

TADEUSZ ORZECZOWSKI

Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Politechnika Świętokrzyska, Kielce

# Wymiana ciepła przy wrzeniu na powierzchniach nieizotermicznych – metodyka obliczeń

## Wprowadzenie

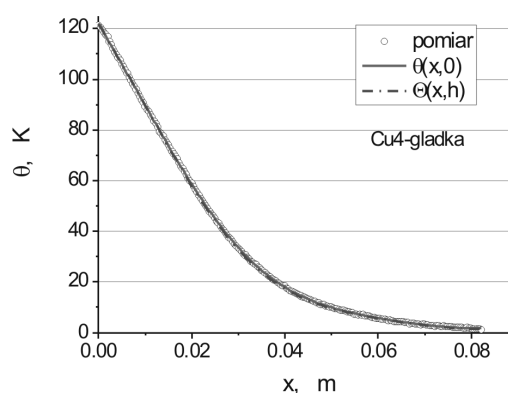
Pomiary krzywej wrzenia zwykle prowadzi się w warunkach stacjonarnych na płaskich powierzchniach izotermicznych. Głównym elementem takich stanowisk jest część grzejna, na której umieszczana jest badana próbka i naczynie z wrzącą cieczą. Parametrem mierzonym jest przegrzanie oraz dostarczana moc cieplna. Wyznaczona w ten sposób krzywa wrzenia bywa wykorzystywana do obliczeń elementów ożebrowanych, a więc nieizotermicznych. Po raz pierwszy procedurę taką zaproponował Heley and Westwater [1] oraz Cumo [2]. Hsu [3] zaproponował numeryczną procedurę, w którym pojedyncze żebro podzielono na segmenty. Do obliczeń przyjęto potęgową zależność współczynnika przejmowania ciepła od przegrzania. Współczynniki takiej aproksymacji dobrano z pomiarów krzywej wrzenia. Przy założeniu potęgowej zależności współczynnika przejmowania ciepła od lokalnej temperatury przegrzania, Únal [4] przedstawił jednowymiarowe rozwiązanie wymiany ciepła dla pojedynczego żebra o przekroju prostokątnym. Oddzielnie analizował rozwiązanie dla różnych wartości wykładnika, związanego z rodzajem wrzenia. Podobny problem analizowali Sen i Trinh [5] oraz Liaw and Yeh [6]. Zastosowanie otrzymanych zależności w przypadku jednoczesnego występowania kilkuzrodzajów wrzenia opisał Únal [7]. Na przykładzie żebra o przekroju prostokątnym podał analityczno-numeryczny algorytm wyznaczania krzywej wrzenia. Wszystkie z omówionych rozwiązań zakładają potęgową zależność współczynnika przejmowania ciepła od przegrzania, co wynika z wielu zależności opisujących liczbę *Nusselta*. Jednak spotykane w literaturze związki korelacyjne często się od siebie różnią i dają różne wyniki nawet przy opisie wymiany ciepła dla tego samego rodzaju powierzchni [8]. Fakt ten tylko częściowo można tłumaczyć różnicami w warunkach prowadzenia badań eksperymentalnych.

W przypadku powierzchni ożebrowanych nie tylko temperatura jest zmienna, lecz również ich usytuowanie przestrzenne jest zwykle różne od tych, na których prowadzi się pomiary ustalające związki na liczbę *Nusselta*. Dla takich układów, gdzie w sposób ciągły zmieniają się warunki wymiany ciepła, współczynniki przejmowania ciepła różnią się od tych dla układów o izotermicznej powierzchni grzejnej. Istnieje więc potrzeba podania skutecznej i szybkiej metody pomiaru lokalnych wartości współczynnika przejmowania ciepła na rzeczywistych powierzchniach ożebrowanych, co jest celem tej pracy.

## Metodyka badań

Przedmiotem badań jest miedziane żebro o przekroju prostokątnym i długości około 90 mm. Jedna z jego powierzchni

jest w kontakcie z wrzącą cieczą, druga, od strony nieruchomej atmosfery, jest obserwowana kamerą termowizyjną i na tej powierzchni mierzony jest rozkład temperatury. Przykładowy wynik takiego pomiaru dla żebra o grubości  $h = 4$  mm i gładkiej powierzchni, pracującego przy wrzeniu fluorinertu FC-72 pod ciśnieniem atmosferycznym pokazano na rys. 1.



Rys. 1. Zmierzony i obliczony rozkład temperatury na powierzchni  $y = 0$  oraz  $y = h$

Dla rozpatrywanego układu liczba  $Bi < 0,1$ , można więc taki układ traktować jako zagadnienie, w którym rozkład temperatury w przekroju poprzecznym jest stały. Dla takiego jednowymiarowego zagadnienia założono, że współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha$  jest funkcją przegrzania  $\Theta$ , a więc  $\alpha = \alpha(\Theta)$ . W takim przypadku można napisać następujące równanie opisujące rozkład temperatury w rozpatrywanym żebrze [9]:

$$\left(\frac{d\theta}{dx}\right)^2 = f(\theta) \quad (1)$$

gdzie  $f(\theta)$  jest funkcją aproksymującą rozkład gradientu przegrzania po wysokości żebra. Wartości gradientu  $d\theta/dx$  mogą być wyznaczone poprzez różniczkowanie danych pomiarowych z wykorzystaniem procedur wygładzania. Po wykonaniu np. wielomianowej aproksymacji równania (1) poszukiwaną wartość współczynnika przejmowania ciepła można obliczyć z następującej zależności:

$$\alpha \approx \frac{\lambda h}{2\theta} (a_1 + 2a_2\theta + 3a_3\theta^2 + \dots) \quad (2)$$

gdzie  $\lambda$  jest współczynnikiem przewodzenia ciepła, zaś  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  – są współczynnikami potęgowego wielomianu aproksymującego funkcję  $f(\theta)$ .

Mierzone zmiany temperatury na zewnętrznej powierzchni żebra są wytłumione i opóźnione w stosunku do powierzchni, na której zachodzi wymiana ciepła. Dodatkowym czynnikiem zniekształcającym obraz identyfikowanych wielkości fizycz-

nych jest ograniczona dokładność pomiaru. Jest ona szczególnie istotna przy małym i dużym przegrzaniu, a więc wtedy, kiedy przy wrzeniu dominują zjawiska wymiany ciepła bez zmiany fazy czynnika lub w okolicy punktu krytycznego. Metody identyfikacji gęstości strumienia lub współczynnika przejmowania ciepła na podstawie tak zniekształconego i opóźnionego w czasie sygnału są bardzo trudne i podatne na błędy pomiarowe. Jest więc zawsze potrzeba sprawdzenia poprawności poczynionych założeń upraszczających – tutaj, dla modelu jednowymiarowego, oceny skuteczności przyjętej aproksymacji wielomianowej. W tym celu rozwiązano dwuwymiarowe równanie *Laplace'a* opisujące rozkład temperatury w przekroju poprzecznym przechodzącym przez oś żebra. Postawione zadanie sprowadzało się do wyznaczenia warunku w postaci pochodnej temperatury na brzegu niewidocznym dla kamery termowizyjnej, na którym zachodzi wymiana ciepła przy wrzeniu czynnika. Zagadnienie to rozwiązano metodą wielomianów cieplnych, które tworzyły następującą aproksymatę  $\Theta$  rozwiązania dokładnego [10]:

$$\theta(x, y) \approx \Theta(x, y) = \sum_{j=0}^N c_j V_j(x, y) \quad (3)$$

gdzie  $V_j$  są wielomianami harmonicznymi, zaś  $c_j$  stałymi współczynnikami, których wartości otrzymuje się z warunku minimalizacji średniokwadratowego funkcjonału błędów spełnienia warunków brzegowych.

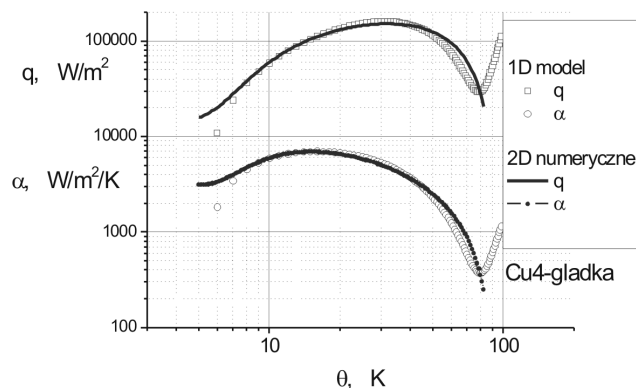
### Wyniki badań

Dla miedzi, której przewodność jest bardzo wysoka oraz niedużej grubości żebra obliczony rozkład temperatury w przekroju poprzecznym jest niemal liniowy. Różnice temperatury w przekrojach poprzecznych dla punktów skrajnych, a więc leżących na wewnętrznej i zewnętrznej powierzchni, nie przekraczają 1 K. Przy czym różnice te są w pewnym stopniu również wynikiem właściwości wielomianów cieplnych, które mają tendencję do „falowania”. Wynika to z ograniczonego stopnia  $N$  aproksymaty rozwiązania dokładnego z jednej strony oraz dokładności obliczeń numerycznych z drugiej.

Na rys. 1 przedstawiono zmierzony kamerą termowizyjną rozkład temperatury oraz wartości obliczone dla powierzchni zewnętrznej i wewnętrznej.

Pokazane na rys. 1, 2 wyniki obliczeń badań eksperymentalnych i numerycznych dowodzą, że wymianę ciepła dla rozpatrywanego żebra można traktować jako zagadnienie jednowymiarowe.

Obliczona maksymalna wartość gęstości strumienia ciepła jest równa krytycznemu strumieniowi ciepła i wynosi  $160,1 \text{ kW/m}^2$  przy przegrzaniu wynoszącym 31 K przy obliczeniach 1-D oraz odpowiednio  $151,5 \text{ kW/m}^2$  i 32 K dla metody wielomianów cieplnych. Wartości te są bliskie podawanym w literaturze. Ich wielkości różnią się od siebie o około 5,4%.



Rys. 2. Krzywe wrzenia dla FC-72 na gładkiej miedzianej powierzchni wyznaczone dla modelu jednowymiarowego i obliczone numerycznie metodą wielomianów cieplnych

Zważywszy na tak dobrą zgodność krzywych wrzenia wyznaczonych dwiema różnymi metodami można uznać, że zaproponowana metoda rozwiązywania źle uwarunkowanego zagadnienia brzegowego jest metodą dającą poprawne wyniki.

Maksymalne wartości współczynnika przejmowania ciepła wynoszą odpowiednio  $6,97 \text{ kW/m}^2\text{K}$  przy  $\theta = 16 \text{ K}$  przy zastosowaniu metody 1-D oraz  $6,95 \text{ kW/m}^2\text{K}$  przy  $\theta = 15 \text{ K}$ . Jest to wartość w okolicach punktu inicjacji wrzenia pęcherzykowego. Warto dodać, że wartość współczynnika przejmowania ciepła tylko nieznacznie maleje przy wzroście przegrzania do krytycznego. W punkcie krytycznym wyznaczona wartość współczynnika przejmowania ciepła wynosi  $5,17 \text{ kW/m}^2\text{K}$  dla metody 1-D oraz  $4,72 \text{ kW/m}^2\text{K}$  dla numerycznej metody wielomianów cieplnych. Różnica ich wartości rozumiana jako błąd względny jest większa i wynosi 8,7%. Stosunkowo większe rozbieżności obliczeń występują dla małych i dużych przegrzań, co – jak się wydaje – jest spowodowane oddziaływaniem brzegu dla dużych  $\theta$  i gwałtownie rosnącym błędem względnym pomiaru przy przegrzaniu bliskim zeru.

### LITERATURA

1. J.W. Westwater: Proc. 8-th Int. Heat Transfer Conf., San Francisco, 1986.
2. M. Cumo, S. Lopez, G.C. Pinchera: Chem. Eng. Prog. Symp. Ser. 61 (1965).
3. Y.Y. Hsu, R.W. Graham: Transport Processes in Boiling and Two-Phase Systems. Hemisphere, 1976.
4. H.C. Źnal: Int.J. Heat Mass Transfer. 30 (1987).
5. A.K. Sen, S. Trinh: Journal of Heat Transfer. 108 (1986).
6. S.P. Liaw, R.H. Yeh: Int.J. Heat Mass Transfer. 37 (1994).
7. H.C. Źnal: Int. J. Heat Mass Transfer. Vol.28, No.12 (1985).
8. T. Hobler: Ruch ciepła i wymienniki, Warszawa, WNT, 1986.
9. T. Orzechowski: Experimental Thermal and Fluid Science. 31 Issue 8 (2007).
10. L. Hożejowski: Rozprawa doktorska, Kielce, 1999.

*Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2006-2007 jako projekt badawczy.*