

Drgania typu galopowania interferencyjnego dwóch walców o przekroju kołowym o tej samej średnicy

Ewa Błazik-Borowa

*Politechnika Lubelska, Wydział Inżynierii Budowlanej i Sanitarnej,
Katedra Mechaniki Budowli, e-mail: e.blazik-borowa@pollub.pl*

Streszczenie: W pracy przedstawiono numeryczną analizę galopowania interferencyjnego dwóch sztywnych walców kołowych o równych średnicach ze sprężystym podparciem końców. Podstawą analizy jest model quasi-ustalony tego zjawiska, opracowany w odniesieniu do kołowych przekrojów sekcyjnych walców. Model zakłada, że w procesie galopowania interferencyjnego drgają oba walce, które mają możliwość ruchu w dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach każdy czyli każdy z walców ma dwa stopnie swobody. Ruch walców jest opisany układem czterech nieliniowych różniczkowych równań. Na podstawie numerycznego rozwiązania tych równań, potwierdzono poprawność modelu quasi-ustalonego galopowania interferencyjnego przez porównanie wyników obliczeń z badaniami, których wyniki są dostępne w literaturze. Następnie, także na podstawie numerycznych analiz, przedstawiono zależności pomiędzy zredukowaną prędkością krytyczną, przy której mogą wystąpić drgania, od liczby Scrutona, intensywności turbulencji i wzajemnego usytuowania walców.

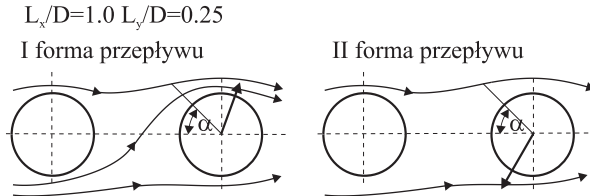
Słowa kluczowe: interferencja aerodynamiczna, walce kołowe, galopowanie, drgania samowzbudne

1 Wprowadzenie

Obecnie powstaje coraz więcej budowli o nietypowych lub bardzo smukłych kształtach. Uzyskanie odpowiedniej nośności konstrukcji wymaga często wykorzystania m.in. elementów linowych o przekrojach kołowych i właśnie takie rozwiązania są stosowane w mostach wiszących i podwieszanych oraz w wiszących konstrukcjach przekryć. Zastosowanie konstrukcyjnych elementów o przekroju kołowym, które z sobą sąsiadują powoduje, że ulegają one drganiom samowzbudnym, które są spowodowane interfercją aerodynamiczną. Drganiom tego typu mogą także ulec całe budowle, jeżeli są zbyt blisko siebie usytuowane, np. kominy, anteny. Tematem niniejszego opracowania jest galopowanie interferencyjne dwóch budowli smukłych o przekroju kołowym o równych średnicach, zwanych dalej walcami. Celem pracy jest wyznaczenie składowych obciążenia wiatrem walców, a następnie korzystając z tych wielkości ustalenie warunków występowania drgań typu galopowania interferencyjnego oraz analiza tego zjawiska. Wyniki analizy mogą stanowić podstawę do sprawdzenia możliwości wystąpienia drgań konstrukcji lub jej elementów z powodu galopowania interferencyjnego.

Galopowaniem interferencyjnym nazywa się drgania walców powstające pod wpływem przepływów bistabilnych. Przepływy te charakteryzują się dwoma możliwymi formami opływu, zmieniającymi się wzajemnie. W przypadku galopowania interferencyjnego możliwymi formami opływu są (por. rys. 1):

- I forma - przepływ strugi powietrza w luce pomiędzy walcami;
- II forma- brak przepływu strugi powietrza w luce pomiędzy walcami.



Rys.1. Dwie możliwe formy przepływów bistabilnych.
Fig. 1. Two forms of bistable flows.

W przypadku pierwszej formy przepływu siła aerodynamiczna działa do góry, powodując w odniesieniu do walców podatnych na drgania, przesunięcie głównie walca zawietrznego w kierunku działania siły. Efektem przesunięcia się walców względem siebie jest zmiana formy opływu z I na II oraz zmiana kierunku działania siły, a tym samym przesuwanie się walca zawietrznego w kierunku pierwotnego położenia. Opisany proces powtarza się mniej więcej z częstotliwością równą częstotliwości drgań własnych walców. Zgodnie z podstawowymi zasadami mechaniki na drgające walce, poza siłą aerodynamiczną, działają również siła sprężystości i bezwładności.

Aby wystąpiło galopowanie interferencyjne, walec zawietrzny musi być ustawiony tak, aby odległość $L_x/D \in (1.5; 3.5)$, a kąt $\beta \in (5^\circ; 15^\circ)$, gdzie: $\beta = \arctan \frac{L_x}{L_y}$ (por. rys.2), D - średnica walców.

Z badań w tunelach aerodynamicznych przedstawionych w pracach [1-9] wynika, że galopowanie interferencyjne charakteryzuje się następującymi cechami:

- istnienie prędkości krytycznej występowania drgań walców;
- rosnąca zależność prędkości krytycznej drgań walców od liczba Scrutona;
- eliptyczny kształt trajektorii drgań obu walców;
- amplitudy drgań walca nawietrznego są na ogół znacznie mniejsze od amplitud drgań walca zawietrznego;
- występowanie histerezy na wykresie amplitud drgań walca zawietrznego uzależnionej od prędkości przepływu przy której występuje dana amplituda.

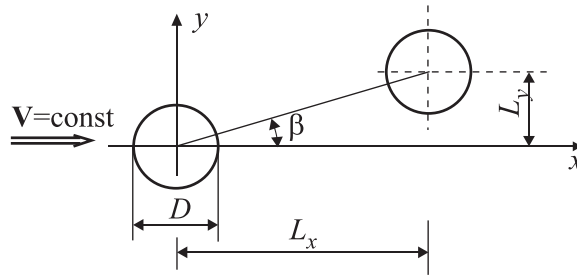
2 Podstawowe założenia i relacje

Analiza galopowania interferencyjnego została zrealizowana na podstawie modelu quasi-ustalonego tego zjawiska, który został przedstawiony w pracach [10-13].

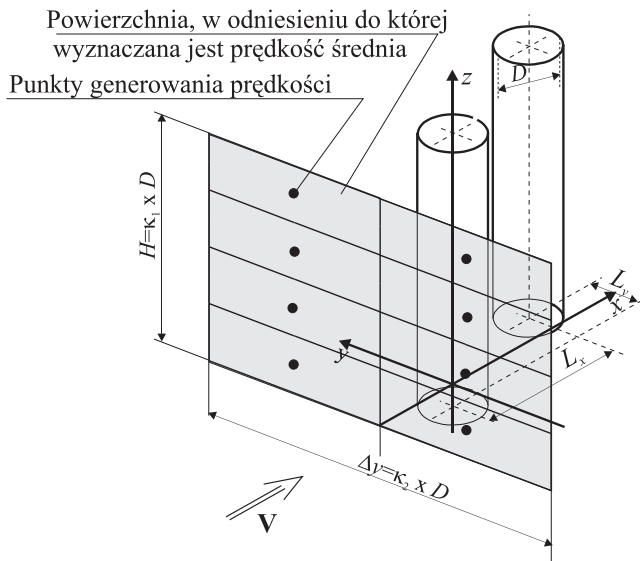
Model quasi-ustalony opiera się na następujących założeniach:

- walec zawietrzny jest ustawiony tak, aby odległość pomiędzy walcami wynosiła $L_x \in (1.5D; 3.5D)$, a średni kąt natarcia wiatru (kąt pomiędzy osią łączącą walce a średnim kierunkiem natarcia wiatru) $\beta \in (5^\circ; 15^\circ)$ (por. rys. 2);

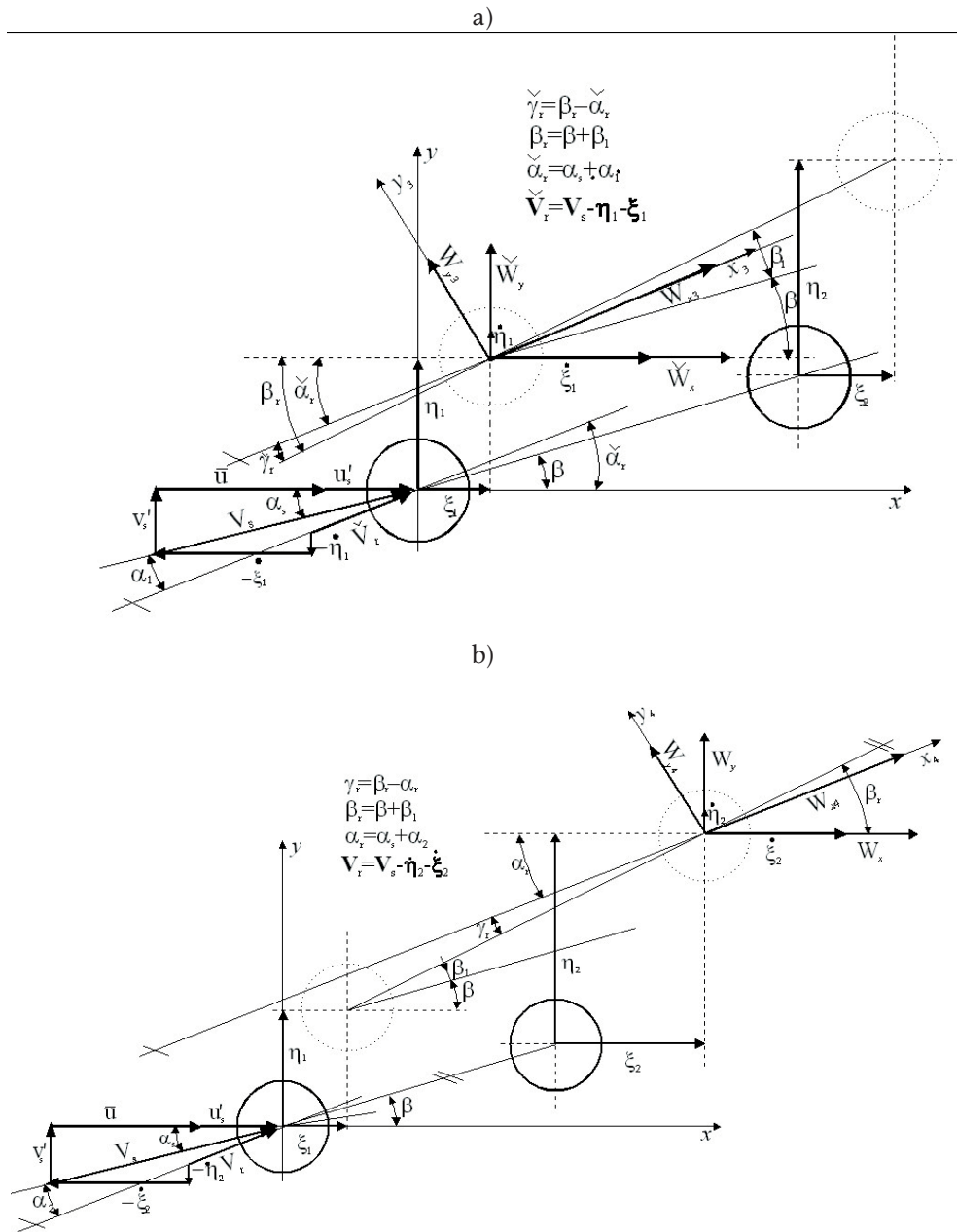
- średnice przekrojów poprzecznych walców są równe;
- walce są modelami sekcyjnymi fragmentów smukłych budowli o przekroju kołowym i stanowią układy o dwóch stopniach swobody;
- globalny układ współrzędnych jest związany ze środkiem walca nawietrznego, a oś x jest równoległa do średniego kierunku wiatru;
- wielkości takie jak: chwilowa prędkość wiatru V_s , składowe chwilowej prędkości wiatru w kierunku osi x i y – u_s i v_s , chwilowy kąt natarcia wiatru γ_s , są wartościami średnimi z obszaru uśredniania $S=\Delta y \times H$, gdzie: $H=\kappa_1 D$; $\Delta y=\kappa_2 D$ - wymiar rzędu szerokości śladu aerodynamicznego, uformowanego za obydwoma walcami; $\kappa_1, \kappa_2 \in (5 \div 10)$. Przestrzenny obszar uśredniania znajduje się przed walcem nawietrznym co najmniej w odległości D (rys. 3);
- przemieszczenia walców są opisywane przez składowe wzdłuż osi globalnego układu współrzędnych;
- przepływ jest przepływem lepkiem i nieściśliwym;
- lokalne zakłócenia brzegowe są pomijane, problem jest traktowany jako płaski.



Rys. 2. Wzajemne usytuowanie walców, które mogą ulegać galopowaniu interferencyjnemu.
Fig. 2. The arrangement of cylinders for which interference galloping can exist.



Rys. 3. Lokalizacja obszaru uśredniania pola przepływu względem walców.
Fig. 3. The location of the plane where the velocity is averaged.



Rys. 4. Ułożenie przemieszczonych walców w chwili t oraz podstawowe oznaczenia; a) oznaczenia dotyczące walca nawietrznego; b) oznaczenia dotyczące walca zawietrznego.
 Fig. 4. The arrangement of cylinders at the t time and the basic symbols; a) symbols for the upstream cylinder; b) symbols for the downstream cylinder.

Składowe obciążenia wiatrem w kierunku osi globalnego układu współrzędnych, działające na walec nawietrzny \vec{W}_x, \vec{W}_y , i zawietrzny W_x, W_y na podstawie odpowiednich zależności trygonometrycznych (por. rys.4) mogą zostać opisane następującymi relacjami:

- odnośnie do walca nawietrznego:

$$\check{W}_x(\check{\alpha}_r, \check{\gamma}_r) = \left[\check{W}_{x_3}(\check{\gamma}_r) \cos \check{\alpha}_r - \check{W}_{y_3}(\check{\gamma}_r) \sin \check{\alpha}_r \right] \quad (1)$$

$$\check{W}_y(\check{\alpha}_r, \check{\gamma}_r) = \left[\check{W}_{x_3}(\check{\gamma}_r) \sin \check{\alpha}_r + \check{W}_{y_3}(\check{\gamma}_r) \cos \check{\alpha}_r \right] \quad (2)$$

- odnośnie do walca nawietrznego:

$$W_x(\alpha_r, \gamma_r) = \left[W_{x_4}(\gamma_r) \cos \alpha_r - W_{y_4}(\gamma_r) \sin \alpha_r \right] \quad (3)$$

$$W_y(\alpha_r, \gamma_r) = \left[W_{x_4}(\gamma_r) \sin \alpha_r + W_{y_4}(\gamma_r) \cos \alpha_r \right] \quad (4)$$

gdzie: $\check{W}_{x_3}, \check{W}_{y_3}$ - składowe obciążenia wzdłuż osi x_3 i y_3 , skierowanych wzdłuż kierunku wektora \check{V}_r i w kierunku prostopadłym; W_{x_4}, W_{y_4} - składowe obciążenia wzdłuż osi x_4 i y_4 , skierowanych wzdłuż kierunku wektora V_r i w kierunku prostopadłym (rys.4).

Wartości składowych obciążenia wiatrem: $\check{W}_{x_3}, \check{W}_{y_3}, W_{x_4}, W_{y_4}$ są wyznaczone na podstawie następującego wzoru, otrzymanego w wyniku analizy bezwymiarowej:

$$\check{W}_i(\check{\gamma}_r) = \frac{1}{2} \rho V_r D \check{C}_i(\check{\gamma}_r), \text{ gdzie } i = x_3, y_3 \quad (5)$$

$$W_i(\gamma_r) = \frac{1}{2} \rho V_r D C_i(\gamma_r), \text{ gdzie } i = x_4, y_4 \quad (6)$$

gdzie: ρ - gęstość powietrza; $\check{C}_{x_3}(\check{\gamma}_r) = \check{C}_{x_3}^{st}(\check{\gamma}_r) = \check{C}_x(\check{\gamma}_r)$, $\check{C}_{y_3}(\check{\gamma}_r) = \check{C}_{y_3}^{st}(\check{\gamma}_r) = \check{C}_y(\check{\gamma}_r)$, $C_{x_4}(\gamma_r) = C_{x_4}^{st}(\gamma_r) = C_x(\gamma_r)$, $C_{y_4}(\gamma_r) = C_{y_4}^{st}(\gamma_r) = C_y(\gamma_r)$ - aerodynamiczne statyczne współczynniki oporu i siły bocznej walca nawietrznego i zawietrznego. Wyżej wymienione współczynniki są wyznaczone na podstawie składowych sił aerodynamicznych $\check{F}_x(\beta), \check{F}_y(\beta), F_x(\beta), F_y(\beta)$, mierzonych w tunelu aerodynamicznym na układzie dwóch niepodatnych na drgania walców ustawionych tak, że kąt pomiędzy średnim kierunkiem napływu oraz osią łączącą środki walców wynosi β , oraz na podstawie średniej prędkości przed tymi walcami czyli

- odnośnie do walca nawietrznego:

$$\check{C}_x(\check{\gamma}_r) = \frac{\check{F}_x(\beta) \Big|_{\beta=\check{\gamma}_r}}{0.5 \rho V_s^2} \quad \check{C}_y(\check{\gamma}_r) = \frac{\check{F}_y(\beta) \Big|_{\beta=\check{\gamma}_r}}{0.5 \rho V_s^2} \quad (7)$$

- odnośnie do walca zawietrznego:

$$C_x(\gamma_r) = \frac{F_x(\beta) \Big|_{\beta=\gamma_r}}{0.5 \rho V_s^2} \quad C_y(\gamma_r) = \frac{F_y(\beta) \Big|_{\beta=\gamma_r}}{0.5 \rho V_s^2} \quad (8)$$

Zgodnie z modelem quasi-ustalonym galopowania interferencyjnego (por. [10-13]) względne kąty natarcia wiatru walca nawietrznego i zawietrznego są to kąty pomiędzy kierunkiem odpowiedniej względnej prędkości i osią łączącą środki przemieszczonych walców, a są opisane przez następujące równania (por. rys.4):

- odnośnie do walca nawietrznego:

$$\tilde{\gamma} = \tilde{\gamma}(z, t) = (\beta + \beta_1) - (\alpha_s + \alpha_1) = \beta_r - \tilde{\alpha}_r$$

$$\tilde{\gamma}_r = \arctan \frac{L_x \tan \beta u_s - L_x \tan \beta \dot{\xi}_1 + \eta u_s - \eta \dot{\xi}_1 - v'_s L_x - v'_s \xi + \dot{\eta}_1 L_x + \dot{\eta}_1 \xi}{L_x u_s - L_x \dot{\xi}_1 + \xi u_s - \xi \dot{\xi}_1 + L_x \tan \beta v'_s - L_x \tan \beta \dot{\eta}_1 + \eta v'_s - \eta \dot{\eta}_1} \quad (9)$$

- odnośnie do walca zawietrznego:

$$\gamma = \gamma(z, t) = (\beta + \beta_1) - (\alpha_s + \alpha_2) = \beta_r - \alpha_r$$

$$\gamma_r = \arctan \frac{L_x \tan \beta u_s - L_x \tan \beta \dot{\xi}_2 + \eta u_s - \eta \dot{\xi}_2 - v'_s L_x - v'_s \xi + \dot{\eta}_2 L_x + \dot{\eta}_2 \xi}{L_x u_s - L_x \dot{\xi}_2 + \xi u_s - \xi \dot{\xi}_2 + L_x \tan \beta v'_s - L_x \tan \beta \dot{\eta}_2 + \eta v'_s - \eta \dot{\eta}_2} \quad (10)$$

gdzie: $\xi = \xi_2 - \xi_1$, $\eta = \eta_2 - \eta_1$.

Zgodnie z założeniem, że oba walce stanowią układ o dwu stopniach swobody, sformułowano równania opisujące ruch tych walców w kierunku osi x (średni kierunek wiatru) i y (kierunek prostopadły do średniego kierunku wiatru). Prawe strony równań stanowią sumę sił bezwładności, tłumienia i sztywności walców, a lewe strony równań to wartości obciążenia wiatrem. Równania ruchu można zapisać w formie układu czterech nieliniowych równań różniczkowych:

- odnośnie walca nawietrznego:

$$m\ddot{\xi}_1(t) + C_{\xi_1} \dot{\xi}_1(t) + K_{\xi_1} \xi_1(t) = \frac{1}{H} \int_0^H W_{\xi_1}(z, t) dz = \tilde{W}_x(t) \quad (11a)$$

$$m\dot{\eta}_1(t) + C_{\eta_1} \dot{\eta}_1(t) + K_{\eta_1} \eta_1(t) = \frac{1}{H} \int_0^H W_{\eta_1}(z, t) dz = \tilde{W}_y(t) \quad (12a)$$

- odnośnie walca zawietrznego:

$$m\ddot{\xi}_2(t) + C_{\xi_2} \dot{\xi}_2(t) + K_{\xi_2} \xi_2(t) = \frac{1}{H} \int_0^H W_{\xi_2}(z, t) dz = W_x(t) \quad (11b)$$

$$m\dot{\eta}_2(t) + C_{\eta_2} \dot{\eta}_2(t) + K_{\eta_2} \eta_2(t) = \frac{1}{H} \int_0^H W_{\eta_2}(z, t) dz = W_y(t) \quad (12b)$$

gdzie: m – masa walca na jednostkę wysokości; $K_{\xi_1}, K_{\eta_1}, K_{\xi_2}, K_{\eta_2}$, $C_{\xi_1}, C_{\eta_1}, C_{\xi_2}, C_{\eta_2}$ – współczynniki sztywności i tłumienia walca nawietrznego i zawietrznego w kierunku osi x i y ; $\xi_1, \eta_1, \xi_2, \eta_2$ – składowe przemieszczenia walców nawietrznego i zawietrznego w kierunku osi x i y ; $\dot{\xi}_1, \dot{\eta}_1, \dot{\xi}_2, \dot{\eta}_2$ – składowe prędkości

walców nawietrznego i zawietrznego w kierunku osi x i y ; $\ddot{\xi}_1, \dot{\eta}_1, \ddot{\xi}_2, \dot{\eta}_2$ – składowe przyśpieszenia walców nawietrznego i zawietrznego w kierunku osi x i y ; H – wysokość walca. Po uwzględnieniu wzorów (1-6) powyższe równania mogą zostać zapisane w następującej formie:

- odnośnie do walca nawietrznego w kierunku osi x :

$$m \frac{2}{\rho D} \ddot{\xi}_1(t) + C_{\xi_1} \frac{2}{\rho D} \dot{\xi}_1(t) + K_{\xi_1} \frac{2}{\rho D} \xi_1(t) + \\ - (u_s \check{C}_x(\check{\gamma}_r) - v_s \check{C}_y(\check{\gamma}_r) - \check{C}_x(\check{\gamma}_r) \dot{\xi}_1(t) + \check{C}_y(\check{\gamma}_r) \dot{\eta}_1(t)) \sqrt{(u_s - \dot{\xi}_1(t))^2 + (v_s - \dot{\eta}_1(t))^2} = 0 \quad (13)$$

- odnośnie do walca nawietrznego w kierunku osi y :

$$m \frac{2}{\rho D} \ddot{\eta}_1(t) + C_{\eta_1} \frac{2}{\rho D} \dot{\eta}_1(t) + K_{\eta_1} \frac{2}{\rho D} \eta_1(t) + \\ - (v_s \check{C}_x(\check{\gamma}_r) + u_s \check{C}_y(\check{\gamma}_r) - \check{C}_y(\check{\gamma}_r) \dot{\xi}_1(t) - \check{C}_x(\check{\gamma}_r) \dot{\eta}_1(t)) \sqrt{(u_s - \dot{\xi}_1(t))^2 + (v_s - \dot{\eta}_1(t))^2} = 0 \quad (14)$$

- odnośnie do walca zawietrznego w kierunku osi x :

$$m \frac{2}{\rho D} \ddot{\xi}_2(t) + C_{\xi_2} \frac{2}{\rho D} \dot{\xi}_2(t) + K_{\xi_2} \frac{2}{\rho D} \xi_2(t) + \\ - (u_s C_x(\gamma_r) - v_s C_y(\gamma_r) - C_x(\gamma_r) \dot{\xi}_2(t) + C_y(\gamma_r) \dot{\eta}_2(t)) \sqrt{(u_s - \dot{\xi}_2(t))^2 + (v_s - \dot{\eta}_2(t))^2} = 0 \quad (15)$$

- odnośnie do walca zawietrznego w kierunku osi y :

$$m \frac{2}{\rho D} \ddot{\eta}_2(t) + C_{\eta_2} \frac{2}{\rho D} \dot{\eta}_2(t) + K_{\eta_2} \frac{2}{\rho D} \eta_2(t) + \\ - (v_s C_x(\gamma_r) + u_s C_y(\gamma_r) - C_y(\gamma_r) \dot{\xi}_2(t) - C_x(\gamma_r) \dot{\eta}_2(t)) \sqrt{(u_s - \dot{\xi}_2(t))^2 + (v_s - \dot{\eta}_2(t))^2} = 0 \quad (16)$$

gdzie: u_s i v_s - uśrednione przestrzennie składowe prędkości wiatru w kierunku x i y ; $\check{C}_x(\check{\gamma}_r), \check{C}_y(\check{\gamma}_r), C_x(\gamma_r), C_y(\gamma_r)$ – aerodynamiczne statyczne współczynniki oporu i siły bocznej walca nawietrznego i zawietrznego.

Jak widać równania te są nieliniowe oraz od siebie zależne. Wzajemne sprzężenie równań wynika stąd, że występujące we wzorach względne kąty natarcia zależą od wszystkich czterech niewiadomych.

3 Stosowane metody obliczeniowe

W niniejszej pracy galopowanie interferencyjne jest analizowane na podstawie rozwiązań numerycznych układu równań różniczkowych (13-16). Układ czterech równań różniczkowych drugiego rzędu został zastąpiony układem ośmiu równań pierwszego rzędu. A następnie tak zmodyfikowany układ równań został rozwiązany metodą Rungego-Kutty szóstego rzędu.

Nieliniowe wykresy aerodynamicznych współczynników statycznych przyjęto na podstawie wyników badań dostępnych w pracy [2] jako funkcje względnego kąta natarcia wiatru. Te nieliniowe funkcje zostały zastąpione liniami łamanymi.

Pole przepływu zostało wygenerowane w ośmiu punktach płaszczyzny, znajdującej się przed walcami, i jest reprezentowane przez osiem sprzężonych ze sobą procesów losowych. Rozmieszczenie punktów jest pokazane na rys. 3. Składowe prędkości wiatru u_s i v_s , stosowane w obliczeniach, są wartościami średnimi z tych ośmiu procesów losowych.

Walce, będące przedmiotem obliczeń, modelują fragmenty lin mostu wantowego w Pradze. Wyniki pomiarów drgań tych want zostały zaprezentowane w pracy [9] i na podstawie tej pracy, przyjęto następujące parametry:

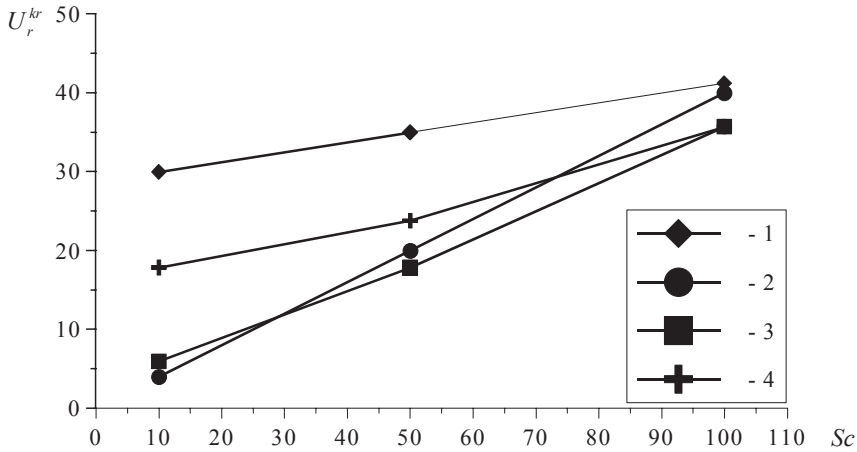
- średnica walców $D=0.168$ m;
- masa na jednostkę długości $m=87.7$ kg/m;
- częstotliwość drgań własnych walca $\omega_o= 6.41$ rad/s;
- współczynniki sztywności $K_{\xi_1} = K_{\eta_1} = K_{\xi_2} = K_{\eta_2} = 3500 N / m$;
- gęstość powietrza $\rho=1.25$ kg/m³.

Pozostałe parametry, takie jak: logarytmiczny dekrement tłumienia, odległość pomiędzy walcami i kąt natarcia wiatru, zmieniano w zależności od potrzeb i badanych zagadnień.

4 Weryfikacja modelu quasi-ustalonego

Weryfikacja modelu będzie polegała na porównaniu wyników analiz numerycznych i wyników badań z literatury. Pierwszym przykładem będzie porównanie wyników obliczeń z wynikami badań przeprowadzonymi w tunelu aerodynamicznym. Natomiast drugim przykładem będzie porównanie wyników obliczeń z pomiarami drgań typu galopowania interferencyjnego want mostu w Pradze, które zostały przeprowadzone na istniejącym obiekcie.

Na rys. 5 pokazane są wykresy zredukowanej prędkości krytycznej w funkcji liczby Scrutona, będące wynikami obliczeń teoretycznych i badań w tunelu aerodynamicznym (por. praca [3]). Na tym rysunku widać, że wszystkie funkcje przedstawiają rosnącą funkcję liczby Scrutona, z tym że czym jest większa liczba Scrutona tym bardziej są zbliżone wyniki obliczeń do wyników badań. Spośród wyników obliczeń najbardziej zbliżony do wyników badań jest wykres nr 4. Prawdopodobnie wynika to stąd, że otrzymano go przy podobnej intensywności turbulencji, jaka występowała podczas badań, a więc warunki modelowane w analizie numerycznej były najbardziej zbliżone do warunków rzeczywistych.



Rys. 5. Wykresy zredukowanej prędkości krytycznej w funkcji liczby Scrutona: 1 – wyniki badań przedstawione w pracy [3] przy $I_u=1\%$; 2 – wartości obliczone na podstawie równania

$$U_r^{kr} = \frac{2 Sc}{\left. \frac{\partial C_y(\gamma_s)}{\partial \gamma_s} \right|_{\gamma_s=\beta} - C_x(\beta)} \quad (\text{por. prace [10-12]}), \text{ gdzie: } - C_x(\beta), \left. \frac{\partial C_y}{\partial \gamma_s} \right|_{\gamma_s=\beta} - \text{statyczny}$$

współczynnik oporu i pochodna statycznego współczynnika siły bocznej walca zawietrznego przy średnim kącie natarcia wiatru; 3 – wyniki obliczeń numerycznych przy przepływie ustalonym; 4 – wyniki obliczeń numerycznych przy przepływie o $I_u=1\%$.

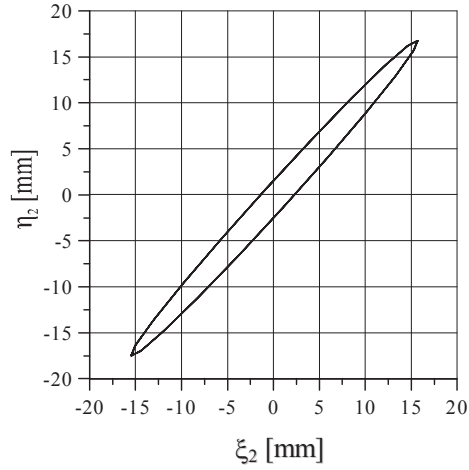
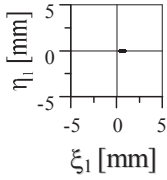
Fig. 5. The graph of the reduced velocity as the functions Scruton number: 1 – measurement results on the base of paper [3] at $I_u=1\%$; 2 – values obtained from the formulae

$$U_r^{kr} = \frac{2 Sc}{\left. \frac{\partial C_y(\gamma_s)}{\partial \gamma_s} \right|_{\gamma_s=\beta} - C_x(\beta)} \quad (\text{comp. paper [10-12]}), \text{ where: } - C_x(\beta), \left. \frac{\partial C_y}{\partial \gamma_s} \right|_{\gamma_s=\beta} - \text{static}$$

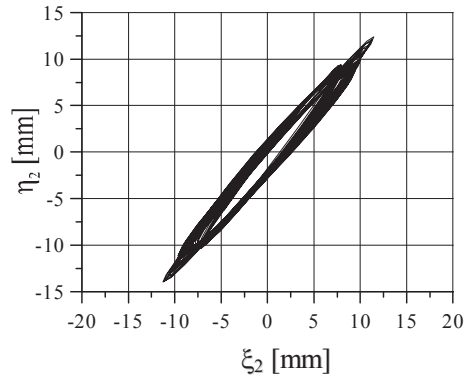
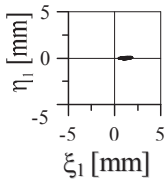
drag coefficient and derivative of the lift coefficients for downstream cylinder at the averaged angle of wind attack; 3 – calculation results at the steady flow; 4 – calculation results at the unsteady flow with $I_u=1\%$.

Na rys. 6 widoczne są trajektorie ruchu walców: nawietrznego i zawietrznego podczas galopowania interferencyjnego. W pierwszym przypadku drgania walców wystąpiły przy prędkości wiatru $\bar{u}_s = 4.5$ m/s; w drugim przy $\bar{u}_s = 6$ m/s oraz w trzecim przypadku przy $u_s \in (0; 5.5)$ m/s. W dwóch pierwszych przypadkach podane wartości prędkości są prędkościami krytycznymi w danym przykładzie. Należy tu zwrócić uwagę, że w badaniach naturalnych nie ma ścisłej wartości prędkości krytycznej. Ta sama sytuacja występuje również w obliczeniach przy $I_u=12\%$. Granica pomiędzy prędkościami przepływu, przy których nie występują drgania a prędkościami przy których występują, zaciera się wraz ze wzrostem intensywności turbulencji. Oznacza to, że przy dużych intensywnościach turbulencji tylko się szacuje zredukowaną prędkość krytyczną, określenie dokładnej wartości jest niemożliwe.

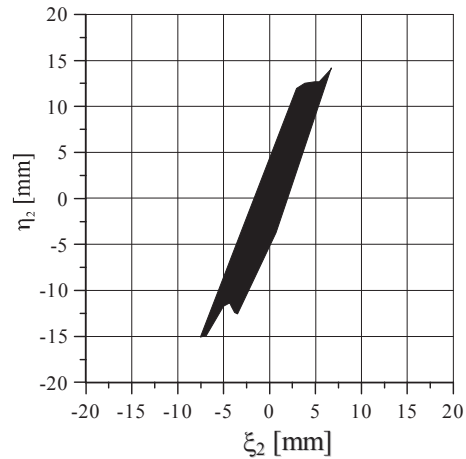
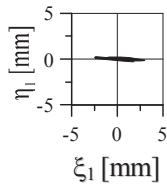
a) $\bar{u}_s = U^{kr} = 4.5 \text{ m/s}$



b) $\bar{u}_s = U^{kr} = 6.0 \text{ m/s}$



c) $u_s \in (0; 5.5) \text{ m/s}$



Rys. 6. Trajektorie ruchu walców: nawietrznego i zawietrznego, otrzymane na podstawie: a) pracy [9]; b) obliczeń przy przepływie ustalonym – $\bar{u}_s = 4.5 \text{ m/s}$; c) obliczeń przy przepływie o $I_u=12\%$ – $\bar{u}_s = 6 \text{ m/s}$.

Fig. 6. The movement trajectory for upstream and downstream cylinders obtained from: a) paper [9]; b) calculation at the steady flow for $\bar{u}_s = 4.5 \text{ m/s}$; c) calculation at $I_u=12\%$ for $\bar{u}_s = 6 \text{ m/s}$.

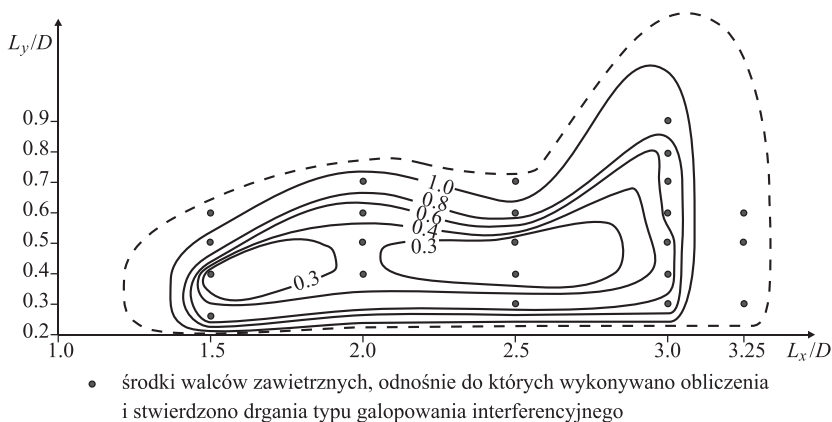
5 Galopowanie interferencyjne przy przepływie ustalonym

Poniżej przedstawiono obliczenia, które zostały wykonane przy przepływie ustalonym. Składowa prędkości wiatru wzdłuż osi x jest stała ($u_s = \text{const}$), a składowa prostopadła jest równa zero ($v'_s = 0$). Te założenia pozwalają na znaczne skrócenie czasu obliczeń numerycznych, a otrzymane wyniki pozwalają na jednoznaczne wyznaczenie zredukowanej prędkości krytycznej. Wyniki analiz drgań walców, przy różnych ustawieniach walców i różnych liczbach Scrutona, mogą być przedstawione jako wykresy zredukowanej prędkości krytycznej w funkcji liczby Scrutona. Wykresy te są prawie liniowe i mogą być interpolowane przez proste o równaniu $U_r^{kr} = \psi Sc$, zawierające, poza wyznaczonymi punktami, również punkt o współrzędnych $Sc=0$ i $U_r^{kr} = 0$. Zestawienie wszystkich współczynników ψ zostało pokazane w formie rys. 7, na którym widoczne są linie łączące punkty o tej samej wartości omawianego współczynnika. Linia przerywana jest granicą obszaru występowania galopowania interferencyjnego przy przepływie ustalonym.

Przepływ powietrza w rzeczywistości jest przepływem nieustalonym. Dlatego informacje, znajdujące się na rys. 7, mogą być użyte w praktyce inżynierskiej dopiero po sprawdzeniu wpływu intensywności turbulencji na galopowanie interferencyjne.

Na podstawie wyników analiz numerycznych zauważono również, że:

- zredukowana prędkość konstrukcji nie zależy od częstości drgań własnych walców i sztywności podparcia walców;
- trajektorie drgań walca zawietrznego przybierają kształt elipsy, nachylenie dłuższej osi głównej zmienia się od -90° do $+90^\circ$ w zależności od zredukowanej prędkości przepływu;
- częstotliwość drgań walca zawietrznego jest rosnącą funkcją sztywności podparcia walców;
- pod wpływem przepływów bistabilnych walce drgają z częstotliwością zbliżoną do częstotliwości drgań własnych konstrukcji.

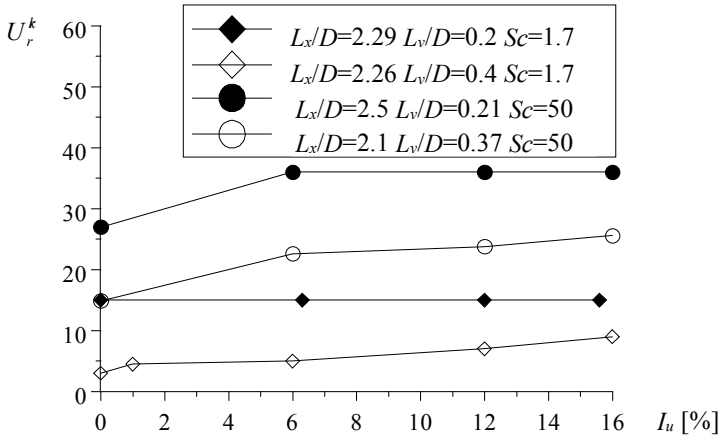


Rys. 7. Obszar galopowania interferencyjnego z liniami łączącymi punkty o tej samej wartości współczynnika ψ , gdzie $\psi = U_r^{kr} / Sc$ przy przepływie ustalonym.

Fig. 7. The region of interference galloping and the lines joining points of the same value of coefficient ψ , where $\psi = U_r^{kr} / Sc$ for the steady flow.

6 Wpływ intensywności turbulencji na galopowanie interferencyjne walców

Na rys. 5 widać, że wzrost intensywności turbulencji przepływu powoduje wzrost zredukowanej prędkości krytycznej. Różnica pomiędzy wartością prędkości krytycznej przy przepływie ustalonym i nieustalonym zależy od liczby Scrutona.



Rys. 8. Wykres zredukowanej prędkości krytycznej U_r^{kr} jako funkcji intensywności turbulencji I_u i odległości między walcami L_x/D i L_y/D .

Fig. 8. The dependence between the reduced critical velocity U_r^{kr} and the turbulence intensity I_u and the arrangement of cylinders L_x/D i L_y/D .

Na rys. 6 pokazano trajektorie ruchu walców podczas galopowania interferencyjnego pod wpływem przepływu ustalonego i turbulenty. Na rys. 6a walec zawietrzny przesuwają się po elipsie, natomiast na rys. 6b i 6c widać, że turbulencja przepływu powoduje, że drgania walca zawietrznego stają się nieregularne, a maksymalne przemieszczenia walców są mniejsze. Należy również zauważyć, że we wszystkich przypadkach (rys. 6a, 6b i 6c) przemieszczenia walca nawietrzego są znacznie mniejsze od przemieszczeń walca zawietrznego.

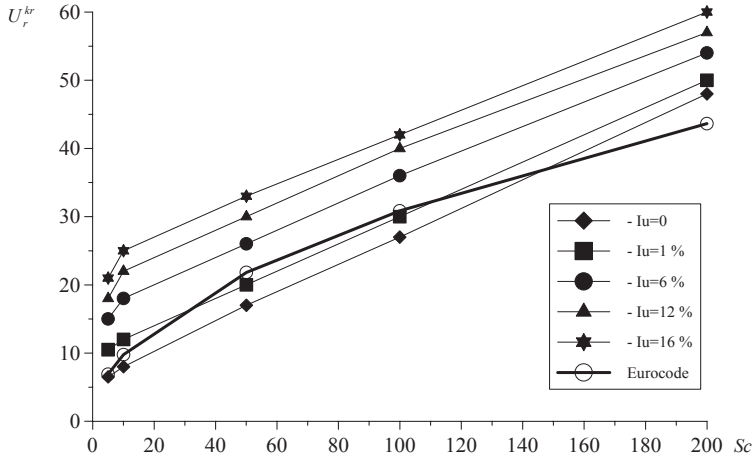
O znaczeniu intensywności turbulencji można powiedzieć więcej na podstawie rys. 8 i rys. 9. Na rysunkach tych widać na przykład, że zredukowana prędkość krytyczna jest nieliniową rosnącą funkcją intensywności turbulencji I_u .

Rys. 8 przedstawia zredukowaną prędkość krytyczną bezpośrednio jako funkcję intensywności turbulencji. Na rysunku tym znajdują się dwa wykresy odnośnie do walca zawietrznego ustawionego poza obszarem przepływów bistabilnych i dwa wykresy odnośnie do walca zawietrznego ustawionego wewnątrz takiego obszaru.

Okazuje się, że jeżeli walec zawietrzny znajduje się poza obszarem występowania galopowania interferencyjnego (por. rys. 7), to przy przepływie turbulenty również może wystąpić galopowanie interferencyjne. Przy przepływie ustalonym i przepływie nieustalonym z małą intensywnością turbulencji drgania walców występują, jeżeli zostaną wymuszone. Przy intensywności turbulencji większej niż 10% ruch walców jest wywołany przez zaburzenia przepływu.

Rys. 9 pokazuje wykresy wartości zredukowanych prędkości krytycznych jako funkcje liczby Scrutona przy różnych intensywnościach turbulencji. Przy większych

intensywnościach turbulencji omawiane wykresy „podnoszą się do góry”. Na podstawie rys. 5 i rys. 9 można stwierdzić, że czym większa jest liczba Scrutona, tym turbulencja przepływu ma mniejszy wpływ na zredukowaną prędkość krytyczną. Należy również zwrócić uwagę, że przy Sc dążącym do zera, zostaje zaburzony prawie liniowy przebieg wykresów.



Rys. 9. Zależność zredukowanej prędkości krytycznej U_r^{kr} od intensywności turbulencji I_u i liczby Scrutona Sc wg modelu quasi-ustalonego i EUROCODE [14] przy $L_x/D=2.5$, $\beta=10^0$.

Fig. 9. The dependence between the reduced critical velocity U_r^{kr} and the turbulence intensity I_u and the Scurton number Sc for the quasi-steady model and EUROCODE [14] at $L_x/D=2.5$, $\beta=10^0$.

7 Wnioski końcowe

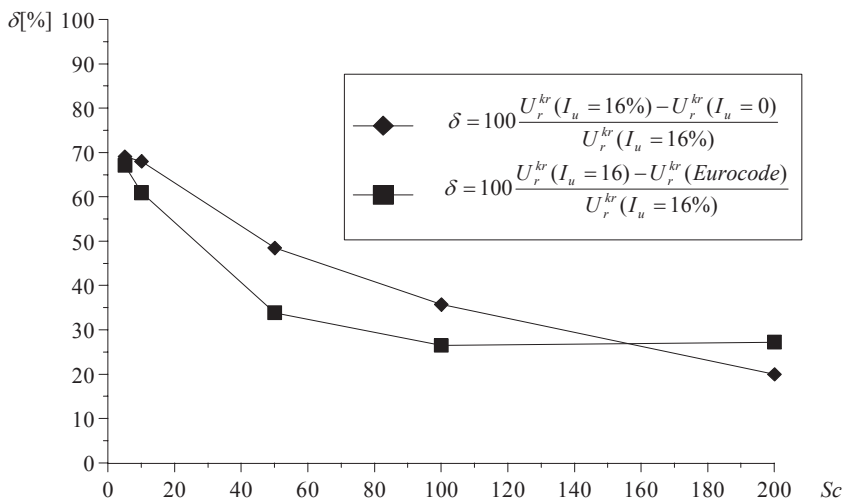
Na podstawie przedstawionych wyników obliczeń numerycznych można sformułować następujące wnioski:

1. Analizy numeryczne z wykorzystaniem modelu quasi-ustalonego potwierdziły cechy galopowania interferencyjnego stwierdzone w badaniach w tunelu aerodynamicznym.
2. Wyniki obliczeń nie przedstawione w niniejszym opracowaniu, a zawarte w pracy doktorskiej Ewy Błazik-Borowej, wykazały poprawność modelu quasi-ustalonego jako modelu zjawiska fizycznego. M.in. stwierdzono, że zgodnie z prawami fizyki amplituda drgań walców jest funkcją malejącą sztywności podparcia walców.
3. Prezentowane porównania wyników badań i obliczeń potwierdzają poprawność modelu quasi-ustalonego galopowania interferencyjnego (rys.5, rys.6) odnośnie do modelu sekcyjnego i elementów, w których można pominąć zginanie (np.: wanty mostowe).
4. Aby otrzymać wyniki analiz numerycznych galopowania interferencyjnego najbardziej zbliżone do rzeczywistych wartości należy uwzględniać wpływ intensywności turbulencji. Jednak przy liczbach Scrutona większych od pewnej granicznej wartości zredukowaną prędkość krytyczną wiatru można oszacować na podstawie wyników obliczeń otrzymanych przy przepływie ustalonym i można tą wartość stosować w praktyce inżynierskiej. Ta graniczna wartość liczby Scrutona zależy od założonej dokładności oszacowania prędkości krytycznej.

5. Na rys. 10 przedstawiono wykres błędu wyznaczania prędkości krytycznej odnośnie do różnych rodzajów konstrukcji, ustawionych tak, że $L_x/D=2.5$ a $\beta=10^0$. Na rysunku tym przedstawiono dwa wykresy:

- porównanie wyników analiz numerycznych otrzymanych przy przepływie ustalonym z wynikami otrzymanymi przy uwzględnieniu intensywności turbulencji ($I_u=16\%$);
- porównanie wartości zredukowanych prędkości krytycznych, które zostały otrzymane na podstawie EUROCODE [14] i analiz numerycznych, uwzględniających intensywność turbulencji ($I_u=16\%$).

Biorąc pod uwagę powyższe wnioski oraz wyniki przedstawione na rys.10 można stwierdzić, że w przypadku budowli smukłych, w których zginanie ma mały wpływ na ich pracę mechaniczną oraz dużych liczbach Scrutona (np.: $Sc>30$), wyznaczenie prędkości krytycznej może zostać wykonane na podstawie rys.7 czyli wykorzystać wyniki z obliczeń numerycznych przy przepływie ustalonym. Aby wyznaczyć prędkość krytyczną przepływu, przy liczbach Scrutona budowli rzędu 20 i niższych, należy wykonać dodatkowe analizy numeryczne z uwzględnieniem intensywności turbulencji przepływu.



Rys. 10. Wykresy wartości błędów wyznaczania prędkości krytycznej odnośnie do różnych wartości liczby Sc , ustawionych tak, że $L_x/D=2.5$ a $\beta=10^0$ wg modelu quasi-ustalonego i EUROCODE [14].

Fig. 10. The graph of errors for determination of the critical velocity for different Scruton numbers for the quasi-steady model and EUROCODE [14] at $L_x/D=2.5$, $\beta=10^0$.

W przyszłości należy sprawdzić wpływ zginania smukłych budowli o przekroju kołowym na podstawowe cechy galopowania interferencyjnego. W związku z tym, że prędkość krytyczna nie zależy od sztywności budowli i częstotliwości drgań własnych należy się spodziewać, że zginanie nie będzie miało wpływu na prędkość krytyczną przepływu, wywołującą drgania. Zginanie ma jednak wpływ na drgania budowli w trakcie galopowania interferencyjnego tychże budowli, i jeżeli wpływ ten okaże się znaczny, to należy nadal rozwijać model galopowania interferencyjnego uwzględniając postacie drgań własnych walców.

Wymieniony model został zbudowany odnośnie do walców o tej samej średnicy i tylko odnośnie do jednego szczególnego zjawiska jakim jest galopowanie interferencyjne. Wyniki badań w tunelach aerodynamicznych, dotyczące walców o różnych średnicach [15], świadczą o tym że w przypadku takiego zestawienia walców również występuje galopowanie interferencyjne. Model quasi-ustalony galopowania interferencyjnego jest tak zbudowany, że w przyszłości będzie go można uogólnić na walce o różnych średnicach. Niestety do dnia dzisiejszego nie zostały wykonane pełne pomiary współczynników aerodynamicznych odnośnie do układu dwóch walców, które są niezbędne do analiz numerycznych galopowania interferencyjnego.

Tematem otwartym pozostaje również modelowanie pozostałych zjawisk interferencji aerodynamicznej, tak aby badania w tunelach aerodynamicznych przeprowadzone odnośnie do walców o tych samych bądź różnych średnicach mogły posłużyć do oszacowania obciążenia wiatrem przy projektowaniu sąsiadujących ze sobą dwóch dowolnych smukłych budowli o przekroju kołowym.

Literatura

- [1] Zdravkovich M.M., *Review of Interference - Induced Oscillations in Flow Past Two Parallel Circular Cylinders in Various Arrangements*, Seventh International Conference on Wind Engineering, vol.2, Aachen 1987, str.51-66.
- [2] Zdravkovich M.M. i Pridden D.L., *Interference Between Two Identical Circular Cylinders, Series of Unexpected Discontinuities*, Journal of Industrial Aerodynamics, 1977, str. 255-270.
- [3] Zdravkovich M.M. i E.Medeiros E., *Effect of Damping on Interference-Induced Oscillations of Two Identical Circular Cylinders*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1991, str.197-211.
- [4] Ruscheweyh H., *Interferenz Zwischen Bauwerken, Beiträge zur Anwendung der Aeroelastik im Bauwesen*, Heft 13, München 1979, str.49-59.
- [5] Ruscheweyh H., *Dynamische Windwirkung durch Interferenz an benachbarten schlanken Bauwerken*, Konstruktiver Ingenieurbau - berichte 35/36, Essen 1981, str.60-65.
- [6] Ruscheweyh H. i Dielen B., *Interference Galloping - Investigations Concerning the Phase Lag of the Flow Switching*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol.41-44 1992, str. 2047-2056.
- [7] Matsumoto M. i in., *Aerodynamic Instabilities of Twin Circular Cylinders*, The International Colloquium on Bluf Body Aerodynamics and Its Applications, Kyoto 1988, str.91-100.
- [8] Shiraishi N., Matsumoto M. i Shirato H., *On Aerodynamic Instabilities of Tandem Structures*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol.23, 1986, str.437-447.
- [9] Studničkova M., *Induced Vibrations of Leeward Ropes - A Practical Example*, East European Conference on Wind Engineering, Part 1 vol.3, Warszawa 1994, str.157-167.
- [10] Błazik-Borowa E. i Flaga A., *Modelling of Aerodynamic Loads on a Downstream Cylinder Caused by Bistable Flow Between Two Circular Cylinders*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol.65, 1996, str. 361-370.
- [11] Błazik-Borowa E. i Flaga A., *Quasisteady Models of Aerodynamic Loads on Two Circular Cylinders in Staggered Arrangement*, Ninth International Conference on Wind Engineering, "Retrospect and Prospect", vol.1, New Delhi 9-13 styczeń 1995, str.95-107.
- [12] Błazik-Borowa E., Flaga A. i Kazakiewicz M., *Problemy interferencji aerodynamicznej dwóch walców kołowych*, Archiwum Inżynierii Lądowej, Studia z Zakresu Inżynierii Lądowej, zeszyt nr 42, Warszawa 1997.

- [13] Błazik-Borowa E. i Flaga A., *Numerical Analysis of the Interference Galloping of Two Identical Circular Cylinders at Unsteady Flow*, 2EACWE, Genua 22-26 czerwiec 1997, str.1815-1822.
- [14] *EUROCODE 1: Part 6, Wind Loading. Draft*, December 1993.
- [15] Medeiros E. i Zdravkovich M.M., *Interference Induced Oscillations of two unequal Cylinders*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol.41-44, 1992, str.753-762.

The interference galloping of two circular cylinders with equal diameters

Ewa Błazik-Borowa

*Lublin University of Technology, Faculty of Civil and Sanitary Engineering,
Department of Structural Mechanics, e-mail: e.blazik-borowa@pollub.pl*

Abstract: The paper deals with numerical analyses of interference galloping of two elastically supported circular cylinders of equal diameters. The basis of the analyses is a quasi-steady model of this phenomenon. The model assumes that both cylinders participate in the process of interference galloping and they have two degrees of freedom. The movement of the cylinders is described as a set of four nonlinear differential equations. On the basis of numerical solutions of these equations the author evaluate the correctness of this quasi-steady model. Then they estimate the dependence of a critical reduced velocity on the Scruton number, turbulence intensity and arrangements of the cylinders.

Key words: aerodynamic interference, circular cylinders, interference galloping, semi-induced vibration.