

MICHAŁ DYLAŃ
JERZY KAMIENSKI
WIESŁAW SZATKO

Wydział Mechaniczny, Politechnika Krakowska, Kraków

Modelowanie samoprzemieszczania ziaren podczas magazynowania

Sformułowanie zagadnienia

Podstawowymi fazami technologicznymi magazynowania ciał stałych są: napełnianie, przechowywanie i opróżnianie. Pierwsza i trzecia faza technologiczna magazynowania w zbiornikach stacjonarnych, ze względu na swoje znaczenie użytkowe, stanowi przedmiot wielu badań i rozważań teoretycznych [1–3]. Materiał ziarnisty traktowany jest jako układ dwu lub trójfazowy. Podstawową fazę stanowi ciało stałe, kolejną gaz wypełniający przestrzeń pomiędzy ziarnami oraz (ewentualnie) ciecz zawarta w porach. Pozwala to operować przy opisie matematycznym pojęciami naprężenia i odkształcenia, ich przyrostami a co za tym idzie wprowadzać ciągle modele matematyczne. Faza środkowa procesu magazynowania traktowana jest jako proces stacjonarny jeżeli przechowywaniu nie towarzyszy np. osuszanie za pomocą ogrzanego powietrza – w takim przypadku mamy do czynienia z ruchem ziaren wymuszonych przepływającym powietrzem. Gdy złożo jest nieruchome proces, z założenia, jest procesem statycznym. Materiał w zbiorniku, wobec sztywności ścianek znajduje się w stanie odkształcenia bliskim jednoosiowemu. Do układu nie jest dostarczana energia, a więc układ ziaren – zgodnie z podstawowymi założeniami ruchu materiałów ziarnistych – powinien pozostać nieruchomym. Przeczy temu jednak praktyka – obserwowane są zjawiska przemieszczania się ziaren w nieruchomym złożu. W przypadku długiego przechowywania przyczyną tego stanu rzeczy mogą być zmiany stanu naprężenia i odkształcenia w złożu wywołane lepkością ziaren oraz przemieszczaniem się gazu wypełniającego przestrzeń międzyziarnową. Zmieniające się pole naprężeń może wywołać ruch ziaren.

Celem prezentowanej pracy była analiza warunków determinujących przemieszczanie się ziaren podczas fazy przechowywania. W rozważaniach uwzględniono mieszaninę dwuskładnikową o parametrach mających wyraźny wpływ na proces mieszania i segregacji. Przyjęto, że możliwości wzajemnego przemieszczania cząstek ciała stałego względem siebie zależy w szczególności od wielkości cząstek d , ich gęstości ρ oraz współczynnika tarcia μ . Poszukiwano zależności pomiędzy tymi wielkościami, która pozwoliłaby na wskazanie obszaru, w którym wzajemne przemieszczanie cząstek jest znikome, oraz wskazywałaby na możliwość wystąpienia zjawisk przemieszczania i segregacji.

Modelowanie mieszania i segregacji ciała stałego w warunkach stacjonarnych

Założono, że w nieruchomym zbiorniku usypano warstwę cząstek „A” na warstwie cząstek „B”. Decydującym o zachowaniu

w tych cząstek w przypadku przemieszczania jest przejście cząstek grupy „A” do grupy „B”. Przyjęto dalej, że cząstki mieszaniny „A+B” pozostają w ciągłym ruchu [4, 5]. Jeżeli jedna z cząstek grupy „A+B” zostanie usunięta, nastąpi proces rozdziału co oznacza uproszczenie uogólnionego modelu przemieszczeń cząstek; obejmującego łącznie przemieszczanie i segregację (Rys. 1).

Upraszczając zagadnienie do modelu dwuwymiarowego można zapisać:

– dla kuli 1

$$\text{– oś } x \quad m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = 0 \quad (1)$$

$$\text{– oś } y \quad m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} = -m_1 g + 2(F_1 \sin \theta + N_1 \cos \theta) \quad (2)$$

Dla potrzeb modelowania przyjęto, że pojedyncza cząstka o kształcie kulistym i średnicy d_1 oraz gęstości ρ_1 spoczywa na dwóch cząstkach o równych średnicach i gęstościach d_2, ρ_2 , współczynnik tarcia pomiędzy powierzchniami kul μ .

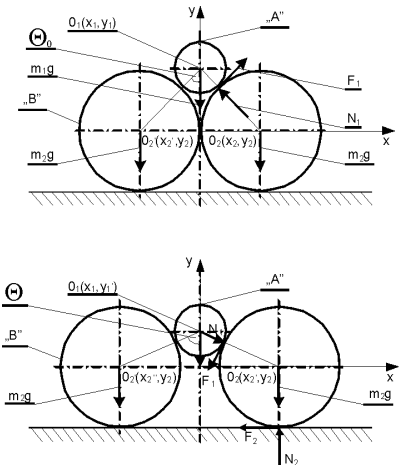
Przy spełnieniu pewnych warunków, umożliwiających wejście „górnej kuli” pomiędzy „kule dolne”, co oznacza ich rozsuniecie – otrzymujemy spełnienie kryterium przemieszczania – co oznacza możliwość zaistnienia warunków przemieszczania lub segregacji.

– dla kuli 2 przy pominięciu rotacji

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = N_1 \sin \theta - F_1 \cos \theta - F_2 \quad (3)$$

$$m_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} = N_2 - N_1 \cos \theta - F_1 \sin \theta - m_2 g = 0 \quad (4)$$

Uwzględniając współczynnik tarcia μ pomiędzy kulami, kąta początkowy θ_0 , gęstości materiałów kul ρ_1 i ρ_2 , ich średnice d_1 i d_2 , po przekształceniach, otrzymano



Rys. 1. Uproszczony, dwuwymiarowy model przemieszczania się układu cząstek „A” i „B”

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} + g = 2 \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \left(\frac{d_2}{d_1} \right) \left[\frac{\mu x_2 + y_1}{(1 - \mu^2)x_2 - 2\mu y_1} \right] \quad (5)$$

Można powiedzieć zatem, że ruch każdej kuli jest opisany przez określone wartości trzech parametrów d_2/d_1 , ρ_2/ρ_1 oraz μ . Obszar, w którym kule mogą się poruszać, jest szczególnie interesujący. Warunek konieczny i wystarczający, by kule zostały wprowadzone w ruch – mogły się przemieszczać – uzyskano przez rozwiązanie równania (5); przy uwzględnieniu prostych zależności geometrycznych oraz warunków początkowych w następującej postaci

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} = g \left\{ \frac{2 \frac{m_2}{m_1} (\mu + \mu_0) \mu - [(1 - \mu^2) - 2\mu \mu_0]}{2 \frac{m_2}{m_1} (\mu + \mu_0) \mu_0 - [(1 - \mu^2) - 2\mu \mu_0]} \right\} \quad (6)$$

Uwzględnienie warunku równowagi statycznej $-(1 - \mu^2) - 2\mu \mu_0 > 0$ – oznacza, że mianownik równania (6) jest większy od zera, a ponieważ przyspieszenie kuli górnej ma wartość ujemną (warunki początkowe), licznik równania (6) musi być od zera mniejszy – co oznacza warunek samoprzemieszczenia w postaci

$$0 < 2 \frac{m_2}{m_1} (\mu + \mu_0) \mu < (1 - \mu^2) - 2\mu \mu_0 \quad (7)$$

lub po przekształceniach uwzględniających min. gęstości oraz średnice pozwala zapisać

$$0 < \frac{\rho_2}{\rho_1} < \frac{1}{2(d_2/d_1)^3} \frac{(1 - \mu^2) - 2\mu \sqrt{1 + 2(d_2/d_1)}}{\mu \left[\mu + \frac{2\mu \sqrt{1 + 2(d_2/d_1)}}{d_2/d_1} \right]} \quad (8)$$

Jeżeli natomiast spełniona jest równość

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{2(d_2/d_1)^3} \frac{(1 - \mu^2) - 2\mu \mu_0}{\mu (\mu + \mu_0)} \quad (9)$$

układ kul znajduje się w spoczynku.

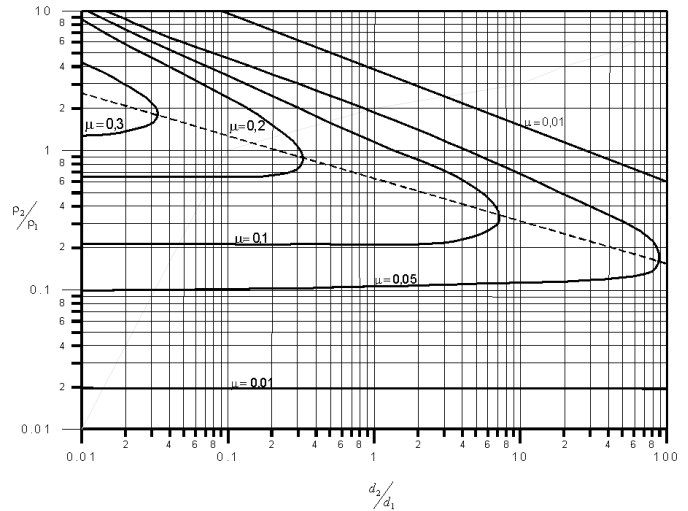
Analiza zależności (9) wskazuje, że im więcej wartość ilorazu ρ_2/ρ_1 różni się od wartości prawej strony zależności – tym bardziej wzrasta ruchliwość kul. To stwierdzenie pozwala zdefiniować obszar, wewnątrz którego cząstki mogą się przemieszczać względem siebie.

Rozwiązanie równań modelu (8)

Na rys. 2 przedstawiono symulację numeryczną modelu opisanego równaniem (8), uwzględniającą iloraz średnic d_2/d_1 , gęstości cząstek ρ_2/ρ_1 oraz współczynnik tarcia μ .

Jeżeli $\rho_1/\rho_2 \neq 1$, mogą wystąpić dwie kombinacje wartości ilorazu d_2/d_1 – odpowiadające jednej wartości współczynnika μ . Przykładowo jeżeli $\rho_2/\rho_1 = 3$ dla $\mu = 0,1$ – uzyskano $d_2/d_1 = 0,76-0,27$; dla $\rho_2/\rho_1 = 1/3$ $d_2/d_1 = 2,1-0,25$. W przedziale tym cząstki mogą się przemieszczać co jest zgodne z doświadczeniem, gdzie dla mieszaniny złożonej z cząstek o różnej gęstości występuje wyraźnie zjawisko segregacji [6].

Dla danego, założonego μ (np. równego 0,1) oraz stosunku gęstości $\rho_2/\rho_1 = 1$ – układ cząstek ciała stałego, którego stosunek średnic cząstek d_2/d_1 zmienia się w zakresie 0,25–1,3 podlegać będzie samoprzemieszczaniu. Poza granicami tego przedziału układ cząstek pozostaje w spoczynku. Wynika



Rys. 2. Wyniki symulacji numerycznej zależności (12); obszary przemieszczania, segregacji i bezruchu

z tego, że kombinacja cząstek bardzo dużych i bardzo małych nie wykazuje skłonności do swobodnego przemieszczania przynajmniej zgodnie z uproszczonym modelem ogólnym.

Z drugiej strony oznacza to także, że jest korzystne i zalecane by cząstki cięższe mieszaniny sytuować powyżej lżejszych, co znacznie poprawia efekty przemieszczania.

Analizowany wykres pozwala także stwierdzić, że ze wszystkich wartości współczynnika tarcia μ , przedział w którym przemieszanie jest możliwe staje się coraz węższy. Zjawisko to zaobserwowano w praktyce, gdzie mieszaniny o własnościach kohezyjnych nie ulegają łatwo segregacji, ale także nie wykazują skłonności do samoprzemieszczania [7]. Oznacza to, że istnieje możliwość zamierzonego zmniejszania zdolności do segregacji przez wprowadzenie dodatków zwiększających współczynnik tarcia μ pomiędzy cząstkami

Oznaczenia

- d – średnica cząstki, [m]
- F – siła tarcia, [N]
- g – przyspieszenie siły ciężkości, [m · s⁻²]
- m – masa cząstki, [kg]
- t – czas, [s]
- x, y – współrzędne, [m]
- φ – kąt, [rad]
- θ_0 – kąt początkowy, [rad]
- ρ – gęstość cząstek, [kg · m⁻³]
- μ – współczynnik tarcia

LITERATURA

1. J. Bridgwater: Powder Technology, 15, 215 (1976).
2. W. Szatko: Badanie procesu mieszania wieloskładnikowego układu ziarnistego w mieszalniku ślimakowo-łopatkowym, praca doktorska, Politechnika Krakowska, 1991.
3. O. Molerus: Schüttgutmechanik, Springer-Verlag, 1985.
4. R.L. Brown, J.C. Richards: Principles of powder mechanics, Pergamon Press, 1966.
5. H. Heegn: Concerning Some fundamentals of fine grinding, 1st World Congress Particle Technology, Nürnberg, 16–18.04 (1986).
6. J. Šmid: The stress state of granular material on the flat bottom of a cylindrical vessel, 1st World Congress Particle Technology, Nürnberg, 16–18.04 (1986).
7. G. Gudehus, D. Kolymbas: An approach to cohesionless materials and cylindrical silos, 1st World Congress Particle Technology, Nürnberg, 16–18.04 (1986).