

Albert PODGÓRSKI¹, Anna JACKIEWICZ¹, Anne MAIßER², Władysław W. SZYMANSKI², Leon GRADON¹

e-mail: a.podgorski@ichip.pw.edu.pl

¹ Wydział Inżynierii Chemicznej i Procesowej, Politechnika Warszawska, Warszawa² Wydział Fizyki, Uniwersytet Wiedeński, Wiedeń, Austria

Filtracja nanoaerozoli – model i eksperyment. Część I. Sformułowanie modeli

Wstęp

Filtracja aerozoli w filtrach włókninowych jest jedną z najbardziej efektywnych metod odpylania gazów. W ostatnich latach obserwuje się szczególne zainteresowanie filtracją cząstek o wymiarach nanometrycznych, [1–5], jednak zarówno ilość dostępnych danych doświadczalnych, jak i sposobów teoretycznego opisu penetracji nanoaerozoli przez filtry włókninowe są dalece niewystarczające. Stąd też celem niniejszej pracy jest przedstawienie klasycznej teorii filtracji wgłębnej w filtrach włókninowych, bazującej na średniej (zastępczej) średnicy włókna, a następnie zaproponowanie oryginalnego modelu filtracji nanoaerozoli w polidispersyjnych filtrach włókninowych, który uwzględniałby pełny rozkład średnic włókien filtra. Weryfikacja doświadczalna omówionych modeli przedstawiona będzie w drugiej części naszej pracy.

Modele filtracji nanoaerozoli

Klasyczna teoria filtracji wgłębnej aerozoli w filtrach włókninowych przewiduje, że ich penetracja P przez filtr wynosi [1–4]:

$$P = \exp\left[-\frac{4\alpha LE}{\pi(1-\alpha)d_f}\right] \quad (1)$$

gdzie L oznacza grubość filtra, α – jego gęstość upakowania, d_f – średnicę włókna, zaś E – całkowitą sprawność depozycji dla pojedynczego włókna. Dla cząstek aerozolowych o średnicach mniejszych od ok. 100–150 nm i dla filtrów mechanicznych (nieelektretowych), dominującym mechanizmem depozycji jest dyfuzja brownowska, dla której sprawność pojedynczego włókna wynosi:

$$E_D = 2,9 \left(\frac{1-\alpha}{Ku}\right)^{1/3} Pe^{-2/3} \quad (2)$$

gdzie $Ku = 0,5 \ln \alpha - 0,75 - 0,25 \alpha^2 + \alpha$ oznacza liczbę *Kuwabary*, $Pe = \bar{U}_0 d_f / D$ jest liczbą *Pecleta*, D – współczynnikiem dyfuzji brownowskiej cząstki aerozolowej, zaś \bar{U}_0 – średnią liniową prędkością pozorną przepływu gazu przez filtr. Zastosowanie równań (1)–(2) jest oczywiste dla wyidealizowanego przypadku filtrów monodispersyjnych, złożonych z włókien o identycznych średnicach d_f . Większość rzeczywistych filtrów włókninowych jest jednak polidispersyjnych i zawierają one włókna o różnych średnicach. W takim przypadku układ równań (1)–(2) wykorzystuje się zwykle stosując średnią arytmetyczną średnicę włókna, d_{Fa} , wyznaczoną na podstawie analizy zdjęć mikroskopowych filtra, bądź też zastępczą średnicę włókna, d_{FDp} , wyznaczoną z pomiarów doświadczalnych spadku ciśnienia Δp na filtrze porównanych z teoretyczną zależnością:

$$\Delta p = \frac{16\alpha L \mu \bar{U}_0 (1 + 1,996 Kn_F)}{d_f^2 \left[Ku + 1,996 Kn_F \left(-\frac{1}{2} \ln \alpha - \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \alpha^2 \right) \right]} \quad (3)$$

gdzie μ oznacza lepkość gazu, $Kn_F = 2\lambda_g/d_f$ jest liczbą *Knudseny* dla włókna, zaś λ_g – średnią drogą swobodną molekuł gazu. Takie podejście, bazujące jedynie na średniej lub zastępczej średnicy włókna, nie ma jednak teoretycznego uzasadnienia i, jak będzie pokazane dalej, zawodzi dla filtrów polidispersyjnych. W związku z tym zaproponowano opis, który uwzględniałby pełny rozkład średnic włókien, jak również niejednorodne rozmieszczenie włókien o różnych rozmiarach w przestrzeni filtra. Rozważmy dwa graniczne przypadki. Jeśli włókna o różnych średnicach są rozmieszczone równomiernie w przestrzeni a przepływ gazu przez filtr jest idealnie wymieszany w mezoskali, to penetrację aerozolu można obliczyć następująco:

$$P_{PMFM} = \exp\left[-\frac{4\alpha L}{\pi(1-\alpha)} \int_{d_{fmin}}^{d_{fmax}} \frac{E(d_f)}{d_f} g(d_f) dd_f\right] \quad (4)$$

gdzie $g(d_f)$ oznacza funkcję gęstości rozkładu średnic włókien. Ten graniczny model nazwany został przez nas modelem przepływu doskonale wymieszanego *PMFM* (*Perfectly Mixed Flow Model*) i zaproponowany został do oszacowania minimalnej możliwej penetracji aerozoli przez polidispersyjny filtr włókninowy. Wiele rzeczywistych filtrów włókninowych, w tym również te, które badane były w niniejszej pracy, charakteryzuje się logarytmiczno-normalnym rozkładem średnic włókien:

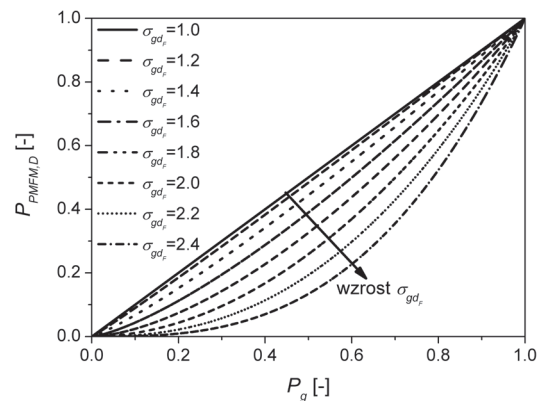
$$g(d_f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} d_f \ln \sigma_{gd_f}} \exp\left[-\frac{\ln^2(d_f/d_{fg})}{2 \ln^2 \sigma_{gd_f}}\right] \quad (5)$$

gdzie d_{fg} jest średnią geometryczną średnicą włókna, zaś σ_{gd_f} oznacza geometryczne odchylenie standardowe. W przypadku filtracji nanoaerozoli w mechanicznych filtrach o takim rozkładzie średnic włókien, model *PMFM* może być rozwiązany analitycznie; podstawiając równania (2) i (5) do wzoru (4), po scałkowaniu uzyskujemy:

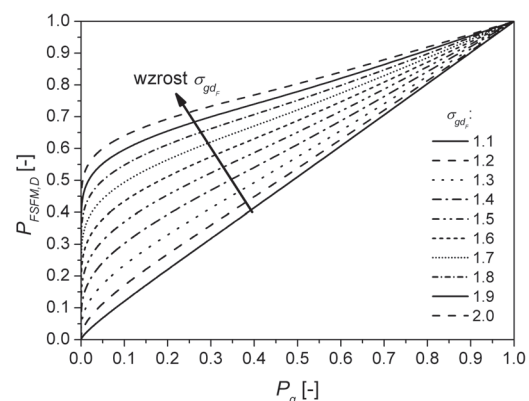
$$P_{PMFM,D} = P_g \exp\left(\frac{25}{18} \ln^2 \sigma_{gd_f}\right) \quad (6)$$

gdzie P_g jest penetracją obliczoną z klasycznej teorii dla filtrów monodispersyjnych – równania (1)–(2), dla średniej geometrycznej średnicy włókna d_{fg} . Zależność $P_{PMFM,D}(P_g, \sigma_{gd_f})$ daną równaniem (6) zilustrowano na rys. 1. Jak widać model *PMFM* przewiduje niższą penetrację nanoaerozoli, niż penetracja P_g dla średniej geometrycznej średnicy włókna, a różnica ta wzrasta ze wzrostem stopnia polidispersyjności filtra mierzonego wartością σ_{gd_f} .

W drugim granicznym przypadku rozważmy sytuację, gdy włókna o różnych średnicach są całkowicie od siebie odizolowane i gdy spadek



Rys. 1. Rozwiązanie modelu *PMFM* filtracji nanoaerozoli w polidispersyjnych filtrach włókninowych o logarytmiczno-normalnym rozkładzie średnic włókien



Rys. 2. Rozwiązanie modelu *FSFM* filtracji nanoaerozoli w polidispersyjnych filtrach włókninowych o logarytmiczno-normalnym rozkładzie średnic włókien

ciśnienia na jednostkę grubości filtra jest jednakowy dla różnych ścieżek przepływu gazu poprzez komórki *Kuwabary* zawierające włókna o różnej wielkości. Model ten nazwaliśmy modelem przepływu całkowicie segregowanego *FSFM* (*Fully Segregated Flow Model*) i służy on do oszacowania górnej granicy penetracji aerozoli przez filtr polidispersyjny. Jego matematyczne sformułowanie jest następujące [2]:

$$P_{FSFM} = \frac{\int_{d_{Fmin}}^{d_{Fmax}} d_F^2 P\{d_F; U_0(d_F)\} g(d_F) dd_F}{\int_{d_{Fmin}}^{d_{Fmax}} d_F^2 g(d_F) dd_F} \quad (7)$$

gdzie $P\{d_F; U_0(d_F)\}$ jest penetracją obliczoną z równań (1)-(2) dla komórki *Kuwabary* zawierającej włókno o średnicy d_F i dla lokalnej prędkości pozornej $U_0(d_F)$ dla tej komórki, wynoszącej, [2]:

$$U_0(d_F) = \frac{\bar{U}_0 d_F^2}{\int_{d_{Fmin}}^{d_{Fmax}} d_F^2 g(d_F) dd_F} \quad (8)$$

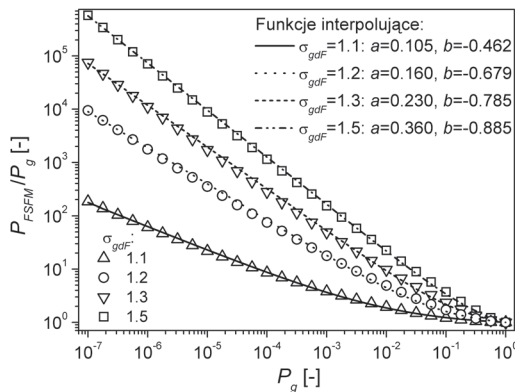
Model *FSFM* nie posiada rozwiązania analitycznego. Rozwiązanie numeryczne dla nanoaerozoli i filtrów o logarytmiczno-normalnym rozkładzie średnic włókien przedstawiono w formie wykresu zależności $P_{FSFM,D}(P_g, \sigma_{gdF})$ na rys. 2. Jak widać, model ten – w odróżnieniu od modelu *PMFM* – przewiduje wyższą penetrację nanoaerozoli przez filtry polidispersyjne, niż klasyczna teoria zastosowana do średniej geometrycznej średnicy włókna, przy czym penetracja wzrasta w tym przypadku ze wzrostem geometrycznego odchylenia standardowego rozkładu średnic włókien, σ_{gdF} . Analizując uzyskane numeryczne rozwiązanie modelu *FSFM* stwierdzono, że dla każdej ustalonej wartości σ_{gdF} to numeryczne rozwiązanie może być bardzo precyzyjnie interpolowane za pomocą równania (9):

$$P_{FSFM,D} = P_g [aP_g^b + (1-a)] \quad (9)$$

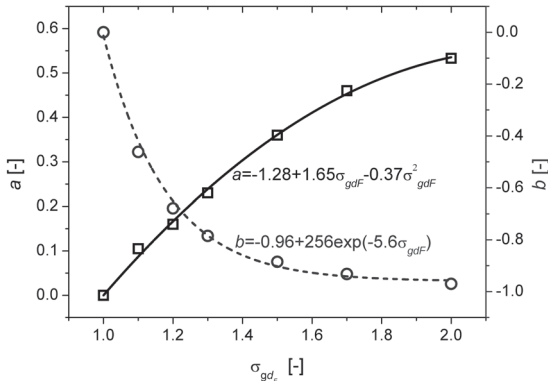
Cztery przykłady tego typu interpolacji dla różnych wartości σ_{gdF} przedstawiono na rys. 3.

Następnie zauważono, że parametry a i b w równaniu (9) można precyzyjnie aproksymować następującymi zależnościami – równania (10) i (11) – zob. wyniki aproksymacji na rys. 4:

$$a = -1.28 + 1.65 \sigma_{gdF} - 0.37 \sigma_{gdF}^2, \quad b = -0.96 + 256 \exp(-5.6 \sigma_{gdF}) \quad (10,11)$$



Rys. 3. Przykłady interpolacji numerycznego rozwiązania modelu *FSFM* (punkty) za pomocą równania (9) dla czterech różnych wartości σ_{gdF}

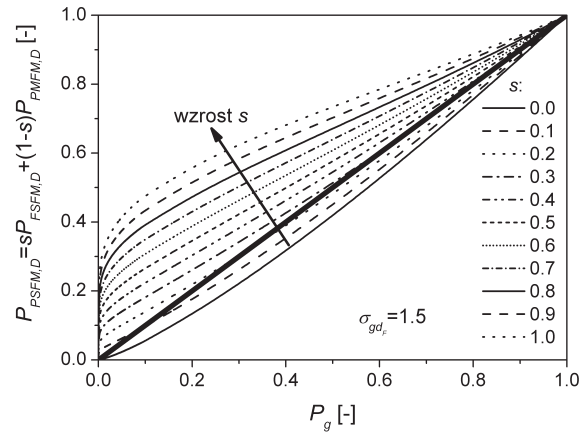


Rys. 4. Aproksymacja parametrów a i b w równaniu (9) za pomocą wzorów (10),(11)

Jak wspomniano, graniczny model *PMFM* przewiduje niższą penetrację, niż penetracja P_g obliczona dla średniej geometrycznej średnicy włókna, zaś drugi graniczny model *FSFM* – penetrację wyższą od P_g . Rzeczywista sytuacja leży pomiędzy tymi dwoma ekstremami i zależy od stopnia segregacji przepływu wokół włókien o różnych średnicach. Ostatecznie proponujemy zatem ogólny model przepływu częściowo segregowanego *PSFM* (*Partially Segregated Flow Model*), będący liniową kombinacją omówionych modeli granicznych:

$$P_{PSFM,D} = s P_{FSFM,D} + (1-s) P_{PMFM,D} \quad (12)$$

gdzie wprowadziliśmy bezwymiarowy parametr s , który nazwaliśmy stopniem segregacji, a który może przyjmować wartości od zera (idealne wymieszanie) do jedności (całkowita segregacja). Tak sformułowany ogólny model *PSFM* jest w stanie opisać wszelkie możliwe przypadki, gdy penetracja nanoaerozoli przez polidispersyjny filtr byłaby większa, mniejsza bądź równa penetracji obliczonej dla średniej geometrycznej średnicy włókna. To, z którym przypadkiem mamy do czynienia dla konkretnego filtra zależy w głównej mierze od wzajemnego rozmieszczenia włókien o różnych średnicach (a więc od wartości stopnia segregacji, s), jak i od stopnia polidispersyjności filtra (czyli wartości σ_{gdF}). Przykład obliczeń penetracji wg modelu *PSFM* dla filtra charakteryzującego się geometrycznym odchyleniem standardowym rozkładu średnic włókien $\sigma_{gdF} = 1.5$ przedstawiono – dla różnych wartości s – na rys. 5.



Rys. 5. Przykładowe rozwiązanie modelu *PSFM* filtracji nanoaerozoli w polidispersyjnym filtrze włókninowym o logarytmiczno-normalnym rozkładzie średnic włókien dla $\sigma_{gdF} = 1.5$ dla różnych wartości stopnia segregacji, s

Jak widać, penetracja nanoaerozoli przez filtr wzrasta ze wzrostem stopnia segregacji a ten kluczowy parametr wyznaczony może być doświadczalnie, jak to przedstawiono w drugiej części naszej pracy.

Wnioski i podsumowanie

Zaproponowano dwa graniczne modele filtracji aerozoli w polidispersyjnych filtrach włókninowych do oszacowania górnej (model *FSFM*) i dolnej (model *PMFM*) granicy penetracji nanocząstek przez takie filtry. Przedstawiono rozwiązania tych modeli dla logarytmiczno-normalnego rozkładu średnic włókien. Następnie sformułowano ogólny model przepływu częściowo segregowanego (*PSFM*), który wprowadza fenomenologiczny parametr stopnia segregacji i umożliwia opis filtracji nanoaerozoli w rzeczywistych, polidispersyjnych filtrach o dowolnym charakterze wzajemnego rozmieszczenia włókien o różnych rozmiarach w przestrzeni.

LITERATURA

- [1] M. Heim, B. Mullins, M. Wild, J. Meyer, G. Kasper: *Aerosol Sci. Technol.* **39**, 782 (2005).
- [2] A. Podgórski: *J. Nanopart. Res.* **11**, 197 (2009).
- [3] A. Podgórski, A. Bałazy, L. Gradoń: *Chem. Eng. Sci.* **61**, 6804 (2006).
- [4] J. Wang, D.R. Chen, D.Y.H. Pui: *J. Nanopart. Res.* **9**, 109 (2007).
- [5] K.M. Yun, C.J. Hogan Jr., Y. Matsubayashi, M. Kawabe, F. Iskandar, K. Okuyama: *Chem. Eng. Sci.* **62**, 4751 (2007).

Praca częściowo finansowana z projektu *PBZ-MEiN-3/2/2006*.