

Magdalena PIASECKA¹, Sylwia HOŻEJOWSKA², Beata MACIEJEWSKA²

e-mail: tpmj@tu.kielce.pl

¹Katedra Mechaniki, Wydział Mechatroniki i Budowy Maszyn, Politechnika Świętokrzyska, Kielce²Katedra Matematyki, Wydział Zarządzania i Modelowania Komputerowego, Politechnika Świętokrzyska, Kielce

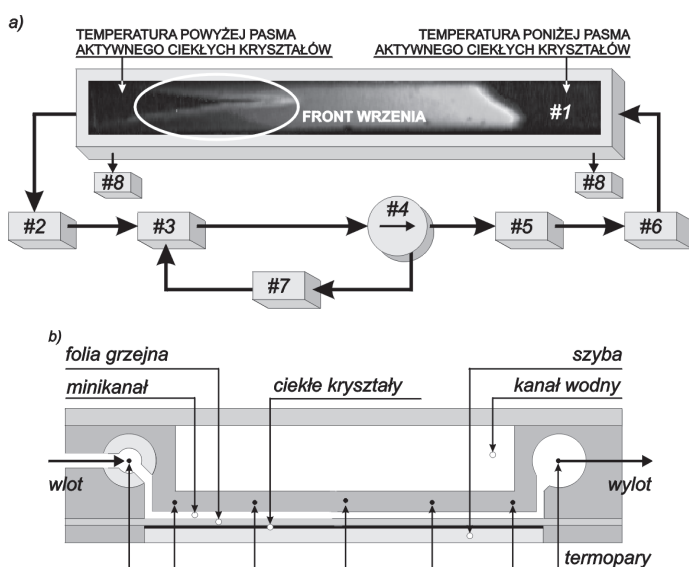
Współczynnik przejmowania ciepła przy wrzeniu w minikanale – badania doświadczalne i metody obliczeniowe z wykorzystaniem funkcji Trefftza

Wstęp

Postęp technologiczny generuje ciągły wzrost wymagań energetycznych przy jednoczesnej tendencji do miniaturyzacji nowoczesnych urządzeń. Zastosowanie minikanalów jest coraz szerzej badane ze względu na ogromny potencjał do przetwarzania strumieni ciepła o dużych gęstościach. Jednoczesne spełnienie przeciwstawnych wymagań, tj. uzyskanie możliwie dużego strumienia ciepła przy małej różnicy temperatur między powierzchnią grzejną i cieczą nasyconą, dla małych wymiarów układu wymiany ciepła, jest możliwe dzięki towarzyszącej wrzeniu zmianie fazy czynnika.

Badania eksperymentalne

Schemat układu przepływowego stanowiska badawczego pokazano na rys. 1a. Najważniejszą jego część stanowi moduł pomiarowy z minikanalem (Rys. 1b), przez który przepływa płyn chłodniczy. W prezentowanych rozważaniach wykorzystano wyniki badań dla minikanalu o głębokości 1,5 mm oraz szerokości 40 mm, przy zastosowaniu czynnika R-123. Jedną ze ścian kanału stanowi folia grzejna zasilana prądem stałym o regulowanym natężeniu. Rozkład temperatury na jej zewnętrznej powierzchni wyznaczony jest na podstawie rozkładu barwy (na folię naniesiono warstwę ciekłych kryształów, powierzchnia obserwowana jest przez przesłonięty szybą otwór). Kanały pomocnicze w tylnej pokrywie modułu, w tym wodny, umożliwiają regulację temperatury na powierzchni minikanalu, uznawanej za quasi-adiabatyczną. Stanowisko jest wyposażone w: układ akwizycji i przetwarzania danych i obrazów kolorowych (światłówki emitujące zimne światło białe, kamera wideo, magnetowid, komputer z kartą akwizycji obrazu) oraz stację akwizycji danych pomiarowych [1, 2]. Badania muszą zostać poprzedzone wykonaniem kalibracji barwy folii względem odpowiadającej jej temperatury [3].



Rys. 1. Schematy: a) układu przepływowego stanowiska, #1 – moduł pomiarowy, #2, #6, #7 – wymienniki ciepła, #3 – zbiornik wyrównawczy, #5 – rotometry, #8 – przetworniki ciśnienia; b) modułu pomiarowego

W każdej serii badań eksperymentalnych zwiększany jest stopniowo strumień ciepła na powierzchni grzejnej poprzez regulację mocy grzejnej doprowadzanej do grzejnika. Celem jest wywołanie inicjacji wrzenia i zaobserwowanie tzw. *frontu wrzenia*, gdy po wzroście temperatury powierzchni przy zadanym stałym strumieniu ciepła, następuje nagły jej spadek (obraz powierzchni na rys. 1a, #1).

Model dwuwymiarowy

Ustalone temperatury folii grzejnej $T_F(x,y)$ oraz przegrody szklanej $T_G(x,y)$ spełniają odpowiednio równania:

$$\nabla^2 T_G = 0 \quad (x,y) \in \Omega_G \quad (1)$$

$$\nabla^2 T_F = -\frac{q_v}{\lambda_F} \quad (x,y) \in \Omega_F \quad (2)$$

gdzie: $\Omega_G = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2: 0 < x < L, 0 < y < \delta_G\}$,

$$\Omega_F = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2: 0 < x < L, \delta_G < y < \delta_G + \delta_F\}.$$

gdzie: q_v – objętościowy strumień ciepła, λ – współczynnik przewodzenia ciepła, δ – grubość, L – długość folii, x – kierunek zgodny z kierunkiem przepływu, y – normalny do kierunku przepływu, indeks F odnosi się do folii, a G – do przegrody szklanej.

Ponadto na styku folia – szkło przyjęte zostały warunki:

$$T_F(x_k, \delta_G) = T_G(x_k, \delta_G) = T_k \quad \text{dla } k = 1, 2, \dots, K, \quad (3)$$

$$-\lambda_F \frac{\partial T_F}{\partial y} = -\lambda_G \frac{\partial T_G}{\partial y} \quad \text{dla } y = \delta_G \text{ i } 0 < x < L \quad (4)$$

T_k oznacza pomiary temperatury w punktach pomiarowych x_k . Na pozostałych brzegach zakłada się izolację [2]. Postawione zagadnienie rozwiązywane jest za pomocą funkcji Trefftza (T -funkcji) $v_n(x,y)$, które spełniają dokładnie równanie Laplace'a (1). Własności T -funkcji podane są szerzej w [4].

Metoda funkcji Trefftza

Nieznana temperatura przegrody szklanej $T_G(x,y)$ oraz folii $T_F(x,y)$ aproksymowana jest kombinacją liniową T -funkcji $v_n(x,y)$

$$a) T_G(x,y) \approx \sum_{i=0}^N a_i v_i(x,y), \quad b) T_F(x,y) \approx u(x,y) + \sum_{j=0}^M b_j v_j(x,y) \quad (5)$$

gdzie $u(x,y)$ jest rozwiązaniem szczególnym równania (2).

Nieznane współczynniki a_i i b_j wylicza się minimalizując funkcjonały błędu właściwe dla każdej z funkcji $T_G(x,y)$ oraz $T_F(x,y)$. Funkcjonały te wyrażają błąd średniokwadratowy, z jakim aproksymaty temperatur spełniają podane warunki brzegowe [2].

Metoda elementów skończonych z wykorzystaniem T -funkcji (MEST)

Sposób wyznaczenia rozwiązania równania (1) jest uogólnieniem metody zaprezentowanej w pracy [4]. W celu rozwiązania zagadnienia obszaru Ω_G podzielono na J prostokątnych elementów Ω_G^j . W pierwszym kroku wyznaczane są funkcje bazowe odpowiednie dla elementu Ω_G^j . Rozwiązanie przybliżone równania (1) w każdym z elementów Ω_G^j ma postać

$$\tilde{T}_G^j(x,y) = \sum_{n=1}^N A_{jn} v_n(\hat{x}, \hat{y}) \quad (6)$$

gdzie $\hat{x} = x - x_{0j}$, $\hat{y} = y - y_{0j}$, (x_{0j}, y_{0j}) – dowolny punkt należący do Ω_G^j , A_{jn} – współczynniki, które należy wyznaczyć. Zakładając, że znane są

temperatury \tilde{T}_G^{jk} w węzłach elementu Ω_G^j wyznacza się stałe A_{jn} rozwiązując układ równań:

$$\tilde{T}_G^j(x_k, y_k) = \tilde{T}_G^j = \sum_{n=1}^N A_{jn} v_n(\hat{x}_k, \hat{y}_k) \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

stąd

$$A_{jn} = \sum_{k=1}^N V_{nk} \tilde{T}_G^{jk} \quad (8)$$

Podstawiając (8) do (6) otrzymano funkcje bazowe odpowiednie dla elementu Ω_G^j : $\varphi_{jk}(x, y) = \sum_{n=1}^N V_{nk} v_n(\hat{x}, \hat{y})$. Funkcje te spełniają równanie (1). Temperaturę w każdym elemencie Ω_G^j przedstawia się jako kombinację liniową funkcji bazowych φ_{jk}

$$\tilde{T}_G^j(x, y) = \sum_{k=1}^{lw} \varphi_{jk}(x, y) \tilde{T}_G^n \quad (9)$$

gdzie: j oznacza numer elementu, lw – liczbę węzłów w elemencie, k – numer węzła w j -tym elemencie, n – numer węzła w całym obszarze Ω_G . Nieznane współczynniki \tilde{T}_G^n kombinacji liniowej (9) wyznacza się minimalizując funkcjonal \tilde{J}_G , który wyraża błąd dopasowania aproksymaty do zadanych warunków brzegowych oraz różnicę pomiędzy strumieniem ciepła wypływającym z elementu, a wpływającym do sąsiedniego elementu [4].

W sposób analogiczny wyznacza się temperaturę folii. W obu metodach w pierwszej kolejności wyznaczana jest temperatura przegrody szklanej $T_G(x, \delta_G)$ (z rozwiązania zagadnienia prostego), a następnie temperatura folii $T_f(x, \delta_G)$ (z rozwiązania zagadnienia odwrotnego). Znajomość rozkładu temperatury folii pozwala wyznaczyć lokalne współczynniki przyjmowania ciepła na styku folia grzejna – ciecz z warunkami:

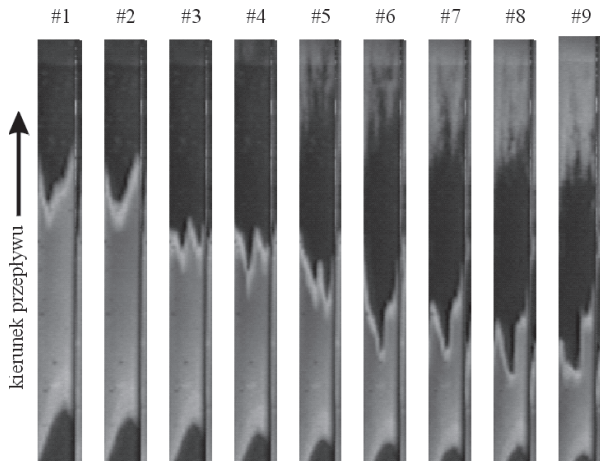
$$-\lambda_f \frac{\partial T_f(x, \delta_G + \delta_f)}{\partial y} = \alpha(x) [T_f(x, \delta_G + \delta_f) - T_p(x)] \quad (10)$$

gdzie α jest poszukiwanym współczynnikiem przyjmowania ciepła, zaś $T_p(x)$ temperaturą płynu, przybliżaną liniowo na całej długości minikanalu.

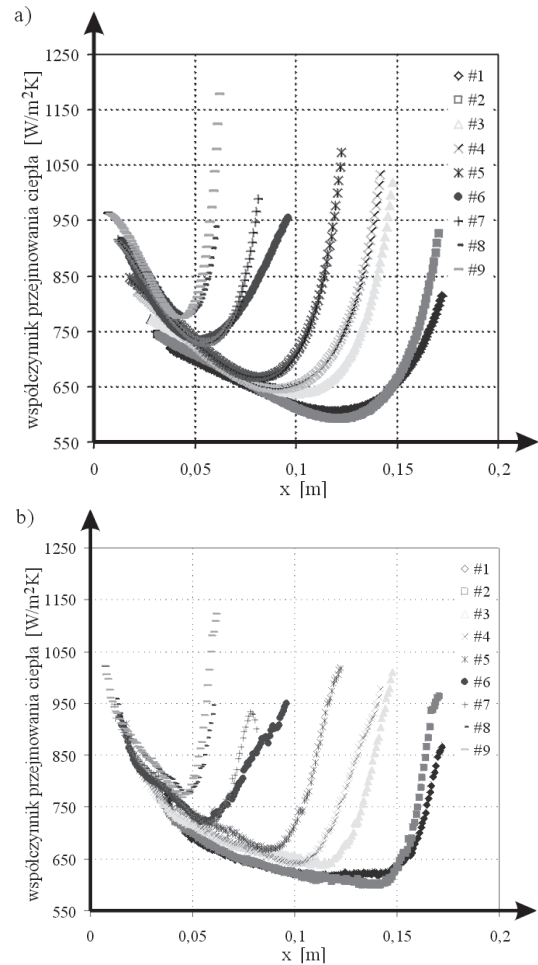
Prezentacja i omówienie wyników

Na rys. 2 pokazano obrazy folii grzejnej zarejestrowane podczas serii pomiarowej przy zwiększaniu dostarczanego strumienia ciepła.

W metodzie funkcji *Treffitza* użyto do aproksymacji temperatury przegrody szklanej i folii dziesięciu T -funkcji, zaś w MEST użyto czterech T -funkcji: 1, x, y, xy . Jako rozwiązanie szczegółowe równania (2) przyjęto w obu metodach funkcję $u(x, y) = -0,5q_v \lambda_r^{-1} y^2$. W obszarze Ω_G wprowadza się siatkę prostokątną równoległą do osi układu współrzędnych i składającą się z 3264 węzłów. W każdym elemencie Ω_G^j obrany został układ czterech węzłów położonych w wierzchołkach elementu.



Rys. 2. Obrazy rozkładu temperatury folii grzejnej przy danych eksperymentalnych: głębokość minikanalu 0,0015 m, prędkość przepływu cieczy 0,15 m/s; liczba Reynoldsa 343; ciśnienie cieczy na wlocie do kanału 296 kPa, objętościowy strumień ciepła dostarczany do powierzchni grzejnej: od $2,4 \cdot 10^4$ (#1) do $3,4 \cdot 10^5$ kW/m² (#9)



Rys. 3. Współczynnik przyjmowania ciepła w funkcji odległości od wlotu do minikanalu otrzymany: a) metodą *Treffitza*, b) metodą MEST

Lokalne współczynniki przyjmowania w funkcji odległości od wlotu do minikanalu, otrzymane metodą funkcji *Treffitza* (a) oraz metodą MEST (b) przedstawiono na rys. 3.

Wnioski

Przy inicjacji wrzenia w minikanale dochodzi do znacznej intensyfikacji procesu wymiany ciepła, obserwowanej jako skokowy wzrost wartości współczynnika przyjmowania ciepła. Inicjację wrzenia obserwuje się jako front wrzenia, przesuwający się w kierunku przeciwnym do kierunku przepływu, przy wzroście strumienia ciepła. Zjawisko zaobserwowano dzięki zastosowaniu termografii ciekłokrystalicznej do detekcji temperatury na powierzchni grzejnika.

Otrzymane aproksymaty temperatury szkła i folii spełniają dokładnie odpowiednie równania różniczkowe (1) i (2). Warunki brzegowe w pierwszej metodzie spełnione są w sposób przybliżony, natomiast w MEST warunek (3a) spełniony jest dokładnie. Wyniki otrzymane dwiema metodami różnią się nieznacznie (Rys. 3), mimo że w MEST wykorzystano tylko cztery T -funkcje, a w metodzie *Treffitza* dziesięć T -funkcji. Metoda MEST daje wyższe wartości współczynnika przyjmowania ciepła na wlocie do kanału (Rys. 3b), ponieważ „szybciej” reaguje na wzrost temperatury folii.

LITERATURA

[1] M. Piasecka: Inż. Ap. Chem. 48, nr 6, 146 (2009).
 [2] S. Hożejowska, M. Piasecka M., M.E. Poniewski: Int. J. of Thermal Sciences 48, No. 6 (2009).
 [3] M. Piasecka, M.E. Poniewski: Politechnika Warszawska, Szkoła Nauk Techn. i Społ. w Płocku, praca zb. pod red. W. Suheckiego, 2008.
 [4] M. Ciałkowski, A. Frackowiak: Funkcje cieplne i ich zastosowanie do rozwiązywania zagadnień przewodzenia ciepła i mechaniki, WPP, Poznań.