

## Jerzy SKŁADZIEN, Janusz SZYMKÓW

e-mail: jerzy.składzien@pwr.wroc.pl

Zakład Aparatury Procesowej, Wydział Mechaniczno-Energetyczny, Politechnika Wrocławska, Wrocław

## Rozkład naprężeń w odwadnianych osadach filtracyjnych

## Wstęp

W pracy przedstawiono analizę procesu powstawania naprężeń w osadach filtracyjnych odwadnianych przez przedmuchiwanie powietrzem. Po procesie filtracji pory i przestrzenie międzyziarnowe osadu wypełnione są całkowicie przez filtrat, który jest w nich utrzymywany dzięki siłom kapilarnym. Odwadnianie osadu przez przedmuchiwanie polega na pokonaniu tych sił wywołanych napięciem powierzchniowym i zwilżalnością przez filtrat cząsteczek ciała stałego tworzących osad filtracyjny. Pory osadu mają różne wielkości, więc filtrat jest szybciej usuwany z porów o większym rozmiarze niż z porów małych. Z niektórych porów filtrat nie jest, w danych warunkach procesowych, w ogóle usuwany. W konsekwencji, wewnątrz osadu powstaje nierównomierny rozkład nasycenia filtratem. W porach znajdują się jednocześnie faza ciekła i gazowa. Ten rozkład nasycenia jest przyczyną powstawania wewnątrz osadu nierównomiernego rozkładu naprężeń, który jest z kolei przyczyną pęknięcia osadów. Pęknięcie osadów podczas odwadniania jest zjawiskiem niekorzystnym, gdyż zmniejsza ono efektywność samego odwadniania oraz operacji przemywania osadów filtracyjnych. Poznanie i zweryfikowanie mechanizmu pęknięcia osadów filtracyjnych powinno umożliwić takie prowadzenie operacji odwadniania, aby uniknąć lub ograniczyć zjawisko pęknięcia.

W pracy przedstawiono mechanizm i model geometryczno-fizyczny operacji odwadniania oraz wyjaśniono zjawisko powstawania nierównomiernego rozkładu naprężeń wewnątrz osadu.

## Model osadu i operacji odwadniania

Nasyceciem osadu cieczą  $S$  nazywamy stosunek objętości tej cieczy do objętości wszystkich porów osadu. Jako model geometryczny osadu filtracyjnego przyjęto [1] zwartą strukturę ziarnistą poprzeczaną krętymi kapilarami o zmiennej średnicy  $x$ , do których dołączone są boczne kanaliki o nasyceniu  $S_b$ , kończące się strefami martwymi o nasyceniu  $S_M$ . Statystyczny rozkład średnic kapilar opisany jest funkcją gęstości  $q(x)$ . Przed procesem odwadniania wszystkie kapilary wypełnione są całkowicie cieczą (filtratem) o napięciu powierzchniowym  $\gamma$ , kącie zwilżania cząstek ciała stałego  $\Theta$  i lepkości  $\eta$ . Ciśnienie filtracji oraz odwadniania wynosi  $P$ , czas odwadniania wynosi  $t$ . Na podstawie równania *Laplace-Younga* ( $P_k = 4\gamma \cos(\Theta)/x$ ) uzależniającego ciśnienie kapilarne -  $P_k$  od średnicy kapilary oraz równania *Hagen-Poiseuille'a*  $w = x^2(P - P_k)/(32\eta L)$  na szybkość jednostajnego przepływu cieczy przez kapilarę o długości  $L$  i średnicy  $x$ , można określić maksymalną średnicę kapilary, z której ciecz nie wypływa przy danym ciśnieniu odwadniania  $x_p$  oraz minimalną średnicę kapilary, która została całkowicie opróżniona  $x_o$  po czasie odwadniania  $t$ . Krętość kapilar wynosi  $\tau$ .

$$x_p = \frac{4\gamma \cos(\Theta)}{P}; \quad x_o(t) = \frac{x_p}{2} + \sqrt{\left(\frac{x_p}{2}\right)^2 + \frac{32\eta(L\tau)^2}{Pt}} \quad (1)$$

Średnica kapilary odwodnionej do wysokości  $h$  wynosi  $x(h, t)$ , czas opróżnienia kapilary o średnicy  $x$  wynosi  $t_o$ .

$$x(h, t) = \frac{x_p}{2} + \sqrt{\left(\frac{x_p}{2}\right)^2 + \frac{32\eta[\tau(L-h)]^2}{Pt}}; \quad t_o = \frac{32\eta(L\tau)^2}{Px^2 - 4x \cos(\Theta)} \quad (2)$$

Dla  $x > x_o$  ciecz jest porywana z kanałków bocznych (dyspergowana do strumienia gazu) i nasycenie cieczą tych kanałków  $S_b$  zmniejsza się

zgodnie z zależnością, której parametrem jest współczynnik dyspersji  $D_B$ :

$$\frac{dS_B(t-t_o)}{d(t-t_o)} = -D_B S_B(t-t_o) \quad \text{dla } t-t_o=0; S_B(t-t_o)=S_B \quad (3)$$

## Rozkład nasycenia osadu cieczą

Zaprezentowany model osadu filtracyjnego i operacji odwadniania pozwala wyznaczyć nasycenie osadu po dowolnym czasie odwadniania  $t$ , na określonej wysokości  $h$ . Zależność opisująca rozkład nasycenia osadu cieczą ma postać:

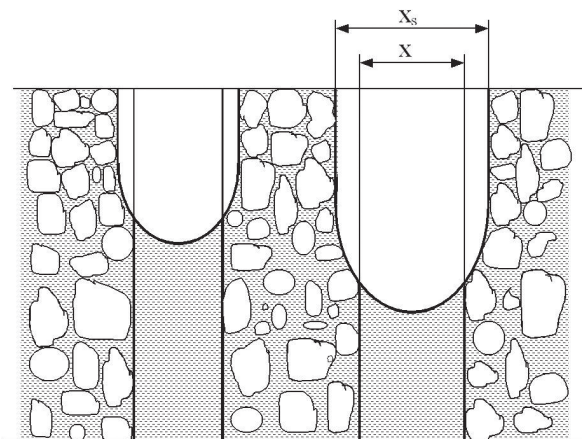
$$S(h, t) = (1 - S_M - S_B) \frac{\int_0^{x(h,t)} x^2 q(x) dx}{\int_0^\infty x^2 q(x) dx} - \Delta S_B(t) + S_M + S_B \quad (4)$$

gdzie  $\Delta S_B(t) = S_B \int_{x_o(t)}^\infty \exp[-D_B(t-t_o)] q(x) dx$

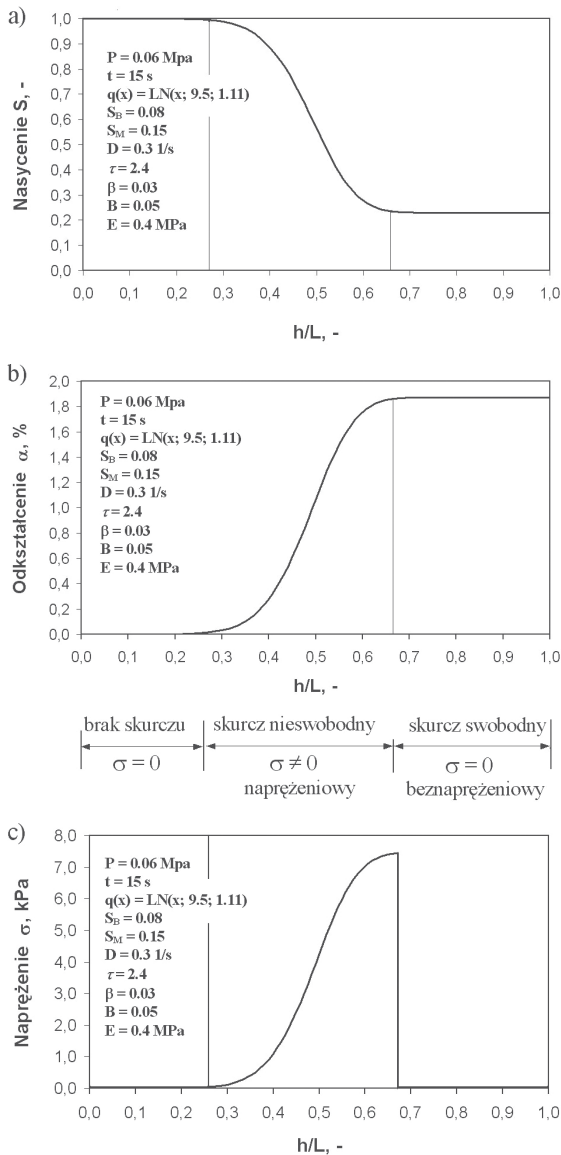
Rozkłady nasycenia cieczą osadu filtracyjnego dla różnych parametrów operacji odwadniania przedstawiono na rys. 2a i 3a.

## Odształcenia osadu podczas odwadniania

Mechanizm powstawania odształceń w osadzie przedstawiono na rys. 1. Zakładamy, że ściśliwy osad filtracyjny jest wstępnie skonsolidowany podczas procesu filtracji. Rozpatrujemy tylko odształcenia zachodzące wewnątrz struktury osadu wskutek odwadniania. Ciecz wypełniająca kapilarę przelotową wytwarza podciśnienie [2, 3] uniemożliwiające rozszerzenie się kapilar. Jeśli jednak ciecz zostanie usunięta z części lub całości kapilary wskutek odwadniania przez przedmuchiwanie powietrzem, to część lub cała kapilara ulegnie odształceniu i ekspansji. Zwiększenie średnicy kapilary opróżnionej z cieczy nastąpi w wyniku działania, wywołanych napięciem powierzchniowym, sił przyciągania pomiędzy cząsteczkami otaczającymi kapilarę przelotową (Rys. 1). W efekcie odwodnione kapilary podlegają ekspansji, a zwarta struktura ziarnista pomiędzy kapilarami przelotowymi podlega skurczeniu. Wewnątrz osadu powstaje nierównomierny rozkład odształceń. Zaprezentowany model osadu i mechanizm powstawania odształceń podczas odwadniania pozwalają na wyznaczenie tych rozkładów.



Rys. 1. Ekspansja odwadnianych kapilar i skurcz ziarnistej struktury osadu



Rys. 2. Rozkład nasycenia, odkształceń i naprężeń w odwadnianym osadzie

Wskutek skurczu otoczenia, średnica pojedynczej opróżnianej kapilary  $x_S$  zwiększa się w czasie do wielkości  $x_S = x(1 + \beta)$ , według zależności:

$$x_S = x \{1 + \beta[1 - \exp(-Bt)]\} \quad (5)$$

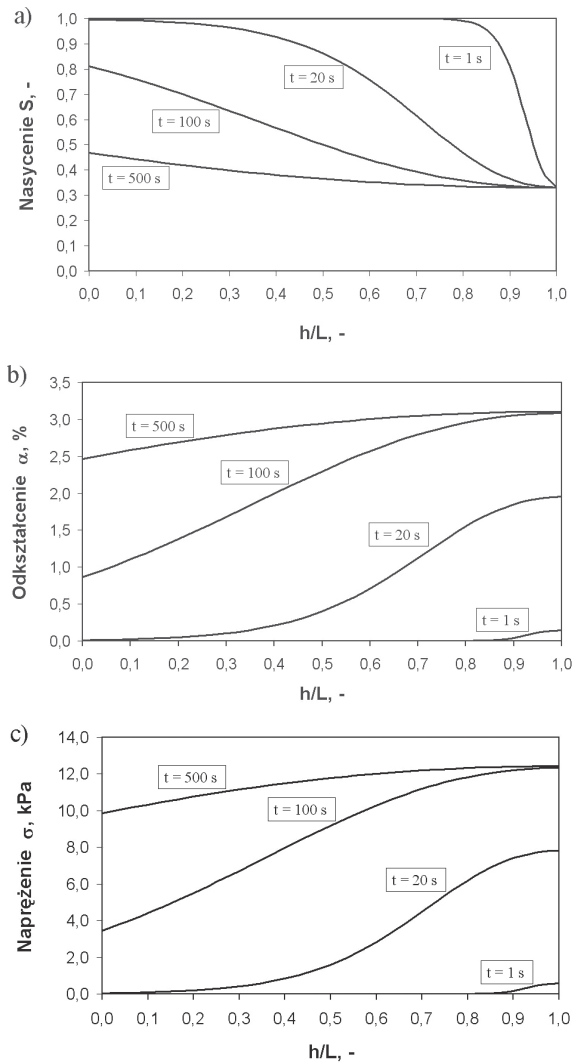
Współczynnik liniowej ekspansji kapilary  $\beta$  oraz stałą  $B$  szacuje się na podstawie eksperymentu. Sumaryczny, powierzchniowy skurcz osadu na powierzchni poziomego przekroju na wysokości  $h$ :

$$\alpha(h, t) = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \{ (1 + \beta[1 - \exp(-Bt)])^2 - 1 \} \left[ 1 - \frac{\int_0^{x(h,t)} x^2 q(x) dx}{\int_0^\infty x^2 q(x) dx} \right] \quad (6)$$

wyznacza rozkłady odkształceń w osadzie, rys. 2b i rys. 3b.

### Rozkład naprężeń w odwadnianym osadzie

Naprężenia w osadzie wywołane są odkształceniami struktury wewnętrznej osadu powstającymi wskutek istnienia nierównomiernego rozkładu wilgoci wewnątrz osadu. Naprężenia powstają jedynie w tych miejscach osadu gdzie występuje gradient nasycenia osadu cieczą.



Rys. 3. Ewolucja w czasie rozkładów nasycenia, odkształceń i naprężeń w odwadnianym osadzie filtracyjnym

Odkształcanie pustych, odwodnionych już kapilar nie generuje naprężeń. Naprężenia nie powstają również w miejscach, gdzie nie powstaje skurcz, czyli na powierzchniach całkowicie zapełnionych cieczą. Mechanizm powstawania rozkładu naprężeń zilustrowany jest na rys. 2c i 3c. Rozkład liniowych naprężeń w strukturze osadu filtracyjnego można wyznaczyć [2, 3] na podstawie powierzchniowego rozkładu naprężeń oraz modułu sprężystości  $E$ :

$$\sigma(h, t) = E \frac{\alpha(h, t)}{2} \quad (7)$$

Moduł sprężystości nie zależy od poziomu nasycenia osadu cieczą, ponieważ wpływ ten ujęty jest poprzez rozkłady odkształceń.

### Wnioski

W pracy zaprezentowano model osadu oraz operacji odwadniania osadów przez przedmuchiwanie powietrzem. Model pozwala na wyznaczenie przestrzennych i czasowych rozkładów odkształceń i naprężeń powstających wewnątrz osadu. Przekroczenie naprężeń granicznych może powodować pęknięcie osadu.

### LITERATURA

- [1] J. Składzień, J. Szymków: Inż. Ap. Chem. 45, nr 4s, 13 (2006).
- [2] Z. Glazer: Mechanika gruntów, Wyd. Geologiczne, Warszawa, 1985.
- [3] J. Malczewski: Mechanika materiałów sypkich, PW, Warszawa, 1994.