

Grzegorz MUSIELAK, Tomasz ŚLIWA

e-mail: grzegorz.musielak@put.poznan.pl

Zakład Inżynierii Procesowej, Wydział Technologii Chemicznej, Politechnika Poznańska, Poznań

## Modelowanie i symulacja numeryczna pęknięcia materiałów porowatych podczas procesu suszenia

### Wstęp

Podczas procesu suszenia materiałów kapilarno-porowatych maleje ich wilgotność, co pociąga za sobą skurcz materiałów. Jest to bezpośrednią przyczyną powstawania naprężeń suszarniczych wewnątrz materiału. Wielkość tych naprężeń zależy od metody suszenia oraz od warunków, w jakich przebiega proces. Problem ten jest dyskutowany w literaturze od wielu lat, przegląd prac na ten temat można znaleźć w pracy [1].

Naprężenia suszarnicze są szczególnie ważne dla jakości produktu, gdyż są, między innymi, przyczyną spękania materiału. Podczas procesu częściowo wysuszona powierzchnia się kurczy. Równocześnie wewnątrz materiału pozostaje ciągle wilgotnym i nie kurczy się. Powoduje to wystąpienie naprężeń rozciągających przy powierzchni oraz naprężeń ściskających we wnętrzu. Większość materiałów porowatych w niskim stanie zawilżenia jest krucha. Naprężenia rozciągające wraz z kruchością materiału są przyczyną powstawania pęknięć. Pierwsze mikroszczeliny pojawiają się w miejscach, gdzie naprężenia (lokalnie) przekraczają wytrzymałość materiału. Problem ten był omawiany w niewielkiej liczbie prac, przy czym ich autorzy zwykle porównywali naprężenia z granicą wytrzymałości i wnioskowali na temat możliwości pojawiania się zniszczenia materiału poprzez pęknięcie (patrz [2–6]). Prace te odpowiadają na pytanie, gdzie i kiedy mogą pojawić się pęknięcia, jednakże nie opisują wzrostu i łączenia się szczelin.

Generowaniu pęknięć poświęcone zostały dwie prace. W pracy [7] autorzy symulowali pojawianie się mikropęknięć. W tym celu zastosowali dyskretny model ośrodka. Na podstawie wypełnienia porów cieczą wyliczyli siły kapilarne w strukturze i porównali je z lokalną wytrzymałością, otrzymując miejsca mikropęknięć. Całe ciało suszone było sześcianiem o boku  $2 \cdot 10^{-6}$  m. Dlatego też praca nie opisuje generowania pęknięcia, a tylko powstawanie pierwszych mikroszczelin. Z kolei w pracy [8] autorzy byli zainteresowani wizualizacją powstawania szczelin. Wykorzystali model mieszany (model ciągły dla transportu masy i dyskretny dla zjawisk mechanicznych). Rozkład wilgotności obliczyli z równania dyfuzji. Następnie materiał przedstawili w postaci sieci czworokątów połączonych ze sobą za pomocą sprężyn. Wytrzymałość dla sprężyn została przyjęta w postaci maksymalnego wydłużenia.

Celem przedstawionej tutaj pracy jest zamodelowanie i symulacja numeryczna generowania pęknięć podczas procesu suszenia materiałów porowatych począwszy od inicjacji mikropęknięć, ich wzrostu aż do łączenia się w duże szczeliny. Zaproponowany model jest podobny do użytego w pracy [8]. Składa się z dwóch części: opisu zjawisk transportu oraz zjawisk mechanicznych. Równanie dyfuzji pozwala na wyznaczenie rozkładu wilgotności, a co za tym idzie, skurczu materiału. W modelu mechanicznym przyjmuje się, że materiał jest krucho-sprężysty. Materiał jest zamodelowany jako zbiór połączonych sprężystych cząsteczek. W pracy przedstawiono numeryczne rozwiązanie prostego, dwuwymiarowego przykładu początkowo-brzegowego. Ilustruje ono możliwą drogę inicjowania i rozrostu pęknięć suszarniczych materiału. Jako materiał modelowy przyjęto kaolin KOC.

### Model matematyczny

W pracy przyjęto, że dla badanych materiałów porowatych odkształcenia mechaniczne mają pomijalny wpływ na zjawiska transportu [9].

Przedstawiona symulacja dotyczy suszenia wierzchniej warstwy gliny. Dokładnie mówiąc zakłada się, że suszona jest nieskończona płyta, w sposób konwekcyjny, niesymetryczny (wyłącznie od góry). Dlatego też model omówiony poniżej został dostosowany do takiej geometrii.

### Opis transportu masy

Celem pracy jest przedstawienie zjawiska mechanicznego, dlatego też wykorzystany model transportu został maksymalnie uproszczony. Przyjęto, że zjawisko jest izotermiczne oraz że wilgotność materiału jest na tyle wysoka, że współczynnik dyfuzji masy  $D$  może być traktowany jako stały [10]. W takim przypadku, uwzględniając geometrię zagadnienia, otrzymano dobrze znane równanie dyfuzji masy w postaci:

$$\frac{\partial X}{\partial t} = D \frac{\partial^2 X}{\partial z^2} \quad (1)$$

gdzie  $X$  oznacza wilgotność materiału (stosunek masy wilgotności do masy suchej). Jednorodny warunek początkowy:

$$X|_{t=0} = X_0 \quad (2)$$

oznacza stałą początkową zawartość wilgotności w całej płycie.

Warunki brzegowe:

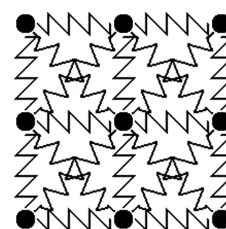
$$\frac{\partial X}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad D \frac{\partial X}{\partial z} \Big|_{z=h} = \alpha (X|_{z=h} - X_e) \quad (3)$$

opisują brak transportu masy na dolnej powierzchni oraz konwekcyjną wymianę masy na górnej powierzchni płyty.  $X_e$  jest wilgotnością równowagową materiału, natomiast współczynnik wymiany masy  $\alpha$  odpowiada za prędkość suszenia.

### Opis zjawisk mechanicznych

W celu zobrazowania zjawisk pęknięcia przyjmuje się, że materiał jest krucho-sprężysty. Oznacza to, że deformacje plastyczne i lepkie są w modelu pominięte. Ze względu na swoją naturę pęknięcie jest procesem trójwymiarowym, jednakże do jego pokazania wystarczy rozpatrywać zjawisko jako dwuwymiarowe. Dlatego też rozpatruje się część płyty o długości  $l$  w kierunku poziomym ( $x$ ) oraz o wysokości  $h$  (dwa wymiary). W pracy założono (warunki brzegowe), że dolna powierzchnia płyty jest przytwierdzona (nieruchoma), obie powierzchnie boczne mogą się odkształcać wyłącznie w kierunku pionowym (poziomo utwierdzone), natomiast górna powierzchnia płyty jest wolna od obciążeń zewnętrznych.

Mechaniczne zachowanie materiału opisuje model sieci małych cząsteczek materiału powiązanych ze sobą za pomocą sprężyn. Początkowo wszystkie cząsteczki są umieszczone w wierzchołkach prostokątów o wymiarach  $\delta_x \times \delta_y \times \delta_z$ , tworzących siatkę. W prezentowanym, dwuwymiarowym modelu każda cząstka jest połączona z ośmioma



Rys. 1. Schemat połączeń sprężystych pomiędzy cząstkami

sąsiednimi za pomocą sprężynek, jak przedstawiono na rys. 1. Podczas suszenia długość swobodna sprężynek maleje ze względu na skurcz materiału. Wszystkie sprężynki są opisane w modelu przez dwa parametry: stałą sprężyny  $k$  oraz siłę krytyczną  $F_{cr}$  (zrywającą sprężynkę). Te dwa parametry wylicza się na podstawie modułu Younga  $E$  oraz wytrzymałości materiału  $\sigma_{cr}$ :

$$k = \frac{\delta_x \delta_y}{2\delta_z} E(X) \quad \text{i} \quad F_{cr} = \delta_x \delta_y \sigma_{cr}(X) \quad (4)$$

Ponieważ otrzymane funkcje są gładkimi funkcjami zawartości wilgoci  $X$  wprowadzono dodatkowo rozrzut normalny stałej sprężyny  $k$  oraz siły krytycznej  $F_{cr}$  w celu oddania losowego charakteru powstawania pęknięć.

Niejednorodność zmiany długości sprężynek powodują pojawianie się w nich sił. Można je wyliczyć korzystając z pierwszej zasady dynamiki Newtona: suma sił działających na cząsteczkę wynosi zero:

$$\sum_{j=1}^8 F_j = 0 \quad (5)$$

Dla  $n$  cząstek otrzymuje się  $2n$  nieliniowych równań, które pozwalają wyznaczyć położenie cząstek oraz działające w nich siły. Jeżeli siła w sprężynce przekroczy jej wytrzymałość to sprężynka pęka, co oznacza powstanie mikropęknięcia. Każde takie mikropęknięcie powoduje zmianę sieci stanowiąc karb wewnątrz materiału. Jest to przyczyną koncentracji naprężeń [11,12], która prowadzi do dalszego pęknięcia materiału.

#### Dane eksperymentalne

Rozpatrujemy suszenie fragmentu płyty o wysokości  $h = 0,05$  m i o długości  $l = 0,1$  m. Przyjmujemy siatkę sześcienną o wymiarach  $\delta_x = \delta_y = \delta_z = 0,001$  m.

Jako materiał przyjmujemy kaolin KOC, dla którego współczynnik dyfuzji wynosi  $D = 1,5e-7 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  [10]. Początkową i równowagową wilgotność przyjmujemy odpowiednio  $X_0 = 0,4$  i  $X_e = 0,0079$ .

Dla celów niniejszej pracy wyznaczono wydłużenie  $\varepsilon$  kaolinu w funkcji wilgotności w postaci:

$$\varepsilon = \begin{cases} 0 & \text{dla } X < X_{cr} \\ a(X - X_{cr}) & \text{dla } X > X_{cr} \end{cases} \quad (6)$$

gdzie  $a = 0,4277$  i  $X_{cr} = 0,2392 \text{ kg/kg}$ . Zależności modułu Younga  $E$  oraz wytrzymałości materiału  $\sigma_{cr}$  aproksymowano krzywymi postaci:

$$E(X), \quad \sigma_{cr}(X) = A \{1 - [1 - \exp(-BC)]^C\}, \quad (7)$$

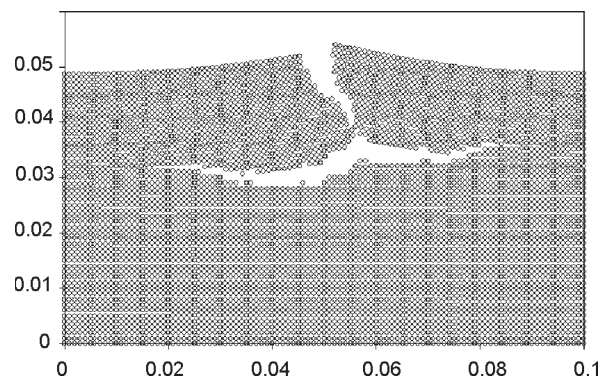
na podstawie wyników zamieszczonych w [13, 14]. Wartości stałych  $A, B, C$  umieszczono w tabeli 1.

Tab. 1. Wartości stałych w równaniach (7)

	A	B	C
moduł Younga $E$	1,1e+8	25,0	1000,0
wytrzymałość materiału $\sigma_{cr}$	1,0e+6	25,0	1000,0

#### Wyniki symulacji numerycznej

Wykonano kilka symulacji numerycznych dla różnych szybkości suszenia. Wyniki wszystkich pokazały, że pęknięcie rozpoczyna się na powierzchni materiału. Pojawienie się w tym miejscu pierwszej mikroszczeliny powodowało automatycznie spiętrzenie naprężeń, czego wynikiem był natychmiastowy wzrost szczeliny w kierunku prostopadłym do powierzchni, aż do w pełni mokrego materiału. W wyniku przemieszczenia materiału następowało równocześnie zmniejszenie wielkości naprężeń na jego powierzchni. W efekcie wzrost szczeliny zatrzymywał się. Po krótkim czasie dalsze suszenie powodowało ponowny wzrost naprężeń i dalsze, skokowe przyrosty pęknięcia. Rozwarcie szczeliny, szczególnie przy powierzchni materiału, było przyczyną uwolnienia ruchu w kierunku pionowym, a w rezultacie tego pojawiało się zginanie wierzchniej warstwy. To z kolei dawało w efekcie odrywanie materiału



Rys. 2. Rozmieszczenie cząstek materiału po 383 s wolnego suszenia

i przyrost pęknięcia w kierunku równoległym do powierzchni.

Na rysunku 2 przedstawiono rozmieszczenie cząstek materiału po 383 s powolnego suszenia. Wyraźnie widać powstałą w wyniku suszenia szczelinę. Składa się ona z wcześniej wspomnianych pęknięć: początkowego – prostopadłego do powierzchni materiału oraz dwóch późniejszych – równoległych do tej powierzchni. Na rysunku obserwujemy zginanie górnej warstwy materiału.

Szczegółowa analiza pozwala zauważyć mikropęknięcia bezpośrednio przed czubkiem głównej szczeliny. Z lewej i prawej strony widać również obniżenie powierzchni materiału spowodowane jego skurczem w kierunku pionowym.

#### Wnioski

W pracy zaproponowano prosty model opisujący pęknięcie materiałów porowatych podczas suszenia. Pomimo znaczących uproszczeń model dobrze oddaje zarówno inicjowanie mikropęknięć jak też rozrost szczelin podczas procesu. Przeprowadzone symulacje pokazały, że pęknięcie rozpoczyna się na powierzchni materiału. Następnie szczelina skokowo rośnie na skutek koncentracji naprężeń, oddzierania materiału oraz dołączania mikroszczelin powstających bezpośrednio przed czubkiem głównej szczeliny.

#### LITERATURA

- [1] M.E. Katekawa M.A. Silva: Drying Technology, **24**, 5 (2007).
- [2] J.R. Hammerze: Transactions ASAE, **15**, nr 5, 960 (1972).
- [3] R. Pęczalski, P. Laurent, J. Andrieu, J.C. Boyer, M. Boivin: Drying Technology, **14**, 333 (1996).
- [4] F. Augier, W.J. Coumans, A. Hugget, E.F. Kaasschieter: Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Drying Symposium, Noordwijkerhout, The Netherlands, 28-31 August 2000, paper No. 290, (2000).
- [5] G. Musielak: Drying Technology, **18**, nr 8, 1645 (2001).
- [6] S.J. Kowalski, A. Rybicki: Drying Technology, **27**, 863-869 (2009).
- [7] A. Kharaghani, T. Metzger, E. Tsotsas: Proceedings of the 16<sup>th</sup> International Drying Symposium IDS2008, s. 440, Hyderabad, India, 9-12 November 2008.
- [8] K. Aoki, N.H. Dong, T. Kaneko: Electronics and Communications in Japan, Part 3, **90**, nr 5, 50 (2007).
- [9] G. Musielak: Modelowanie i symulacja numeryczna zjawisk transportu oraz naprężeń suszarniczych w materiałach kapilarno-porowatych, rozprawa habilitacyjna, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej (2004).
- [10] G. Musielak, A. Kieca: Chem. and Process Eng., **30**, nr 2, 231 (2009).
- [11] S.J. Kowalski, G. Musielak, A. Rybicki: Studia Geotechnica et Mechanica, **18**, nr 1-2, 3 (1996).
- [12] S.J. Kowalski, G. Musielak, A. Rybicki: Studia Geotechnica et Mechanica, **18**, nr 3-4, 19 (1996).
- [13] J. Banaszak, G. Musielak: Proceedings of the XII Polish Drying Symposium, Łódź, 14-16 September 2009, 141 (2009).
- [14] G. Musielak, A. Bródka, M. Błaż: Proceedings of the XII Polish Drying Symposium, Łódź, 14-16 September 2009, 289 (2009).

Niniejsza praca została wykonana w ramach projektu badawczego nr N N208 020434, finansowanego przez MNiSW.