

Tomasz KILJAŃSKI

e-mail: kiljan@wipos.p.lodz.pl

Katedra Inżynierii Chemicznej, Wydział Inżynierii Procesowej i Ochrony Środowiska, Politechnika Łódzka, Łódź

Zastosowanie pomiarów lepkości do kontroli i sterowania reaktorem przepływowym

Wstęp

Własności reologiczne substancji podlegającej przetwórstwu, określające jej zachowanie podczas przepływu, zależą od składu i struktury substancji, która zmienia się podczas procesu przetwórstwa. Każde odchylenie od prawidłowego przebiegu procesu wywołuje zmianę składu substancji, a przez to zmianę tych własności. Takie zmiany odbiegające od normy przewidzianej dla danego procesu stanowią więc sygnał informujący o wystąpieniu zakłóceń. Z tego powodu pomiary własności reologicznych przetwarzanej substancji wykorzystuje się do kontroli przebiegu procesów [1–4]. Metoda pomiarowa stosowana do kontroli procesu może być również wykorzystywana do sterowania.

W najprostszym przypadku płynu newtonowskiego jedyną własnością reologiczną jest lepkość, niezależna od warunków przepływu. Większość jednak płynów spotykanych w procesach technologii chemicznej czy w przetwórstwie żywności to płyny nienewtonowskie, których lepkość zależy od tych warunków. Wyznaczenie pełnej charakterystyki lepkościowej, czyli krzywej płynięcia – pomiar wielopunktowy – daje w takim wypadku znacznie więcej informacji o stanie przetwarzanej substancji, niż pomiar lepkości przy jednej określonej szybkości ścinania, zajmuje jednak więcej czasu. Dlatego do sterowania wygodniej jest stosować jednopunktowy pomiar lepkości, choć daje on mniej informacji o strukturze badanej substancji. Jest jednak bardzo szybki, co jest cenną zaletą przy sterowaniu procesem. W dalszych rozważaniach przyjmujemy więc, że wynikiem pomiaru jest lepkość określona tylko przy jednej, wybranej szybkości ścinania. Podczas sterowania istotne jest również, kiedy wykonać pomiar kontrolny, aby uzyskać wiarygodną informację o skutkach zastosowanego bodźca regulacyjnego.

Jedną z możliwości przywrócenia przebiegu reakcji do stanu prawidłowego jest dodanie któregoś z substratów. Sposób zrealizowania tego zabiegu i kontroli jego efektu decyduje o skuteczności sterowania procesem. O stopniu złożoności odpowiedzi reaktora na sygnały wejściowe decyduje przede wszystkim charakter zachodzącej w nim reakcji i sposób jego pracy. W dalszych rozważaniach założymy że ma miejsce reakcja pierwszego rzędu w reaktorze przepływowym z doskonałym mieszaniem. Również dynamika samego reometru ma wpływ na rejestrowaną odpowiedź układu.

Opis dynamiki obiektu reprezentowanej przez zmiany wielkości wyjściowej pod wpływem zmian wielkości wejściowej jest znacznie ułatwiony przez zastosowanie przekształcenia Laplace'a. Jeśli jest dana funkcja czasu $f(t)$, to można jej przyporządkować pewną funkcję zmiennej zespolonej $F(s)$ wg zależności

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (1)$$

Funkcję $F(s)$ nazywa się transformatą funkcji $f(t)$.

Jeśli przez $X(s)$ oznaczymy transformatę funkcji opisującej przebieg czasowy sygnału wejściowego a przez $Y(s)$ – transformatę funkcji opisującej przebieg czasowy sygnału wyjściowego, to ich iloraz $G(s)$ zwany transmitancją

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad (2)$$

jest funkcją charakteryzującą dany układ, a więc nie zależy od postaci funkcji wejściowej. Znajomość transmitancji układu pozwala więc obliczyć odpowiedź układu na dowolny sygnał.

Sformułowanie modelu

Rozpatrując bilans masowy zachodzącej reakcji, można wyrazić przyrost ilości substratu w reaktorze jako sumę strumieni doprowadzanego W , odprowadzanego z mieszaniną poreakcyjną Qc i ubytku wskutek reakcji chemicznej kVc .

$$W - Qc - kVc = V \frac{dc}{dt} \quad (3)$$

gdzie

Q – objętościowe natężenie cieczy wypływającej z reaktora;

V – objętość reaktora;

k – stała szybkości reakcji;

c – stężenie substratu.

Po przekształceniu Laplace'a

$$W(s) = Qc(s) + kVc(s) + sVc(s) \quad (4)$$

Stąd transmitancja reaktora dla wyrażenia stężenia substratu w strumieniu wypływającym

$$G_1(s) = \frac{c(s)}{W(s)} = \frac{1}{Vs + Q + kV} = \frac{K_1}{\tau_1 s + 1} \quad (5)$$

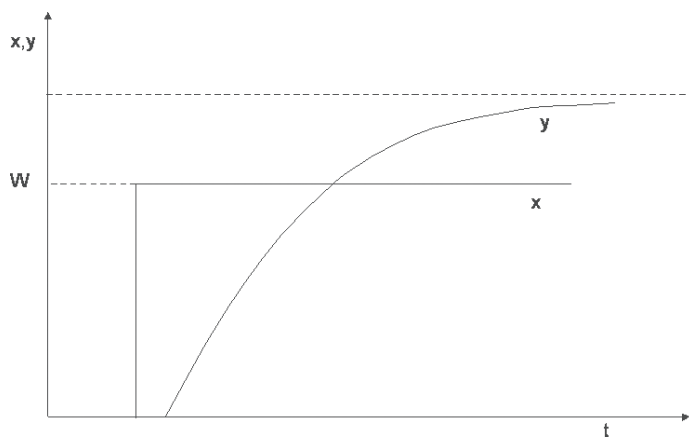
gdzie

$$K_1 = \frac{1}{Q + kV} \quad (6)$$

$$\tau_1 = \frac{V}{Q + kV} \quad (7)$$

Do ciągłej kontroli lepkości płynu w procesach technologicznych są zwykle stosowane reometry rotacyjne z układem pomiarowym współosiowych cylindrów. Badana ciecz przepływa w sposób ciągły przez naczynie, w którym pracuje układ pomiarowy. Dynamika naczynia reometrycznego jest bardziej złożona, niż reaktora, bo występuje tam skomplikowany ruch laminarny, trudny do określenia rozkład czasów przebywania i opóźnienie spowodowane przepływem z reaktora do reometru. Nie jest również spełnione założenie o doskonałym wymieszaniu. Widać więc, że nie ma możliwości ścisłego analitycznego opisu dynamiki układu przewod – reometr, jego zachowanie można przewidzieć tylko w przybliżeniu.

Wiele układów przepływowych w technice reaguje na zakłócenie skokowe zgodnie z rys. 1. Jest to typ zachowań tzw. układów inercyjnych z opóźnieniem. Można się spodziewać podobnej reakcji również



Rys. 1. Reakcja układu inercyjnego z opóźnieniem na zakłócenie skokowe

w reometrze. Przyjmijmy dla układu przewody – reometr za wielkość wejściową to, co jest wielkością wyjściową z reaktora, a więc stężenie dodawanego substratu c . Wielkością wyjściową jest stężenie tej substancji w reometrze lub zależna od składu mieszaniny poreakcyjnej lepkość roztworu w reometrze η . Zakładając doskonałe mieszanie w układzie pomiarowym reometru, transmitancję reometru dla stężenia c można w takim przypadku w przybliżony sposób opisać równaniem (8), charakteryzującym układy inercyjne z opóźnieniem

$$G_2(s) = \frac{c_{reometr}(s)}{c_{reaktor}(s)} = \frac{e^{-\tau_{op}s}}{\tau_2 s + 1} \quad (8)$$

gdzie

τ_{op} – czas opóźnienia, związany z przepływem płynu od reaktora do reometru;

τ_2 – stała czasowa.

Oczywiście równanie (8) jest opisem przybliżonym, choćby ze względu na niedoskonałe mieszanie w naczyniu reometru.

Ponieważ sygnał wchodzący do przewodu łączącego reaktor z reometrem jest sygnałem wychodzącym z reaktora, więc transmitancja układu reaktor-reometr dla stężenia c będzie iloczynem obu powyższych transmitancji – reaktora (5) i reometru (8).

$$G_3(s) = \frac{c_{reometr}(s)}{W(s)} = G_2(s)G_1(s) = \frac{K_1 e^{-\tau_{op}s}}{(\tau_2 s + 1)(\tau_1 s + 1)} \quad (9)$$

Reprezentuje ona stężenie c w reometrze, zmieniające się w czasie pod wpływem dopływającego do reaktora strumienia substratu W , z którego część ulega przereagowaniu, a nieprzereagowana część wypływa z reaktora razem z produktem.

W przypadku bez reakcji, gdy stała szybkości reakcji $k = 0$, równanie to sprowadza się do postaci

$$G_4(s) = \frac{c_{reometr}(s)}{W(s)} = \frac{e^{-\tau_{op}s}}{(\tau_2 s + 1)(\tau_3 s + 1)} \quad (10)$$

gdzie $\tau_3 = V/Q$.

Różnica między transmitancjami G_4 i G_3 jest transmitancją ubytku stężenia substratu w reometrze wskutek przereagowania, czyli przemiany w produkt. Wielkość ta po podzieleniu przez n (ilość substratu na jednostkę produktu) stanowi transmitancję stężenia produktu w reometrze, a po uwzględnieniu wzmocnienia K – transmitancję lepkości.

$$G_5(s) = \frac{\eta(s)}{W(s)} = \frac{K}{n} [G_4(s) - G_3(s)] = \frac{K e^{-\tau_{op}s}}{nQ(\tau_2 s + 1)(\tau_3 s + 1)} - \frac{KK_1 e^{-\tau_{op}s}}{n(\tau_2 s + 1)(\tau_1 s + 1)} \quad (11)$$

Regulacja reaktora

Rozpatrzmy regulację reaktora za pomocą ciągłego dopływu substratu. Włączenie dopływu substratu z natężeniem W stanowi sygnał wejściowy w postaci skokowej, podobny do przedstawionego na rys. 1. Jego transformata jest $X(s) = W/s$, a odpowiedź układu jest opisana transformata

$$Y(s) = X(s)G_5(s) = \frac{WKe^{-\tau_{op}s}}{nQ(\tau_1 s + 1)(\tau_3 s + 1)} - \frac{WKK_1 e^{-\tau_{op}s}}{sn(\tau_2 s + 1)(\tau_1 s + 1)} \quad (12)$$

co po dokonaniu transformacji odwrotnej określa funkcję czasu, czyli zależność lepkości produktu od czasu wprowadzania sygnału.

$$y(t) = \frac{W_{t_{op}} K}{nQ} \left[1 - \frac{1}{\tau_2 - \tau_3} \left(\tau_2 e^{\frac{t-t_{op}}{\tau_2}} - \tau_3 e^{\frac{t-t_{op}}{\tau_3}} \right) \right] + \frac{KK_1 W_{t_{op}}}{n} \left[1 - \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \left(\tau_2 e^{\frac{t-t_{op}}{\tau_2}} - \tau_1 e^{\frac{t-t_{op}}{\tau_1}} \right) \right] \quad (13)$$

Symbol $W_{t_{op}}$ oznacza, że W przybiera wartość natężenia przepływu dopiero od momentu $t > t_{op}$, natomiast w czasie $t < t_{op}$ W jest równe zero.

Chcąc skontrolować skutek zastosowania sygnału regulacyjnego w postaci dodatkowego strumienia substratu W należy określić moment wykonania pomiaru. Załóżmy, że pomiar taki ma zarejestrować 90% przyrostu sygnału wyjściowego spowodowanego wprowadzeniem strumienia substratu. Nastąpi to po czasie t_{90} , w którym wielkość wyjściowa $y(t)$ opisana równaniem (13) przybierze 90% swej wartości ustalonej $y(\infty)$.

Czas t_{90} może być wyznaczony w następujący sposób:

Podstawiając do równania (13) $t = \infty$, otrzymujemy

$$y(\infty) = \frac{W_{t_{op}} K}{nQ} \left[1 - \frac{1}{\tau_2 - \tau_3} (0 - 0) \right] - \frac{KK_1 W_{t_{op}}}{n} \left[1 - \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} (0 - 0) \right] = \frac{W_{t_{op}} K}{nQ} - \frac{KK_1 W_{t_{op}}}{n} = \frac{W_{t_{op}} K}{n} \left(\frac{1}{Q} - K_1 \right) \quad (14)$$

z definicji czasu t_{90} wynika

$$y(t_{90}) = 0,9y(\infty) = 0,9 \frac{W_{t_{op}} K}{n} \left(\frac{1}{Q} - K_1 \right) \quad (15)$$

podstawiając powyższą zależność do równ. (13), otrzymujemy

$$\frac{1}{Q} \left[0,1 - \frac{1}{\tau_2 - \tau_3} \left(\tau_2 e^{\frac{t_{90}-t_{op}}{\tau_2}} - \tau_3 e^{\frac{t_{90}-t_{op}}{\tau_3}} \right) \right] + K_1 \left[0,1 - \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \left(\tau_2 e^{\frac{t_{90}-t_{op}}{\tau_2}} - \tau_1 e^{\frac{t_{90}-t_{op}}{\tau_1}} \right) \right] = 0 \quad (16)$$

Z tego równania można wyznaczyć t_{90} .

Jeśli pomiar lepkości zostanie wykonany po takim czasie trwania sygnału regulacyjnego, to można oszacować całkowity jej przyrost spowodowany tym sygnałem po czasie dostatecznie długim dla osiągnięcia stanu ustalonego. Ten przyrost, czyli 100%, jest o 11% wyższy od przyrostu zmierzonego po czasie t_{90} , stanowiącego 90% całkowitego przyrostu. Porównanie całkowitego przyrostu lepkości, będącego wynikiem zastosowania impulsu regulacyjnego, do niezbędnej zmiany lepkości, wskazującej na przywrócenie układu do prawidłowego stanu pozwoli określić efekt zastosowania impulsu regulacyjnego i ewentualnie następną wartość natężenia W . Operacja ta zostaje powtórzona, aż do osiągnięcia właściwej lepkości produktu.

Podany powyżej przykład może dać pogląd o zagadnieniu sterowania reaktorem za pomocą pomiarów lepkości lub szerzej – własności reologicznych. Należy jednak zdawać sobie sprawę, że przedstawione wyniki są oparte na założeniach upraszczających, wśród których podstawowym jest założenie o spełnianiu przez układ pomiaru lepkości równania (8) oraz to, że lepkość mieszaniny poreakcyjnej zależy tylko od stężenia produktu reakcji, a nie od ewentualnych produktów ubocznych i nieprzereagowanych substratów. W praktycznych zagadnieniach, gdy mamy do czynienia z określonymi substancjami i aparaturą reaktor – przyrząd pomiarowy, rzeczywistą postać równania (13) i wynikającą z niego wartość czasu t_{90} można wyznaczyć doświadczalnie, przeprowadzając stosowne eksperymenty, łączące pomiary viskozymetryczne z analizami składu badanej cieczy. Pozwoli to wyeliminować błędy spowodowane przez przyjęte założenia upraszczające.

LITERATURA

- [1] Z. Kembłowski, B. Kristiansen, O. Ajayi: Biotechnol. Lett., **37**, 26 (1985).
- [2] Z. Kembłowski, P. Budzyński, P. Owczarz: Rheol. Acta, **29**, 588 (1999).
- [3] U. Bjorkman: Biotechnol. Bioeng., **39**, 114 (1997).
- [4] P. Rapp, H. Reng, D.C. Hempel: Chem.-Eng. Techn., **54**, 88 (1982).