryczne) oraz wartości komputerowego prawdopodobieństwa testowego p , porównywane z przyjętym poziomem istotności $\alpha = 0,05$ [8]. Dla badanych populacji flokuł obliczono ponadto podstawowe parametry statystyczne – średnią i odchylenie standardowe, także wartości minimalne, maksymalne i rozstęp. Wyznaczono również zależność opisującą funkcję gęstości oraz jej parametry charakterystyczne – współczynniki kształtu i skali.

Wyniki badań i wnioski

Na rys. 4 pokazano zmiany średnich wartości: powierzchni (Rys. 4a), średnicy *Fereta* (Rys. 4b) i wymiaru fraktalnego (Rys. 4c) flokuł na różnych poziomach wysokości aparatu, dla badanych mieszadeł.

Większe flokuły (aglomeraty o większej średniej powierzchni, średnicy *Fereta*), niezależnie od wysokości w mieszalniku powstają w aparacie z mieszadłem turbinowym tarczowym *Rushtona* (RT). Mieszadło to – w porównaniu z mieszadłem o łopatkach pochyłych (PBT) – generuje bowiem w mieszalniku silniejszą cyrkulację cieczy, większa jest również moc wnoszona przez nie do układu przy tej samej częstotliwości obrotów. Skutkiem tego jest intensywnie i równomiernie rozprowadzenie flokulanta w całej objętości mieszalnika i tworzeniem większych aglomeratów. Wyjątek stanowi natomiast porównanie wymiarów fraktalnych flokuł przy odległości od dna mieszalnika $z = d$ (Rys. 4c), gdzie ich większe wartości wyznaczono dla mieszadła o łopatkach pochyłych (PBT). W tym przypadku powstałe aglomeraty mimo mniejszej powierzchni i średnicy *Fereta* mają bardziej złożoną strukturę.



Rys. 4. Zmiany średnich: a) powierzchni, b) średnicy *Fereta*, c) wymiaru fraktalnego flokuł wzdłuż wysokości aparatu, dla badanych mieszadeł ($n = 300$ [1/min.], $z = d/2 \div 5/2d$, $c_m = 0,8$ [g/l], $c_o = 2$ [ml/l])

Rozkłady powierzchni i średnicy *Fereta* flokuł w mieszalniku cechuje wyraźna prawostronna asymetria i jednomodalność, z wartością modalną w dolnych klasach rozkładu. Charakteryzuje je ponadto stosunkowo szeroki rozstęp z nielicznymi elementami o dużych wartościach, znajdującymi się w przedziałach górnego zakresu histogramu. Występowanie tych elementów w populacji nie wpływa jednak znacząco na wartość jej średniej, widoczne jest natomiast w wielkości odchylenia standardowego.

Populację powierzchni flokuł opisano za pomocą ciągłego, jednoparametrowego rozkładu *Rayleigha* o funkcji gęstości:

$$f(A) = \frac{A}{b_1^2} e^{-\frac{A^2}{2b_1^2}} \quad (1)$$

wartości wyznaczonych współczynników skali b_1 dla różnych wysokości zawieszania mieszadła zestawiono w tab. 1.

Tab. 1. Wartości współczynnika skali (b_1) dla funkcji gęstości (1)

Mieszadło / z	1/2d	d	3/2d	5/2d
RT (b_1)	123110	93469	169300	28987
PBT (b_1)	26136	20325	32346	11733

Prawdopodobieństwo testowe dla tak dobranych rozkładów wynosi $p = 0,048 \div 0,112$, zaś wartości testu zgodności $D_{Ch-k} = 9,261 \div 12,245$.

Zmiany średnic *Fereta* flokuł aproksymowano ciągłym, dwuparametrowym rozkładem *logarytmiczno-normalnym* dla którego funkcja gęstości przyjmuje postać:

$$f(F) = \frac{1}{Fk_2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln F - b_2)^2}{2k_2^2}} \quad (2)$$

Tab. 2. Wartości współczynników: skali (b_2) i kształtu (k_2) dla funkcji gęstości (2)

Mieszadło / z	1/2d	d	3/2d	3/2d
RT (b_2, k_2)	5,246	1,092	5,031	1,031
PBT (b_2, k_2)	4,728	0,962	4,774	0,914

Prawdopodobieństwo testowe dobranych rozkładów $p = 0,057 \div 0,406$, a wartości testu zgodności $D_{Ch-k} = 2,904 \div 10,724$.

Rozkłady wymiarów fraktalnych flokuł w aparacie mają inny, bardziej symetryczny kształt. Modę dla populacji wyznaczono bliżej środka rozstępu histogramu, zaś aproksymację danych eksperymentalnych prowadzono z wykorzystaniem teoretycznego rozkładu *normalnego* (*Gausa*):

$$f(D) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(D-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

Tab. 3. Wartości średniej (μ) i odchylenia standardowego (σ) dla funkcji gęstości (3)

Mieszadło / z	1/2d	d	3/2d	5/2d
RT (μ, σ)	1,168	0,057	1,161	0,064
PBT (μ, σ)	1,166	0,061	1,173	0,056

Prawdopodobieństwa testowe w przypadku aproksymacji danych za pomocą rozkładu normalnego znacznie różni się od prawdopodobieństwa zakresu krytycznego ($p = n.i.$), a wartości testu zgodności wynoszą $D_{K-S} = 0,038 \div 0,07$.

Prezentowane w pracy wyniki badań, przedstawione w postaci empirycznych histogramów rozkładu wielkości flokuł, aproksymowanych dalej za pomocą ciągłych rozkładów teoretycznych mogą być praktycznie wykorzystane podczas projektowania i optymalizacji konstrukcji komór szybkiego mieszania i aparatów z mieszadłami, stosowanych w procesach oczyszczania wód powierzchniowych [1].

LITERATURA

- [1] A. L. Kowal, M. Świdzka-Bróz: *Oczyszczanie wody*. PWN, Warszawa 2005.
- [2] P. T. L. Koh, J. R. G. Andrews: *Int. J. Min. Proc.* **17**, 45 (1986).
- [3] D.H. Bache, E. Rasool: *Water Sci. Technol.* **53**, 103 (2006).
- [4] B. Jin P. Lant: *Chem. Eng. Sci.* **59**, 2379 (2004).
- [5] *Media Cybernetics: Image-Pro Plus Start-up Guide*. Media Cybernetics, Inc., Silver Spring 1993.
- [6] H. O. Peigen, H. Jurgens, D. Saube: *Granice chaosu Fraktale*. PWN, Warszawa 1997.
- [7] J. Kudrewicz: *Fraktale i chaos*. PWN, Warszawa 1993.
- [8] *StatSoft: Statistica – opis systemu*. StatSoft, Inc., Tulsa 2002.