

Rafał RAKOCZY, Stanisław MASIUK, Marian KORDAS, Przemysław GRĄDZIK

e-mail: rrakoczy@zut.edu.pl

Wydział Technologii i Inżynierii Chemicznej, Zachodniopomorski Uniwersytet Techniczny, Szczecin

Zastosowanie analizy statystycznej w procesie formułowania modelu matematycznego oczyszczalni ścieków przemysłowych

Wstęp

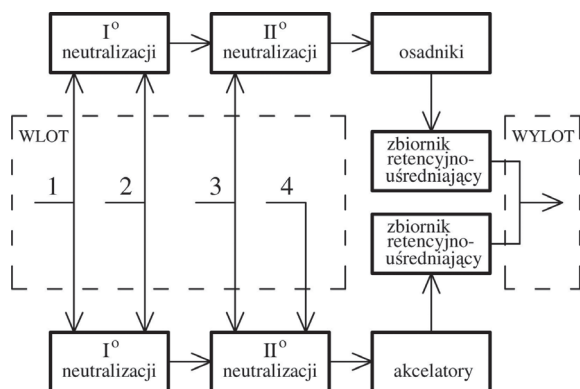
Zastosowanie modeli matematycznych jest nieodłącznym elementem na etapie projektowania oraz eksploatacji oczyszczalni ścieków. Poprawnie sformułowany opis matematyczny, pozwala na znaczną redukcję czasu przy testowaniu nowych rozwiązań technologicznych w realnie istniejących systemach oczyszczania ścieków przemysłowych. Model pozwala również na przeprowadzenie ekstrapolacji symulacyjnej w obszarze zmienności parametrów operacyjnych, znacznie przekraczających dopuszczalne warunki funkcjonowania. Największą zaletą modelowania matematycznego jest możliwość bezpiecznego i szybkiego testowania dowolnej liczby wariantów koncepcyjnych, konstrukcyjnych i operacyjnych [1].

Dostarczenie ścieków przemysłowych do oczyszczalni wiąże się z stochastyczną zmianą stężenia zanieczyszczeń w czasie. Traktując zmiany stężenia na wejściu i wyjściu z oczyszczalni ścieków, jako sygnały stacjonarne istnieje możliwość opracowania modelu matematycznego w oparciu o analizę korelacyjną oraz widmową [2, 3].

W prezentowanej pracy zostanie sformułowany opis matematyczny realnie funkcjonującej oczyszczalni ścieków. Do opracowania modelu matematycznego zostanie wykorzystana przemysłowa baza danych, zawierająca wartości stężeń różnego typu związków i ich parametrów fizykochemicznych w ścieku surowym i oczyszczonym. Proponowane podejście w oparciu o modelowanie typu „czarna skrzynka” może być z powodzeniem wykorzystywane w praktyce przemysłowej do zgrubnej oceny wpływu parametrów wejściowych, zarejestrowanych w ścieku wejściowym do oczyszczalni, na parametry wyjściowe. Umożliwia to przeprowadzenie analizy symulacyjnej, która może być wykorzystana w poszukiwaniu optymalnych warunków prowadzenia procesu oczyszczania ścieków przemysłowych.

Baza danych doświadczalnych

Eksperymentalna baza danych, składająca się z wartości stężeń różnego typu związków i ich parametrów fizykochemicznych w ścieku surowym i oczyszczonym została uzyskana z oczyszczalni ścieków funkcjonującego zakładu chemicznego produkującego nawozy nieorganiczne. W oczyszczalni ten proces redukcji zanieczyszczeń realizowany był metodą mechaniczno-chemiczną. Projektowa przepustowość oczyszczalni wynosi $216\ 000\ \text{m}^3 \cdot \text{doba}^{-1}$. Schemat ogólny oczyszczalni ścieków przedstawiono na rys. 1.



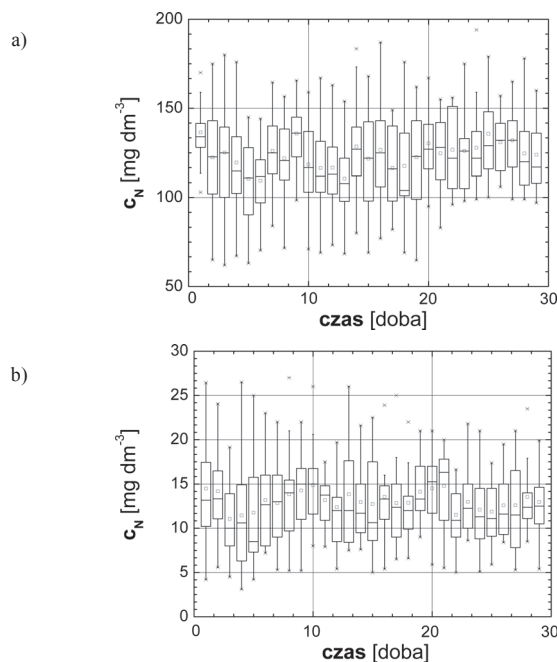
Rys. 1. Schemat ogólny oczyszczalni ścieków: 1 – ścieki z instalacji przemysłowej, 2 – ścieki komunalne, 3 – ścieki technologiczne, 4 – odcieki ze zakładów

Charakterystyka ścieku surowego i oczyszczonego

W skład ścieku surowego poddawanego procesowi oczyszczania wchodziły ścieki technologiczne generowane przez instalacje produkcyjne (cechowały się one niską wartością pH w granicach (~1–2,5); odcieki ze składowisk fosfogipsu i siarczanu żelaza ($\text{pH} < 7$); ścieki komunalno-bytowe oraz ścieki i odpady z firm zewnętrznych.

W ścieku surowym oraz oczyszczonym monitorowano stężenia: fosforu ogólnego, azotu amonowego, zawiesiny, ChZT, BZT oraz parametry fizykochemiczne (m.in. gęstość oraz pH). Analiza składu ścieków została oparta o odpowiednie znormalizowane metodyki pomiarowe.

Opracowanie modelu matematycznego procesu usuwania zanieczyszczeń zdecydowano się oprzeć na analizie sygnałów pomiarowych przedstawiających zmiany stężenia azotu amonowego na wlocie i wylocie z oczyszczalni ścieków. Zarejestrowane stężenia na wlocie i wylocie oczyszczalni ścieków zostały przedstawione odpowiednio na rys. 2a i 2b w formie dyskretnych realizacji.



Rys. 2. Przykładowe zarejestrowane zmiany stężenia azotu amonowego na wlocie (a) i wylocie (b) oczyszczalni ścieków

Opracowanie danych doświadczalnych

Obszerność eksperymentalnej bazy danych pozwoliła na zastosowanie techniki korelacyjnej i gęstości widmowej do opracowania modelu matematycznego oczyszczalni ścieków. Takie postępowanie jest popularne, ze względu na dość dobrze poznaną strategię optymalizacji, stosowaną do konstruowania modeli liniowych w oparciu o wspomniane techniki. Zastosowanie analizy korelacyjnej do opracowania eksperymentalnej bazy danych zostało szczegółowo omówione w pracach [4–6].

Technika korelacyjna jest bardzo często używana w celu otrzymania zgrubnego modelu matematycznego funkcjonujących urządzeń. Przeprowadzona symulacja w oparciu o uzyskany model może dać cenne

wskazówki do polepszenia jakości produktu, będącego wynikiem realizowanego procesu. Model matematyczny może być również zastosowany do optymalizacji procesu pod kątem energochłonności.

W przypadku, jeżeli uzyskane pomierzone sygnały procesowe są stochastycznie stacjonarne oraz ergodyczne wtedy można wyznaczyć estymatory funkcji autokorelacji i korelacji wzajemnej za pomocą następujących zależności:

$$R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(T-\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} [c^{\circ}(t)] [c^{\circ}(t+\tau)] dt \quad (1)$$

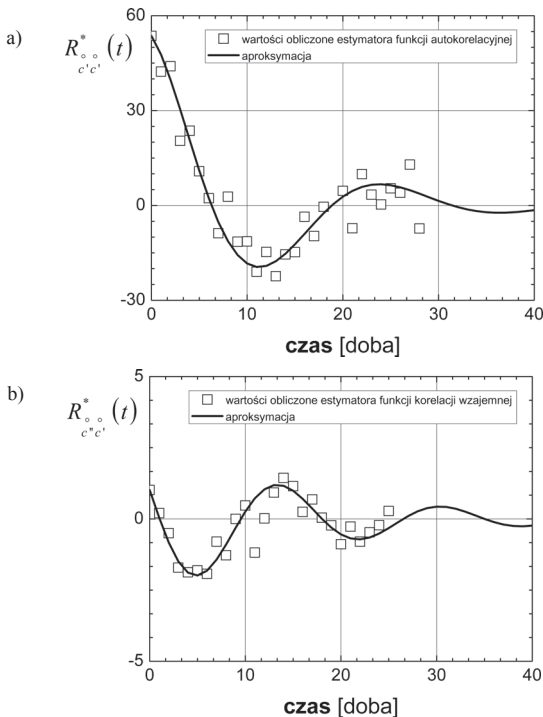
$$R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(T-\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} [c^{\circ}(t)] [c^{\circ}(t+\tau)] dt \quad (2)$$

$$R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(t)$$

gdzie:

- c° – scentrowane wartości stężenia dla ścieku surowego,
- c° – scentrowane wartości stężenia dla ścieku oczyszczonego,
- τ – odległość pomiędzy przekrojami czasowymi procesu stochastycznego,
- t – czas bieżący,
- T – czas całkowity analizowanego procesu.

Procedura wyznaczenia wartości estymatorów została przedstawiona szczegółowo w pracy [3]. Na rys. 3a i 3b przedstawiono odpowiednio obliczone wartości estymatorów funkcji autokorelacyjnej oraz korelacji wzajemnej a także obrazy graficzne zależności aproksymującej uzyskane rezultaty w formie linii ciągłej.



Rys. 3. Graficzne przedstawienie wyznaczonych estymatorów funkcji autokorelacyjnej dla ścieku surowego (a) i korelacji wzajemnej (b) wraz z aproksymacją

Uzyskane rezultaty aproksymowano za pomocą następujących zależności analitycznych:

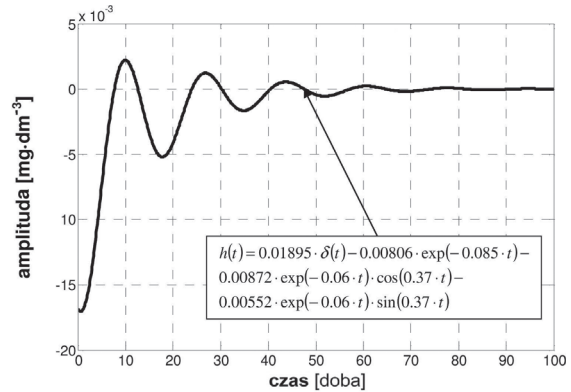
$$R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(\tau) = 53,62 \exp(-0,09\tau) \cos(0,25\tau) \quad (3)$$

$$R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(\tau) = [1,02 \cos(0,37\tau) + 2,51 \sin(0,37\tau)] \exp(-0,06\tau) \quad (4)$$

Wyznaczone funkcje korelacyjne $R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(\tau)$ i $R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(\tau)$ są ze sobą powiązane za pomocą całki spłotu wyrażonej w formie równania *Wienera-Hopfa* w następujący sposób:

$$R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(\tau) = \int_0^t h(t) R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(t-\tau) dt \quad (5)$$

Występująca w zależności (5) wielkość $h(t)$ oznacza impulsową charakterystykę dla dziedziny oryginałów. W przypadku prezentowanej analizy, charakterystyka ta oznacza odpowiedź oczyszczalni ścieków na zadany impuls w postaci zarejestrowanego na wejściu do niej zmian stężenia azotu amonowego. Wykorzystując pakiet obliczeniowy *Matlab* uzyskano obraz graficzny tej charakterystyki, który to przedstawiono na rys. 4. Na rysunku tym podano również postać analityczną uzyskanej charakterystyki impulsowej.



Rys. 4. Graficzne przedstawienie wyznaczonej impulsowej charakterystyki częstotliwościowej

Stosując odwrotną transformatę *Laplace'a* do uzyskanej charakterystyki impulsowej uzyskano model matematyczny analizowanej oczyszczalni ścieków w postaci następującego równania różniczkowego:

$$53,61 \frac{d^3 R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(\tau)}{d\tau^3} + 10,99 \frac{d^2 R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(\tau)}{d\tau^2} + 8,08 \frac{d R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(\tau)}{d\tau} + 0,64 R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(\tau) =$$

$$= 1,02 \frac{d^3 R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(\tau)}{d\tau^3} + 1,16 \frac{d^2 R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(\tau)}{d\tau^2} + 0,24 \frac{d R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(\tau)}{d\tau} + 0,069 R_{c^{\circ},c^{\circ}}^*(\tau) \quad (6)$$

Proponowany model matematyczny (6) jest słuszny tylko dla analizowanego procesu oczyszczania ścieków realizowanego w omawianej oczyszczalni ścieków. Proponowana analiza z powodzeniem może być wykonana dla innych oczyszczalni oraz innych związków usuwanych ze ścieku surowego.

Wnioski

Szczególne duże znaczenie w praktyce obliczeniowej ma symulacyjna analiza stacjonarnych procesów stochastycznych, których charakterystyki liczbowe są niezależne od czasu trwania realizacji lub mogą drgać wokół pewnych stałych średnich wartości o niskim poziomie energetycznym. Celem pracy było wykonanie analizy symulacyjnej bazy danych otrzymanych z procesu redukcji zanieczyszczeń ze ścieku surowego z uwzględnieniem wymienionych warunków. Wykorzystując zasadę ergodyczności, analizowaną bazę danych przedstawiono w sposób dogodny dla klasycznej analizy statystycznej, opartej na definicji estymatorów funkcji korelacyjnych. Uzyskane wartości zostały aproksymowane funkcjami ciągłymi, które pozwoliły na określenie stopnia statystycznej zależności pomiędzy poszczególnymi przekrojami procesu stochastycznego. Uzyskany model można zastosować do symulacji dynamicznego zachowania się oczyszczalni ścieków.

LITERATURA

- [1] S. Masiuk, J. Kawecka-Typek: Chem. Eng. Process. **143**, 91 (2004).
- [2] S. Masiuk, R. Rakoczy, V. Mizonov: Chem. Eng. J. **131**, 283 (2007).
- [3] S. Masiuk, R. Rakoczy, M. Kordas: Biochem. Eng. J. **40**, 79 (2008).
- [4] A. Papoulis: Probability random variables, stochastic processes. McGraw-Hill Inc., New York 1991.
- [5] P.Z. Peebles: Probability, random variables and random signal principles, McGraw-Hill, New York 1993.
- [6] W. A. Gardner: Introduction to random processes with applications to signals and systems, McMillan, New York 1986.