

Prof. dr hab. Leszek MIESZKALSKI
Katedra Organizacji i Inżynierii Produkcji
Wydział Inżynierii Produkcji, SGGW w Warszawie

KOMPUTEROWE WSPOMAGANIE MATEMATYCZNEGO MODELOWANIA KSZTAŁTU CEBULI ZA POMOCĄ KRZYWEJ PRZESTRZENNEJ®

W pracy przedstawiono metodę matematycznego modelowania kształtu bryły cebuli przeznaczonej do przechowywania. Kształt cebuli został odwzorowany parametryczną krzywą przestrzenną. Do opisu konturu poprzecznego przekroju cebuli wykorzystano zmodyfikowane równania parametryczne ślimaka Pascala. Uzyskaną krzywą sprowadzono do postaci krzywej przestrzennej leżącej w bliskiej odległości od zewnętrznej powierzchni cebuli. Porównano rzuty rzeczywistych cebul z rzutami kul i elipsoid. Porównano krzywą przestrzenną reprezentującą cebule z siatkami kul i brył zbliżonych do elipsoid.

Słowa kluczowe: Cebula, krzywa przestrzenna, bryła, kształt, model matematyczny.

WSTĘP I CEL PRACY

Cebula należy do warzyw powszechnie spożywanych w Polsce (ok. 5 kg na 1 mieszkańca rocznie). Jest chętnie spożywanym warzywem na całym świecie. Jakość cebuli określa norma PN-72/R75357. Pod względem wymiarowym dla cebuli zeschniętej przeznaczonej do przechowywania w dłuższym okresie czasu norma przewiduje dwa wybory. Cebula zakwalifikowana do wyboru pierwszego musi być jednolita odmianowo, zbliżona pod względem kształtu do kulistego, lekko spłaszczonego i wydłużonego. Przygotowywana cebula do sprzedaży musi być poddana pracochłonnemu procesowi sortowania i kalibrowania. Cebula z zaschniętą szyjką i obciętym szczypiorem w klasie I powinna mieć następujące wymiary: 25–35 mm, 35–50 mm, 50–70 mm i ponad 70 mm. Klasa II obejmuje cebule o wymiarach powyżej 35 mm. W większości gospodarstw sortowanie cebuli jest przeprowadzane ręcznie.

Cechami geometrycznymi cebuli interesują się konstruktorzy sortowników. Modele matematyczne brył warzyw mają duże znaczenie w projektowaniu procesów roboczych w produkcji surowca i jego przetwórstwie [8]. Według Bohdziewicz [1, 2] przy wyznaczaniu właściwości mechanicznych i reologicznych cebuli należy uwzględniać cechy geometryczne np. kształt, wymiary. W literaturze spotyka się wiele prac opisujących metody modelowania kształtów brył surowców rolniczych [9, 10]. Modelowanie nieregularnych kształtów brył aproksymujących surowce rolnicze za pomocą krzywych Béziera przedstawiają prace [4, 5, 6, 7].

Celem artykułu jest zaprezentowanie modelowania kształtu bryły cebuli za pomocą konstrukcji krzywych przestrzennych.

METODYKA

Materiałem do badań była cebula (*Allium cepa* L.) odmiany Wolska, pochodząca z upraw z 2010 roku. Wybrano cztery charakterystyczne pod względem kształtu i wymiarów cebule (40 – 60 mm), których rzuty sfotografowano (rys. 1).

Dla każdej cebuli wykonano za pomocą programu komputerowego CorelDraw v. 12, stosując krzywe Beziera, obrys jej kształtu będący rzutem na płaszczyznę XZ i YZ . Do opisu kształtu cebuli wybrano konchoidę okręgu. Modyfikując równanie konchoidy okręgu określono kształt krzywej opisującej kontur maksymalnego poprzecznego przekroju cebul. Kolejna modyfikacja konchoidy okręgu pozwoliła dobrać kształt krzywej przestrzennej leżącej w pobliżu zewnętrznej powierzchni cebuli. Na rzuty krzywych przestrzennych (leżące na płaszczyznach XZ i YZ) reprezentujących poszczególne cebule nałożono obrysy cebul celem sprawdzenia dokładności modeli brył.

Na krzywe przestrzenne reprezentujące poszczególne cebule nałożono siatki kul i siatki brył podobnych do elipsoidy. Porównanie tych modeli pozwoliło zweryfikować kształt cebuli. Do wyznaczenia brył 3D modeli cebul wykorzystano program komputerowy Mathcad v. 14.



Rys. 1. Fotografie rzutów (płaszczyzna rzutowania YZ) cebul kolejno nazwanych: cebula 1, cebula 2, cebula 3, cebula 4.

WYBÓR KRZYWEJ DO MODELOWANIA KSZTAŁTU CEBULI

Po dokonaniu analizy krzywych czwartego stopnia do modelowania kształtu cebuli wybrano ślimak Pascala nazywany konchoidą okręgu. Konchoida dla danej krzywej powstaje przez zwiększenie i zmniejszenie w każdym punkcie krzywej długości wektora wodzącego. Konchoida okręgu jako krzywa czwartego stopnia jest szczególnym przypadkiem uogólnionej konchoidy [3].

Równania konchoidy okręgu w postaci parametrycznej zamieszczone są niżej:

$$X(\varphi) = (a/2)(1 + \cos 2\varphi) + b \cos(\varphi) \quad (1)$$

$$Y(\varphi) = a \sin 2\varphi + b \sin(\varphi) \quad (2)$$

Czyniąc uproszczenia można napisać:

$$X(\varphi) = a \cos(\varphi)^2 + b \cos(\varphi) \quad (3)$$

$$Y(\varphi) = a \cos(\varphi)\sin(\varphi) + b \sin(\varphi) \quad (4)$$

gdzie: a, b – współczynniki, φ – kąt

Kształt krzywej konchoidy okręgu zależy od wartości a i b . Dla opisu konturu poprzecznego przekroju cebuli przyjmuje się następujący warunek:

$$b > 2a \quad (5)$$

KONSTRUKCJA KRZYWEJ KONTURU PRZEKROJU POPRZECZNEGO CEBULI

Konstruując krzywą opisującą kontur przekroju poprzecznego cebuli uwzględniając wymiary podstawowe cebuli (szerokość, grubość) należy dokonać modyfikacji równań 3 i 4 konchoidy okręgu. Aby przedstawić kształt modelowanej krzywej w formie graficznej należy zmodyfikowane równania konchoidy okręgu przedstawić w formie macierzowej. W tym celu należy wprowadzić zmienną N , której wartość wyraża liczbę punktów na krzywej. Niech zmienna i oznacza liczbę wierszy w macierzy a zmienna j oznacza liczbę kolumn, natomiast $n/2$ wyraża liczbę zwojów krzywej przestrzennej. Wprowadzając zmienne zakresowe można napisać:

$$i = 0 \dots N \quad (6)$$

$$j = 0 \dots N \quad (7)$$

Wektor kąta φ należy zapisać w następującej postaci:

$$\varphi_i = \frac{i \cdot \pi \cdot n}{N} \quad (8)$$

Kolejne parametry to: a, b, c, d . Od ich wartości zależy kształt krzywej.

$$\begin{bmatrix} N \\ n \\ a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 400 \\ 50 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Żeby uzależnić krzywą od wymiarów cebuli wprowadza się: $\alpha\chi$ – szerokość cebuli, $\beta\chi$ – grubość cebuli, $\delta\chi$ – długość cebuli. Gdzie χ oznacza numer cebuli ($\chi=1..4$). Wymiary cebul zapisuje się w postaci macierzowej:

$$\begin{bmatrix} \alpha 1 & \alpha 2 & \alpha 3 & \alpha 4 \\ \beta 1 & \beta 2 & \beta 3 & \beta 4 \\ \delta 1 & \delta 2 & \delta 3 & \delta 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4,6 & 5,3 & 5,9 \\ 4,2 & 4,9 & 5,6 & 6 \\ 6 & 7 & 9 & 7,6 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Macierze XY współrzędnych punktów krzywej zapisuje się w postaci:

$$X1a\chi_{i,j} = \alpha\chi \cdot (a \cdot \cos(\varphi_i)^2 + b \cdot \cos(\varphi_i)) \quad (11)$$

$$Y1a\chi_{i,j} = \beta\chi \cdot (c \cdot \cos(\varphi_i) \cdot \sin(\varphi_i) + d \cdot \sin(\varphi_i)) \quad (12)$$

Na uzyskanych za pomocą równań 11 i 12 macierzach współrzędnych XY punktów należy przeprowadzić skalowanie tak, aby krzywe wyznaczone przez te punkty były zbliżone do wymiarów cebul. Należy więc wprowadzić współczynniki skalujące:

$$\varepsilon x a\chi = \frac{\alpha\chi}{\alpha a\chi} \quad (13)$$

$$\varepsilon y a\chi = \frac{\beta\chi}{\beta a\chi} \quad (14)$$

gdzie:

$$\alpha a\chi = \max(X1a\chi) + (-1) \cdot \min(X1a\chi) \quad (15)$$

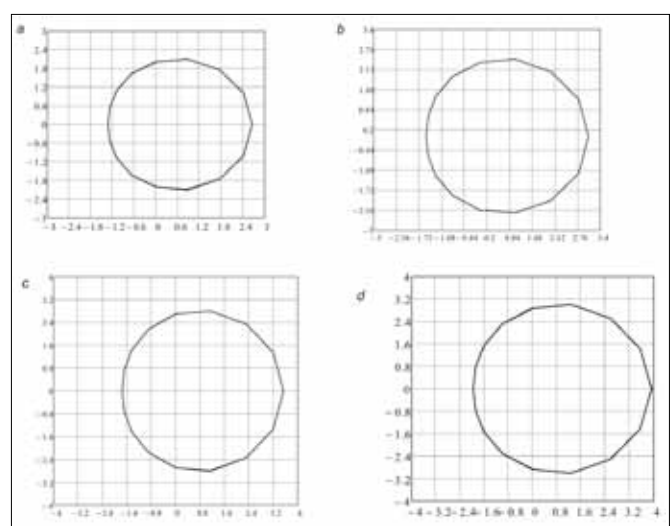
$$\beta a\chi = \max(Y1a\chi) + (-1) \cdot \min(Y1a\chi) \quad (16)$$

Macierze współrzędnych XY punktów krzywych reprezentujących kontury poprzecznych przekrojów cebul zapisuje się w postaci:

$$Xa\chi_{i,j} = X1a\chi_{i,j} \cdot \varepsilon x a\chi \quad (17)$$

$$Ya\chi_{i,j} = Y1a\chi_{i,j} \cdot \varepsilon y a\chi \quad (18)$$

Współrzędne x, y punktów zapisanych w macierzach 17, 18 posłużyły do narysowania wykresów (rys. 2) krzywych opisujących kontury zewnętrzne przekrojów poprzecznych cebul uwzględniających ich szerokości i grubości. Kontury te wykorzystane będą przy konstrukcji krzywych przestrzennych.



Rys. 2. Wykresy krzywych opisujących kontury zewnętrzne przekrojów poprzecznych cebul uwzględniających wartości ich szerokości i grubości: a – cebula 1, b – cebula 2, c – cebula 3, d – cebula 4.

KONSTRUKCJA KRZYWEJ PRZESTRZENNEJ REPREZENTUJĄCEJ KSZTAŁT CEBULI

Modyfikacja równań konchoidy okręgu dokonana jest w celu uzyskania współrzędnych punktów leżących na krzywej przestrzennej reprezentującej kształt cebuli. Macierzowe formy zapisu równań krzywych przestrzennych mają następujące postacie:

$$X\xi\chi_{i,j} = a \cdot \frac{\phi_i}{n} \cdot \sin\left(\frac{\phi_i}{n}\right) \cos(\phi_i)^2 + b \cdot \frac{\phi_i}{n} \cdot \sin\left(\frac{\phi_i}{n}\right) \cos(\phi_i) \quad (19)$$

$$Y\xi\chi_{i,j} = c \cdot \frac{\phi_i}{n} \cdot \sin\left(\frac{\phi_i}{n}\right) \cdot \cos(\phi_i) \cdot \sin(\phi_i) + d \cdot \frac{\phi_i}{n} \cdot \sin\left(\frac{\phi_i}{n}\right) \sin(\phi_i) \quad (20)$$

$$Z\xi\alpha\chi_{i,j} = \delta\chi \cdot \frac{\phi_i}{n} \quad (21)$$

Na macierzach X , Y , Z współrzędnych punktów krzywych przestrzennych uzyskanych za pomocą równań 19, 20, 21 należy przeprowadzić skalowanie wprowadzając współczynniki skalujące:

$$\varepsilon x b \chi = \frac{\alpha \chi}{a b \chi} \quad (22)$$

$$\varepsilon y b \chi = \frac{\beta \chi}{\beta b \chi} \quad (23)$$

$$\varepsilon z a \chi = \frac{\delta \chi}{Z \xi a \chi_{N,N}} \quad (24)$$

$$e \chi = \frac{\delta \chi}{Z \xi a \chi_{N,N}} \quad (25)$$

$$a b \chi = \max(X \xi \chi) + (-1) \cdot \min(X \xi \chi) \quad (26)$$

$$\beta b \chi = \max(Y \xi \chi) + (-1) \cdot \min(Y \xi \chi) \quad (27)$$

Macierze X , Y , Z współrzędnych punktów krzywych przestrzennych leżących w wystarczająco bliskiej odległości od powierzchni zewnętrznej cebul mają następujące postacie:

$$X \chi_{i,j} = X \xi \chi_{i,j} \cdot \varepsilon x b \chi \quad (28)$$

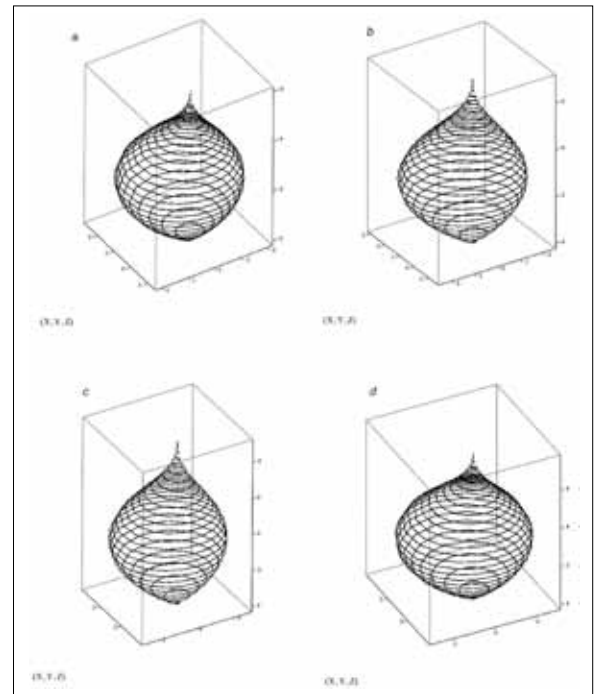
$$Y \chi_{i,j} = Y \xi \chi_{i,j} \cdot \varepsilon y b \chi \quad (29)$$

$$Z \chi_{i,j} = -\delta \chi \cdot e \chi \cdot \frac{\phi_i}{n} + Z a \chi_{N,N} \quad (30)$$

gdzie:

$$Z a \chi_{i,j} = Z \xi a \chi_{i,j} \cdot \varepsilon z a \chi \quad (31)$$

Korzystając z programu komputerowego Mathcad v. 14 i równań 28, 29, 30 wykonano wizualizację 3D krzywych przestrzennych reprezentujących kształty cebul (rys. 3).



Rys. 3. Krzywe przestrzenne reprezentujące kształty cebul: a – cebula 1, b – cebula 2, c – cebula 3, d – cebula 4.

PORÓWNANIE RZUTÓW BRYŁ CEBUL Z RZUTAMI KRZYWYCH PRZESTRZENNYCH

Na sfotografowanych rzutach cebul wykonano w płaszczyźnie rzutowania YZ kontury rzutów brył cebul, za pomocą programu komputerowego CorelDraw v. 12, wykorzystując do tego celu krzywe Bezieira. Korzystając z równań 28, 29, 30 wykonano w programie Mathcad v. 14 rzuty krzywych przestrzennych, które wprowadzono do CorelDraw v. 12. Po wyskalowaniu naniesiono kontury rzutów brył cebul na rzuty krzywych przestrzennych (rys. 4). Podobne czynności wykonano w płaszczyźnie rzutowania XZ .

Z porównania rzutów XZ i YZ krzywych przestrzennych z konturami cebul wynika, że krzywe przestrzenne z wystarczającą dokładnością reprezentują kształty brył cebul.

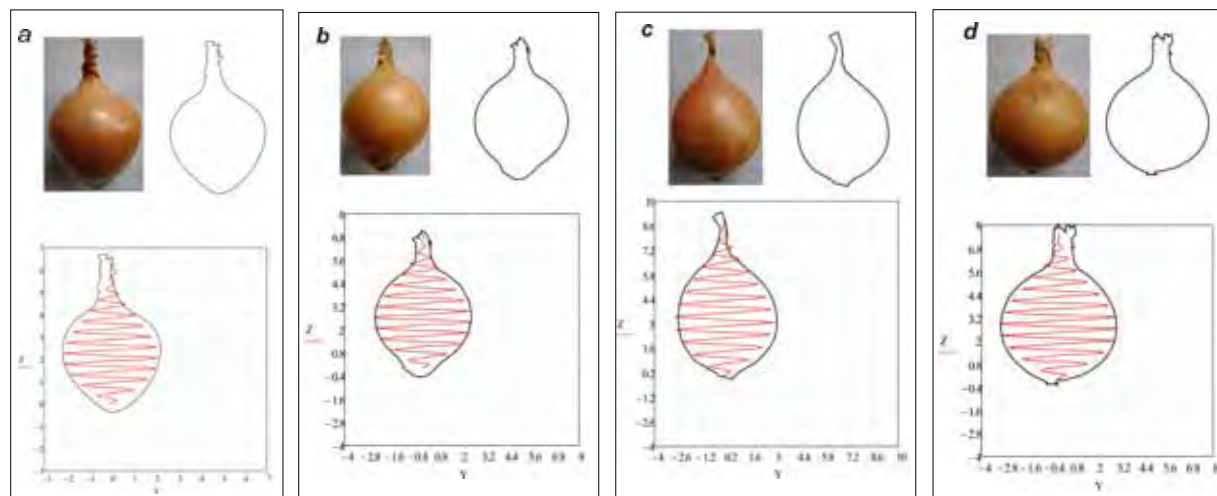
RÓWNANIA BAZOSFERYCZNE DO WYZNACZENIA KULI I BRYŁY ZBLIŻONEJ DO ELIPSOIDY

Kształt cebuli w praktyce rolniczej porównywany jest do kulistego, spłaszczonego i elipsoidalnego. Porównując modele 3D cebul uzyskane za pomocą krzywych przestrzennych z kulą i bryłą podobną do elipsoidy można stwierdzić czy kształt cebuli odbiega od kształtów kulistego lub eliptycznego, czy nie. Do wyznaczenia siatki kuli i kształtu zbliżonego do elipsoidy wykorzystano równania bazosferyczne [10]. Równania bazosferyczne mają następujące postacie:

$$X(\phi, \theta) = a \cdot \sin(\phi)^\zeta \cdot \cos(\theta)^\eta \quad (32)$$

$$Y(\phi, \theta) = b \cdot \sin(\phi)^\kappa \cdot \sin(\theta)^\lambda \quad (33)$$

$$Z(\phi, \theta) = c \cdot \cos(\phi)^\mu \quad (34)$$



Rys. 4. Fotografie rzutów cebul (YZ), ich kontury oraz rzuty krzywych przestrzennych z konturami rzutów cebul: a – cebula 1, b – cebula 2, c – cebula 3, d – cebula 4.

Od wartości parametrów skalujących a, b, c oraz wykładników potęg $\zeta, \eta, \kappa, \lambda, \mu$ zależy kształt bryły bazosferycznej. Szczególnymi przypadkami brył bazosferycznych są kula i elipsoida. Dla kuli $a = b = c = \text{constans}$, natomiast dla elipsoidy $a = \text{const.}, b = \text{const.}, c = \text{const.}$, gdzie $a \neq b \neq c$ oraz $\zeta = \eta = \kappa = \lambda = \mu = 1$. Graficzna reprezentacja kuli i bryły zbliżonej do elipsoidy wymaga zapisu równań bazosferycznych w postaci macierzowej. Należy wprowadzić zmienną Nke , której wartość wyraża liczbę południków I równoleżników. Niech s oznacza liczbę wierszy macierzy a t liczbę kolumn. Zmienne zakresowe mają następujące postacie:

$$s = 0 \dots Nke \quad (35)$$

$$t = 0 \dots Nke \quad (36)$$

Wektory kątów ϕ, θ zapisuje się jak poniżej:

$$\phi_{ke_s} = \frac{s \cdot \pi}{Nke} \quad (37)$$

$$\theta_{ke_t} = \frac{t \cdot 2 \cdot \pi}{Nke} \quad (38)$$

Wartości liczbowe Nke i wykładników potęg dla kuli przedstawione są w zapisie wektorowym:

$$\begin{bmatrix} Nke \\ \zeta k \\ \eta k \\ \kappa k \\ \lambda k \\ \mu k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (39)$$

Wartości liczbowe wykładników potęg dla bryły zbliżonej do elipsoidy przedstawione są w zapisie wektorowym:

$$\begin{bmatrix} \zeta e \\ \eta e \\ \kappa e \\ \lambda e \\ \mu e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,1 \\ 1 \\ 1,2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (40)$$

Wartości liczbowe parametrów skalujących dla kuli przedstawia wektor:

$$\begin{bmatrix} ak\chi \\ bk\chi \\ ck\chi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\beta\chi}{2} \\ \frac{\beta\chi}{2} \\ \frac{\beta\chi}{2} \end{bmatrix} \quad (41)$$

Wartości liczbowe parametrów skalujących dla bryły zbliżonej do elipsoidy przedstawione są w zapisie wektorowym:

$$\begin{bmatrix} ae\chi \\ be\chi \\ ce\chi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha\chi}{2} \\ \frac{\beta\chi}{2} \\ \frac{(\delta\chi)}{2} \end{bmatrix} \quad (42)$$

Macierze Xk, Yk, Zk współrzędnych punktów będących węzłami siatki powierzchni kuli zapisane są w następujących postaciach:

$$Xk\chi_{s,t} = ak\chi \cdot \sin(\phi_{ke_s})^{\zeta k} \cdot \cos(\theta_{ke_t})^{\eta k} \quad (43)$$

$$Yk\chi_{s,t} = bk\chi \cdot \sin(\phi_{ke_s})^{\kappa k} \cdot \sin(\theta_{ke_t})^{\lambda k} \quad (44)$$

$$Zk\chi_{s,t} = ck\chi \cdot \cos(\phi_{ke_s})^{\mu k} + ck\chi \quad (45)$$

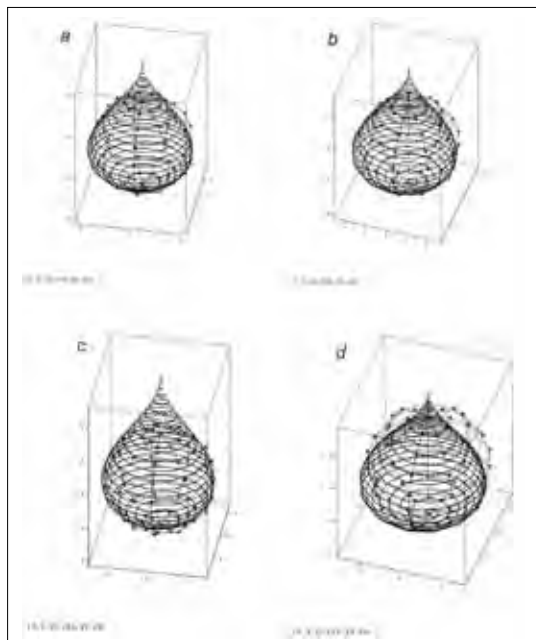
Macierze Xe, Ye, Ze współrzędnych punktów będących węzłami siatki powierzchni bryły zbliżonej do elipsoidy zapisane są w następujących postaciach:

$$Xe\chi_{s,t} = ae\chi \cdot \sin(\phi_{ke_s})^{\zeta e} \cdot \cos(\theta_{ke_t})^{\eta e} \quad (46)$$

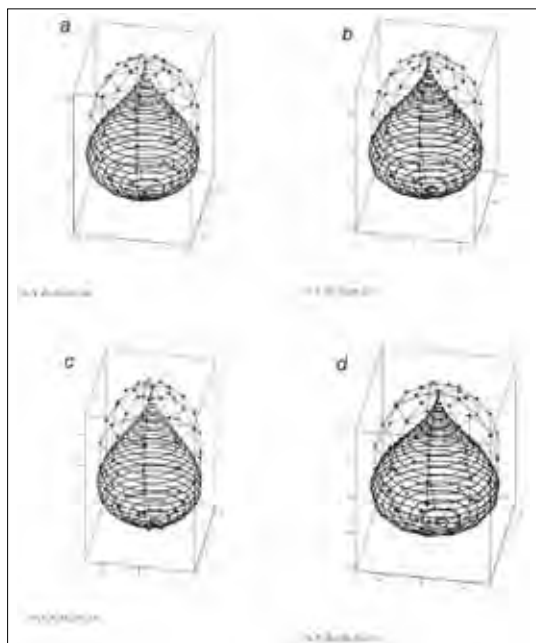
$$Ye\chi_{s,t} = be\chi \cdot \sin(\phi_{ke_s})^{\kappa e} \cdot \sin(\theta_{ke_t})^{\lambda e} \quad (47)$$

$$Ze\chi_{s,t} = ce\chi \cdot \cos(\phi_{ke_s})^{\mu e} + ce\chi \quad (48)$$

Na rysunku 5, korzystając z programu komputerowego Mathcad v. 14, przedstawiono wizualizację 3D krzywych przestrzennych (równania 28, 29, 30) oraz siatki kul (równania 43, 44, 45). Podobnie na rysunku 6 przedstawiono wizualizację 3D krzywych przestrzennych (równania 28, 29, 30) oraz siatki brył zbliżonych do elipsoidy (równania 46, 47, 48).



Rys. 5. Krzywe przestrzenne reprezentujące cebule z nałożonymi siatkami kul: *a* – cebula 1, *b* – cebula 2, *c* – cebula 3, *d* – cebula 4.



Rys. 6. Krzywe przestrzenne reprezentujące cebule z nałożonymi siatkami brył zbliżonych do elipsoid: *a* – cebula 1, *b* – cebula 2, *c* – cebula 3, *d* – cebula 4.

W dłuższym okresie czasu cebulę przechowuje się zeschniętą (rys. 1). Charakterystyczną budową cebuli są przylegające do siebie mięsiste łuski przechodzące w szczypiór, który po zaschnięciu jest obcinany. Dwie lub trzy warstwy zewnętrzne stanowi łuska zeschnięta zakończona szyjką powstałą po obcięciu szczypioru. Z porównania rzutów

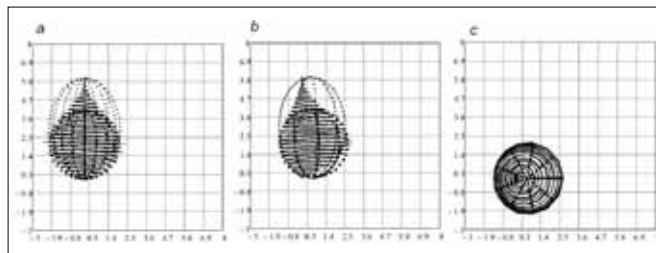
zeschniętej cebuli z nałożonymi rzutami kul i elipsoid w płaszczyźnie rzutowania *YZ* (rys. 7) wynika, że ani kula ani elipsoida nie mogą reprezentować bryły cebuli przeznaczonej do przechowywania.



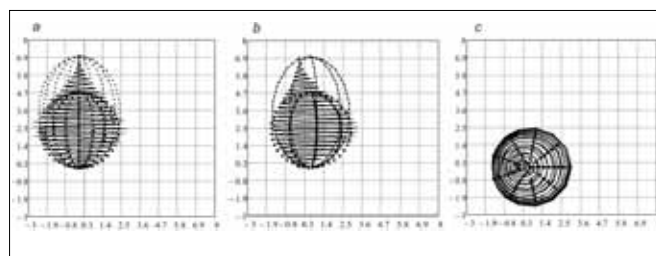
Rys. 7. Porównanie rzutów cebul na płaszczyznę rzutowania *YZ* z rzutami kul i elipsoid, kolejno dla cebuli 1, cebuli 2, cebuli 3 i cebuli 4.

Po obraniu zeschniętych łusek i obcięciu części szczypioru oraz korzeni, w procesie obróbki, pozostałą część cebuli można porównać do kuli.

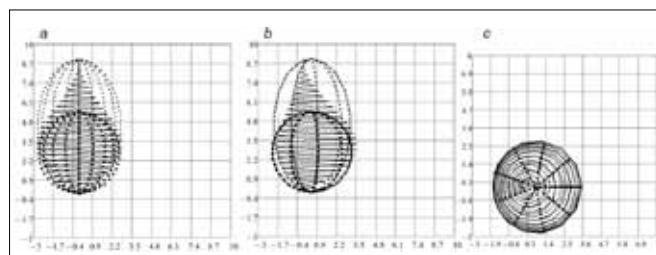
Na rysunkach od 8 do 11 przedstawione zostały rzuty, na płaszczyznę rzutowania *XZ*, *YZ*, *XY*, krzywych przestrzennych reprezentujących cebule z nałożonymi rzutami kul i brył zbliżonych do elipsoid.



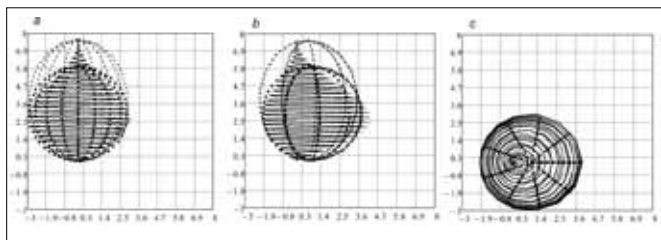
Rys. 8. Rzuty, na płaszczyznę rzutowania *XZ*, *YZ*, *XY*, krzywych przestrzennych reprezentujących cebulę 1 i nałożone rzuty kuli i bryły zbliżonej do elipsoidy.



Rys. 9. Rzuty, na płaszczyznę rzutowania *XZ*, *YZ*, *XY*, krzywych przestrzennych reprezentujących cebulę 2 i nałożone rzuty kuli i bryły zbliżonej do elipsoidy.



Rys. 10. Rzuty, na płaszczyznę rzutowania *XZ*, *YZ*, *XY*, krzywych przestrzennych reprezentujących cebulę 3 i nałożone rzuty kuli i bryły zbliżonej do elipsoidy.



Rys. 11. Rzuty, na płaszczyznę rzutowania XZ , YZ , XY , krzywych przestrzennych reprezentujących cebulę 4 i nałożone rzuty kuli i bryły zbliżonej do elipsoidy.

Uwzględniając porównania dokonane na rysunkach 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11 należy stwierdzić, że krzywe przestrzenne leżące w bliskiej odległości od zewnętrznej powierzchni cebul dobrze przybliżają ich kształt. Krzywe przestrzenne reprezentujące cebule mogą być wykorzystane do celów projektowych urządzeń służących w przetwórstwie cebuli.

PODSUMOWANIE

Modele matematyczne kształtu brył cebul mogą być wykorzystane przez projektantów do komputerowych badań symulacyjnych związanych z procesami przetwórczymi w przemyśle spożywczym.

Krzywe przestrzenne powstałe z modyfikacji równań parametrycznych konchoidy okręgu dobrze przybliżają kształt cebuli zeschniętej przeznaczonej do przechowywania w dłuższym okresie czasu oraz dalszego przetwarzania na cele spożywcze.

Kula dobrze przybliżyła kształt wstępnie obrobionej cebuli, po usunięciu zewnętrznych zeschniętych łusek i obcięciu pozostałości po szczypiorze i korzeniach.

LITERATURA

- [1] BOHDZIEWICZ J., CZACHOOR G. 2010. Wpływ obciążenia na przebieg odkształcenia warzyw o kształcie kulistym. Inżynieria Rolnicza 1(119), 85-91.
- [2] BOHDZIEWICZ J. 2006. Niejednorodność cech mechanicznych cebuli. Inżynieria Rolnicza 5, 59-66.
- [3] BRONSZTEJN I. N., SIEMIENDIAJEW K. A., MUSIOL G., MÜHLIG H. 2009. Nowoczesne kompendium matematyki. Wydawnictwo Naukowe PWN.
- [4] MIESZKAŁSKI L. 2002a. Analiza krzywych Béziera stosowanych do modelowania nieregularnych kształtów obiektów biologicznych. Acta Agrophysica. Nr 78, 159-170.
- [5] MIESZKAŁSKI L. 2002b. Modelowanie brył o nieregularnych kształtach za pomocą krzywych Béziera. Problemy Inżynierii Rolniczej. Nr 2 (36), 33-38.
- [6] MIESZKAŁSKI L. 2002c. Modelowanie siatki na powierzchni bryły za pomocą poczwórnego węzła krzywych wielomianowych. Problemy Inżynierii Rolniczej. Nr 4 (38), 93-100.
- [7] MIESZKAŁSKI L. 2002d. Metoda modelowania nieregularnych kształtów za pomocą funkcji wielomianowych. Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego. Nr 1, tom 11/20, 13-16.

- [8] MIESZKAŁSKI L. 2002e. Zastosowanie siatki powierzchni kulistej do modelowania brył aproksymujących surowce roślinne. Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego. Nr 2, tom 12/21, 11-14.
- [9] MIESZKAŁSKI L. 2003a. Modelowanie krzywych i siatek powierzchni brył geometrycznych imitujących surowce roślinne. Postępy Techniki Przetwórstwa Spożywczego. Nr 2, tom 13/23, 37-39.
- [10] MIESZKAŁSKI L. 2003b. Method for generating three-dimensional solid models of seeds applied in the food industry. Technical Sciences. Nr 6, 49-55.

COMPUTER-AIDED MATHEMATICAL MODELING OF THE SHAPE OF ONION USING SPATIAL CURVE

SUMMARY

The method of mathematical modeling of solid shape for storing onions. The shape of the onion has been approximate spatial parametric curve. To describe the contour of the cross section of onion used parametric equations modified Pascal's snail. The resulting curve was brought to a spatial curve lying in close proximity to the outer surface of the onion. Projections were compared with projections of the actual onions spheres and ellipsoids. Compared the spatial curve representing the onions with the spheres and solids mesh are close to ellipsoids.

Key words: Onion, spatial curve, solid, shape, mathematical model.