

Katarzyna Strzelecka, Krystyna Jeżowiecka-Kabsch

Badania współczynnika Coriolisa podczas przejściowego i turbulentnego przepływu wody w rurze

W obliczeniach hydraulicznych złożonych systemów przepływowych konieczna jest znajomość bezpośredniej zależności współczynnika Coriolisa (α) (współczynnika poprawkowego, uwzględniającego nierównomierność rozkładu prędkości przepływu w przekroju poprzecznym rury) od liczby Reynoldsa w zakresie przepływów przejściowych i turbulentnych [1–3]. Zakres wartości współczynnika α podczas przepływów turbulentnych według różnych autorów wynosi od 1,026 do 1,3 [2,4–7]. W wielu pozycjach literaturowych [7–10] jako wystarczająco dokładne w zakresie przepływu turbulentnego najczęściej podawane jest $\alpha=1$, czyli jak w przypadku równomiernego rozkładu prędkości przepływu. O ile przy bardzo dużych liczbach Reynoldsa profil prędkości przepływu można w przybliżeniu uznać za równomierny ($\alpha \approx 1$), o tyle przy wartościach Re rzędu kilkuset tysięcy profil ten wyraźnie różni się od równomiernego, a więc założenie $\alpha=1$ nie jest poprawne.

W pracach [2,7,11] w przypadku potęgowego rozkładu prędkości przepływu o wykładniku n podawana jest pośrednia zależność pomiędzy współczynnikiem Coriolisa i liczbą Reynoldsa w postaci:

$$\alpha = \frac{(n+1)^3(2n+1)^3}{4n^4(n+3)(2n+3)} \quad (1)$$

w której:
 $n = f(\text{Re})$

Stosowanie tej zależności jest jednak niewygodne i niedokładne, ze względu na konieczność odczytywania wartości α z wykresu zależności $n=f(\text{Re})$ w obrębie przepływów o liczbie Reynoldsa do kilkuset tysięcy, gdyż w tym zakresie liczb Reynoldsa zależność ta nie może być wystarczająco dokładnie przybliżona wzorem $1/n = \lg \text{Re} - 1,9$ [12].

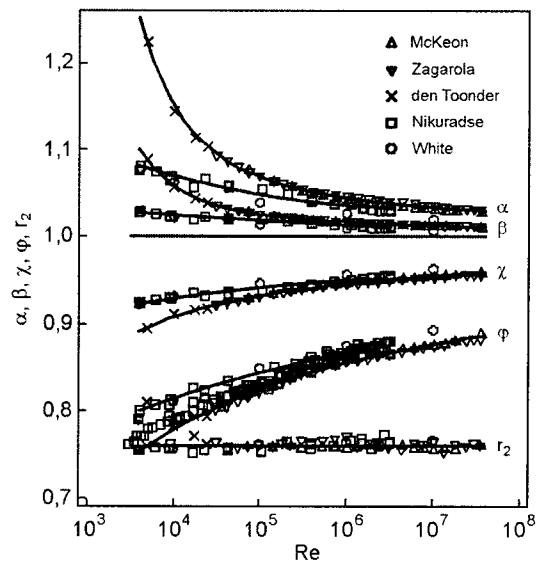
Nieścisłości dotyczące wartości współczynnika α wskazują na konieczność wyznaczenia bezpośredniej zależności $\alpha=\alpha(\text{Re})$ w szerokim zakresie liczby Reynoldsa, który obejmowałby zarówno przepływy turbulenty, jak i strefę przejściową, gdzie można się spodziewać największych różnic wartości tego współczynnika w porównaniu z najczęściej zakładanym $\alpha=1$.

Autorzy publikacji [13–18] przeprowadzili obszerne badania doświadczalne służące wyznaczeniu profilu prędkości przepływu w długiej prostej rurze w zakresie przepływu turbulentnego. Znajomość tych wyników w zakresie przepływu w rurze o wartości Re z przedziału $5 \cdot 10^3 \div 3,5 \cdot 10^7$ pozwoliła

autorowi pracy [19] przybliżyć zależność $\alpha=\alpha(\text{Re})$ w zakresie przepływów nieobejmującym strefy przejściowej wzorem:

$$\alpha = 1 + 101 \left(\frac{10}{\ln^2 \text{Re}} \right)^3 - 10,7 \left(\frac{10}{\ln^2 \text{Re}} \right)^2 + \frac{11,3}{\ln^2 \text{Re}} \quad (2)$$

Na rysunku 1 krzywa położona najwyżej przedstawia zależność $\alpha=\alpha(\text{Re})$ wg wzoru (2), natomiast pozostałe krzywe – zależności współczynników β (współczynnik korekcyjny pędu), ϕ (stosunek prędkości średniej do maksymalnej) i χ (stosunek prędkości średniej w rurze do średniej prędkości wzdłuż średnicy rury) oraz względnego promienia r_2 ($r_2=r_1/(D/2)$, gdzie r_1 oznacza promień, przy którym prędkość miejscowa jest równa prędkości średniej w rurze) od liczby Reynoldsa.



Rys. 1. Zależność współczynników α , β , ϕ , χ i promienia r_2 od Re [19]

Niniejsza praca zmierzała do uzupełnienia danych doświadczalnych w zakresie przepływu przejściowego, tj. niższych wartości liczb Reynoldsa i wyprowadzenia na ich podstawie bezpośredniej zależności $\alpha=\alpha(\text{Re})$ w szerszym zakresie przepływów (przejściowy i turbulentny), jakie mogą wystąpić w instalacjach i układach hydraulicznych.

Sposób wyznaczania współczynnika Coriolisa

Celem określenia wartości współczynnika Coriolisa (α) i jego zależności od liczby Reynoldsa w postaci:

$$\text{Re} = \frac{Ud}{\nu} \quad (3)$$

w której:

\bar{U} – średnia prędkość przepływu w rurze (uśredniona w czasie), m/s

d – średnica rury, m

ν – kinematyczny współczynnik lepkości, m²/s

przeprowadzono pomiary prędkości miejscowych (uśrednionych w czasie) w przekrojach poprzecznych rur (wzdłuż średnicy). Zmierzaly one do wyznaczenia rozkładów prędkości przepływu w rurze długiej, tj. uformowanych profili prędkości w zakresie przepływów przejściowych i turbulentnych scharakteryzowanych wartościami liczb Reynoldsa $Re \in (2,8 \cdot 10^3, 10^5)$.

Zgodnie z definicją [2,4,7,11,20], współczynnik Coriolisa (α) to stosunek rzeczywistej energii kinetycznej do energii kinetycznej obliczonej na podstawie średniej prędkości przepływu. W związku z tym zachodzi zależność:

$$\int_A \left(\frac{1}{2} \bar{u}^2 \right) \rho \bar{u} dA = \alpha \int_A \left(\frac{1}{2} \bar{U}^2 \right) \rho \bar{U} dA = \frac{1}{2} \alpha \bar{U}^2 \rho q_v = \frac{1}{2} \alpha \rho A \bar{U}^3 \quad (4)$$

w której:

\bar{u} – uśredniona w czasie prędkość miejscowa, m/s

A – pole powierzchni przekroju poprzecznego rury, m²

q_v – strumień objętości płynu, m³/s

Zatem współczynnik Coriolisa (α) określa zależność:

$$\alpha = \frac{\int \bar{u}^3 dA}{A \bar{U}^3} \quad (5)$$

Po uwzględnieniu, w przypadku rury o średnicy d (uniwersalna średnica rury), że $dA = 2\pi r dr$, $A = \pi d^2/4$ (współrzędna promieniowa $r \in [0, d/2]$) oraz zależności określającej średnią prędkość przepływu w rurze o średnicy d w postaci:

$$\bar{U} = \frac{1}{A} \int \bar{u} dA \quad (6)$$

uzyskano zależność:

$$\bar{U} = \frac{8}{d^2} \int_0^{d/2} \bar{u} r dr \quad (7)$$

Przyjmując, że $r/(d/2) = R$ (bezwymiarowy uniwersalny promień rury $R \in [0, 1]$) otrzymano równanie:

$$\bar{U} = 2 \int_0^1 \bar{u} R dR \quad (8)$$

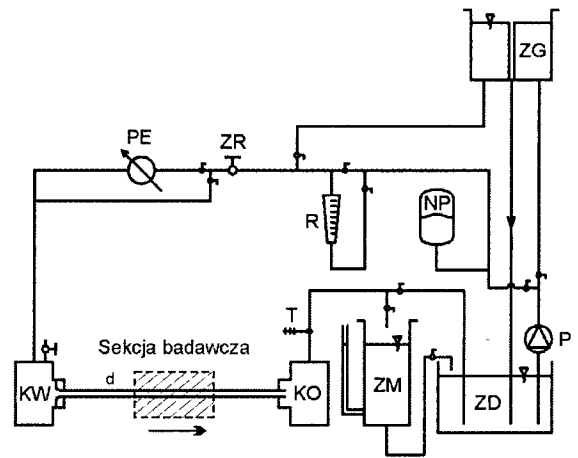
Wartość współczynnika Coriolisa wyznacza się zatem ze wzoru:

$$\alpha = \frac{\frac{1}{4} \int_0^1 \bar{u}^3 R dR}{\left(\frac{1}{4} \int_0^1 \bar{u} R dR \right)^3} = \frac{\frac{1}{4} \int_0^1 \left(\frac{\bar{u}}{\bar{U}} \right)^3 R dR}{\left(\frac{1}{4} \int_0^1 \frac{\bar{u}}{\bar{U}} R dR \right)^3} \quad (9)$$

Aby było możliwe porównanie uzyskanych profili prędkości przepływu w rurach o różnych średnicach, sprowadzono je do postaci bezwymiarowej poprzez odniesienie do średniej prędkości przepływu w rurze o średnicy d ($\bar{U} = 4q_v/(\pi d^2)$). Przedstawiony wywód – na podstawie pomiarów uśrednionych prędkości miejscowych w rurze, uzyskanych w różnych warunkach przepływu, scharakteryzowanych odpowiednimi wartościami liczby Reynoldsa – pozwolił na wyznaczenie bezpośredniej zależności współczynnika Coriolisa od liczby Reynoldsa.

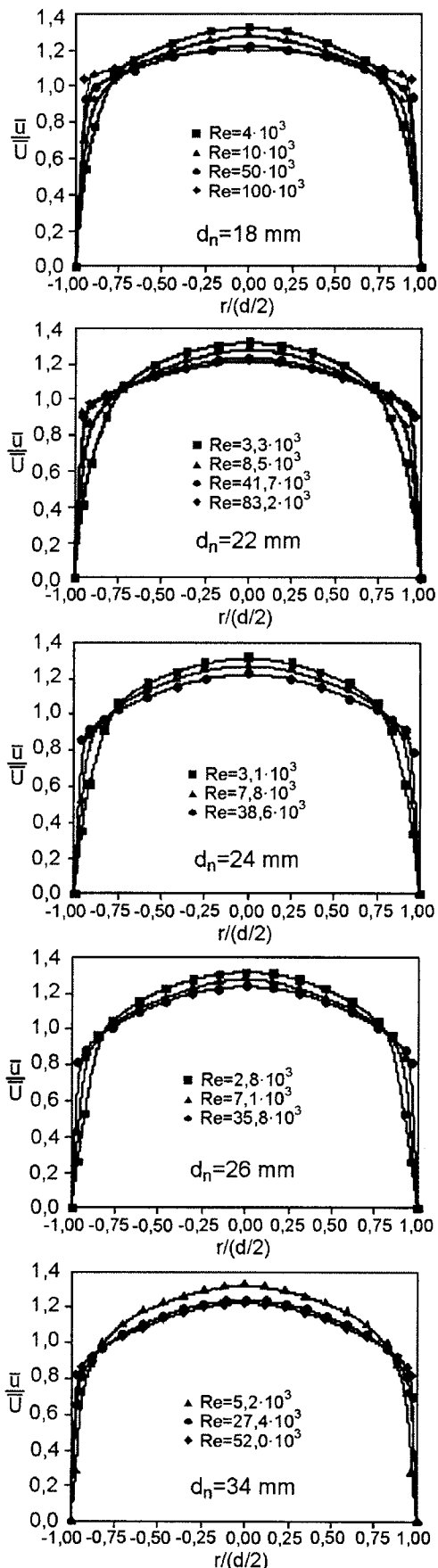
Stanowisko i metoda badań doświadczalnych

Pomiary prędkości miejscowych przeprowadzono na stanowisku badawczym, którego schemat przedstawiono na rysunku 2. Układ pracuje w obiegu zamkniętym, część wody wprowadzanej do sekcji badawczej może być jednak zastąpiona wodą wodociągową.



Rys. 2. Schemat stanowiska doświadczalnego

Woda zasysana pompą (P) z dolnego zbiornika zasilającego (ZD) przepływa przez ciśnieniowe naczynie przeponowe (NP) i rotametr (R) (zakres pomiarowy 0,6+6,0 m³/h) lub przepływomierz elektromagnetyczny (PE) (zakres pomiarowy do 3,5 m³/h). Zadaniem naczynia przeponowego (NP) było tłumienie przenoszenia pulsacji wytwarzanych przez pompę (P). Ilość czynnika wprowadzanego do układu była ustalona za pomocą zaworu regulacyjnego (ZR), dalej woda przepływała do kolektora wlotowego (KW) zaopatrzonego w zawór odpowietrzający. Zarówno rotametr, jak i przepływomierz elektromagnetyczny pełniły rolę wskaźników, a do dokładnego pomiaru strumienia objętości służył zbiornik mierniczy (ZM). W pomiarach niewielkich strumieni objętości, w celu wyeliminowania pulsacji pochodzących od pompy, woda ze zbiornika (ZD) była doprowadzana do górnego zbiornika zasilającego (ZG), w którym poziom zwierciadła stabilizował się przez zastosowanie przelewu. Woda ze zbiornika ZG przepływała rurą zasilającą przez zawór regulacyjny (ZR) i przepływomierz elektromagnetyczny (PE) do kolektora wlotowego (KW), z którego wlot do rury został specjalnie zaokrąglony, celem ukształtowania strugi bez jej oderwania. Z kolektora KW woda przepływała do sekcji badawczej, zbudowanej z długiej prostej rury (o średnicy d) ze szkła organicznego. Dalej wodę doprowadzano do kolektora odpływowego (KO) i zbiornika ZD, a na wylocie z kolektora termometrem (T) dokonywano pomiaru temperatury czynnika w układzie.



Rys. 3. Uformowane profile miejscowych prędkości uśrednionych, wyznaczone przy przepływach wody w rurach o różnych średnicach nominalnych

Badania wykonano w przekroju oddalonym od oporów miejscowych (zarówno od wlotu do kolektora wlotowego, jak i wylotu z kolektora odpływowego) tak, aby profile prędkości przepływu były w pełni uformowane (brak oddziaływania kolektorów). Sekcją badawczą stanowiły proste rury ze szkła organicznego o wymiennych średnicach (d_n) 18 mm, 22 mm, 24 mm, 26 mm i 34 mm, obudowane prostokątnym przezroczystym zbiorniczkiem korekcyjnym wypełnionym wodą. Prędkość miejscową wzdłuż średnicy rury przy zadanych wartościach strumienia objętości, którym odpowiadały wartości liczb Reynoldsa z zakresu $Re(2,8 \cdot 10^3, 10^5)$ zmierzono helowo-neonowym anemometrem laserowym FlowLite (o mocy 10 mW) firmy Dantec z przenośną sondą anemometryczną i procesorem FVA 58N40 wzmacniającym i przetwarzającym zmierzony sygnał. Zasada pomiaru tego urządzenia opiera się na efekcie interferencji [21]. Sterowanie i kontrola pomiarów odbywała się za pomocą komputera, który był połączony z aparaturą pomiarową za pomocą karty interfejsu FVA/PDA 58G130, dostarczoną przez firmę Dantec. Zbudowany układ trawersujący umożliwiał precyzyjne przemieszczanie sondy anemometru wzdłuż średnicy rury.

Analiza wyników badań

Przeprowadzone pomiary anemometryczne uśrednionych prędkości miejscowych umożliwiły wyznaczenie bezwymiarowych profili tych prędkości (rys. 3).

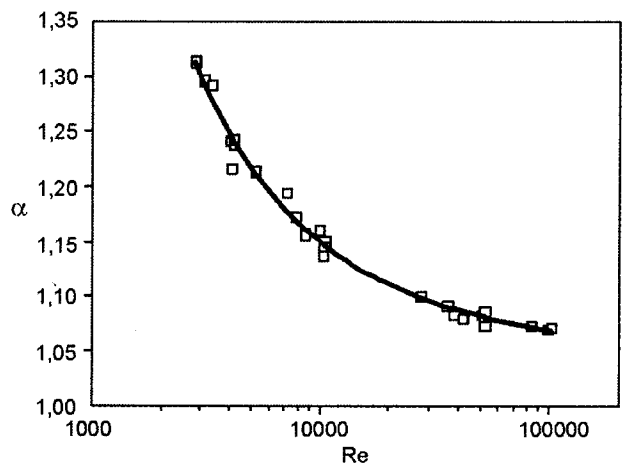
Uzyskane profile prędkości miejscowych, przy różnych wartościach liczby Reynoldsa, posłużyły do wyznaczenia zgodnie ze wzorem (8) wartości współczynników Coriolisa (α) i dalej zależności $\alpha = \alpha(Re)$, przedstawionej na rysunku 4 i przybliżonej wzorem:

$$\alpha = 1 + 105 \left(\frac{10}{\ln^2 Re} \right)^3 - 11,88 \left(\frac{10}{\ln^2 Re} \right)^2 + 1,208 \left(\frac{10}{\ln^2 Re} \right) \quad (10)$$

w którym:

Re – liczba Reynoldsa, $Re \in (2,8 \cdot 10^3, 10^5)$

Należy podkreślić, że przy bardzo dużych wartościach liczby Reynoldsa, a więc w zakresie przepływów, w których profil prędkości zbliżał się do profilu równomiernego, współczynnik Coriolisa obliczony ze wzoru (10) osiągał wartość 1,



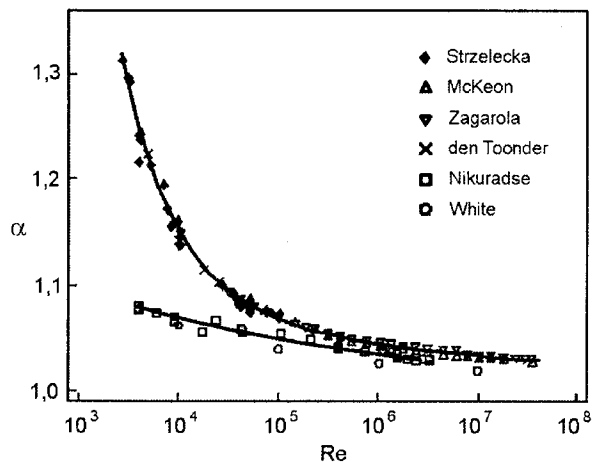
Rys. 4. Zależność współczynnika Coriolisa (α) od liczby Reynoldsa w zakresie $Re \in (2,8 \cdot 10^3, 10^5)$

czyli jak podczas przepływu płynu doskonałego. Średnie kwadratowe odchylenie standardowe wynosiło około $0,85 \cdot 10^{-2}$, natomiast wartość maksymalnego i minimalnego kwadratu odległości od krzywej – odpowiednio $0,78 \cdot 10^{-3}$ i $0,33 \cdot 10^{-8}$.

Na podstawie wyznaczonej niepewności pomiaru uśrednionej (w czasie) prędkości miejscowej metodą anemometrii laserowej, wzoru (9) oraz zasady sumowania średniokwadratowych niepewności cząstkowych [22], obliczono niepewność wartości współczynnika Coriolisa, która wyniosła około 1,5%.

Podsumowanie

Przedstawione na rysunku 5 wartości współczynnika α , wynikające z doświadczalnych badań własnych (Strzelecka) oraz innych autorów (na rys. 1 wg [19]) umożliwiły wyznaczenie bezpośredniej zależności współczynnika Coriolisa od liczby Reynoldsa w szerokim zakresie przepływów przejściowych i turbulentnych ($Re \in (2,8 \cdot 10^3, 3,5 \cdot 10^7)$), w tym przepływów najczęściej spotykanych w instalacjach sanitarnych (np. ciepłych, wodociągowych).



Rys. 5. Porównanie wartości współczynnika Coriolisa uzyskanych w badaniach własnych z wartościami zaprezentowanymi w pracy [19]

Uzyskana zależność współczynnika Coriolisa (α) od liczby Reynoldsa (10) w strefie przepływów przejściowych i słaboturbulentnych dobrze koreluje z nowymi wynikami badań McKeon, Zagarolii den Toondera przeprowadzonymi w zakresie liczby Reynoldsa $Re \in (5 \cdot 10^3, 3,5 \cdot 10^7)$ i przybliżonymi zależnością (2). Wyraźnie odbiega ona jednak od wartości otrzymanych na podstawie badań Nikuradsego oraz prezentowanych przez White'a (rys. 1). Należy zauważyć, że w literaturze przedmiotu wyniki badań Nikuradsego, uzyskane w latach trzydziestych XX w. nadal stanowią podstawę do hydraulicznego obliczania rurociągów. Zatem wyprowadzona zależność (10) i obliczone na jej podstawie wartości współczynnika Coriolisa (tab. 1) mogą być wykorzystane wprost w obliczeniach hydraulicznych systemów przepływowych w zakresie przepływów przejściowych i turbulentnych, scharakteryzowanych liczbą Reynoldsa $Re \in (2,8 \cdot 10^3, 3,5 \cdot 10^7)$.

Tabela 1. Wartości współczynnika Coriolisa (α) przy wybranych wartościach liczby Reynoldsa

Re	$2,8 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^3$	10^4	$5 \cdot 10^4$	10^5	$5 \cdot 10^5$	10^6	$5 \cdot 10^6$	10^7	$3,5 \cdot 10^7$
α	1,312	1,247	1,216	1,149	1,082	1,069	1,051	1,046	1,038	1,035	1,031

LITERATURA

1. K. JEŻOWIECKA-KABSCH, K. STRZELECKA: Wpływ nagłego rozszerzenia rury na wartość współczynnika strat miejscowych. *Ochrona Środowiska*, 2006, vol. 28, nr 2, ss. 53–56.
2. K. JEŻOWIECKA-KABSCH, H. SZEWCZYK: *Mechanika płynów*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2001.
3. W. WĘDRYCHOWICZ, K. JEŻOWIECKA-KABSCH, A. GRYGORIEV, K. STRZELECKA: Zależność współczynnika strat miejscowych od liczby Reynoldsa podczas przepływu wody przez nagłe zwężenie rury. *Ochrona Środowiska*, 2006, vol. 28, nr 3, ss. 51–54.
4. Y.A. ENGEL, J.M. CIMBALA: *Fluid Mechanics, Fundamentals and Applications*. McGraw-Hill Higher Education, Boston 2006.
5. Z. KOSMA: *Podstawy mechaniki płynów*. Wydawnictwo Politechniki Radomskiej, Radom 2002.
6. W.J. PROSNAK: *Mechanika płynów*. Tom I. Statyka płynów i dynamika cieczy. PWN, Warszawa 1970.
7. F.M. WHITE: *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill, Boston 2005.
8. C. HWANG, R. PAL: Flow of two-phase oil/water mixture through sudden expansions and contractions. *Chemical Engineering Journal*, 1997, Vol. 68, pp. 157–163.
9. M. MITOSEK: *Mechanika płynów w inżynierii i ochronie środowiska*. PWN, Warszawa 2001.
10. J. SOBOTA: *Hydraulika i mechanika płynów*. Wydawnictwo Akademii Rolniczej we Wrocławiu, Wrocław 2003.
11. H. WALDEN, J. STASIAK: *Mechanika cieczy i gazów w inżynierii sanitarnej*. Arkady, Warszawa 1971.
12. H. SZEWCZYK [red.]: *Mechanika płynów. Ćwiczenia laboratoryjne*. Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1979.
13. B.J. MCKEON, J. LI, W. JING, J.F. MORRISON, A.J. SMITS: Further observations on the mean velocity distribution in fully developed pipe flow. *J. Fluid Mech.*, 2004, Vol. 501, pp. 135–147.
14. B.J. MCKEON, C.J. SWANSON, M.V. ZAGAROLA, R.J. DONNELLY, A.J. SMITS: Friction factors for smooth pipe flow. *J. Fluid Mech.*, 2004, Vol. 511, pp. 41–44.
15. J.F. MORRISON, B.J. MCKEON, W. JING, A.J. SMITS: Scaling of the streamwise velocity component in turbulent pipe flow. *J. Fluid Mech.*, 2004, Vol. 508, pp. 99–131.
16. J.M.J. den TOONDER, F.T.M. NIEUWSTADT: Reynolds number effects in turbulent pipe flow for low to moderate Re. *Phys. Fluids*, 1997, Vol. 9, pp. 3398–3409.
17. M.V. ZAGAROLA, A.E. PERRY, A.J. SMITS: Log laws or power laws: The scaling in the overlap region. *Phys. Fluids*, 1997, Vol. 9, pp. 2094–2100.
18. M.V. ZAGAROLA, A. SMITS, Mean-flow scaling of turbulent pipe flow. *J. Fluid Mech.*, 1998, Vol. 373, pp. 33–79.
19. H. SZEWCZYK: Współczynniki korekcyjne w jednowymiarowym modelu przepływu lepkiego płynu nieściśliwego w gładkiej cylindrycznej rurze. *Raporty Inst. Techn. Ciepł. i Mech. Płynów PWr, Seria PRE nr 7*, Wrocław 2007.
20. J. SOBOTA: *Hydromechanika*. Wydawnictwo Akademii Rolniczej we Wrocławiu, Wrocław 1999.
21. J.W. ELSNER, S. DROBNIĄK: *Metrologia turbulencji przepływów*. Ossolineum, Wrocław–Warszawa–Kraków 1995.
22. I.N. BRONSZTEJN, K.A. SIEMIENDIAJEW, G. MUSIAL: *Nowoczesne kompendium matematyki*. PWN, Warszawa 2004.

Strzelecka, K., Jeżowiecka-Kabsch, K. Coriolis Coefficient in Transitional and Turbulent Pipe Flow. *Ochrona Środowiska* 2008, Vol. 30, No. 1, pp. 21–25.

Abstract: The command of the direct dependence $\alpha=\alpha(\text{Re})$ in transitional and turbulent flows is a requisite for hydraulic calculations of pipe flows. The Coriolis coefficient value for turbulent flows that is most frequently reported in engineering-oriented literature equals 1. This is attributable to the assumption of the uniform velocity distribution and can be burdened with error (the bigger, the lesser the turbulence in flow). As yet, the direct dependence of the Coriolis coefficient (α) and the Reynolds number (Re) that would apply to a wider range of flows (including the transition zone where the differences between

uniform and real velocity distribution can be the greatest) has received no attention in the literature. The $\alpha=\alpha(\text{Re})$ dependence obtained in our experimental studies of pipe flows with $\text{Re} \in (2.8 \cdot 10^3; 10^5)$ which noticeably differs from the one attained by Nikuradse confirms the results of the majority of recent investigations into flows of $\text{Re} > 10^5$. Our own experimental results, as well as the experimental results recently reported by other authors, made it possible to rate the values of the Coriolis coefficient at 1.312 to 1.031 for flows with Reynolds numbers of $\text{Re} \in (2.8 \cdot 10^3; 3.5 \cdot 10^7)$ and describe their dependence on the Reynolds number.

Keywords: Coriolis coefficient, pipe flow, viscous flow, turbulent flow.