

Katarzyna Strzelecka, Krystyna Jeżowiecka-Kabsch

Rzeczywiste wartości współczynnika oporów miejscowych podczas przepływu wody przez skokowe rozszerzenie rury

Struga wody przepływając przez nagłe (skokowe) osiowo-symetryczne rozszerzenie rury ulega destabilizacji, która jest tym silniejsza, im większy jest skok średnicy rury. Z tym bezpośrednio wiąże się odległość, na której struga odzyskuje stabilność po pokonaniu takiego oporu.



Rys. 1. Schemat przepływu za skokowym (nagłym) rozszerzeniem rury

Za nagłym rozszerzeniem rury (rys. 1) obserwuje się intensywne zmiany kształtu profilu prędkości, a na granicy strugi powstaje niekiedy strefa recyrkulacji [1–5]. Tuż za rozszerzeniem pojawia się wąski obszar rdzenia, w którym struga się rozwija. Ta struga tranzytowa (rdzeń) wywołuje ruch wody znajdującej się w jej pobliżu, w wyniku czego powstaje obszar przepływu powrotnego [6]. Energia kinetyczna przepływu powrotnego jest czerpana z energii strugi głównej. Kształt i zasięg strefy przepływu powrotnego zależą od stopnia rozszerzenia (D/d – stosunek średnicy rury za i przed rozszerzeniem) oraz od liczby Reynoldsa (obliczonej w odniesieniu do wybranej średnicy (d) z zależności:

$$Re_d = 4q_v / \pi d \nu \quad (1)$$

w której:

q_v – strumień objętości, m^3/s

ν – kinematyczny współczynnik lepkości, m^2/s

przy czym analizowane w literaturze wyniki badań dotyczą jednego zadanego stopnia rozszerzenia rury [6,7].

Struktura przepływu wody w otoczeniu skokowego rozszerzenia rury, zjawiska zachodzące na granicy strugi tranzytowej, deformacja profilu prędkości oraz kształt i zasięg strefy przepływu powrotnego stanowią źródło strat miejscowych powstających podczas przepływu wody przez takie opory. Wyznaczenie tych strat, przy zadanym strumieniu objętości wody i średnicy rury, w praktyce opiera się na doborze – jedynie na podstawie geometrii oporu – wartości współczynnika oporów miejscowych (ζ) podawanych w literaturze [3,5,8] i normach [9] najczęściej w postaci wzorów.

Metoda wyznaczania rzeczywistych wartości współczynnika oporów miejscowych (ζ)

Przedstawione w literaturze i stosowane w obliczeniach hydraulicznych wzory, według których oblicza się wartości współczynnika oporów miejscowych [3,5], nie uwzględniają ani zmian (w czasie i otoczeniu przeszkody) rozkładów prędkości, a tym samym zaburzeń przepływu w bezpośrednim sąsiedztwie oporów miejscowych, ani wpływu liczby Reynoldsa na zjawiska przebiegające w tym obszarze.

Wysokość straty miejscowej (Δh^{sm}) wywołanej skokowym rozszerzeniem rury, odniesioną do średniej prędkości w rurze o mniejszej średnicy (d), można określić ze wzoru Darcy'ego-Weisbacha [3] zapisanego w postaci:

$$\Delta h^{sm} = \frac{\Delta p}{\rho g} = \zeta \frac{U_d^2}{2g} = \frac{\zeta}{2g} \left(\frac{4q_v}{\pi d^2} \right)^2 \quad (2)$$

w którym:

ζ – współczynnik oporów miejscowych charakteryzujący daną przeszkodę

U_d – uśredniona w czasie (średnioczasowa) prędkość średnia w rurze o średnicy d , m/s

W hydraulicznych obliczeniach rurociągów, opierających się na uogólnionym równaniu Bernoulliego [3], najczęściej jest określone wartości współczynnika ζ ze wzoru Borda [3,8], wyprowadzonego z zasady zachowania pędu strugi (przy założeniu współczynnika Coriolisa $\alpha=1$, czyli równomiernego rozkładu prędkości w obu przekrojach przepływowych – przed i za przeszkodą), z zależności:

$$\zeta = \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right)^2 \quad (3)$$

Tak obliczone wartości współczynnika oporów miejscowych (w odniesieniu do prędkości U_d) podawane są w literaturze [3,9,10] i stosowane w obliczeniach inżynierskich.

Omówiony już, skomplikowany, charakter przepływu w otoczeniu skokowego rozszerzenia rury, a przede wszystkim występująca w wielu układach hydraulicznych niezbyt duża wartość liczby Reynoldsa (rzędu od kilkudziesięciu do kilkuset tysięcy), będąca źródłem nierównomiernego rozkładu prędkości ($\alpha \neq 1$), wymagają doświadczalnego wyznaczenia rzeczywistych wartości współczynnika oporów miejscowych oraz określenia ich zależności od hydrodynamicznych warunków przepływu, scharakteryzowanych liczbą Reynoldsa. Przedstawiona w pracy metoda badań doświadczalnych pozwala wyznaczyć rzeczywiste wartości współczynnika oporów miejscowych (ζ) wywołanych nagłym rozszerzeniem rury.

Z uogólnionego równania Bernoulliego [3], stosując w odniesieniu do nagłego rozszerzenia omawianą w pracach [11,12] metodę kompensacyjną, otrzymuje się równanie określające współczynnik ζ (w odniesieniu do \bar{U}_d) w postaci:

$$\zeta = \alpha_d - \alpha_D \frac{d^4}{D^4} - \frac{g\pi^2 d^4}{8q_v^2} (\Delta z_{1,2} - 2\Delta z_{3,4}) \quad (4)$$

w którym:

$\Delta z_{1,2}$, $\Delta z_{3,4}$ – wysokość różnicy ciśnień między przekrojami pomiarowymi 1 i 2 oraz 3 i 4 ([11], rys. 3),

α_d , α_D – współczynnik Coriolisa w odniesieniu do przekrojów przed i za rozszerzeniem, przy odpowiednich wartościach liczby Reynoldsa (Re_d i Re_D)

Określony w ten sposób współczynnik ζ charakteryzuje jedynie straty miejscowe, a chcąc obliczyć jego wartość należy uwzględnić rozkład prędkości w przekroju poprzecznym strugi zarówno przed, jak i za oporem. Są one scharakteryzowane współczynnikiem Coriolisa, uwzględniającym nierównomierność rozkładu prędkości w przekroju poprzecznym rury, czyli różnicą pomiędzy rzeczywistą energią kinetyczną i energią kinetyczną obliczoną na podstawie prędkości średniej.

W literaturze [3,10] i normach [9] spotyka się różne założenia dotyczące określania wartości współczynnika Coriolisa przy przepływach rozwiniętych (uformowanych). W przypadku przepływów turbulentnych najczęściej spotykane jest przyjmowanie założenia równomiernego rozkładu prędkości w każdym przekroju, czyli w rozważanym przypadku $\alpha_d = \alpha_D = 1$. O ile założenie to jest wystarczająco dokładne w sytuacji, gdy liczba Reynoldsa ma bardzo dużą wartość i profil prędkości można w przybliżeniu uznać za równomierny ($\alpha = 1$), o tyle przy wartości Re do kilkuset tysięcy profil ten wyraźnie różni się od równomiernego, a więc założenie $\alpha = 1$ nie jest poprawne. Wyznaczenie rzeczywistych wartości współczynnika oporów miejscowych wymaga więc znajomości bezpośredniej zależności współczynnika Coriolisa (α) od liczby Reynoldsa.

Na podstawie badań doświadczalnych przedstawionych w pracy [13] przy $Re \in (2,8 \cdot 10^3, 3,5 \cdot 10^7)$ wyprowadzono taką zależność w postaci:

$$\alpha = 1 + 105 \left(\frac{10}{\ln^2 Re} \right)^3 - 11,88 \left(\frac{10}{\ln^2 Re} \right)^2 + 1,208 \left(\frac{10}{\ln^2 Re} \right) \quad (5)$$

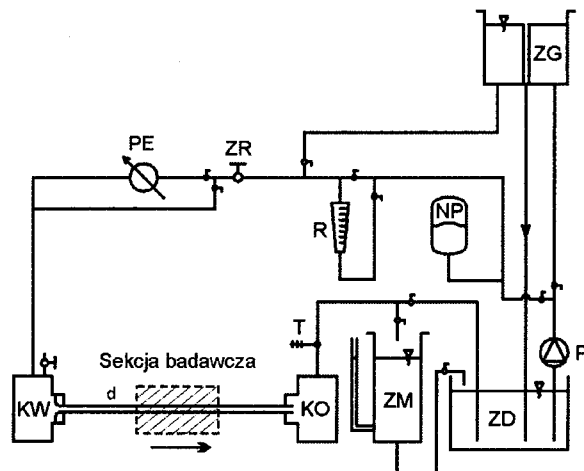
Korzystając z tej zależności można wyznaczyć z równania (4) rzeczywiste wartości współczynnika oporów miejscowych odniesione do prędkości średniej (\bar{U}_d) przed rozszerzeniem rury (rozważania przedstawione w pracy [3], dotyczące wyznaczenia wartości współczynnika ζ , przeprowadzono w odniesieniu do prędkości średniej (\bar{U}_D) za rozszerzeniem rury).

Analiza wyników badań doświadczalnych

Zakres liczby Reynoldsa w badaniach dobrano tak, aby w strefie badawczej występowały przepływy laminarne, przejściowy i turbulentny. Środkowa i górna część zakresu liczby Reynoldsa odpowiadała wartościom najczęściej występującym podczas przepływu w instalacjach sanitarnych. Wyznaczono wartości współczynnika oporów miejscowych stosując 9 stopni rozszerzeń ($D/d \in (1,22, 2,87)$), uzyskanych na

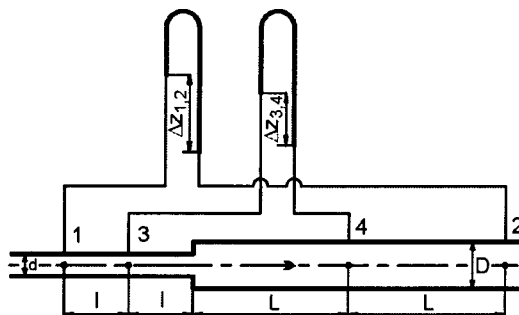
drodze połączeń rur ze szkła organicznego o następujących średnicach nominalnych: $d=14$ mm i $D=22$ mm, $d=14$ mm i $D=24$ mm, $d=14$ mm i $D=30$ mm, $d=14$ mm i $D=34$ mm, $d=14$ mm i $D=40$ mm, $d=18$ mm i $D=22$ mm, $d=18$ mm i $D=24$ mm, $d=18$ mm i $D=26$ mm oraz $d=18$ mm i $D=34$ mm. Zakresy wartości hydrodynamicznych parametrów przepływu (przeliczone przy temperaturze wody $t=20$ °C) przez rury z tymi rozszerzeniami podano w tabeli 1.

Badania doświadczalne przeprowadzono na stanowisku, którego schemat przedstawiono na rysunku 2 [14]. Stanowisko pracowało w obiegu zamkniętym, część wody wprowadzanej do sekcji badawczej mogła być jednak zastąpiona wodą wodociągową. Sekcja badawcza stanowiska (rys. 3) wyposażona była w zestaw manometrów podłączonych do otworów piezometrycznych oraz przyrządy do pomiaru wysokości różnicy ciśnień pomiędzy odpowiednio dobranymi przekrojami [11,12].



Rys. 2. Schemat stanowiska doświadczalnego (ZD – zbiornik dolny, P – pompa, ZG – zbiornik górny, NP – naczynie przeponowe, R – rotametr, PE – przepływomierz elektromagnetyczny, ZR – zawór regulacyjny, KW – kolektor wlotowy, KO – kolektor odpływowy, T – termometr, ZM – zbiornik mierniczy)

Na podstawie pomierzonej różnicy wysokości ciśnień w przekrojach 1 i 2 oraz 3 i 4, a także strumienia objętości i temperatury przepływającej wody, znajomości rzeczywistych średnic rur przed i za oporem, jak również bezpośredniej zależności współczynnika Coriolisa od liczby Reynoldsa (5), wyznaczono rzeczywiste wartości współczynnika oporów miejscowych (ζ) wg wzoru (4) podczas przepływów o różnych wartościach liczby Reynoldsa przez rury o zadanych stopniach rozszerzenia. Względna niepewność pomiaru wartości współczynnika, którą był średni błąd kwadratowy, wyznaczony według standardowego postępowania [15], wynosił około 2%.

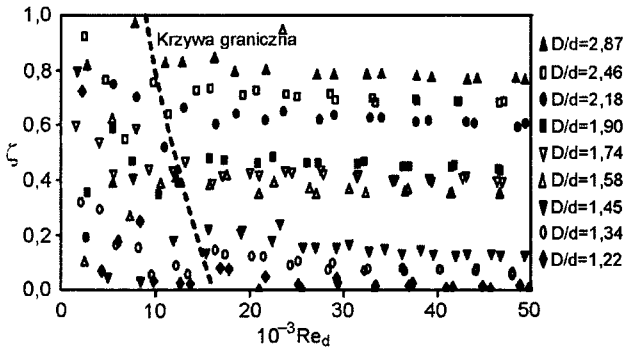


Rys. 3. Sekcja badawcza stanowiska doświadczalnego ($l=(26$ lub $43)d$, $L=(48+89)d$)

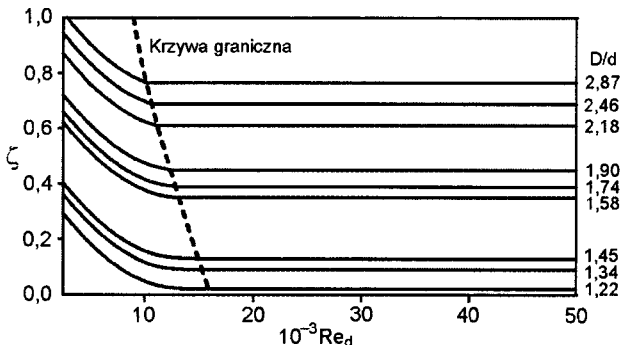
Tabela. 1. Wartości hydrodynamicznych parametrów przepływu podczas badań (temperatura wody $t=20\text{ }^{\circ}\text{C}$)

| Stopień rozszerzenia rury (D/d) | Liczba Reynoldsa | | | | Prędkość średnia | | | | Strumień objętości | |
|---------------------------------|------------------|--------|--------|-------|------------------|-------|-------------|-------|----------------------------|-------|
| | Re_d | | Re_D | | U_d , m/s | | U_D , m/s | | q_v , dm ³ /s | |
| | min. | maks. | min. | maks. | min. | maks. | min. | maks. | min. | maks. |
| 1,22 | 2200 | 105600 | 1800 | 86500 | 0,126 | 5,928 | 0,085 | 3,980 | 0,032 | 1,487 |
| 1,34 | 2100 | 102700 | 1600 | 76700 | 0,119 | 5,764 | 0,066 | 3,212 | 0,030 | 1,446 |
| 1,45 | 1700 | 93500 | 1200 | 64500 | 0,098 | 5,247 | 0,047 | 2,502 | 0,024 | 1,316 |
| 1,58 | 2500 | 106900 | 1600 | 67600 | 0,182 | 7,776 | 0,073 | 3,108 | 0,027 | 1,161 |
| 1,74 | 1600 | 105000 | 800 | 55300 | 0,089 | 5,896 | 0,025 | 1,636 | 0,022 | 1,479 |
| 1,90 | 2800 | 109300 | 1600 | 63000 | 0,205 | 7,951 | 0,068 | 2,638 | 0,031 | 1,188 |
| 2,18 | 2700 | 120600 | 1200 | 55300 | 0,193 | 8,768 | 0,041 | 1,843 | 0,029 | 1,310 |
| 2,46 | 2500 | 98400 | 1000 | 40000 | 0,181 | 7,160 | 0,030 | 1,183 | 0,027 | 1,069 |
| 2,87 | 2800 | 122000 | 1000 | 42600 | 0,203 | 8,873 | 0,025 | 1,080 | 0,030 | 1,325 |

Na rysunku 4 przedstawiono zależność wyznaczonych wartości współczynnika oporów miejscowych (odniesionych do prędkości średniej przed oporem – U_d) od liczby Reynoldsa $Re_d \in (1600, 50000)$ podczas przepływu wody przez rury z różnym stopniem rozszerzenia $D/d \in (1,22, 2,87)$.

Rys. 4. Doświadczalne wartości współczynnika oporów miejscowych (ζ) przy różnym stopniu rozszerzenia rury (D/d)

We wszystkich analizowanych przypadkach widoczny był wyraźny rozrzut wyników pomiarów, przede wszystkim w strefie przejściowej (do $Re_d=10^4$), natomiast w górnym przedziale zakresu pomiarowego ($Re_d > Re_d^{gr}$) wyniki były już bardziej skupione i przy wartościach liczby Reynoldsa powyżej Re_d^{gr} (różnej przy różnych D/d) stwierdzono ustalenie wartości współczynnika oporów miejscowych przy każdym badanym stopniu rozszerzenia rury. Na podstawie tych wyników doświadczalnych wyznaczono krzywą graniczną (jak w harfie Nikuradsego [3]), na której przy zadanym stopniu rozszerzenia D/d można odczytać w przybliżeniu przyporządkowaną mu wartość Re_d^{gr} .

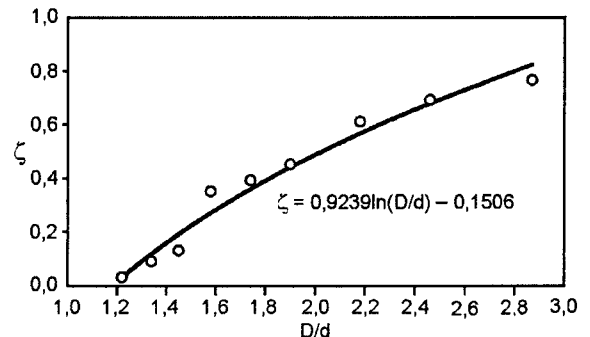
Rys. 5. Zaproponowana zależność współczynnika oporów miejscowych (ζ) od liczby Reynoldsa (Re_d) przy przepływie przez skokowe rozszerzenie rury

Na rysunku 5 przedstawiono zaproponowaną zależność współczynnika ζ od liczby Reynoldsa (Re_d) podczas przepływu wody przez skokowe rozszerzenie rury. Na prawo od krzywej granicznej wartości współczynnika ζ były stałe (nie zależały od liczby Reynoldsa), a poniżej tej wartości granicznej wyraźnie zależały od Re_d (malały wraz ze wzrostem liczby Reynoldsa). Przedstawiona w ten sposób zależność może być bezpośrednio wykorzystana w hydraulicznych obliczeniach technicznych dotyczących przepływu wody przez skokowe rozszerzenie rury, zarówno w strefie przepływów przejściowych, jak i uformowanych przepływów turbulentnych.

Wartości rzeczywiste współczynnika ζ wyznaczone w trakcie badań doświadczalnych przy różnych wartościach D/d w zakresie przepływu turbulentnego o uformowanym profilu prędkości, a więc przy $Re_d > Re_d^{gr}$, przedstawiono na rysunku 6 (o), a następnie przybliżono krzywą:

$$\zeta = 0,9239 \ln(D/d) - 0,1506 \quad (6)$$

Należy podkreślić, że wyprowadzona w ten sposób zależność (6) oraz obliczone z niej wartości (tab. 2) pozwalają w łatwy sposób wyznaczyć wartości współczynnika ζ w zakresie uformowanych przepływów turbulentnych.

Rys. 6. Zależność współczynnika oporów miejscowych (ζ) od stopnia rozszerzenia rury (D/d)

Odniesienie uzyskanych wyników do obliczeń wynikających ze wzoru Borda

W tabeli 3 zamieszczono wartości współczynnika wyznaczone doświadczalnie (z równania (4), przy $\alpha = \alpha(Re)$ wg (5)) oraz obliczone na podstawie wzoru Borda (3) i wyznaczone przy pomocy wzoru (6). W odniesieniu do przedstawionych wyników badań doświadczalnych, podano ich wartość średnią w przypadku przepływów scharakteryzowanych liczbą Reynoldsa większą od Re_d^{gr} .

Tabela 2. Rzeczywiste wartości współczynnika oporów miejscowych (ζ)
(odniesione do średniej prędkości przepływu w rurze przed rozszerzeniem) w zakresie przepływów $Re_d > Re_d^*$

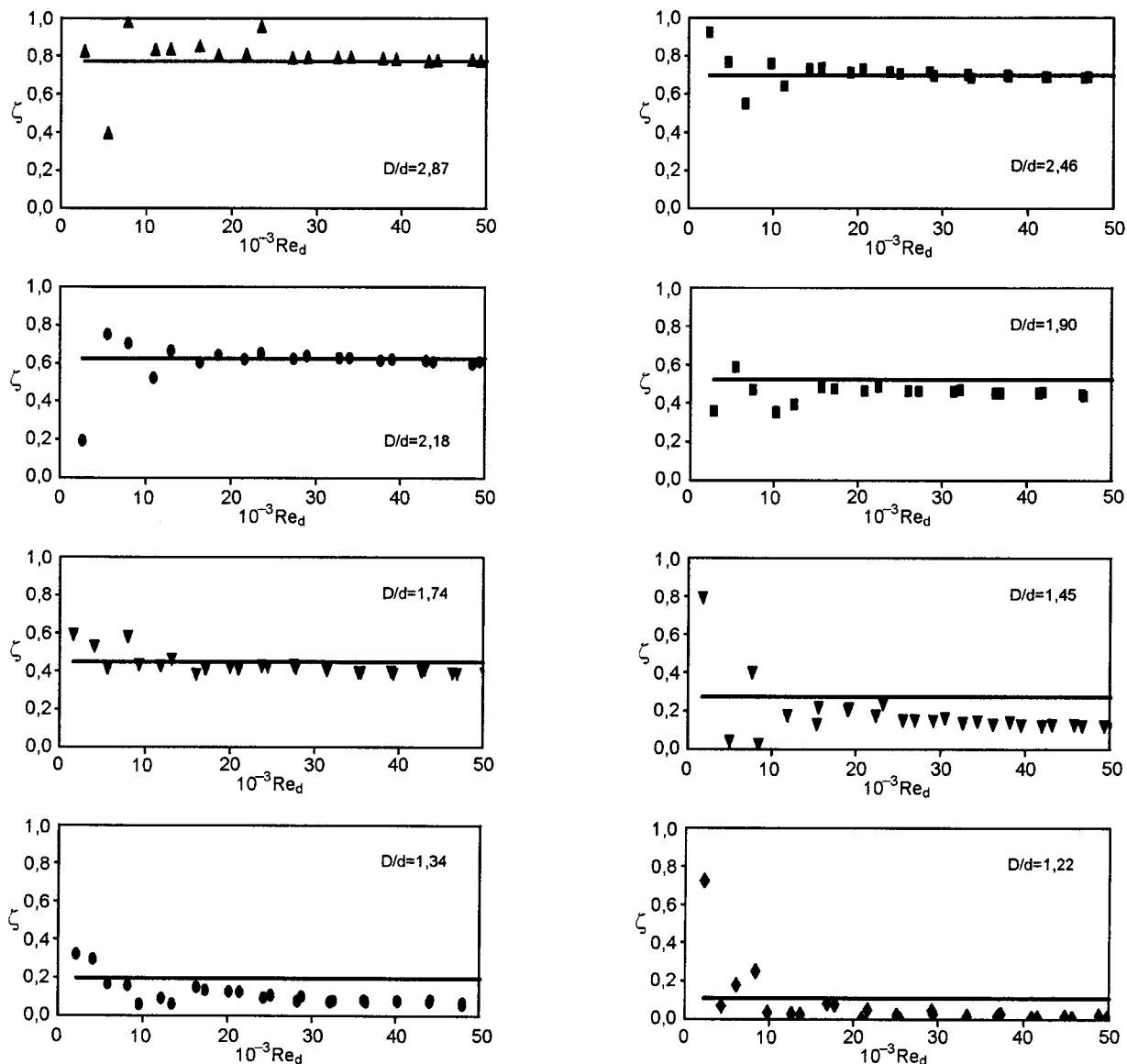
| D/d | 1,2 | 1,4 | 1,6 | 1,8 | 2,0 | 2,2 | 2,4 | 2,6 | 2,8 |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ζ | 0,018 | 0,160 | 0,284 | 0,392 | 0,490 | 0,578 | 0,658 | 0,732 | 0,801 |

Tabela 3. Wartości współczynnika oporów miejscowych (ζ) przy przepływie o $Re_d > Re_d^*$ przez skokowe rozszerzenie rury

| Współczynnik oporów miejscowych (ζ) | Stopień rozszerzenia rury (D/d) | | | | | | | | | |
|---|---------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|--|
| | 2,87 | 2,46 | 2,18 | 1,90 | 1,74 | 1,58 | 1,45 | 1,34 | 1,22 | |
| Rzeczywisty wg (4), przy $\alpha = \alpha(Re)$ wg (5) | 0,75 | 0,67 | 0,58 | 0,43 | 0,37 | 0,34 | 0,11 | 0,06 | 0,02 | |
| Obliczony wg (3) | 0,77 | 0,70 | 0,62 | 0,52 | 0,45 | 0,36 | 0,27 | 0,20 | 0,11 | |
| Obliczony wg (6) | 0,82 | 0,68 | 0,57 | 0,44 | 0,36 | 0,27 | 0,19 | 0,12 | 0,03 | |

Na rysunku 7 zamieszczono porównanie rzeczywistych wartości współczynnika oporów miejscowych (ζ) uzyskanych na podstawie badań doświadczalnych z uwzględnieniem zależności $\alpha = \alpha(Re)$, opisaną wzorem (5), z obliczonymi na podstawie wzoru Bordy (3) – w którym $\alpha = 1$, tj. powszechnie stosowanym w obliczeniach strat hydraulicznych podczas przepływu przez tego rodzaju przeszkodę.

Można zauważyć, że rzeczywiste wartości współczynnika ζ podczas przepływu o $Re_d > Re_d^*$ (a więc w zakresie liczby Reynoldsa często spotykanym w instalacjach ciepłych i wodociągowych) były w każdym przypadku mniejsze od wartości uzyskanych z zależności (3). Różnica pomiędzy wartościami doświadczalnymi i obliczonymi ze wzoru Bordy wynosiła od około 3% przy dużym stopniu rozszerzenia (D/d=2,87) do



Rys. 7. Rzeczywiste wartości współczynnika ζ (założenie wg (5) $\alpha = \alpha(Re)$ – punkty) i obliczone (ze wzoru Bordy (3) – linia) przy stopniu rozszerzenia D/d ∈ (2,87, 1,22)

około 80% przy stopniu niewielkim ($D/d=1,22$). Największe różnice zaobserwowano w przypadkach niedużego skoku średnicy, czyli przy małych stopniach rozszerzenia rury. Wiąże się to z tym, że rzeczywisty wpływ niewielkiego D/d na wartość współczynnika oporów miejscowych był znacznie mniejszy niż zakładany w rozważaniach teoretycznych.

Wnioski

♦ W zakresie przepływów o liczbie Reynoldsa $Re_d < Re_d^{gr}$, tj. laminarnych, przejściowych i słaboturbulentnych, współczynnik oporów miejscowych $\zeta = \zeta(Re_d)$. Struga odzyskuje wówczas stabilność w większej odległości od oporu miejscowego, a profil prędkości uśrednionych (średnioczasowych) ulega wyraźnym zmianom. Podczas przepływów turbulentnych ($Re_d > Re_d^{gr}$) zmiany kształtu profilu prędkości są nieznaczne i sięgają niewielkich odległości za oporem, co wpływa na szybszą stabilizację strugi za przeszkodą. W tym zakresie Re_d wartość współczynnika oporów miejscowych (ζ) jest w przybliżeniu stała.

♦ Uzyskane wartości współczynnika ζ w zakresie $Re_d > Re_d^{gr}$ są niższe (od 3% do 80%) od wartości obliczonych na podstawie wzorów literaturowych, lecz w zakresie $Re_d < Re_d^{gr}$ zauważa się nawet kilkusetprocentowy wzrost w stosunku do wartości dotychczas stosowanych w obliczeniach inżynierskich.

♦ Zaproponowaną graficzną zależność rzeczywistej wartości współczynnika ζ od D/d można stosować w obliczeniach przepływu wody przez skokowe rozszerzenie rury o stopniu rozszerzenia $D/d \in (1,22, 2,87)$, w zakresie przepływów przejściowego i turbulentnego o liczbie Reynoldsa $Re_d > 10^4$.

♦ W zakresie uformowanego przepływu turbulentnego ($Re_d > Re_d^{gr}$), a zatem przy $Re_d > 10^4$, w obliczeniach hydraulicznych przepływu wody przez rurę o stopniu rozszerzenia $D/d \in (1,22, 2,87)$ do wyznaczenia wartości współczynnika ζ (odniesionego do prędkości przed rozszerzeniem) zaleca się stosowanie zależności (6).

LITERATURA

1. Y.A. ENGEL, J.M. CIMBALA: Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications. McGraw-Hill Higher Education, Boston 2006.

2. K. JEŻOWIECKA-KABSCH, H. SZEWCZYK, Z. BECHTOLD, W. WĘDRYCHOWICZ, A. GRIGORIEV: Wizualizacyjne studium formowania się i ewolucji struktur wirowych przy przepływie przez przewężenia. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1999.
3. K. JEŻOWIECKA-KABSCH, H. SZEWCZYK: Mechanika Płynów. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2001.
4. J.E.A. JOHN, W.L. HABERMAN: Introduction to Fluid Mechanics. Prentice Hall, Englewood Cliffs 1988.
5. F.M. WHITE: Fluid Mechanics. McGraw-Hill, Boston 2005.
6. A. REVUELTA, A.L. SANCHEZ, A. LINAN: Confined axisymmetric laminar jets with large expansion ratios. J. Fluid Mechanics, 2002, Vol. 456, pp. 319–352.
7. J. FYDRYCH, K. JEŻOWIECKA-KABSCH, H. SZEWCZYK: Pulsujące przepływy cieczy przez przewód z nagłym rozszerzeniem. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2003.
8. J. SOBOTA: Hydraulika i mechanika płynów. Wydawnictwo Akademii Rolniczej we Wrocławiu, Wrocław 2003.
9. PN-EN 1267: 1999 – Armatura przemysłowa. Badanie oporu przepływu wodą.
10. C. GRABARCZYK: Przepływy cieczy w przewodach. Metody obliczeniowe. Envirotech, Poznań 1997.
11. K. JEŻOWIECKA-KABSCH, K. STRZELECKA: Wpływ nagłego rozszerzenia rury na wartość współczynnika strat miejscowych. Ochrona Środowiska, 2006, vol. 28, nr 2, ss. 53–56.
12. W.J. PROSNAK: Mechanika płynów. Tom I. Statyka płynów i dynamika cieczy. PWN, Warszawa 1970.
13. K. STRZELECKA, K. JEŻOWIECKA-KABSCH: Badania współczynnika Coriolisa podczas przejściowego i turbulentnego przepływu wody w rurze. Ochrona Środowiska, 2008, vol. 30, nr 1, ss. 21–25.
14. K. STRZELECKA: Badania osiowosymetrycznego przepływu przez przewód ze skokową zmianą średnicy. Rozprawa doktorska. Raporty Instytutu Techniki Ciepłej i Mechaniki Płynów Politechniki Wrocławskiej, seria PRE nr 7, Wrocław 2007 (praca niepublikowana).
15. I.N. BRONSZTEJN, K.A. SIEMIENDIAJEW, G. MUSIAL: Nowoczesne kompendium matematyki. PWN, Warszawa 2004.

Strzelecka, K., Jeżowiecka-Kabsch, K. Real Values of Resistance Coefficients in Water Flow through Leading Pipe Sudden Expansion. Ochrona Środowiska 2008, Vol. 30, No. 2, pp. 29–33.

Abstract: The complex character of flow in the vicinity of the leading pipe sudden expansion is linked with the non-uniformity of the velocity field, *i.e.* with the Coriolis coefficient value $\alpha \neq 1$. That necessitates determining the value of the resistance coefficient ζ by experiments and establishing its dependence on the Reynolds number. The experiments reported in the present paper enabled the real values of the resistance coefficients ζ to be determined (taking into account the dependence $\alpha = \alpha(Re)$ established on the basis of our own researches) for

9 pipe sudden expansions in the range of $D/d \in (1,22, 2,87)$. The real values obtained by experiments were compared with the values calculated in terms of the Borda formula, which is commonly used in engineering. In all cases, the resistance coefficient values determined by experiments were found to be lower (by 3% to 80%, depending on the sudden expansion D/d). The formula $\zeta = 0.9239 \ln(D/d) - 0.1506$, as well as the corresponding table, was proposed for the formed turbulent flow ($Re_d > 10^4$) through the leading pipe sudden expansion. That permits the value of the coefficient ζ to be determined for the sudden expansion chosen from the range of $D/d \in (1,22, 2,87)$.

Keywords: Pipe flow, resistance coefficient, pipe sudden expansion.